

디젤기관 추진축계의 설계를 위한 비틀림 진동해석 전산프로그램의 개발

Development of Computer Program of Torsional Vibration Analysis for Design of Diesel Engine Propulsion Shafting

최명수 · 문덕홍 · 심재문

M. S. Choi, D. H. Moon and J. M. Sim

Key Words : Transfer Stiffness Coefficient Method(전달강성계수법), Propulsion Shafting(추진축계), Modal Analysis Method(모드해석법), Additional Torsional Stress(부가비틀림응력), Diesel Engine(디젤기관), Torsional Vibration(비틀림진동), Machine Design(기계설계)

Abstract : It is very important to analyze the torsional vibration for the propulsion shafting of ship. The authors have developed the transfer stiffness coefficient method(TSCM) as a vibration analysis algorithm. The concept of the TSCM is based on the successive transfer of stiffness coefficient. The effectiveness of the TSCM was verified through many applications. In this paper, the TSCM is applied to the torsional free vibration analysis for the propulsion shafting of an actual ship with a diesel engine. In order to calculate the additional torsional stresses of the propulsion shafting, the torsional forced vibration for the shafting is analyzed by using both the modal analysis method and the results of the torsional free vibration analysis by the TSCM. The accuracy of the present method is confirmed by comparing with the vibration analysis results of engine maker.

1. 서 론

기계시스템의 설계시에 시스템의 구조적 문제점을 해결하지 못하면 제작 후 많은 경비와 시간을 허비하게 되고 때로는 운전중 대형 사고를 일으키는 원인이 될 수도 있다. 기계시스템의 동적 설계시에 제일 먼저 고려해야 할 사항은 시스템의 고유진동수와 고유모드를 구하는 자유진동해석이다. 그리고 시스템에 복잡하고 다양한 외력이 주어질 경우에는 강제진동으로 인한 부가응력(additional stress)과 변위를 예측할 수 있어야 시스템의 안전성을 확보할 수 있다.

저자들은 기계나 구조물의 정적·동적 설계를 설계자들이 쉽고 정확하게 수행할 수 있는 해석기법의 개발에 많은 노력을 기울여 왔고, 그 결과 강

성계수의 축차전달에 기본개념을 두고있는 전달강성계수법이라는 구조해석기법을 개발하였다. 그리고 단순한 축이나 보와 같은 직선형 구조물과 골조 구조물 등에 적용하여 전달강성계수법의 유용성을 확인한 바 있다¹⁻⁴⁾.

박용 디젤기관을 갖는 추진축계의 비틀림 진동해석은 선박의 안전과 성능 향상을 위해서 무척 중요하다. 따라서 Holzer법⁵⁾, 전달행렬법(transfer matrix method)⁶⁾, 유한요소법(finite element method)⁷⁾, 모드해석법(modal analysis method)⁸⁾, 기계임피던스법(mechanical impedance method)⁹⁾ 등 많은 방법들이 박용 디젤기관 추진축계의 비틀림진동을 해석하기 위하여 개발되어 지금도 널리 이용되고 있다.

저자들은 전달강성계수법과 모드해석법을 이용하여 선박용 디젤기관 추진축계의 비틀림 진동을 해석하기 위한 전산 프로그램을 개발하였다. 본 논문에서는 전산프로그램의 알고리즘을 간단히 소개한다. 그리고 개발된 프로그램의 신뢰성을 확인하기 위하여, 엔진 제작사의 진동해석 결과와 본 전산프로그램의 계산 결과를 비교·검토한다.

접수일 : 2003년 3월 17일

최명수 (책임저자) : 부경대학교 기계공학부

E-mail : vibsound@hanmail.net Tel: 051-620-1622

문덕홍 : 부경대학교 기계공학부

심재문 : 선박검사기술협회

2. 이 론

2.1 모델링

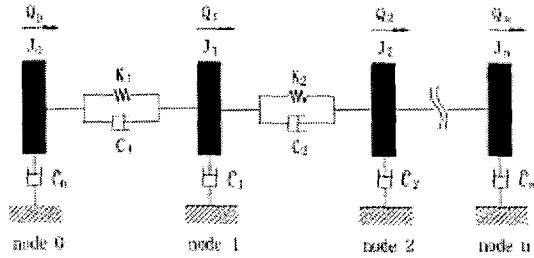


Fig. 1 Analytical model

디젤기관 추진축계의 비틀림진동을 해석하기 위하여 축계를 이산계(discrete system)로 모델링하면, 일반적으로 축계는 Fig. 1과 같이 질량극관성 모멘트(J)를 갖는 집중원판, 인접한 집중원판 사이의 비틀림강성(K)과 점성감쇠(C), 기초(base)와 집중원판 사이의 점성감쇠(\hat{C}), 그리고 가진토크(Q)로 구성된다.

본 연구에서 절점(node)이란 계의 좌단과 우단 그리고 집중원판이 존재하는 계의 해석상 분할점을 뜻하고, 좌단에서 우단까지 각 절점을 순차적으로 절점 0, 절점 1, ..., 절점 n 이라 부른다.

2.2 전달강성계수법에 의한 축계의 자유진동해석

박용 추진축계의 위험속도와 밀접한 관계가 있는 고유진동수, 그리고 모드해석법에 이용될 고유모드는 자유진동해석을 통하여 구할 수 있다. 전달강성계수법을 이용하여 축계의 자유진동을 해석하기 위한 정식화 과정은 다음과 같다.

2.2.1 절점강성계수의 정의

자유진동해석을 수행하기 위하여 Fig. 1과 같은 해석모델에서 감쇠항과 가진항을 생략하면 Fig. 1의 해석모델은 집중원판과 비틀림 스프링으로 구성되는 Fig. 2와 같은 기본요소의 직렬연결로 볼 수 있다.

전달과정을 쉽게 설명하기 위하여, 하나의 절점을 절점 좌측과 절점 우측의 두 개의 점으로 나누어 생각한다. i 번째 집중원판의 좌측을 절점 i 의 좌측이라 하고, i 번째 집중원판의 우측을 절점 i 의 우측이라 한다.

절점 i 의 좌측 및 우측에서 각변위(θ)와 토크(T) 사이의 관계를 다음 식과 같이 정의한다.

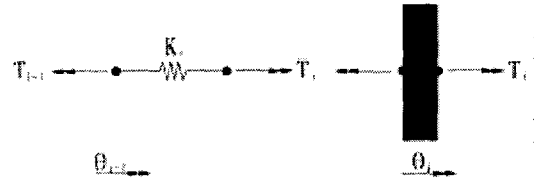


Fig. 2 Fundamental elements

$$\overline{T}_i = \overline{S}_i \theta_i \quad (1)$$

$$T_i = S_i \theta_i \quad (2)$$

여기서 \overline{S}_i 와 S_i 를 각각 절점 i 의 좌측과 우측의 절점강성계수(nodal stiffness coefficient)라 정의한다. 본 연구에서 하첨자 i 는 절점 i 또는 i 번째 축에 관한 물리량을 뜻하고, 상태변수 T 와 S 위에 $-$ 를 붙인 것은 절점 좌측의 상태량을 나타내고, T 와 S 위에 아무것도 없는 것은 절점 우측의 상태량을 뜻한다.

2.2.2 절점강성계수의 전달

i 번째 축의 비틀림 스프링상수가 K_i 일 경우, i 번째 축의 좌우측, 즉, 절점 $i-1$ 의 우측과 절점 i 의 좌측사이의 토크와 각변위 사이의 관계는 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} T_{i-1} \\ \overline{T}_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -K_i & K_i \\ -K_i & K_i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_{i-1} \\ \theta_i \end{bmatrix} \quad (3)$$

절점 $i-1$ 우측의 절점강성계수 S_{i-1} 을 알고 있다면, 식(1)과 식(3) 그리고 식(2)의 i 대신에 $i-1$ 을 대입한 식으로부터, 절점 i 좌측의 절점강성계수 \overline{S}_i 를 다음 식과 같이 구할 수 있다.

$$\overline{S}_i = K_i \left(1 - \frac{K_i}{S_{i-1} + K_i} \right) \quad (4)$$

Fig. 2의 i 번째 집중원판에 대한 토크의 평형식으로부터 다음 식을 구할 수 있다.

$$T_i = \overline{T}_i - \omega^2 J_i \theta_i \quad (5)$$

여기서 ω 는 축계의 고유진동수이다.

식(1)과 식(2)를 식(5)에 대입하여 정리하면, 절점 i 좌측의 절점강성계수 \overline{S}_i 로부터 절점 i 우측의 절점강성계수 S_i 를 다음 식과 같이 구할 수 있다.

$$S_i = \overline{S}_i - \omega^2 J_i \quad (6)$$

추진축계는 구조적으로 양단의 경계조건이 자유이므로, 좌단인 절점 0 좌측의 토크 \overline{T}_0 는 0이 된

다. 따라서 토크의 평형식을 첫번째 집중원판에 적용하면 $T_0 = -\omega^2 J_0 \theta_0$ 가 되고, 식(2)의 i 에 0을 대입한 식으로부터 절점 0 우측의 절점강성계수 S_0 를 다음 식과 같이 구할 수 있다.

$$S_0 = -\omega^2 J_0 \quad (7)$$

따라서 식(7)을 시작으로 식(4)와 식(6)의 i 에 1, 2, ..., n 을 연속적으로 대입하면 모든 절점의 절점강성계수를 순차적으로 구할 수 있다.

2.2.3 고유진동수와 고유모드

축계 우단의 경계조건은 자유이므로 절점 n 에서 $T_n = 0$, $\theta_n \neq 0$ 가 되므로, 식(2)로부터 진동수 방정식을 다음식과 같이 유도할 수 있다.

$$S_n(\omega) = 0 \quad (8)$$

따라서 식(8)에 이분법(bisection method)이나 선형보간법(linear interpolation method)을 적용하면 축계의 고유진동수를 계산할 수 있다.

식(2)의 i 대신에 $i-1$ 을 대입한 식을 식(3)에 대입하면, i 번째 축 좌우측 절점에서의 각변위 사이의 관계식을 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\theta_{i-1} = \frac{K_i}{S_{i-1} + K_i} \theta_i \quad (9)$$

고유모드를 구하는 과정은 다음과 같다. 고유모드는 비값이므로, 우선 절점 n 의 각변위 θ_n 을 1로 정한다. 그리고 식(9)로부터 우단에서 좌단으로 순차적으로 각 절점의 각변위를 연속적으로 계산한다. 마지막으로 각변위 중 가장 큰 값이 1이 되도록 정규화 한다.

2.3 모드해석법에 의한 축계의 강제진동해석

2.3.1 강제진동을 하는 축계의 운동방정식

Fig. 1의 축계가 강제진동을 할 때, 축계의 운동방정식을 행렬로 나타내면 다음 식과 같고

$$J\ddot{\theta}(t) + C\dot{\theta}(t) + K\theta(t) = Q(t) \quad (10)$$

여기서

$$J = \begin{bmatrix} J_1 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & J_2 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & J_3 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & J_n \end{bmatrix}, \quad Q(t) = \begin{bmatrix} Q_1(t) \\ Q_2(t) \\ Q_3(t) \\ \vdots \\ Q_n(t) \end{bmatrix}, \quad \theta(t) = \begin{bmatrix} \theta_1(t) \\ \theta_2(t) \\ \theta_3(t) \\ \vdots \\ \theta_n(t) \end{bmatrix},$$

$$K = \begin{bmatrix} K_1 & -K_1 & 0 & \cdots & 0 \\ -K_1 & (K_1+K_2) & -K_2 & \cdots & 0 \\ 0 & -K_2 & (K_2+K_3) & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & K_{n-1} \end{bmatrix},$$

$$C = \begin{bmatrix} (\hat{C}_1+C_1) & -C_1 & \cdots & 0 \\ -C_1 & (\hat{C}_2+C_1+C_2) & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & (\hat{C}_n+C_{n-1}) \end{bmatrix} \quad (11)$$

이고, $\dot{\theta}(t)$ 와 $\ddot{\theta}(t)$ 는 각변위벡터 $\theta(t)$ 의 1차 및 2차 도함수인 각속도벡터와 각가속도벡터이다.

전개이론에 의하여 각변위벡터는

$$\theta(t) = X p(t) \quad (12)$$

가 되고, 여기서 고유벡터로 구성되는 진동형행렬(modal matrix) X 와 일반좌표 $p(t)$ 는

$$X = [X^{(1)} \ X^{(2)} \ X^{(3)} \ \cdots \ X^{(n)}] \quad (13)$$

$$p(t) = [p_1(t) \ p_2(t) \ p_3(t) \ \cdots \ p_n(t)]^T$$

이고, 여기서 $X^{(m)} = [\theta_0^{(m)} \ \theta_1^{(m)} \ \theta_2^{(m)} \ \cdots \ \theta_n^{(m)}]^T$ 은 m 차 정규진동형이며, 2.2절의 전달강성계수법을 통해 구한 m 차 고유모드에 해당된다.

2.3.2 부가비틀림응력

식(10)의 양변에 X^T 를 곱한 후, 식(12)를 대입하면

$$J\dot{p}(t) + \check{C}p(t) + \check{K}p(t) = \check{Q}(t) \quad (14)$$

여기서

$$\check{J} = X^T J X, \quad \check{C} = X^T C X, \quad (15)$$

$$\check{K} = X^T K X, \quad \check{Q}(t) = X^T Q(t)$$

이다. 고유벡터의 직교성에 의해 \check{J} 와 \check{K} 는 각각 대각행렬이 되고, 축계의 감쇠가 비례감쇠인 경우

\check{C} 도 대각행렬이 된다¹⁰⁾. 따라서 이 경우 식(14)는 n 개의 비연성 2계 선형 비제차 미분방정식이 된다. 식(14)의 비연성 미분방정식의 해를 각각 구한 후, 식(12)에 대입하면 각 절점의 변위벡터를 구할 수 있다.

비틀림 진동에 의해 축에 걸리는 토크는 축의 강성에 각변위의 차를 곱하면 구할 수 있다. 그리고 축에 걸리는 부가비틀림응력은 축에 작용하는 토크를 극단면계수로 나누면 구할 수 있다. 따라서 비틀림진동에 의해 i 번째 축에 걸리는 부가응력은

$$\tau_i = \frac{K_i \Delta\theta_i}{Z_i} \quad (16)$$

여기서 $\Delta\theta_i = \theta_i - \theta_{i-1}$ 이고, Z_i 는 i 번째 축의

극단면계수이다.

3. 수치 계산 결과 및 검토

44,300톤급 컨테이너 선박의 추진축계를 대상으로 자유진동과 강제진동 해석을 수행한 후, 제작사의 계산 결과와 비교·검토하였다.

3.1 계산 모델

계산에 사용된 추진축계는 디젤기관과 중간축, 프로펠러축 그리고 프로펠러로 구성되고, 기본재원은 Table 1과 같다.

Table 1 Particulars of propulsion shafting

MAIN ENGINE	
Type	two-stroke, single-acting
Number of cylinder	7
Cylinder bore	0.840 m
Stroke	2.400 m
Maximum continuous output	28,250 kW
Max. continuous revolution	102 rpm
Mean indicated pressure	19.1 bar
Firing order	1-6-3-4-5-2-7
Ratio of the connecting rod	0.348
Oscillating mass per cylinder	12,198 kg
Crank journal diameter	0.870 m
Crank pin diameter	0.870 m
INTERMEDIATE SHAFT	
Length	21.650 m
Minimum diameter	0.610 m
PROPELLER SHAFT	
Length	12.082 m
Minimum diameter	0.775 m
PROPELLER	
Type	FPP
Number of blades	5
Diameter	7.860 m
Mass	50,300 kg
Mean Pitch	7.1526 m

박용 디젤기관 추진축계를 Fig. 3과 같이 모델링하였고, 절점별 질량관성모멘트와 축의 비틀림강성은 Table 2와 Table 3에 나타내었다.

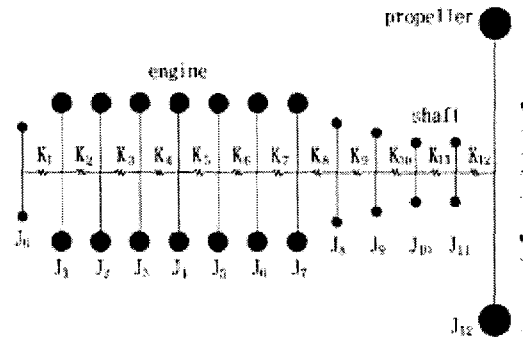


Fig. 3 Mathematical model of propulsion shafting

Table 2 Mass moment of inertia of propulsion shafting [unit : kg·m²]

Node	Name	Mass moment of inertia (J)
0	Free end of the crank shaft	1,225
1	Cylinder No. 7	26,438
2	Cylinder No. 6	26,438
3	Cylinder No. 5	26,438
4	Cylinder No. 4	26,438
5	Cylinder No. 3	26,438
6	Cylinder No. 2	26,438
7	Cylinder No. 1	26,438
8	Thrust bearing+ cam shaft drive	12,858
9	Flywheel	9,697
10	Flange	1,599
11	Flange	2,536
12	Propeller	191,153

Table 3 Shaft stiffness for propulsion shafting [unit : N·m/rad]

No.	Name	Stiffness (K)
1	Crank shaft No. 8	2.9240E9
2	Crank shaft No. 7	2.4027E9
3	Crank shaft No. 6	2.4027E9
4	Crank shaft No. 5	2.4027E9
5	Crank shaft No. 4	2.4027E9
6	Crank shaft No. 3	2.4027E9
7	Crank shaft No. 2	2.4027E9
8	Crank shaft No. 1	3.5063E9
9	Thrust shaft	5.6689E9
10	Intermediate shaft 1	1.1587E8
11	Intermediate shaft 2	9.5147E7
12	Propeller shaft	2.6309E8

3.2 추진축계의 자유진동 해석

전달강성계수법(TSCM)과 유한요소법(FEM)으로 계산 모델에 대한 1차부터 5차까지의 고유진동수를 계산한 결과를 Table 4에 나타내었다. 양 방법의 계산 결과가 일치하였다. 그리고 엔진 제작사의 비틀림 진동해석 소프트웨어를 이용하여 계산한 결과와도 잘 일치하였다.

Fig. 4는 전달강성계수법으로 1차와 2차 고유모드를 계산한 결과이다. 1차 고유모드는 절점 10과 절점 11 사이인 중간축에서 절이 나타났다. 2차 고유모드는 2개의 절이 나타났는데, 하나는 프로펠러축이고, 다른 하나는 절점 4와 절점 5 사이의 크랭크 축에서 절이 나타났다.

Table 4 Natural frequencies of propulsion shafting [unit : rpm]

Order	TSCM	FEM	Engine maker
1	194.91	194.91	194.91
2	1152.82	1152.82	1152.82
3	2245.11	2245.11	---
4	2858.31	2858.31	---
5	3315.11	3315.11	---

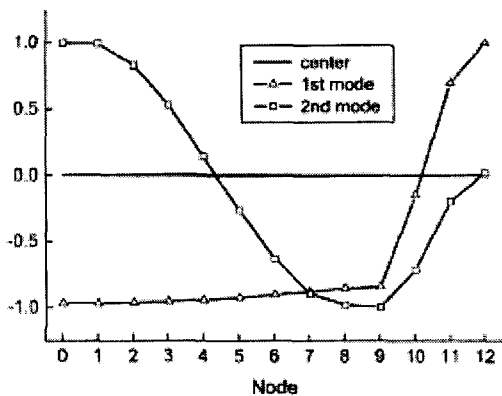
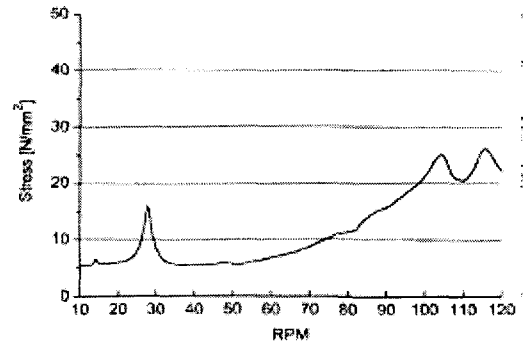


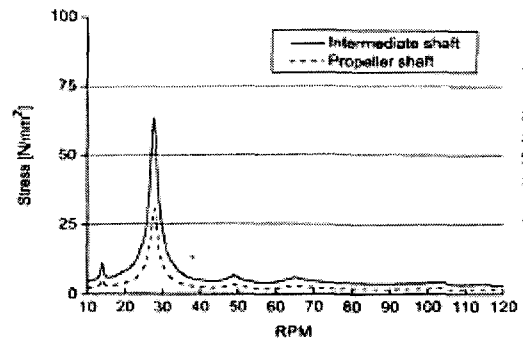
Fig. 4 Natural modes of propulsion shafting calculated by the TSCM

3.3 추진축계의 강제진동 해석

Fig. 5는 모드해석법(MAM)으로 크랭크축과 중간축 그리고 프로펠러축에 대하여 각 회전수별 최대 비틀림응력을 계산한 결과이다. 여기서 크랭크축은 절점 4와 절점 5 사이의 크랭크축이다. 계산 결과로부터 약 28 rpm 부근에서 크랭크축, 중간축, 프로펠러축 모두가 공진하고 있음을 알 수 있는데, 이는 7기통 기관이 약 28 rpm으로 회전하면 왕복 기관의 가스압력에 의한 토크의 7차 성분이 축계의 1절 진동수 194.91 rpm과 일치하기 때문이다.

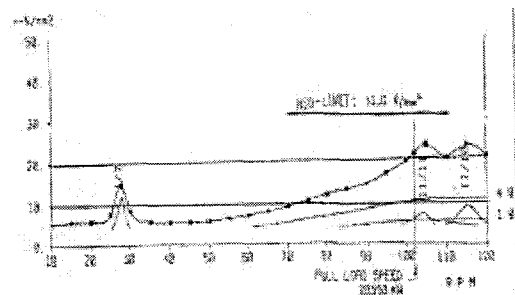


(a) Crank shaft

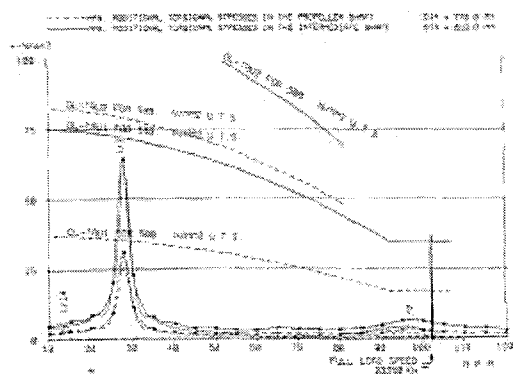


(b) Intermediate shaft and propeller shaft

Fig. 5 Additional torsional stresses of propulsion shafting calculated by the MAM



(a) Crank shaft



(b) Intermediate shaft and propeller shaft

Fig. 6 Additional torsional stresses of propulsion shafting calculated by engine maker

Fig. 6은 엔진 제작사에서 계산한 부가비틀림응력이다. Fig. 6(b)에서 파선은 프로펠러축의 응력을, 실선은 중간축의 응력을 나타낸다. Fig. 5와 Fig. 6의 계산 결과를 비교해 보면, 비교적 잘 일치하고 있음을 알 수 있었다.

4. 결 론

박용 디젤기관을 갖는 추진축계의 비틀림진동을 해석하는 일은 선박의 안전과 성능 향상을 위해서 무척 중요하다. 저자들은 전달강성계수법과 모드해석법을 이용하여 선박용 디젤기관 추진축계의 비틀림 진동을 해석하기 위한 전산 프로그램을 개발하였다.

개발된 프로그램의 신뢰성을 확인하기 위하여, 실제 박용 디젤기관 추진축계의 자유진동해석을 수행하였다. 자유진동해석의 결과인 고유진동수의 계산 결과는 유한요소법 및 디젤기관 제작사의 결과와 잘 일치하였다. 비틀림진동으로 인한 박용 디젤기관 추진축계의 부가비틀림응력도 디젤기관 제작사의 계산 결과와 전반적으로 잘 일치하였다. 따라서 본 전산 프로그램의 신뢰성을 확인할 수 있었다.

참고 문헌

1. D. H. Moon and M. S. Choi, 2000, "Vibration Analysis for Frame Structures Using Transfer of Dynamic Stiffness Coefficient", *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 234, No. 5, pp. 725~736.
2. 최명수, 문덕홍, 김성진, 2002, "유한요소-전달강성계수법을 이용한 골조 구조물의 과도응답해석", *한국소음진동공학회논문집*, 제12권, 제9호, pp. 674~684.
3. 문덕홍, 최명수, 1999, "강성계수의 전달을 이용한 다양한 연결부를 갖는 구조물의 진동해석", *대한기계학회논문집 A권*, 제23권, 제2호, pp. 344~356.
4. 문덕홍, 최명수, 심재문, 1997, "동강성계수의 전달을 이용한 축계의 비틀림진동 해석", *한국동력기계공학지*, 제1권, 제1호, pp. 91~97.
5. Den Hartog, 1985, "Mechanical Vibrations", *Dover Publications Inc.*, New York, pp. 187~197.

6. 양보석, 2002, "회전기계의 진동", *인터비전*, 서울, pp. 389~555.
7. J. S. Rao, 1991, "Rotor Dynamics (3rd edition)", *New Age International Publishers.*, New Delhi, pp. 25~66.
8. 이강복, 전효중, 남청도, 1985, "모드해석법에 의한 박용디젤기관추진축계의 합성비틀림진동 계산에 관한 연구", *한국박용기관학회지*, 제9권, 제2호, pp. 159~169.
9. 박용남, 전효중, 1986, "기계적 임피던스법에 의한 박용디젤기관 추진축계의 합성비틀림진동 계산에 관한 연구", *한국박용기관학회지*, 제10권, 제2호, pp. 146~155.
10. M. Petyt, 1990, "Introduction to Finite Element Vibration Analysis", *Cambridge University Press*, Cambridge, pp. 386~449.