

Exponentiality Test of the Three Step-Stress Accelerated Life Testing Model based on Kullback-Leibler Information

Byung Gu Park¹⁾ · Sang Chul Yoon²⁾ · Jeong Eun Lee³⁾

Abstract

In this paper, we propose goodness of fit test statistics based on the estimated Kullback-Leibler information functions using the data from three step stress accelerated life test. This acceleration model is assumed to be a tampered random variable model. The power of the proposed test under various alternatives is compared with Kolmogorov-Smirnov statistic, Cramer-von Mises statistic and Anderson-Darling statistic.

Keywords : accelerated life tests, tampered random variable, step stress, Kullback-Leibler Information function, use condition.

1. 머리말

신뢰성 연구에 있어서 신뢰도가 높은 제품의 수명에 대한 정보를 정상조건에서의 신뢰성시험으로 얻기 위해서는 많은 시간과 비용이 소요된다. 특히 수명주기가 짧은 제품일 경우에는 자료를 얻는 시점이 제품의 수명주기보다 늦어 현실적으로 의미가 없는 경우도 생긴다. 이런 경우 제품을 정상조건보다 더 열악한 조건에서 시험하는 가속수명시험 (accelerated life test; ALTs) 방법으로 해결할 수 있다. 가속수명시험은 시험제품에 스트레스를 가하는 방법에 따라 일정 스트레스 시험 방법과 단계 스트레스 시험 방법으로 분류될 수 있다. 일정 스트레스 시험(constant stress test)은 시험제품에 가해지는 스트레스를 시험의 종결시점까지 일정하게 유지하며 시험하는 방법으로 스트레스간의 관계에 대한 추정문제와 수명시험등은 Viertl (1988), Nelson (1990)등에 의해 연구되었다. 단계 스트레스 시험 (step-stress test) 방법은 스트레스

1) 대구광역시 북구 산격동 1370번지 경북대학교 통계학과 교수
E-mail : bgpark@knu.ac.kr

2) 대구광역시 북구 산격동 1370번지 경북대학교 통계학과 강사
E-mail : scyoon@dhu.ac.kr

3) 대구광역시 북구 산격동 1370번지 경북대학교 통계학과

수준을 단계적으로 변화시키는 것으로 주어진 스트레스 수준에서 시험을 시작하여 일정 시점까지 고장을 관측하고 이 시점까지 고장이 나지 않은 제품에 대하여 스트레스를 더 높은 수준으로 높여 일정 시점까지 시험을 한 후 이 시점까지 고장이 나지 않은 제품에 대해서 더 높은 스트레스 수준에서 시험하는 과정을 반복하여 수명을 측정하는 방법이다. 이 연구는 Khamis와 Higgins (1998), Park, Yoon과 Cho (2000a, 2000b)등에 의해 연구되었다.

일반적으로 단계스트레스 가속수명시험에서 사용되는 모형으로 변환확률변수 (tampered random variable; TRV) 모형, 누적노출 (cumulative exposure; CE) 모형, 그리고 변환실패율 (tempered failure rate; TFR) 모형이 있다. 변환확률변수 모형은 DeGroot와 Goel (1979)이 제안되었으며, 이들은 변환확률변수가 어떤 미지의 가속인자에 의해 변화시간의 단위에 대한 나머지 수명의 곱으로 나타나는 낮은 스트레스에서 높은 스트레스로 변하는 효과를 제안하였다. 누적노출모형을 제안한 Nelson (1990)은 시험제품의 잔여수명은 현재의 스트레스 수준과 현재의 누적고장비율에만 영향을 받고, 고장나지 않은 제품의 수명은 현재의 스트레스 수준에 대응하는 수명분포를 따르되 분포함수의 높이는 현재의 스트레스 수준의 시작점에서의 분포함수의 그 시점까지의 누적고장비율이 된다고 가정하였다. 변환실패율모형은 Bhattacharrya과 Soejoeti (1989)이 제안하였다. 이 모형은 각 스트레스들에 대한 실패율간의 관계를 나타낸다.

한편 과거 많은 학자들이 쿨백-라이블러 정보함수에 기초한 추정량을 제시하고, 정규분포나 지수분포 등을 검정하기 위해 쿨백-라이블러 정보함수에 기초한 검정통계량을 사용하였다. Vasicek (1976)은 정규분포에 대한 엔트로피 추정량에 기초한 적합도 검정을 하였고, Arizono와 Ohta (1989)는 쿨백-라이블러 정보를 이용하여 정규분포에 대한 적합도 검정을 하였다. Ebrahimi와 Habibullah, Soofi (1992)는 쿨백-라이블러 정보함수를 이용한 지수분포에 대한 적합도 검정을 하였고, Taufer (2002)는 관찰값의 변환을 이용한 엔트로피 지수분포에 대한 적합도 검정을 하였다. 이외에도 많은 학자들이 쿨백-라이블러 정보를 이용한 적합도 검정 방법을 제시하였다.

Bessler와 Chernoff, Marshall (1962)이 쿨백-라이블러 정보함수를 이용하여 가속수명시험에 대한 최적 측차 계획법을 제안하였으나 그 이후 쿨백-라이블러 정보함수를 이용한 가속수명시험모형에 대한 추정과 검정 문제의 연구는 이루어진 바가 없다. 그러므로 이러한 연구는 좀 더 깊이 있는 논의가 필요할 것이라고 사료된다. 이에 따라 최근 연구에서 Park, Yoon, Cho (2000a, 2000b)이 주도적인 역할을 하고 있다. 우선 그 처음 단계로 Park와 Yoon, Cho (2000a, 2000b)가 단계 스트레스 가속수명모형을 이용하여 쿨백-라이블러 정보함수에 대한 추정을 제시하였고 그 이후 Park와 Yoon (2003)은 단계 스트레스 가속수명모형을 이용한 검정 방법을 제시하였다.

이 논문에서는 쿨백-라이블러 정보함수를 이용한 가속수명모형에 대한 일반화 연구를 위하여 확장 형태를 찾아보고 단계 스트레스 가속수명모형이 지수분포를 따르는지에 대한 적합도 검정을 위해 세 단계 가속수명시험으로부터 얻은 자료를 이용하여 쿨백-라이블러 정보함수 추정량에 기초한 검정통계량을 제안하고 이 검정통계량과 기존의 검정통계량들의 검정력을 비교하고자 한다. 먼저 2절에서는 쿨백-라이블러 정보함수에 대한 정의와 기존의 검정통계량들에 대해 살펴보고, 세 단계 가속수명모형을 검토하여 이 모형이 지수분포를 따르는지에 대한 적합도 검정을 하기 위한 가설을 수립한다. 3절에서는 쿨백-라이블러 정보함수 추정에 수반되는 엔트로피 추정량과 쿨백-라이블러 정보함수 추정량을 소개하고 이 추정량들에 대한 점근적 성질들을 조사한

다. 4절에서는 3절에서 구한 추정량을 이용하여 검정통계량을 제시하고 이 검정통계량에 대한 기각값들을 구하여 제시된 검정통계량과 기존의 검정통계량을 검정력의 측면에서 비교 분석한다.

2. 쿨백-라이블러 정보함수의 모형과 세 단계 스트레스 가속수명모형에서의 적합도 검정을 위한 가설 수립

이 절에서는 쿨백-라이블러 정보함수모형을 제시하고 일반화 된 모형을 찾기 위하여 세 단계 스트레스 가속수명모형에 대한 모형을 제시하고 적합도 검정을 위하여 Vasicek (1976)이 제안한 엔트로피 추정량을 이용하여 가속수명 모형의 가설 검정관계를 밝혀 보고자한다.

쿨백-라이블러 정보함수는 확률밀도함수 f_0 를 가지는 관측된 분포함수 F_0 와 확률밀도함수 f 를 가지는 모형함수 F 와의 거리로써 쿨백-라이블러 정보함수는 다음과 같이 정의된다 (Kullback과 Leibler (1951)).

$$\begin{aligned} I(f, f_0) &= \int_{-\infty}^{\infty} f(t) \ln \frac{f(t)}{f_0(t)} dt \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} f(t) \ln f(t) dt - \int_{-\infty}^{\infty} f(t) \ln f_0(t) dt \\ &= -H(f) - \int_{-\infty}^{\infty} f(t) \ln f_0(t) dt. \end{aligned} \quad (2.1)$$

여기서 $H(f) = - \int_{-\infty}^{\infty} f(t) \ln f(t) dt = \int_0^1 \left(-\frac{d}{dt} F^{-1}(t) \right) dt$ 는 엔트로피(entropy)라 정의한다.

많은 학자들이 쿨백-라이블러 정보함수의 확률변수에 대한 엔트로피 추정량을 제안한 바 있다. 그 예로서 Vasicek(1976), van Es(1992), Correa(1995), Ebrahimi, Habibullahi와 Soofi(1992) 등이 있다.

세 단계 스트레스 가속수명시험을 하려면 먼저 정상조건 스트레스 수준에서 시험을 시작하여 일정시점까지 고장을 관측하고, 이 시점까지 고장이 안 난 제품에 대해서 더 높은 수준의 스트레스를 주어 일정시간까지 시험한다. 그리고 고장이 안 난 제품에 대해서는 더 높은 스트레스 수준에서 남은 제품이 모두 고장날 때까지 시험을 한다.

변화하는 스트레스의 효과가 어떤 미지의 가속인자 α 와 γ 에 의해 변화시간 η_1 과 η_2 의 단위에 대한 나머지 수명의 곱이라고 가정하자. 그리고 T 를 정상수준에서의 수명시간이라 하고, Y 를 단계 스트레스 가속수명시험에서의 수명시간이라 하자. 이때 세 단계 스트레스 하에서의 수명분포는

$$Y = \begin{cases} T, & 0 < T \leq \eta_1 \\ \eta_1 + \alpha(T - \eta_1), & \eta_1 < T \leq \frac{1}{\alpha}(\eta_2 - \eta_1) + \eta_1 \\ \eta_2 - \gamma(\eta_2 - \eta_1) + \alpha\gamma(T - \eta_1), & T > \frac{1}{\alpha}(\eta_2 - \eta_1) + \eta_1 \end{cases} \quad (2.2)$$

으로 표현될 수 있다. 여기서 Y 는 변환확률변수(TRV)이고, η_1 과 η_2 는 변환점(tampering points)이라 하며, α 와 γ 는 변환계수(tampering coefficients)라 한다 (단, $0 < \alpha, \gamma < 1$).

수많은 신뢰수명 분야에 관련된 문헌의 데이터들은 일반적으로 지수분포를 따른다고 가정을 한다. 그리고 이러한 가정들이 참인지 아닌지를 검정하는 적합도 검정문제는 분석에 있어서 매우 중요하다. 이러한 신뢰수명분야에 있어서 중요한 역할을 하는 지수분포에 대한 적합도 검정을 위해서 다음과 같은 절차를 고려해 보자.

임의의 확률변수 Y 가 확률밀도함수 $f_Y(y, \cdot)$ 와 분포함수 $F_Y(y, \cdot)$ 를 가진다고 가정하고, Y_1, Y_2, \dots, Y_n 을 이 분포로부터의 확률표본이라 하자. 이 때, 주어진 확률표본이 모수 θ 를 가지는 지수분포를 따르는지를 검정하기 위한 귀무가설은

$$H_0: f_Y(y, \cdot) = f_Y(y, \theta, \alpha, \gamma) \quad (2.3)$$

이다. 여기서 $f_Y(y, \theta, \alpha, \gamma)$ 는 단계 스트레스 가속수명모형인 식 (2.1)에 대한 확률밀도함수로 만일 정상조건에서의 수명시간 T 가 모수 θ 인 지수분포를 따른다고 가정하면

$$f_Y(y, \theta, \alpha, \gamma) = \begin{cases} \theta \exp\{-\theta y\}, & 0 < y \leq \eta_1 \\ \frac{\theta}{\alpha} \exp\left\{-\theta\left(\eta_1 + \frac{y - \eta_1}{\alpha}\right)\right\}, & \eta_1 < y \leq \eta_2 \\ \frac{\theta}{\alpha\gamma} \exp\left\{-\theta\left(\eta_1 + \frac{\eta_2 - \eta_1}{\alpha} + \frac{y - \eta_2}{\alpha\gamma}\right)\right\}, & y > \eta_2 \end{cases} \quad (2.4)$$

와 같이 나타낼 수 있다. 가설 (2.3)에 대한 대립가설은

$$H_1: f_Y(y, \cdot) \neq f_Y(y, \theta, \alpha, \gamma) \quad (2.5)$$

이다.

정상조건 s_1 에서 관찰된 n_1 개의 관찰값을 T_1, T_2, \dots, T_{n_1} 라하고 첫 번째 단계 스트레스 조건 s_2 에서 관찰된 n_2 개의 관찰값을 $T_{n_1+1}, T_{n_1+2}, \dots, T_{n_1+n_2}$ 라 하면 두 번째 단계 스트레스 조건 s_3 에서 관찰된 n_3 개의 관찰값을 $T_{n_1+n_2+1}, T_{n_1+n_2+2}, \dots, T_{n_1+n_2+n_3}$ 라 할 수 있다. 만약 $\hat{\alpha}$ 와 $\hat{\gamma}$ 가 α, γ 에 대한 최우 추정량이라고 하면, $\hat{\alpha}$ 와 $\hat{\gamma}$ 및 식 (2.2)을 이용하여 $\eta_1 < T \leq (1/\alpha)(\eta_2 - \eta_1) + \eta_1$, $i = n_1 + 1, n_1 + 2, \dots, n_1 + n_2$ 인 확률변수에 대하여, $\tilde{T}_i = \eta_1 + (Y_i - \eta_1)/\hat{\alpha}$ 로 첫 번째 단계 스트레스 조건에서 관찰된 값을 정상조건에서의 값으로 치환 가능할 것이다. 이렇게 치환한 관찰값들을 $\tilde{T}_{n_1+1}, \tilde{T}_{n_1+2}, \dots, \tilde{T}_{n_1+n_2}$ 라 두자. 마찬가지로, $T_i > (1/\alpha)(\eta_2 - \eta_1) + \eta_1$, $i = n_1 + n_2 + 1, n_1 + n_2 + 2, \dots, n_1 + n_2 + n_3$ 인 확률변수에 대하여 $\tilde{T}_i = \eta_1 + \{Y_i - \eta_2 + \gamma(\eta_2 - \eta_1)\}/\hat{\alpha}\hat{\gamma}$ 로 두 번째 높은 스트레스 조건에

서 관찰된 값을 정상조건에서의 값으로 치환 가능할 것이다. 이렇게 치환된 관찰값들을 $\tilde{T}_{n_1+n_2+1}, \tilde{T}_{n_1+n_2+2}, \dots, \tilde{T}_{n_1+n_2+n_3}$ 라 두자. 여기서 $n = n_1 + n_2 + n_3$ 이고 n_1 은 정상조건 s_1 에서 관찰된 관찰값의 개수이고, n_2 는 첫 번째 단계 스트레스 s_2 에서 관찰된 관찰값의 개수이며, n_3 는 두 번째 단계 스트레스 s_3 에서 관찰된 관찰값의 개수이다. 따라서 확률변수 $\tilde{T}_1, \tilde{T}_2, \dots, \tilde{T}_{n_1+n_2+n_3}$ 는 모수가 θ 인 지수분포를 따르는 확률변수로 취급할 수 있다. 그러므로 Y 의 분포가 모수 θ 를 가지는 지수분포인지를 검정하는 적합도 검정은 단계 스트레스를 준 가속수명시험에서의 $\tilde{T}_i, i=1, 2, \dots, n$ 가 지수분포를 하는가를 검정하는 적합도 검정문제와 일치한다.

정리 2.1 $T_i, i=1, 2, \dots, n$ 가 모수 θ 인 지수분포를 하는 단계 스트레스 가속수명시험의 확률표본이면, $\tilde{T}_1, \tilde{T}_2, \dots, \tilde{T}_n$ 에 대하여

$$T_i - \tilde{T}_i \xrightarrow{P} 0, \quad i=1, 2, \dots, n \quad (2.6)$$

이다.

증명 최우추정량 \hat{a} 와 $\hat{\gamma}$ 가 a, γ 의 일치추정량이므로 최우추정량의 불변성 (invariance property)에 의해 식 (2.6)이 성립함을 알 수 있다.

3. 세 단계 스트레스 가속수명모형에 대한 쿨백-라이블러 정보함수의 추정량

3절에서는 지수분포의 쿨백-라이블러 정보함수의 추정량을 소개하고 그에 대한 점근적 성질들을 검토한다.

$\tilde{T}_1, \tilde{T}_2, \dots, \tilde{T}_n$ 확률밀도함수 식 (2.4)으로부터 추출한 가속수명시험에서 추출된 확률표본이라 할 때, $f_{\tilde{T}_i}$ 를 모수 θ 를 가지는 지수분포를 가지는 세 단계 스트레스 가속수명모형의 확률밀도함수이고, f 를 임의의 확률밀도함수라 하면 Vasicek(1976)의 엔트로피 추정량에 기초한 $H(f)$ 에 대한 추정량을 H_{mn} 이라 둔다면 제안된 추정량은

$$H_{mn} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \ln \left\{ \frac{n}{2m} \left(\tilde{T}_{(i+m)} - \tilde{T}_{(i-m)} \right) \right\} \quad (3.1)$$

으로 정의되어진다. 여기서 m 은 $n/2$ 보다 작은 양의 정수로서 윈도우의 크기 (window size)라고 한다. 식 (3.1)에서 만약 $i < 1$ 이면 $\tilde{T}_{(i)} = \tilde{T}_{(1)}$ 이고, $i > n$ 이면

$\tilde{T}_{(i)} = \tilde{T}_{(n)}$ 이다. 그리고 $\tilde{T}_{(1)} \leq \tilde{T}_{(2)} \leq \dots \leq \tilde{T}_{(n)}$ 는 표본의 크기가 n 인 확률표본의 순서통계량이다.

Vasicek (1976)은 $n \rightarrow \infty, m \rightarrow \infty$ 이고 $m/n \rightarrow 0$ 이면, $H_{mn} \xrightarrow{P} H(f)$ 임을 증명하였다. Vasicek의 H_{mn} 의 점근적 성질을 이용하여 세 단계 스트레스 가속수명모형에서

점근적 성질을 다음과 같이 밝힐 수 있다.

정리 3.1 확률변수 \tilde{T}_i 가 분포함수 F 와 확률밀도함수 f 를 가지고 $Var(\tilde{T}_i < \infty)$ 이면, $\tilde{T}_1, \tilde{T}_2, \dots, \tilde{T}_n$ 가 F 로부터 추출된 확률표본일 때 $n \rightarrow \infty, m \rightarrow \infty$ 에 대하여 $m/n \rightarrow 0$ 이면,

$$H_{mn} \xrightarrow{p} H(f) \quad (3.2)$$

이다.

증명. $\hat{\alpha}$ 과 $\hat{\gamma}$ 이 α 와 γ 의 최우추정량이므로 일치통계량이다. 그러므로 식(3.1)는 $H(f)$ 의 일치통계량이다.

이제 지수분포의 확률표본 Y_i 에 대하여 $\tilde{T}_i = \eta_1 + (Y_i - \eta_1)/\hat{\alpha}$, $i = n_1 + 1, n_1 + 2, \dots, n_2$ 로 변수 변환시키고, $\tilde{T}_i = \eta_1 + \{Y_i - \eta_2 + \gamma(\eta_2 - \eta_1)\}/\hat{\alpha}\hat{\gamma}$, $i = n_2 + 1, n_2 + 2, \dots, n_3$ 로 변수 변환시켜서 만든 지수분포의 단계 스트레스 가속수명모형에 대한 쿨백-라이블러 정보함수 $I(f, f_{\tilde{T}_i})$ 는

$$\begin{aligned} I(f, f_{\tilde{T}_i}) &= -H(f) - \int_0^\infty \ln\{f_{\tilde{T}_i}(t)\}f(t)dt \\ &= -H(f) - \ln\theta + 1 \end{aligned} \quad (3.3)$$

로 표현할 수 있다. 그러므로 식 (3.1)과 식 (3.2)로부터 엔트로피 추정량과 귀무가설 하에서의 모수의 추정량을 대입하여 단계 스트레스 가속수명모형에서의 쿨백-라이블러 정보함수 $I(f, f_{\tilde{T}_i})$ 에 대한 추정량 I_{mn} 는

$$I_{mn} = \hat{I}(f, f_{\tilde{T}_i}) = -H_{mn} - \ln\hat{\theta} + 1 \quad (3.4)$$

로 나타낼 수 있다. 여기서, $\hat{\theta}$ 는 θ 의 최우추정량이다.

단계 스트레스 가속수명모형에서의 쿨백-라이블러 정보함수 $I(f, f_{\tilde{T}_i})$ 에 대한 추정량 I_{mn} 의 점근적 성질은 다음과 같은 정리에 의해 밝힐 수 있다.

정리 3.2 변환확률변수(TRV) $\tilde{T}_1, \tilde{T}_2, \dots, \tilde{T}_n$ 가 지수분포의 확률밀도함수에서 추출된 가속수명시험의 확률표본이고, $n \rightarrow \infty, m \rightarrow \infty$ 에 대하여 $m/n \rightarrow 0$ 이면,

$$I_{mn} = \hat{I}(f, f_{\tilde{T}_i}) \xrightarrow{p} I(f, f_{\tilde{T}_i}) \quad (3.5)$$

이다.

증명 정리 2.1과 정리 3.1의 결과와 $\hat{\theta} \xrightarrow{p} \theta$, 그리고 Slutsky 정리에 의해 식 (3.5)이 성립함을 볼 수 있다.

4. 쿨백-라이블러 정보함수를 이용한 적합도 검정

3절에서 제안된 쿨백-라이블러 정보함수의 추정량 I_{mn} 은 값이 커질수록 적합도 검정의 귀무가설 H_0 를 기각할 확률이 높아진다. 이러한 이유로 단계 스트레스 가속수명모형에 대한 쿨백-라이블러 정보함수 추정량 자체가 검정통계량으로서의 역할을 한다.

이 절에서는 앞에서 구한 쿨백-라이블러 정보함수의 추정량 I_{mn} 에 대하여 단조변환을 시킴으로서 귀무가설 H_0 를 검정할 검정통계량 KL_{mn} 을 다음과 같이 제안한다.

$$\begin{aligned} KL_{mn} &= \exp(-I_{mn}) \\ &= \exp(H_{mn} + \ln \hat{\theta} - 1) \\ &= \frac{\frac{n}{2m} \prod_{i=1}^n (\tilde{T}_{(i+m)} - \tilde{T}_{(i-m)})^{\frac{1}{n}}}{\exp(-\ln \hat{\theta} + 1)} \end{aligned} \quad (4.1)$$

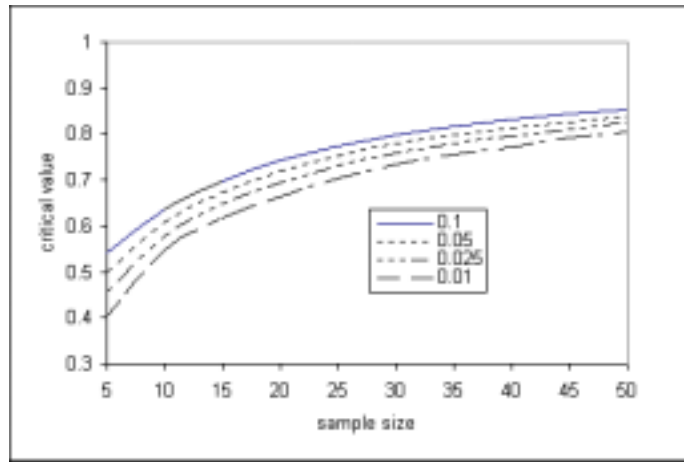
이 때 제안된 검정통계량 KL_{mn} 의 값이 적을수록 귀무가설을 기각할 확률이 높아진다. 그러므로 기각값 $KL_{mn}(\alpha)$ 에 대하여 만약 $KL_{mn} < KL_{mn}(\alpha)$ 이면, 귀무가설 H_0 를 기각한다.

< 표 4.1 >은 제안된 검정통계량 KL_{mn} 에 대한 기각값 $KL_{mn}(\alpha)$ 을 구하기 위해 표본의 크기 n 에 관련되는 윈도우 크기 $m (< n/2)$ 에서 지수분포 난수를 10,000번 반복하여 발생시켜 정상조건에서의 단계 스트레스 가속수명시험의 기각값들 중 검정력을 최대로 하는, 즉 가장 큰 기각값을 가지는 m 의 값을 모의실험(Monte-Carlo simulation)을 통하여 얻은 결과이다. 이 m 을 이용하여 각각의 유의수준 α 에서 $KL_{mn}(\alpha)$ 을 기각 영역으로 결정한다. 그리고 m 에 대하여 KL_{mn} 을 가장 크게 하는 값을 구하여 검정한다.

< 표 4.2 >는 < 표 4.1 >에 의해 구한 m 의 값을 이용하여 각각의 표본 크기에 대하여 신뢰계수 $\alpha = 0.1, 0.05, 0.025, 0.01$ 에 대한 반복횟수 10,000번의 모의실험을 통해 얻어진 KL_{mn} 의 기각값들이다.

<표 4.1> 기각값을 최대화하는 m 값

Sample size(n)	Window size(m)
5	2
6~7	3
8~14	4
15~42	5
43~60	6
61~80	7
81~100	8
101~115	9
116~139	10
140~157	11
158~184	12
185~210	13
211~230	14
231~259	15
260이상	16

<그림 4.1> 각각의 표본수에 대한 $KL_{m\alpha}$ 검정통계량의 기각값

<표4.2> 각각의 표본수에 대한 KL_{mn} 검정통계량의 기각값

Sample size	Window size	Critical Values			
n	m	0.1	0.05	0.025	0.01
5	2	0.5404	0.4995	0.4564	0.4030
6	3	0.5626	0.5334	0.5443	0.4668
7	3	0.5872	0.5541	0.5207	0.4814
8	4	0.5978	0.5708	0.5455	0.5113
9	4	0.6193	0.5903	0.5628	0.5279
10	4	0.6365	0.6074	0.5788	0.5461
11	4	0.6532	0.6239	0.5969	0.5642
12	4	0.6669	0.6373	0.6081	0.5711
13	4	0.6779	0.6489	0.6193	0.5859
14	4	0.6908	0.6618	0.6333	0.5992
15	5	0.6976	0.6716	0.6481	0.6178
16	5	0.7070	0.6816	0.6580	0.6302
17	5	0.7167	0.6918	0.6683	0.6406
18	5	0.7259	0.7006	0.6772	0.6473
19	5	0.7349	0.7099	0.6872	0.6583
20	5	0.7422	0.7175	0.6936	0.6650
25	5	0.7753	0.7520	0.7306	0.7042
30	5	0.7993	0.7788	0.7595	0.7353
35	5	0.8173	0.7973	0.7789	0.7567
40	5	0.8319	0.8135	0.7967	0.7714
45	6	0.8433	0.8265	0.8115	0.7911
50	6	0.8537	0.8389	0.8248	0.8058
60	6	0.8696	0.8563	0.8435	0.8281
70	7	0.8820	0.8701	0.8589	0.8451
80	7	0.8919	0.8805	0.8699	0.8565
90	8	0.9001	0.8898	0.8802	0.8690
100	8	0.9062	0.8970	0.8885	0.8774
110	9	0.9120	0.9031	0.8946	0.8849
120	10	0.9170	0.9081	0.9007	0.8917
130	10	0.9210	0.9126	0.9053	0.8961
140	11	0.9249	0.9172	0.9103	0.9018
150	11	0.9282	0.9209	0.9145	0.9064

식 (4.1)에서 제안된 검정통계량 KL_{mn} 과 기존의 검정통계량들 Kolmogorov-Smirnov (D_n), Cramer-von Mises (W_n^2), Anderson-Darling (A_n^2) 검정통계량의 검정력을 비교하기 위하여 대립가설의 분포로 균일분포, 와일블분포, 감마분포 및 대수정규분포를 고려하였다.

각각의 대립분포들에 대하여 표본의 크기 n 은 10, 20, 30, 40, 50을 주었고, 모의실

험의 반복횟수는 10,000번을 하였다. 제안된 통계량의 기각값은 <표 4.1>에서 구한 값 (유의수준은 0.05에 해당하는 값)을 사용하였다.

<표 4.3>은 균일분포에 대한 검정력 비교의 결과들이고, <표 4.4>는 와이블분포, <표 4.5>은 감마분포, <표 4.6>는 대수정규분포에 대한 검정력 비교의 결과들이다. <표 4.3>의 균일분포와 <표 4.4>의 와이블분포, <표 4.5>의 감마분포의 검정력의 비교에 있어서는 제안된 검정통계량 KL_{mn} 이 기존의 다른 검정통계량의 검정력보다 뛰어난 검정력을 가짐을 알 수 있다. 그러나 <표 4.6>의 대수정규분포에 있어서는 추출된 표본의 개수가 작은 경우에는 제안된 검정통계량의 검정력이 우수하지만 표본의 개수가 점점 커질수록 Cramer-von Mises (W_n^2) 통계량과 Anderson-Darling(A_n^2) 통계량의 검정력이 제안된 검정통계량의 검정력보다 다소 나은 것을 알 수 있다. 또한 각 표에서 알 수 있듯이 표본의 크기가 증가할수록 검정력 값들의 차이가 두드러짐을 알 수 있다.

모의실험을 통해 세 단계 스트레스 가속수명모형인 변환확률변수모형이 지수분포를 따르는지를 검정하기 위해 쿨백-라이블러 정보의 추정량을 이용하여 제시한 검정통계량은 대수정규분포를 제외한 나머지 분포들에 있어서 기존의 경험적 분포에 기초한 검정통계량들보다 우수한 검정력을 가진다는 것을 알 수 있었다.

<표 4.3> 균일분포에 대한 검정력 비교

n	a	b	KL_{mn}	D_n	W_n^2	A_n^2
10	0.0	1.0	0.2112	0.0944	0.0988	0.0628
	0.2	1.7	0.6628	0.2046	0.2574	0.1182
	0.4	2.0	0.7206	0.2732	0.3856	0.1968
20	0.0	1.0	0.3352	0.1322	0.1482	0.1064
	0.2	1.7	0.9242	0.4400	0.6366	0.5274
	0.4	2.0	0.9148	0.6428	0.8476	0.7258
30	0.0	1.0	0.5562	0.1580	0.1966	0.4186
	0.2	1.7	0.9956	0.6262	0.8792	0.8552
	0.4	2.0	0.9932	0.8254	0.9744	0.9430
40	0.0	1.0	0.7486	0.1974	0.2676	0.2326
	0.2	1.7	0.9998	0.7838	0.9774	0.9800
	0.4	2.0	0.9998	0.9216	0.9948	0.9908
50	0.0	1.0	0.8934	0.2504	0.3512	0.3244
	0.2	1.7	1.0000	0.8860	0.9970	0.9990
	0.4	2.0	1.0000	0.9778	0.9996	0.9992

<표 4.4> 와이블분포에 대한 검정력 비교

n	a	b	KL_{mn}	D_n	W_n^2	A_n^2
10	2.0	2.0	0.1860	0.1064	0.1038	0.0572
	2.3	2.5	0.1520	0.0620	0.0510	0.0190
	2.5	3.0	0.1776	0.0686	0.0648	0.0188
20	2.0	2.0	0.3308	0.1972	0.1960	0.1586
	2.3	2.5	0.2884	0.0694	0.0576	0.0356
	2.5	3.0	0.2734	0.1124	0.1138	0.0520
30	2.0	2.0	0.4390	0.2922	0.2852	0.2810
	2.3	2.5	0.4192	0.1020	0.0872	0.0806
	2.5	3.0	0.3784	0.1124	0.1616	0.0898
40	2.0	2.0	0.5400	0.3948	0.3948	0.4198
	2.3	2.5	0.5168	0.1334	0.1162	0.1370
	2.5	3.0	0.4798	0.1854	0.2182	0.1444
50	2.0	2.0	0.6246	0.4804	0.4812	0.5342
	2.3	2.5	0.6130	0.1718	0.1514	0.2020
	2.5	3.0	0.5826	0.2160	0.2676	0.2016

<표 4.5> 감마분포에 대한 검정력 비교

n	a	b	KL_{mn}	D_n	W_n^2	A_n^2
10	2.0	1.0	0.1560	0.0848	0.0816	0.0428
	2.5	1.2	0.2168	0.0492	0.0428	0.0140
	3.0	1.5	0.1376	0.0718	0.0690	0.0208
20	2.0	1.0	0.2306	0.1270	0.1228	0.0978
	2.5	1.2	0.2020	0.0620	0.0558	0.0318
	3.0	1.5	0.1648	0.1062	0.1188	0.0458
30	2.0	1.0	0.3120	0.1796	0.1794	0.1728
	2.5	1.2	0.2730	0.0672	0.0620	0.0484
	3.0	1.5	0.2210	0.1360	0.1486	0.0706
40	2.0	1.0	0.3602	0.2406	0.2460	0.2596
	2.5	1.2	0.3292	0.0784	0.0746	0.0696
	3.0	1.5	0.2778	0.1396	0.1662	0.0810
50	2.0	1.0	0.4184	0.3068	0.3220	0.3640
	2.5	1.2	0.4132	0.0908	0.0858	0.0928
	3.0	1.5	0.3426	0.1786	0.2044	0.1196

<표 4.6> 대수정규분포에 대한 검정력 비교

n	a	b	KL_{mn}	D_n	W_n^2	A_n^2
10	-0.3	0.7	0.3278	0.2942	0.3440	0.2158
	-0.2	1.0	0.1070	0.0988	0.1108	0.0524
	-0.1	1.2	0.0556	0.0664	0.0710	0.0376
20	-0.3	0.7	0.6282	0.7262	0.7992	0.7526
	-0.2	0.4	0.1754	0.2021	0.0248	0.1864
	-0.1	1.2	0.0970	0.0888	0.0710	0.0376
30	-0.3	0.7	0.8460	0.9114	0.9420	0.9420
	-0.2	1.0	0.2674	0.2802	0.3444	0.3104
	-0.1	1.2	0.1050	0.1006	0.1280	0.0926
40	-0.3	0.7	0.9418	0.9730	0.9854	0.9890
	-0.2	1.0	0.3328	0.3418	0.4116	0.4072
	-0.1	1.2	0.1272	0.1226	0.1464	0.1310
50	-0.3	0.7	0.9800	0.9930	0.9968	0.9986
	-0.2	1.0	0.3910	0.4114	0.4898	0.5106
	-0.1	1.2	0.1386	0.1394	0.1670	0.1568

참고문헌

1. Arizono, L. and Ohta, H. (1989). A Test for Normality Based on Kullback-Leibler Information, *The American Statistician*, 43, 20-22.
2. Bessler, S., Chernoff, H. and Marshall, A. W. (1962). An Optimal Sequential Accelerated Life Test, *Technometrics*, 4, 367-369.
3. Bhattacharya, G. K. and Soejoeti, Z. (1989). A Tampered Failure Rate Model for Step-Stress Accelerated Life Test, *Communications in Statistics-Theory and Method*, 18, 1627-1643
4. Correa, J. C. (1995). A New Estimator of Entropy, *Communications in Statistics-Theory and Methods*, 24, 2439-2449.
5. DeGroot, M. H. and Goel, P. K. (1979). Bayesian Estimation and Optimal Design in Partially Accelerated Life Testing, *Naval Research Logistics Quarterly*, 26, 223-235.
6. Ebrahimi, N., Habibullah, M. and Soofi, E. S. (1992), Testing Exponentiality based on Kullback-Leibler Information, *Journal of Royal Statistical Society*, B, 54, 739-748
7. Khamis, I. H. and Higgins, J. J. (1998). A new Model for Step-Stress

- Testing, *IEEE Transactions on Reliability*, 47, 131-134.
8. Kullback, S. and Leibler, R. A. (1951). On Information and Sufficiency, *Annals of Mathematical Statistics*, Vol. 22, 79-86.
 9. Nelson, W. (1990). *Accelerated Testing-Statistical Models, Testing Plans, and Data Analysis*, John Wiley & Sons.
 10. Park, B. G., Yoon, S. C. and Cho, G. H. (2000a). An Estimation of Kullback-Leibler Information Function based on Step Stress Accelerated Life Test, *The Korea Journal of Applied Statistics*, 13, 563-573.
 11. Park, B. G., Yoon, S. C. and Cho, J. Y. (2000b). On Estimating of Kullback-Leibler Information Function using Three Step Stress Accelerated Life Test, *International Journal of Reliability and Application*, 1, No 2, 155-165.
 12. Park, B. G., Yoon, S. C. (2003). Test of Exponentiality in Step Stress Accelerated Life test Model based on Kullback-Leibler Information Function, *Journal of the Korean Society for Quality Management*, To submitted.
 13. Taufer, E. (2002). On Entropy based Tests for Exponentiality, *Communications in Statistics- Simulation and Computations*, 31(2), 189-200.
 14. Van Es, B. (1992). Estimating Functionals Related to a Density by Class of Statistics Based on Spacings, *Scandinavian Journal of Statistics*, 19, 61-72.
 15. Vasicek, O. A. (1976). A Test for Normality based on Sample Entropy, *Journal of Royal Statistical Society, B*, 38, p55-59.
 16. Viertl, R. (1988). *Statistical Methods in Accelerated Life Testing*, Vandenhoeck and Ruprecht in Göttingen.

[2003년 9월 접수, 2003년 11월 채택]