

응력확대계수측정을 위한 하중에 의한 자속밀도변화의 이론적 해석 Theoretical Analysis of Change in Magnetic Flux Density Due to Load for Measuring K_I

이정희*
Jeong-Hee Lee *

<Abstract>

In order to determine the effective way of measuring the Mode I stress intensity factor for a material containing a two-dimensional surface crack by means of the alternating current potential drop(ACPD) technique, the change in magnetic flux density between crack surfaces and above the specimen surface due to load was studied theoretically. The magnetic flux density in the air between crack surfaces is uniform and above the specimen surface is not changed by increasing the load in the material. Therefore, the change in potential drop due to load in a measuring system which was designed to induce a large amount of electro-motive force was caused by the change in internal inductance of material, the change in the mutual inductance between internal inductance of material and measuring system and the change in the mutual inductance between internal inductance of material and power supply line.

Key Words : *Magnetic flux density, NDT, ACPD, Stress Intensity factor(K_I)*

1. 서론

기계구조물의 건전성을 선형파괴역학을 기초로 하여 평가하려고 할 때 모드 I 응력확대계수, K_I 을 알면 용이하다. 기계구조물의 형태와 하중조건이 간단한 경우 응력확대계수는 이론적으로 쉽게 구할 수 있다. 그러나 기계구조물의 형태 또는 하중조건이 복잡한 경

우에는 경계조건의 모델화가 어려워 이론적 계산이 항상 용이한 것만은 아니다. 이러한 이유로 실험적으로 응력확대계수를 구하는 방법들이 제시되고 있다. Saka⁽¹⁾ 등은 고주파의 교류전류가 재료의 표면과 균열면을 따라서 흐른다는 표피효과(the skin effect)를 이용하여 응력에 의하여 변화하는 교류전위차(alternative current potential drop ; ACPD)를 측정하여

* 대구한의대학교 보건학부 산업안전보건전공, 교수
712-715 경북 경산시 유곡동 290
jhlee@dhu.ac.kr

* Dept. of Industrial Safety and Health, Daegu Haany University,
290, Yugok-dong, Gyeongsang-si, Gyeongsangbuk-do,
712-715, Korea

응력확대계수를 구하는 실험적인 방법을 제안하였다. 이 방법의 가장 큰 장점은 응력확대계수를 재료의 표면에서 측정할 수 있다는 점이다.

실험적으로 모드 I 응력확대계수, K_I 을 교류전위차법으로 구하는 연구에 있어 이정화²⁻⁶⁾는 2차원 균열을 갖고 있는 강자성체(ferromagnetic material)와 상자성체(paramagnetic material)의 하중에 의한 교류전위차 변화를 동축선(coaxial line)의 원리를 이용하여 전위차 계측계에 유도되는 유도기전력을 극소화한 계측계(measuring system)와 전위차 계측선을 코일과 같이 감아 유도기전력(induced electro-motive force)을 극대화한 계측계로 측정하였다. 아울러 하중에 의한 교류전위차 변화를 전기회로이론을 바탕으로 정성적으로 고찰하였으며, 탈자(demagnetization)와 균열길이가 하중에 의한 교류전위차 변화에 미치는 영향에 대하여 연구하였다. 참고문헌 (6)에서는 하중에 의한 전위차 변화는 하중에 의하여 균열전단의 전자기 물성치 즉, 도전율과 투자율이 변화하고 이로 인하여 시험편의 표면을 흐르는 전류의 흐름이 변화하여 시험편의 외부 인덕턴스와 시험편의 상호인덕턴스(mutual-inductance)를 변화시키기 때문이라 정성적 가설로 고찰하였다. 그리고 유도기전력을 극대화한 계측계로 하중에 의한 전위차 변화량을 측정할 경우 감도가 우수하여, 교류전위차법으로 응력확대계수를 계측하기 위한 가장 효과적인 방법으로 제안되었다.

그러나 단순화된 전기회로를 이용한 정성적 고찰을 통하여 하중에 의한 교류전위차변화의 원인을 시험편의 표면을 흐르는 전류의 흐름이 변화하여 시험편의 외부 인덕턴스와 시험편의 상호인덕턴스를 변화시키기 때문이라 고찰하였으나 이론적 해석이 없어 이러한 가설의 유효성이 확실히 증명되지 않았다. 교류전위차법으로 2차원 표면균열을 가진 재료의 응력확대계수를 효과적으로 계측할 수 있는 방법을 결정하기 위해 시험편에 하중을 가할 때 균열면을 포함한 시험편 위 공간상에서의 자속변화의 이론적 해석이 필요하게 되었다.

따라서 본 논문에서는 2차원 표면균열을 가진 시험편에 하중을 가할 경우 표면균열을 가진 시험편에 있어 균열면사이와 시험편 표면 위 공간에서의 자속변화를 이론적으로 해석하였다.

2. 본 문

시험편이 2차원 균열을 가지고 있는 경우 균열면 사이의 자계를 고려하기 위하여 Fig. 1과 같이 좌표를 설정한다. 시험편 위 공간상에서의 Maxwell 방정식은

$$\nabla^2 \mathbf{A} = 0 \quad (1)$$

$$\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A} \quad (2)$$

$$\mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{H} \quad (3)$$

이다. 여기서 \mathbf{A} 는 벡터 포텐셜(vector potential), \mathbf{B} 는 자속밀도(magnetic flux density), \mathbf{H} 는 자계(magnetic field) 그리고 μ_0 는 공기의 투자율(permeability of vacuum)이다. 본 논문에서 진하게 표시된 항목은 벡터량 임을 의미한다. 또 방향성분 뒤의 첨자 a 와 m 은 각각 공기중과 시험편 내부를 의미한다. 균열면 사이의 공간상의 자계를 해석에서 만약 y 방향으로 시험편이 무한하다고 하면 균열면 사이에는 등전위이기 때문에 벡터 포텐셜 \mathbf{A} 는 x 성분만 존재하고 z 만의 함수이다.

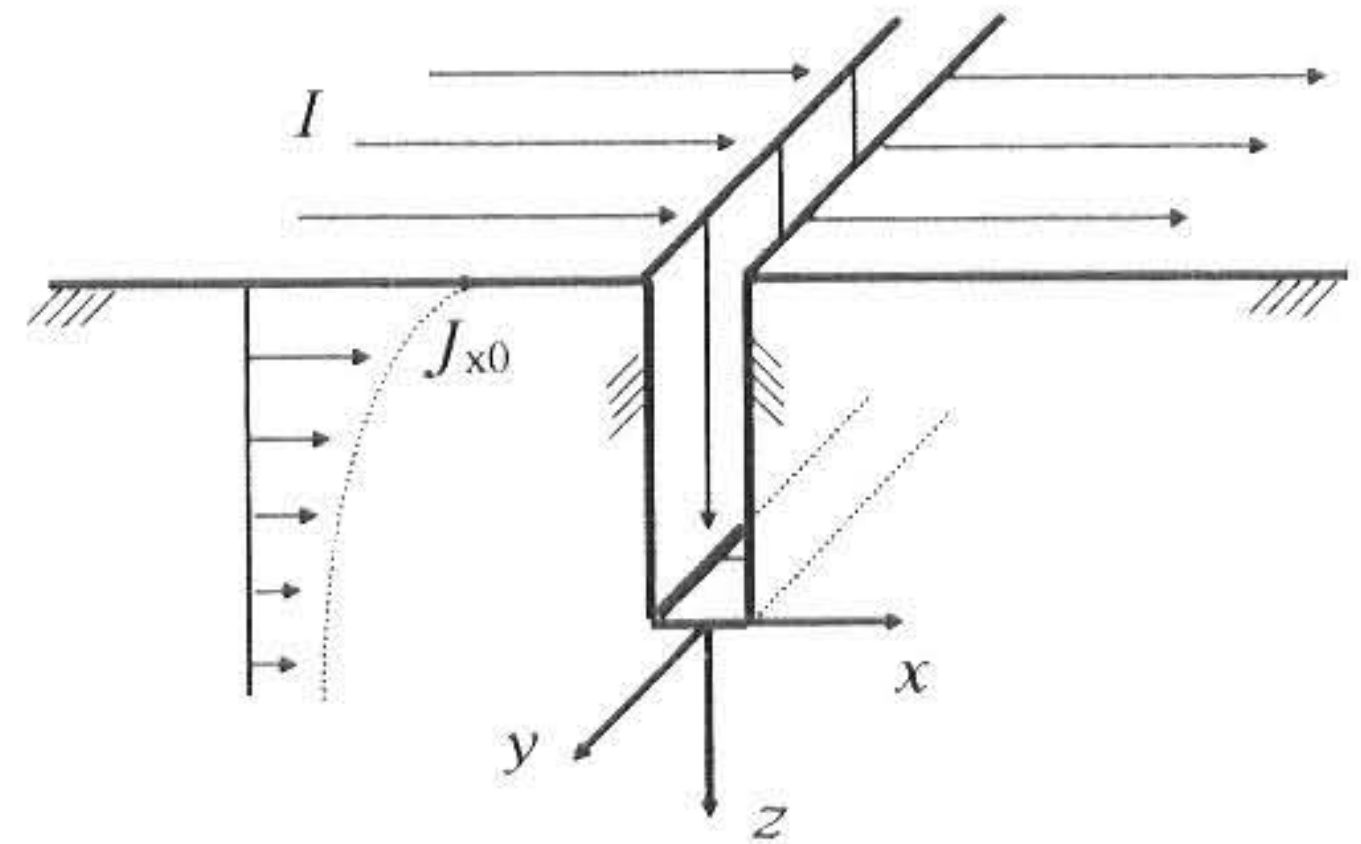


Fig. 1 Schematic diagram of current flow and coordinates

식 (2)와 (3)으로부터 공기중의 y 방향의 자계 H_{ya} 는

$$H_{ya} = \frac{1}{\mu_0} \left(\frac{\partial A_x}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial x} \right) \quad (4)$$

식 (4)에서 2번째 항은 0이므로

$$H_{ya} = \frac{1}{\mu_0} \frac{\partial A_x}{\partial z} \quad (5)$$

와 같이 된다. 식 (1)로부터

$$\frac{\partial^2 A_x}{\partial z^2} = 0 \quad (6)$$

이 된다. 식 (6)으로부터 적분을 하면

$$A_x = R_1 z + R_2 \quad (7)$$

을 얻을 수 있으며, 여기서 R_1 과 R_2 는 상수이다. 식 (5)와 (7)로부터

$$H_{ya} = \frac{R_1}{\mu_0} \quad (8)$$

을 얻을 수 있다. 식 (8)에서 균열면사이의 자계는 z 의 함수가 아닌 일정한 값을 갖고 있음을 알 수 있다.

경계조건을 이용하여 균열선단에서 공기와 시험편이 접하는 $Z=0$ 인 지점에서 다음 식을 얻을 수 있다.

$$H_{ya} = H_{ym} \quad (9)$$

균열선단의 H_{ym} 을 구하기 위하여 전체전류 I 가 Fig. 2와 같이 분포되어 있다고 우선 가정하였다.

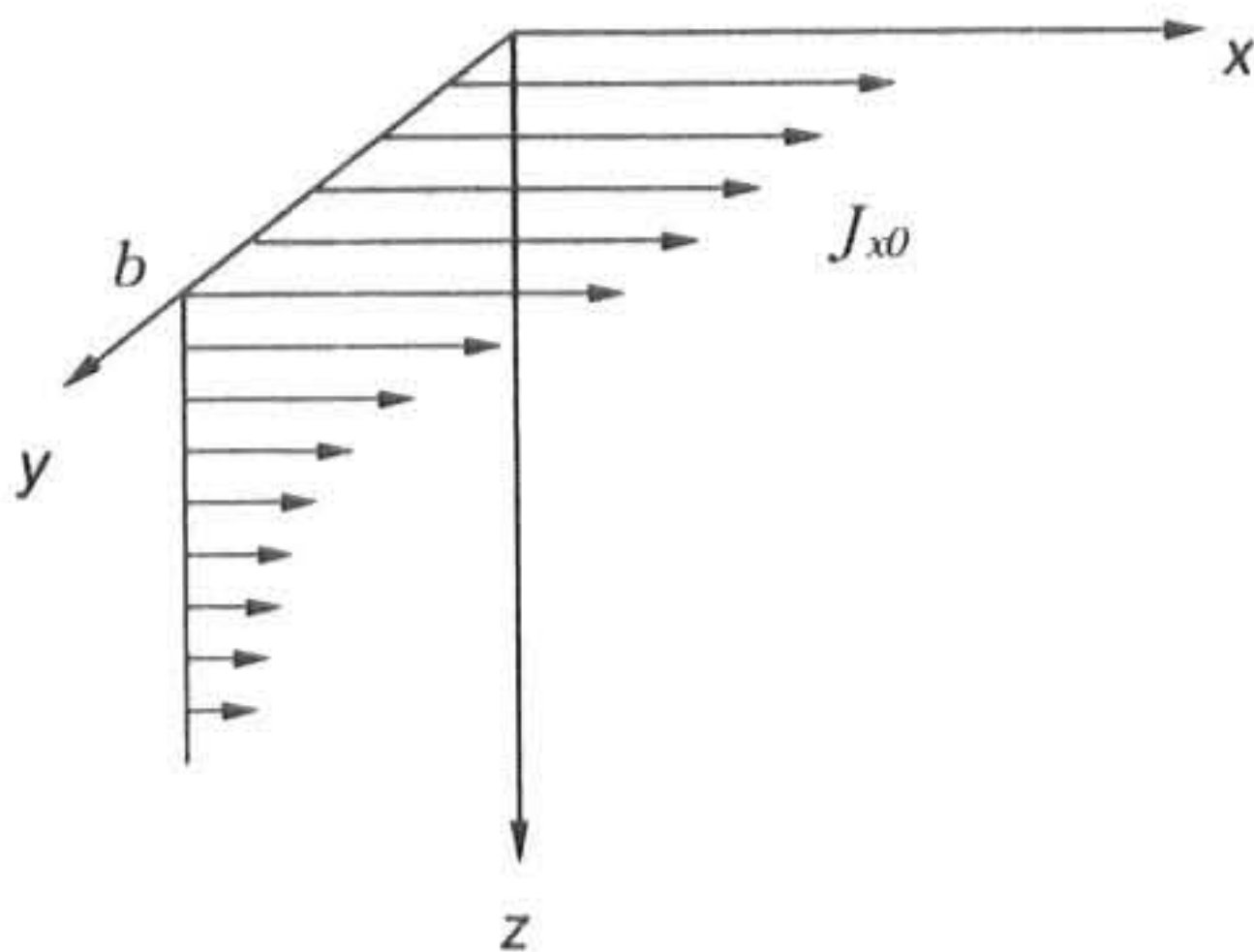


Fig. 2 Distribution of the current in a good conductor

폭이 b 에 흐르는 교류전류가 표면에서 표피두께 사이에 균일하게 흐른다고 할 때 전체 전류는

$$I = \int_0^{\infty} \int_0^b J_x dy dz \quad (10)$$

가 되고, 전류밀도의 x 성분 J_x 는 다음과 같다.

$$J_x = J_{x0} e^{-z/\delta} \cos(\omega t - \frac{z}{\delta}) \quad (11)$$

여기서 J_{x0} 는 J_x 의 크기, $\delta (= 1/\sqrt{\pi f \mu \sigma})$ 는 표피두께, f 는 전류의 주파수, μ 는 투자율, σ 는 도전율 그리고 t 는 시간이다. 식 (10)과 (11)로부터 전체 전류는

$$\begin{aligned} I &= \frac{J_{x0} b \delta}{\sqrt{2}} \cos(\omega t - \frac{\pi}{4}) \\ &= I_0 \cos(\omega t - \frac{\pi}{4}) \end{aligned} \quad (12)$$

이다. 전류밀도와 전계 \mathbf{E} 의 관계는

$$\mathbf{J} = \sigma \mathbf{E} \quad (13)$$

이며, 전계가 x 성분 E_x 및 자계가 y 성분 H_y 만 갖고 있다고 하면 전계와 자계는 식 (11)와 (13)으로부터

$$\begin{aligned} E_x &= E_{x0} e^{-z/\delta} \cos(\omega t - z/\delta) \quad (14) \\ H_y &= \frac{\sigma E_{x0} \delta}{\sqrt{2}} e^{-z/\delta} \cos(\omega t - \frac{z}{\delta} - \frac{\pi}{4}) \end{aligned} \quad (15)$$

으로 구할 수 있다. 여기서 E_{x0} 는 E_x 의 크기이다. 식 (12), (13) 및 (15)를 이용하여 다음의 식을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} H_y &= \frac{J_{x0} \delta}{\sqrt{2}} e^{-z/\delta} \cos(\omega t - \frac{z}{\delta} - \frac{\pi}{4}) \\ &= \frac{I_0}{b} e^{-z/\delta} \cos(\omega t - \frac{z}{\delta} - \frac{\pi}{4}) \end{aligned} \quad (16)$$

식 (16)에 $z=0$ 를 대입하면 자계의 y 성분 H_y 는 I_0/b 가 된다. 전류의 크기 I_0 와 시험편의 폭 b 는 하중과 무관하게 항상 일정하므로 균열선단에서 $z=0$ 인 지점의 시험편의 H_y 는 균열선단의 전자기물성치인 도전율과 투자율이 하중에 의하여 변하여 시험편의 표피두께에 영향을 미칠지라도 자속의 변화가 없음을 알 수 있다. 따라서 식 (9)의 경계조건으로부터 시험편 표면의 자속이 변하지 않기 때문에 공기중의 자속도 변하지 않음을 알 수 있다. 즉 2차원 표면균열을 가진 시험편에 하중을 가하면서 하중에 의한 전위차변화를 유도기전력을 많이 유도할 수 있는 계측기로 측정할 경우 측정된 전위차변화는 시험편 외부의 자속변화에 의한 유도기전력의 차에 의한 것이 아님을 알 수 있다.

길이가 l 인 시험편 내부의 자속은

$$\begin{aligned} \Phi_y &= \int_0^\infty \int_0^l \mu H_y dx dz \\ &= \frac{\mu I_0 l \delta}{\sqrt{2} b} \cos(\omega t - \frac{\pi}{2}) \end{aligned} \quad (17)$$

이다. 저항 R 은

$$R = \frac{l}{b\sigma\delta} = \sqrt{\pi f} \frac{N\mu}{b\sqrt{\sigma}} \quad (18)$$

이다. 또 식 (12)와 (17)로부터 내부인덕턴스 L_i 는

$$L_i = \frac{|d\phi_y|}{|dl|} = \frac{1}{\sqrt{2\pi f}} \frac{N\mu}{b\sqrt{\sigma}} \quad (19)$$

식(18)과 (19)로부터 참고문헌 (6)에서의 고찰과 다르게 유도기전력을 많이 유도할 수 있도록 제작된 계측기로 측정할 하중에 따른 교류전위차변화는 시험편의 내부 인덕턴스변화, 시험편 내부 인덕턴스와 계측계 사이의 상호인덕턴스 변화 그리고 시험편의 내부 인덕턴스와 전류공급선 사이의 상호인덕턴스 변화에 의하여 발생하였다고 할 수 있다.

3. 결 론

교류전위차법으로 2차원 표면균열을 가진 재료의 모드 I 응력확대계수, K_I 을 효과적으로 계측할 수 있는 방법을 결정하기 위해 시험편에 하중을 가할 때 균열면을 포함한 시험편 내부 및 외부에서의 자속밀도변화를 이론적으로 해석하였다. 이론해석에는 Maxwell 방정식 그리고 균열선단과 균열면을 포함한 시험편 위 공간과 시험편 내부와의 경계조건을 이용하였다.

이론해석결과 균열면 사이의 공기중에서의 자속은 어디서나 일정하며, 이 값은 시험편에 하중을 가하여도 변하지 않는다. 따라서 유도기전력을 많이 유도할 수 있도록 제작된 계측계에 있어 하중에 따른 교류전위차변화는 시험편의 내부 인덕턴스변화, 시험편 내부 인덕턴스와 계측계 사이의 상호인덕턴스 변화 그리고 시험편의 내부 인덕턴스와 전류공급선 사이의 상호인덕턴스 변화에 의하여 발생한다.

참고문헌

- 1) Saka M., Nakayama M., Kaneko T. and H. Abé, : Measurement of Stress-Intensity Factor by Means of A-C Potential Drop Technique. Experimental Mech., Vol. 31, pp. 209-212 (1991)
- 2) 이 정희 : 교류전위차법에 의한 강자성체의 응력확대계수 결정. 대한기계학회 논문집(A), 제20권, 제9호, pp. 1392-1399 (1997)
- 3) Lee J. H., Saka M. and Abé H. : Loading Effect on ACPD of a Crack in Ferromagnetic Material. Experimental Mech., Vol. 37, pp. 132-136(1997)
- 4) Lee J. H., Saka M. and Abé H. : The Effect of Magnetic Field on the Experimental Determination of K_I by Means of ACPD Technique. Post Conference Proceedings of the 1996 VIII International Congress on Experimental Mechanics, pp. 416-420 (1996)
- 5) 이 정희 : 균열을 가진 상자성체의 교류전위차에 미치는 하중의 영향. 비파괴검사학회지 제19권 제1호, pp. 1-7 (1999)

6) 이 정희 : 교류전위차법을 이용한 효과적인
응력확대계수의 측정 방법. 비파괴검사학회지
제19권 제1호 , pp. 8-15 (1999)

(2003년 8월13일 접수, 2003년 11월20일 채택)