한국동력기계공학학회지 제7권 제3호 pp.48~53 2003년 8월

H_∞ 제어기에 의한 능동 자기 베어링 시스템의 강인한 제어계 설계

Robust Control System Design for an AMB by H_∞ Controller

창 유 · 양주호
Y. Chang and J. H. Yang

Key Words : Rotor Bearing System(로터 베어링 시스템), Robust Control(로바스트 제어), H_∞ Controller(H_∞ 제어기), Active Magnetic Bearing(능동 베어링 시스템)

Abstract : This paper deals with the control of a horizontally placed flexible rotor levitated by electromagnets in a multi-input/multi-output (MIMO) active magnetic bearing(AMB) system. AMB is a kind of novel high performance bearing which can suspend the rotor by magnetic force. Its contact-free manner between the rotor and stator results in it being able to operate under much higher speed than conventional rolling bearings with relatively low power losses, as well as being environmental-friendly technology for AMB system having no wear and no lubrication requirements. In this MIMO AMB system, the rotor is a complex mechanical system, it not only has rigid body characteristics such as translational and slope motion but also bends as a flexible body. Reduced order nominal model is computed by consideration of the first 3 mode shapes of rotor dynamics. Then, the H_∞ control strategy is applied to get robust controller. Such robustness of the control system as the ability of disturbance rejection and modeling error is guaranteed by using H_∞ control strategy. Simulation results show the validation of the designed control system and the modeling method to the rotor.

1. 서 론

수십년 전부터 기존의 접촉식 베어링의 단점을 극복하고 고효율을 도모하기 위하여 능동형 자기 베어링(AMB:active magnetic bearing)을 개발하여 여러 분야에 적용하고자 하는 연구가 활발히 진행되고 있다[6].

이 AMB는 회전축과 지지요소가 비접촉이기 때문에 일반적으로 널리 이용되고 있는 접촉식 베어링과는 달리 마찰, 열 소음이 거의 없을 뿐만 아니라 고속회전이 가능하다. 또한 AMB는 기계식 베어링에 비하여 지지면적이 크기 때문에 지지력이 분산 · 평균화되어 부드럽게 지지할 수 있는 장점 등이 있다.

저자들의 연구실에서는 새로운 제어 알고리즘을 AMB에 적용하여 자기 베어링의 성능을 개선하고, 새로운 제어 알고리즘으로 구성된 제어시스템의 타당성을 검토하기 위하여 실험실용 자기 베어링(모델명: MBC500)을 Magnetic Moments사로부터 구입하였다. 이 시스템은 아날로그형 진 · 지상보상기로서 설계되어 있다.

본 연구에서는 이 자기 베어링에 대해 성능이 우수한 새로운 제어 시스템의 설계를 목적으로 먼저 참고문헌[1]~[3] 에서와 같이 제어 대상을 수학적으로 모델링하고, 이를 토대로 하여 진동모드를 줄인 공칭모델을 구하였다. 이 저차원화 된 공칭모델과 실험결과에 의한 데이터로부터 곱셈형 모델링 오차를 구하고, 이 모델링 오차 및 플랜트 노이즈와 측정 노이즈에 대해 강인한 제어 시스템을 설계하였다. 그리고 본 연구에서 설계된 제어 시스템에 대한 시뮬레이션과 제작사에 의해 설계된 제어 시스템의 실험결과의 비교로부터 본 연구에서 설계된 제어 시스템의 성능이 개선되었음을 확인하였다.

접수일 : 2003년 3월 1일
창 유 : 부경대학교 대학원
양주호(책임저자) : 부경대학교 기계공학부
E-mail : yangjh@pknu.ac.kr, Tel. 051-620-1580

2. 공칭 플랜트

본 연구에서 이용된 AMB시스템의 개략도는 Fig. 1과 같다. (상세한 정보는 참고문헌[1]참조)

Fig. 1에서의 로터 부분은 축의 회전과 더불어 무한차수의 진동모드를 가지지만, 강체 모드를 포함한 처음 4차 모드까지를 표시하면 Fig. 2와 같다.
이때 이 AMB시스템의 상태방정식은 식(1)과 같다[2].

$$\dot{x} = Ax + Bu \qquad (1)$$
$$y = Cx$$

여기서,

상태 벡터 $x = [\, x_0 \ \dot{x}_0 \ \theta \ \dot{\theta} \ a_1 \ \dot{a}_1 \ a_2 \ \dot{a}_2 \ i_1 \ i_2 \,]^T$,

제어 벡터 $u = [\, V_{C_1} \ V_{C_2} \,]^T$,

관측 출력 $y = [\, V_{s_1} \ V_{s_2} \,]^T$ 이고,

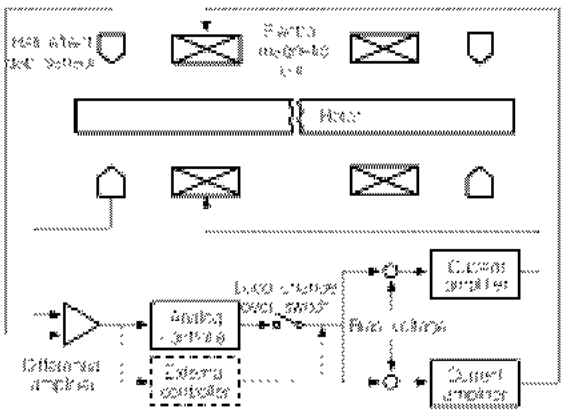

Fig. 1 Schematic diagram of AMB control system

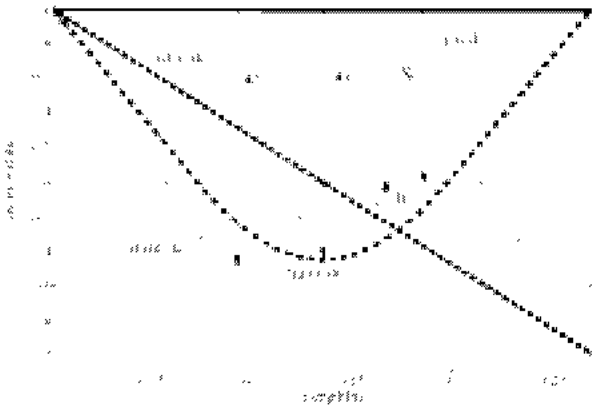

Fig. 2 First four mode shapes of the rotor

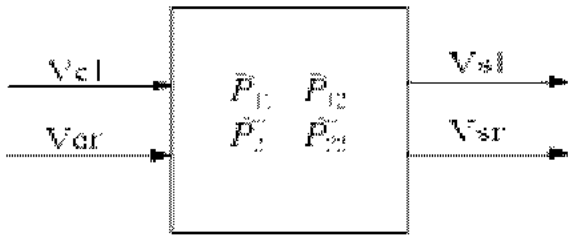

Fig. 3 Block diagram of plant

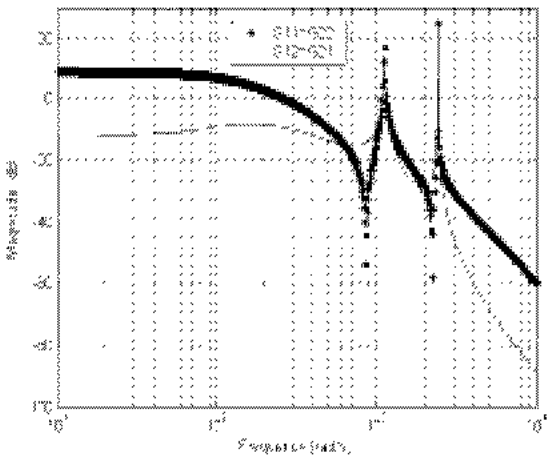

Fig. 4 Frequency response of plant

또한 x_0 는 로터 중앙에서의 수직 방향의 변위([m]), θ는 로터의 경사(기울기)운동에 의한 경사각([rad]) (반시계방향 +), $a_{1,2}$ 는 모드 3,4에서의 진폭크기 $V_{C_{1,2}}$ 은 베어링 좌우측에서의 전자석에 가해지는 제어 입력([V]), $V_{s_{1,2}}$ 은 베어링 좌 우측에서의 변위에 해당하는 관측출력([V])이다.

식(1)을 이용하여 제어 입력 u에서 출력 y까지의 전달함수 행렬을 구하면 식(2)와 같이 된다.

$$\tilde{P} = C(sI - A)^{-1}B = \begin{bmatrix} \tilde{P}_{11} & \tilde{P}_{12} \\ \tilde{P}_{21} & \tilde{P}_{22} \end{bmatrix} \qquad (2)$$

여기서 $\tilde{P}$는 2-입력 2-출력 요소를 갖는 전달함수 행렬로서 Fig. 3과 같이 표현된다.

Fig. 3과 같이 표시된 플랜트에 대하여 동정(identification)을 하기 위하여 저자들은 실험에 의해 Fig. 4와 같은 주파수응답을 구하였다[3].

참고문헌 [3]에서는 $\tilde{P}$를 4차 모드까지 고려하여 모델링하였는 바, 이 또한 시스템 차수가 높기 때문에 본 연구에서는 4차 모드를 제거하고, 3차 모드까지만 고려한 공칭 모델을 식(3), (4)와 같이 구하였다. 이 공칭 모델에 대한 주파수 응답은 Fig. 5와 같다.

$$P_{11} = P_{22} =$$

$$\frac{\begin{array}{l} 922295835.0567s^5 + 4192253795712.49s^4 \\ + 662762716524370s^3 + 3.012558\times10^{18}s^2 \\ - 2.659683\times10^{19}s - 1.208947\times10^{23} \end{array}}{\begin{array}{l} s^8 + 9090.9091s^7 + 21846163.3702s^6 \\ + 10772784958.6495s^5 + 24375204916970s^4 \\ - 985429652535736s^3 + 2.237477\times10^{18}s^2 \\ + 1.941503\times10^{19}s + 4.412506\times10^{22} \end{array}} \qquad (3)$$

$$P_{12}=P_{21}=$$

$$\frac{\begin{array}{l}147454423.9579s^5+670247381626.453s^4\\ -299757954661741s^3-1.362536\times10^{18}s^2\\ +2.328046\times10^{19}s+1.058203\times10^{22}\end{array}}{\begin{array}{l}s^8+9090.9091s^7+21846163.3702s^6\\ +10772784958.6495s^5+24375204916970s^4\\ -985429652535736s^3+2.237477\times10^{18}s^2\\ +1.941503\times10^{19}s+4.412506\times10^{22}\end{array}} \quad (4)$$

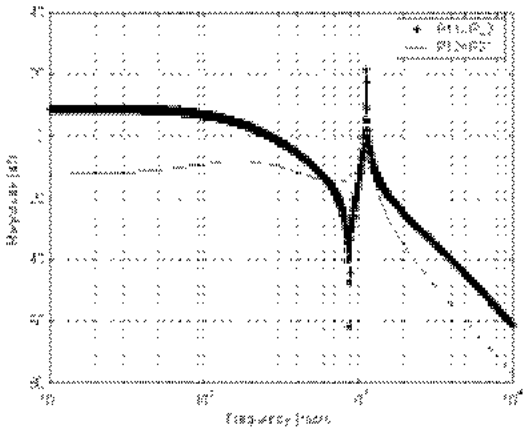

Fig. 5 Frequency response of nominal plant

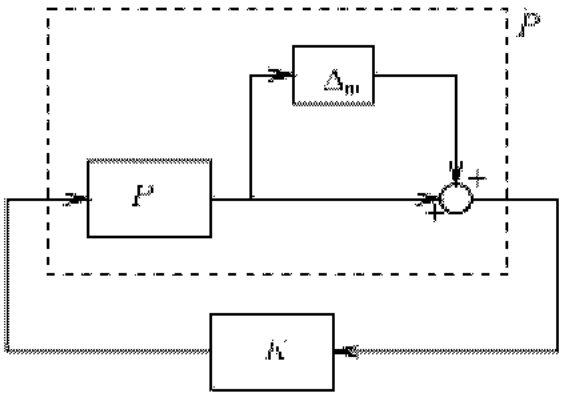

Fig. 6 Multiplicative uncertainty

실험 결과인 Fig. 4와 공칭모델에 대한 주파수 응답 Fig. 5 사이에는 갭(gap)이 있는데, 이것이 모델링 오차이다. 모델링 오차를 표현하는데는 덧셈형과 곱셈형이 있으나 본 연구에는 Fig. 6과 같은 곱셈형 모델링 오차를 이용하기로 한다. 이 곱셈형 모델링 오차를 이용하여 공칭 모델과 실제 플랜트 사이의 관계를 표시하면 식(5)와 같이 된다.

$$\tilde{P}=(1+\triangle_m)P \quad (5)$$

여기서 $\tilde{P}$ 는 실제 플랜트, P는 공칭모델, $\triangle_m$은 곱셈형 모델링 오차를 표시하고 있다.

Fig. 4와 Fig. 5의 비교로부터 식(5)로 표시되는 곱셈형 모델링 오차를 주파수 영역에서 구하면 Fig. 7과 같이 된다.

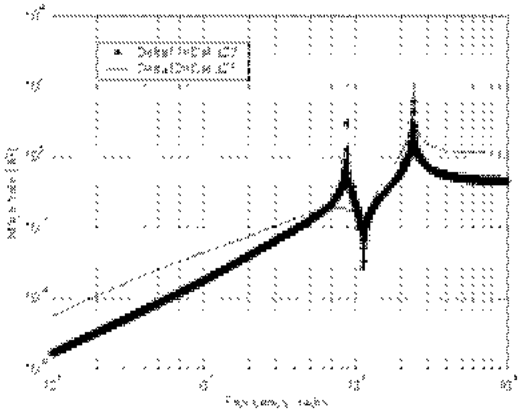

Fig. 7 Plant multiplicative uncertainty

3. 로버스트 제어기 설계

주어진 공칭모델 P에 대해 설계된 안정한 제어기 K는 실제 플랜트 $\tilde{P}$에 대해서도 안정성을 보장 하여야 한다. 이러한 안정성을 보장하는 제어 이론중의 하나가 H_∞ 제어 이론이다[4,5]. 곱셈형 모델링 오차의 경계(bound)를 포함하는 실 유리함수로 표시된 가중행렬 W_T 에 대해 로버스트 안정을 확보하는 필요충분조건은 식(6)과 같다.

$$\|W_TPK(1+PK)^{-1}\|_\infty\le1 \quad (6)$$

그리고 제어 시스템의 성능개선을 위한 또 하나의 요구 조건은 감도 저감화 문제이다. 이 문제는 감도에 관여하는 가중행렬 W_S 에 대해 식(7)을 만족하는 제어기 K를 구하는 것이다.

$$\|W_S(1+PK)^{-1}\|_\infty<1 \quad (7)$$

식(6)과(7)을 동시에 만족하는 제어기 K를 구하는 것은 일반적으로 어렵다. 따라서 이 문제는 일반적으로 식(8)을 만족하는 K를 구하는 문제, 즉 혼합감도 문제로써 널리 알려져 있다.

$$\left\|\begin{bmatrix}\gamma^{-1}W_S(1+PK)^{-1}\\ W_TPK(1+PK)^{-1}\end{bmatrix}\right\|_\infty\le1 \quad (8)$$

본 연구에서는 로버스트 안정에 관한 가중행렬 W_T를 선정하기 위해서 Fig. 7에서 두 오차 중 큰 값

으로써 플로트(plot)한 Fig. 8의 실선부분을 커버(cover)하는 W_T를 시행착오적인 방법으로 식(9)및 (10)과 같이 선정하였다.

$$W_T = \begin{bmatrix} w_t & 0 \\ 0 & w_t \end{bmatrix} \tag{9}$$

$$w_t = \frac{1.2\,s^2 + 192s + 1920}{s^2 + 480s + 5760000} \tag{10}$$

여기서 w_t가 모델링 오차를 완전히 커버할 필요는 없는데, 이것은 w_t가 모델링 오차를 완전히 커버하는 것은 충분조건이기 때문이다.

그리고 감도 가중행렬 W_S는 제어성능을 고려하여 시행착오적인 방법으로 식(11) 및 (12)와 같이 선정하였다.

식 (9)와 식(11)을 이용한 일반화 플랜트(generalized plant)는 Fig. 9와 같이 된다.

$$W_S = \begin{bmatrix} w_s & 0 \\ 0 & w_s \end{bmatrix} \tag{11}$$

$$w_s = \frac{0.2s + 200}{s + 10} \tag{12}$$

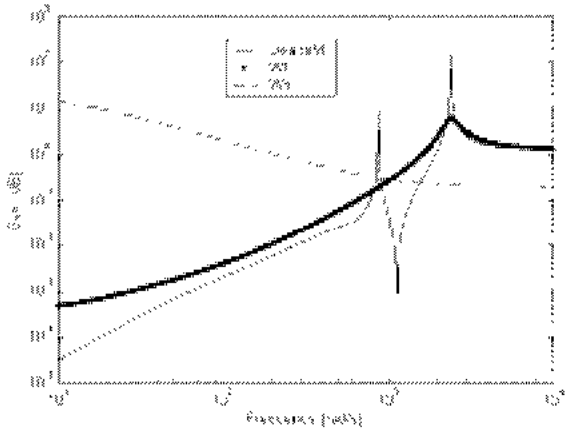

Fig. 8 Weighting functions

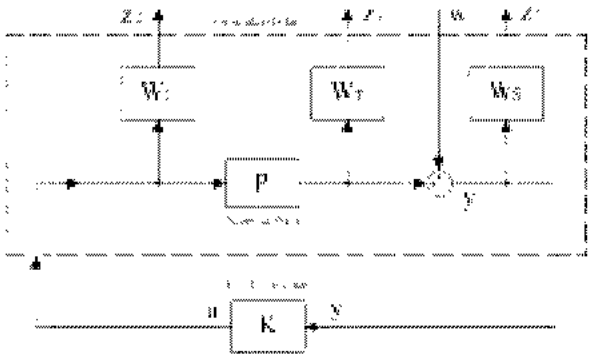

Fig. 9 Overall control system

Fig. 9에서 제어 입력 u에 관한 가중함수 W_2는 이용하고자하는 Toolbox에 형식을 일치시키기 위한 것으로 본 연구에서는 식(13)과 같이 대각요소에 미소한 값을 갖는 것으로 하였다.

$$W_2 = \begin{bmatrix} 0.001 & 0 \\ 0 & 0.001 \end{bmatrix} \tag{13}$$

4. 시뮬레이션 및 실험결과

Fig. 9와 같이 구성된 일반화 플랜트에 대하여 H_∞ 제어 Toolbox를 이용하여 제어기를 구하고, γ =1과 0.6에 대해 소비함수(cost function: Fig. 9에서의 w로부터 z까지의 최대 특이치)의 플로트(plot)는 Fig. 10과 같이 되고, 이하 본 연구에서는 γ=0.6을 선택하였다.

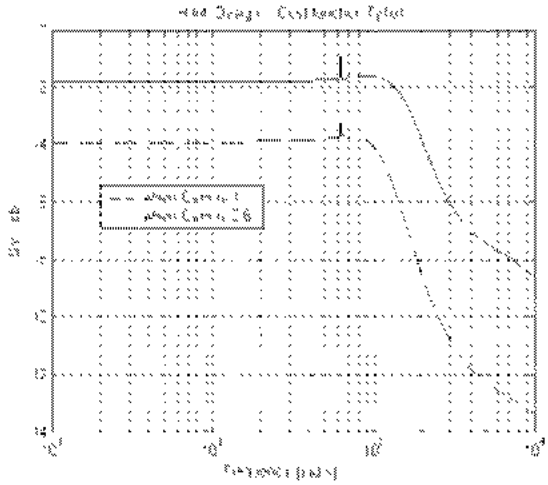

Fig. 10 Frequency response of cost function

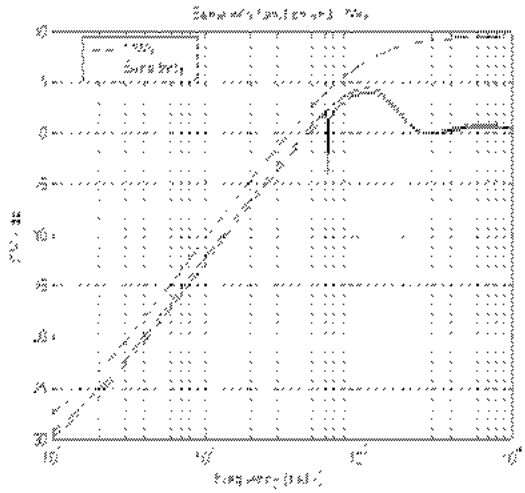

Fig. 11 Frequency response of sensitivity function

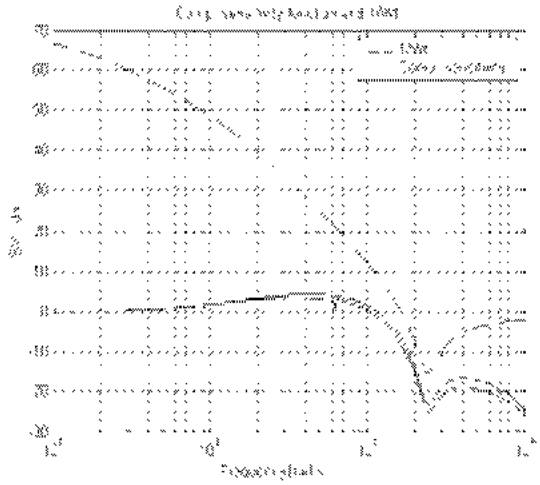

Fig. 12 Frequency response of complementary sensitivity function

설계된 제어시스템에 대한 감도함수의 특이치는 Fig. 11과 같다. 그림으로부터 감도함수가 감도하중함수의 역수치($1/w_s$) 보다 아래에 있음을 알 수 있다. 상보감도함수(complementary sensitivity function)의 특이치는 Fig. 12와 같고, 이 또한 $1/w_t$ 아래에 있음을 알 수 있다.

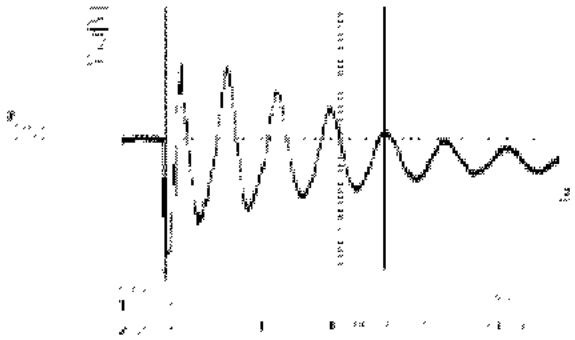

Fig. 13 Time response of impulse disturbance in the case of the local analog lead compensator by manufacturer

Fig. 13은 MBC500 제작사로부터 설계 제작된 진·지상 보상기에 의해 제어될 때, 물리적으로 그 크기를 정확히 알기는 어렵지만 축에 소형 햄머(hamer)로 충격을 가했을 때의 회복특성을 측정한 것이다. 횡축의 한 눈금은 50ms를 나타내고 있으며, 종축은 변위로써 한 눈금이 0.5V로써 0.15mm에 해당한다.

Fig. 14는 본 연구에서 설계된 제어 시스템에 대해, 출력 측에 진폭 0.40mm, 충격시간 1ms의 임펄스 신호를 가했을 때의 응답을 표시하고 있다.

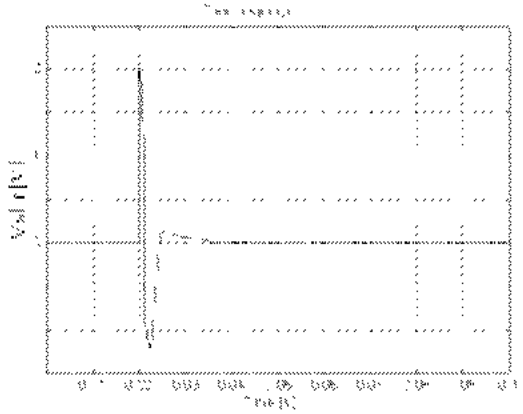

Fig. 14 Time response of impulse disturbance by using H_∞ controller

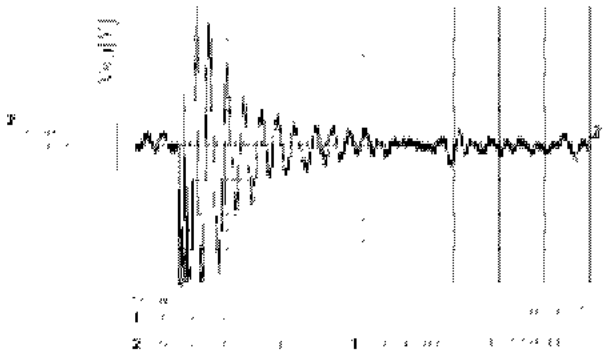

Fig. 15 Time response of step disturbance in the case of the local analog lead compensator by manufacturer

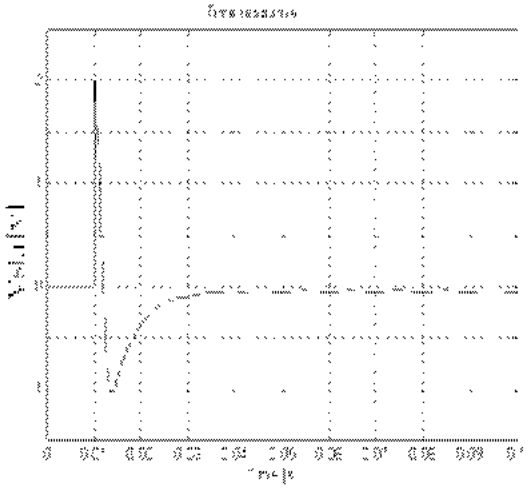

Fig. 16 Time response of step disturbance by using H_∞ controller

Fig. 13과 Fig. 14로부터 직접적으로 정량적인 비교해석은 어려우나, 본 연구에서 설계된 제어 시스템이

임펄스에 대한 회복 특성이 정성적으로 양호할 것으로 생각된다.

Fig. 15는 진 · 지상 보상기의 스텝외란에 대한응답 실측한 것이고, Fig. 16은 본 연구에서 설계된 제어시스템에 대한 스텝응답을 나타낸 것이다. 이 두 그림의 비교로부터도 앞의 임펄스 응답과 유사한 특성을 보이고 있음을 알 수 있다.

5. 결 론

본 연구에서는 실험실용 능동형 자기 베어링에 대해 저차원화된 공칭모델을 구하였으며, 이 공칭 모델과 실제 플랜트 사이의 모델링 오차에 대해 H_∞ 제어이론에 의해 안정성이 보장되는 제어 시스템을 설계하였다.

설계된 제어시스템의 응답 시뮬레이션과 장착된 진 · 지상 보상기에 의한 응답실험결과로부터, 정착시간 및 외란에 대한 회복성능 등이 정성적으로 개선되었음을 확인할 수 있었다.

References

1. Y. Chang, S. H. Shim, J. H. Yang, 2002 "Control Design and Experoment to Levitate a Rotor in an Active Magnetic Bearing System", The Korean Society for Power System Engineering, Vol. 6, No. 4, pp. 73~80.
2. 심성효, 최명수, 김창화, 문덕홍, 양주호, 2001, "수치 해석을 통한 자기 베어링 시스템의 모델링에 관한 연구", 한국동력기계공학회지, 제5권 제4호 pp. 53~60.
3. 심성효, 김창화, 양주호, 2001, "자기 베어링 시스템의 모델링 및 동정에 관한 연구", 한국동력기계공학회지, 제5권 제4호 pp. 44~52.
4. J. C. Doyle, K. Glover, P. P. Khargonekar, B. A. Francis, 1989, "State-Space Solutions to standard H2 and H_∞ Control Problems", IEEE Transactions on Automatic Control 34, pp. 831~847.
5. M. Zeren, 1997, "Strong Stabilization and Stable H_∞ Controller Design", Dissertation, Presented in Partial Fulfillment of the Requirements for the Degree Doctor of Philosophy in the Graduate School of the Ohio State University.
6. E. Lantto, 1999, "Robust Control of Magnetic Bearings in Subritical Mechines", Dissertation for the Degree of Doctor of Technology at Helsinki University of Technology, Espoo, Finland.