

# 압전체로 구동되는 질량흐름 제어기에서 레이놀즈 방정식을 이용한 유량 특성 연구

## A Study of Flow Characteristics using Reynold's Equation on Mass Flow Controller Actuated by Piezoelectric Material

이상경 · 김영수  
S. K. Lee, Y. S. Kim

**Key Words** : Piezoelectric Material(압전체), Sputtering(스퍼터링), Bending Moment(굽힘 모멘트), Flow Control (유량제어), MFC(Mass flow Controller 질량흐름 제어기), Reynold's Equation(레이놀즈 방정식)

**Abstract** : In this paper, the relation between displacement of piezoelectric disk and electric field was proposed. From Navier-Stokes equation and Reynold's equation, the relation between flow and gap of plate was determined. This models were further verified by experiments. Based on theoretical study and experimental verification, the proposed model between flow rate and voltage can be used in the design of mass flow controller in gas supplying system.

### 기호 설명

- [D] : 전기적 변위(electrical displacement) 행렬
- [S] : 변형률 행렬
- [T] : 응력 행렬
- [d] : 압전 변형(piezoelectric strain)계수 행렬
- [ $\epsilon^T$ ] : 유전(permittivity)계수 행렬
- [ $s^E$ ] : 탄성 컴플라이언스(elastic compliance)계수 행렬
- b : 압전체의 폭
- h : 압전체의 두께
- L : 압전체의 길이
- E : 압전체의 영률
- $d_{31}$  : 압전변형계수
- S : 변형률
- $\sigma$  : 응력

1%이하의 정밀도를 가지고 가스의 유량 흐름을 제어하는 유량 제어기의 기술개발이 요구되어 왔다<sup>1)</sup>. 스퍼터링(sputtering)은 반도체 제작과정의 대표적인 공정으로 Fig. 1과 같이 구성되어 있으며, 챔버(chamber) 내부에 증착판과 재료가 있고 가스의 양과 인가되는 전압으로 증착되는 재료의 양을 제어한다. 이를 위하여 챔버 내부에 공급되는 가스의 유량을 다양한 방법으로 측정하여 이를 설정값과 비교하여 출력되는 공급가스를 제어한다. 밸브의 종류에는 솔레노이드(solenoid), 열(thermal), 압전체 방식 등이 있으며, 공급되는 산소의 고 정밀 유량 제어를 위하여 압전체(piezoelectric material)를 이용한 밸브와 압전체 밸브제어기를 이용한다<sup>2)</sup>. 압전체는 전기적 에너지를 기계적 에너지로 변환시키고 그 반대로 기계적 에너지를 전기 에너지로 변환시키는 전기-기계적 결합 특성이 우수한 물질이다. 이 특성을 이용하여 가진기로 널리 사용되고 있다. 그러나 이제까지의 연구는 유연구조물 등에 집중되어 외팔보 굽힘 제어<sup>3)</sup>, 압전체의 부분적 접착위치에 대한 연구<sup>4)</sup>, 해밀톤의 원리를 이용한 유연구조물의 운동방정식을 상태방정식으로 유도하는 연구<sup>5)</sup>, 유연구조물의 소음제거에 대한 연구가 진행되어 왔다<sup>6)</sup>.

### 1. 서 론

가스를 사용하는 반도체등의 웨이퍼 제작공정에서

본 연구에서는 길이에 비하여 두께가 얇은 압전체의 인가전압 대비 변위를 유도하고, 스프링과 가스의 압이 동시에 작용할 때 압전체의 변위와 유량의 관계

---

접수일 : 2003년 4월 16일  
 이상경(책임저자) : (주)엠펜인  
 E-mail : sslsk@hitel.net, Tel : 018-311-6549  
 김영수 : 부경대학교

를 레이놀즈 방정식을 이용하여 유도하였으며 실험을 통하여 검증함으로써 이 결과를 제어기의 설계에 이용할 수 있음을 확인하였다.

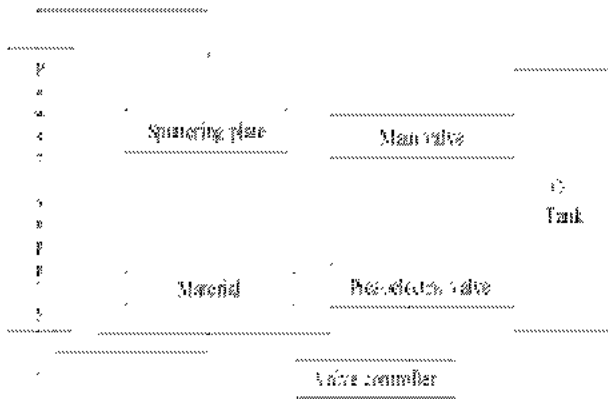


Fig. 1 Diagram of sputtering machine

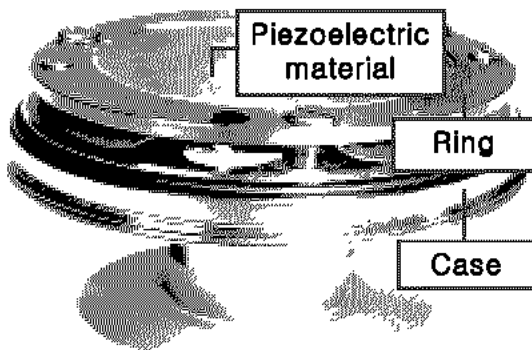


Fig. 2 Piezoelectric valve system

## 2. 압전 특성식

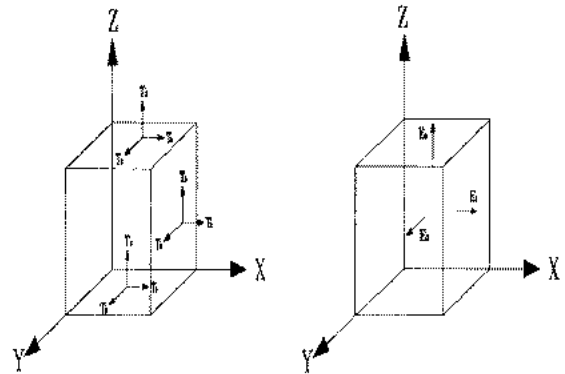
압전체 밸브는 Fig. 2와 같이 압전체와 이를 고정하는 링이 케이스에 부착된 구조이며 압전체에 인가된 전압에 비례하여 압전체의 변형이 일어나고 이때 생기는 틈으로 가스가 흐르는 구조이다. 응력과 전계(electric field)가 압전체에 인가되면 전기적 변위와 변형률은

$$[D] = [\epsilon^T][E] + [d][T] \quad (1)$$

$$[S] = [d]^T[E] + [s^E][T] \quad (2)$$

로 주어지며<sup>(7)</sup>, 여기서  $[D]$ 는 전기적 변위(electrical displacement) 행렬이고  $[T]$ 는 응력 행렬이고  $[S]$ 는 변형률 행렬이다.  $[\epsilon^T]$ 는 일정한 응력에서 유전

(permittivity)계수 행렬이고  $[d]$ 는 압전 변형(piezoelectric strain)계수 행렬이다.  $[s^E]$ 는 일정한 전계에서 탄성 컴플라이언스(elastic-compliance)계수 행렬이다. 응력과 전계의 기준 좌표가 Fig. 3과 같을 때  $[D]$ ,  $[E]$ ,  $[T]$  및  $[S]$ 는



(a) stress direction (b) electric field direction

Fig. 3 Coordinates of piezoelectric material

$$[D] = [D_1 \ D_2 \ D_3]^T \quad (3)$$

$$[E] = [E_1 \ E_2 \ E_3]^T \quad (4)$$

$$[T] = [T_{11} \ T_{22} \ T_{33} \ T_{23} \ T_{31} \ T_{12}]^T \quad (5)$$

$$\approx [T_1 \ T_2 \ T_3 \ T_4 \ T_5 \ T_6]^T$$

$$[S] = [S_{11} \ S_{22} \ S_{33} \ 2S_{23} \ 2S_{31} \ 2S_{12}]^T \quad (6)$$

$$\approx [S_1 \ S_2 \ S_3 \ S_4 \ S_5 \ S_6]^T$$

길이에 비하여 두께가 얇은 압전체는 1과 2방향으로 등방성이므로<sup>(8)</sup> 각 계수의 행렬은 다음과 같다.

$$[d] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & d_{15} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & d_{15} & 0 & 0 \\ d_{31} & d_{31} & d_{31} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$[\epsilon^T] = \begin{bmatrix} \epsilon_{11}^T & 0 & 0 \\ 0 & \epsilon_{22}^T & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon_{33}^T \end{bmatrix}$$

$$[S^E] = \begin{bmatrix} S_{11}^E & S_{12}^E & S_{13}^E & 0 & 0 & 0 \\ S_{12}^E & S_{22}^E & S_{13}^E & 0 & 0 & 0 \\ S_{13}^E & S_{13}^E & S_{33}^E & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & S_{44}^E & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & S_{55}^E & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & S_{66}^E \end{bmatrix}$$

### 3. 압전체의 전압과 변위

압전체 디스크에 전압을 인가하면 굽힘 모멘트가 발생되어 디스크는 변형이 일어난다. Fig. 4와 같이  $L$ 은 압전체의 길이,  $b$ 는 폭,  $h$ 는 두께이다. 압전체에 전압  $V$ 를 인가하면 압전체에 발생하는 보의 길이 방향의 변형을  $S$ 와 응력  $\sigma$ 은

$$S = \frac{d_{31}}{h} V \quad (7)$$

$$\sigma = ES = E \frac{d_{31}}{h} V \quad (8)$$

여기서  $E$ 는 압전체의 영률이다. 그러므로 발생하는 힘  $F$ 와 모멘트  $M(x)$ 는

$$F = \sigma b \quad (9)$$

$$M(x) = 2 \int_0^h F \cdot z dz = d_{31} b h E V \quad (10)$$

한편, Fig. 5와 같이 변형이 일어날 때 응력  $\sigma$ 와 곡률 반경의 관계는 다음으로 주어진다.

$$M(x) = \frac{1}{2} b h^3 E \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \quad (12)$$

고정단에서 경계조건은 변위와 기울기가 0이다. 따라서

$$w(x) = \frac{2}{h^2} d_{31} V x^2 \quad (13)$$

그러므로 반경  $L$ 인 원판의 경우 최대변위는 다음과 같다.

$$w(L) = \frac{2}{h^2} d_{31} L^2 V \quad (14)$$

따라서, 변위는 전압에 비례하며, 본 논문에서 사용한 압전소자의 성질은 Table 1과 같다.

Table 1 Piezoelectric properties and dimensions

specification		
$d_{31}$ (C/N)	strain coefficient	$190 \times 10^{-12}$
$h$ (m)	thickness	$0.44 \times 10^{-3}$
$r$ (m)	radius	$15.9 \times 10^{-3}$

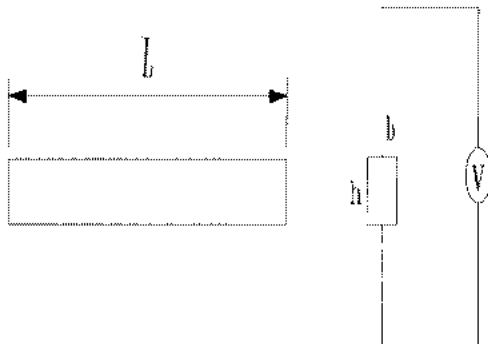


Fig. 4 Dimension of piezoelectric material

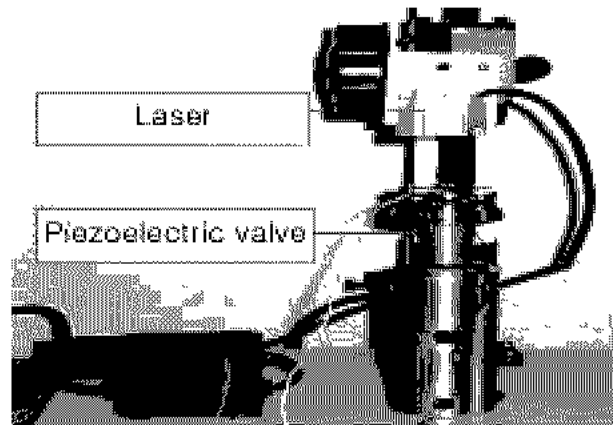


Fig. 6 Photo of laser measuring device

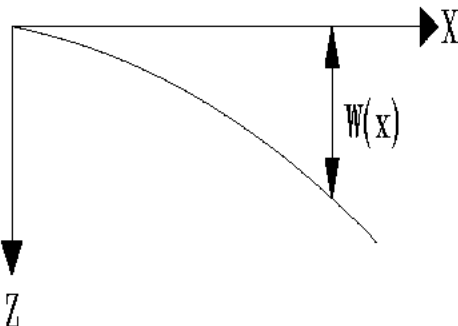


Fig. 5 Deflection of piezoelectric material

$$\sigma = E \frac{1}{\rho} \frac{h}{2} = \frac{1}{2} E h \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \quad (11)$$

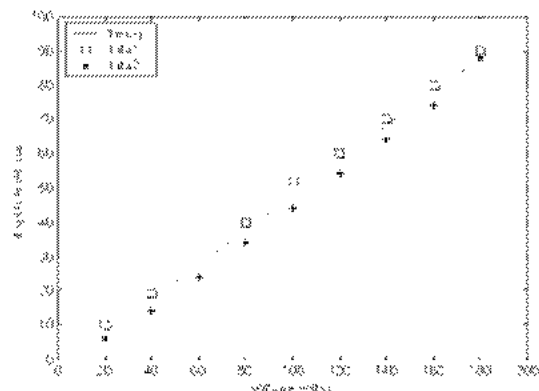


Fig. 7 Comparison between theory and experimental data

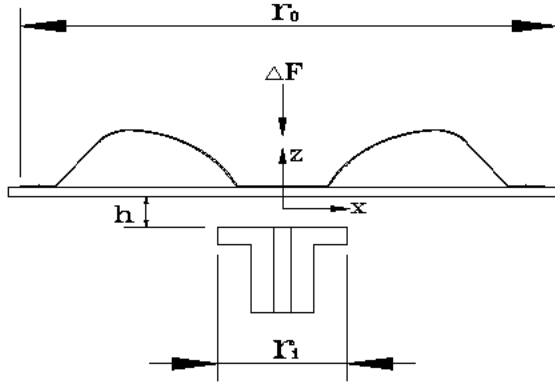


Fig. 8 Piezoelectric forced by spring and pressure difference

Fig. 6은 실험장치로써 압전체는 피에조 사 T216-A4NO -373X, 압전체의 파워증폭기는 피에조 사 EPA- 104, 레이저측정기는 오므론(omron)사 ZX-LD40을 사용하였다. Fig. 7에 피에조의 전압대비 변위를 이론식과 실험치를 비교하였다.

#### 4. 스프링과 가스 압이 있는 압전체

초기 기밀유지를 위하여 판스프링이 Fig. 8과 같이 작용하는 경우에 실험을 통하여 판스프링 부착전후의 변위량을 구한 결과는 Fig. 9와 같다. 또한 케이스 내에서 압전체의 상하에 압력으로 인한 힘의 차이가 존재하므로 틈새에서 가스의 압력으로 인하여 압전체에 작용하는 힘이  $F_1$ 이면

$$F_1 = \pi \left[ r_o^2 p_o - \frac{1}{2} (p_o - p_i) \frac{r_o^2 - r_i^2}{\ln r_o - \ln r_i} \right] \quad (15)$$

상부에서 압전체에 작용하는 힘이  $F_2$ 일때

$$F_2 = \pi r_o^2 p_o \quad (16)$$

압전체에 작용하는 힘의 차이는

$$\Delta F = F_2 - F_1 = \frac{1}{2} (p_o - p_i) \frac{r_o^2 - r_i^2}{\ln r_o - \ln r_i} \quad (17)$$

실험에 사용한 것은

$$r_o = 31.8\text{mm}, \quad r_i = 0.5\text{mm}$$

이며,  $p_o - p_i = 2.5 \times 10^5$  [Pa]이므로 판스프링과 압력차가 동시에 작용할 때의 인가 전압과 압전체의 변위를 스프링이 없는 경우를 동시에 Fig. 10에 나타내었다.

#### 5. 압전체 밸브의 유량

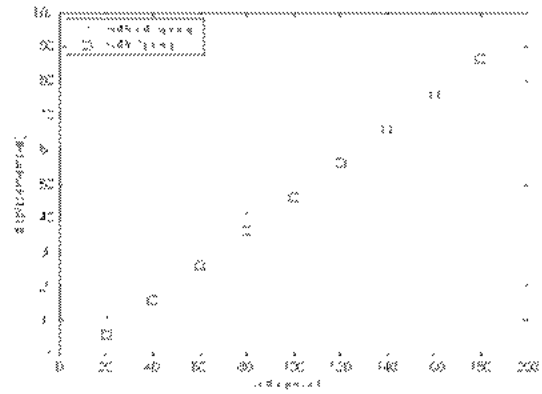


Fig. 9 Piezoelectric deformation between with spring and without spring

Fig. 8과 같이 정지한 2개의 평행판 사이에서의 속도분포는 Navier-Stokes 방정식으로부터

$$\frac{d^2 u}{dz^2} = \frac{1}{\eta} \frac{dp}{dx} \quad (18)$$

경계조건을 적용하면

$$u = \frac{1}{2\eta} \frac{dp}{dx} (z^2 - hz) \quad (19)$$

또한 레이놀즈 방정식으로부터

$$\frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{\rho r h^3}{\eta} \frac{\partial p}{\partial r} \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} \left( \frac{\rho h^3}{\eta} \frac{\partial p}{\partial \theta} \right) = 0 \quad (20)$$

경계조건을 적용하면

$$p = p_o + (p_o - p_i) \frac{\ln r - \ln r_o}{\ln r_o - \ln r_i} \quad (21)$$

틈새에서의 속도분포는

$$\frac{dp}{dr} = \frac{1}{r} \frac{p_o - p_i}{\ln r_o - \ln r_i} \quad \text{이므로}$$

$$u = \frac{p_o - p_i}{2\eta r (\ln r_o - \ln r_i)} (z^2 - hz) \quad (22)$$

그러므로 유량은 틈새  $h$ 의 3승에 비례한다.

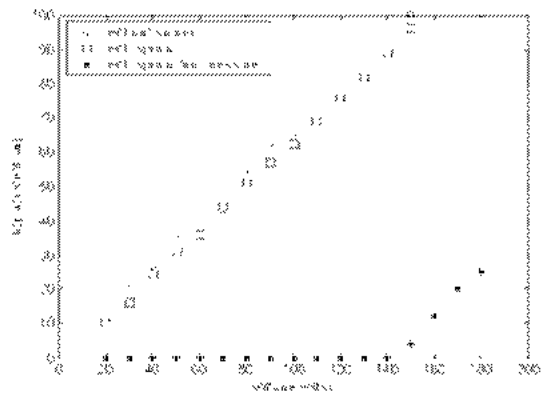


Fig. 10 Piezoelectric deformation between with spring and with spring and pressure

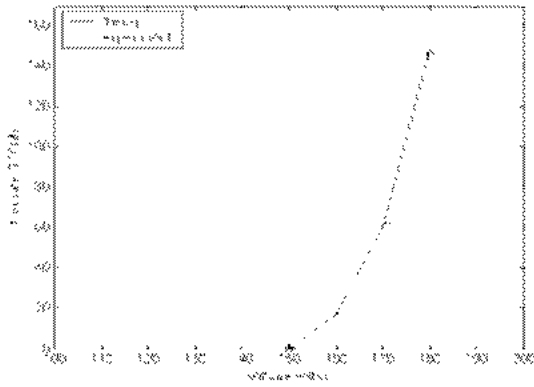


Fig. 11 Comparison between theoretical and experimental data

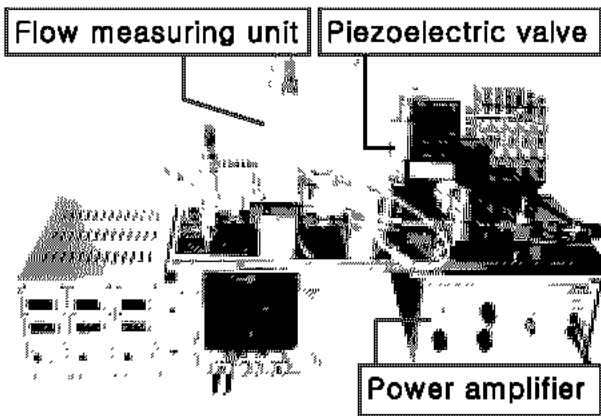


Fig. 12 Measurement system of flow rate

$$q = \int_0^h u dA = \frac{\pi h^3 (p_o - p_i)}{6\eta (\ln r_o - \ln r_i)} \quad (23)$$

Fig. 11에 유량의 이론치와 실험치를 나타내었으며  $\eta$ 는 점성계수로서  $17.9 \times 10^{-6}$  [Pa · s]이다.

### 6. 유량 측정 장치

Fig. 12는 압전체 밸브의 유량 측정 장치이다. 구성은 측정 장치를 보호하기 위한 필터(filter), 가스의 공급하기 위한 다이어프램(diaphragm)방식의 스위치, 압력 조절용 레귤레이터, 300 SCCM(standard cubic centimeter per minute)의 유량 측정 유니트로 제작하였고 압력용기는 40 리터로서 사용 가스는 순도 99.999%의  $N_2$ , 0.75PPM의  $O_2$ , 5PPM이하의  $H_2O$ 로 구성되어 분석정밀도는  $\pm 2\%$ 이다.

### 7. 결 론

본 논문은 압전체의 전압과 변위의 선형관계식을 이론을 통하여 유도하고 실험을 통하여 검증하였으며, 스프링이 부착되고 압전체의 상하에 케이스 내에 압력으로 인한 힘의 차이가 동시에 작용할 때 압전체의 변위량을 구하였고, 전압과 유량의 비선형관계를 이론과 실험을 통하여 구함으로써 압전체 밸브에서 입력인 전압과 출력인 유량의 관계를 규명하여 제어 위한 모델링으로 사용할 수 있음을 확인하였다.

### 참고문헌

1. J. M. Benson, W. C. Baker, E. Easter, 1970 "Thermal Mass Flow-meter", Instrument Control System. Vol. 43, pp. 85~87.
2. R. Le Letty, 2002, "Valves Based on Amplified Piezoelectric Actuators", 8th International Conference on New Actuators, pp. 141~144.
3. T. Bailey, J. E. Hubbard, 1981, "Distributed Piezoelectric-Polymer Active Vibration Control of a Cantilever Beam," AIAA Journal of Guidance and Control, Vol. 8, No. 5, pp. 606~611.
4. S. J. Kim, 1992, "A Study of Piezoelectric Actuators for Active Noise and Vibration Control", Ph.D Thesis, Purdue University, Dec.
5. N. W. Hagood, W. H. Chung, A. von Flotow, 1990, "Modelling of Piezoelectric Actuator Dynamics for Active Structural Control", AIAA 31th structures, Structural Dynamics and Materials Conference, Long Beach, April.
6. H. T. Banks, R. J. Silcox, R. C. Smith, 1991, "Modeling and Control of Acoustic Structure Interaction Problems via Piezoceramic Actuators: 2D Numerical Examples", ASME Journal of Vibration and Acoustics, July, pp. 386~396.
7. B. A. Auld, 1990, "Acoustic Fields and Waves in Solids", Vol. 1: second edition, Krieger Publishing Company, pp. 265~356.
8. S. Y. Lin, 1998, "Coupled Vibration Analysis of Piezoelectric Ceramic Disk Resonators", Institute, Journal of Sound and Vibration, pp. 205~217.