

## 수면단계 뇌파 검출을 위한 Fourier 와 Wavelet해석

김민수 · 서희돈

영남대학교 대학원 전자공학과  
(2003년 7월 16일 접수, 2003년 12월 26일 채택)

## Fourier and Wavelet Analysis for Detection of Sleep Stage EEG

Min-Soo Kim, Hee-Don Seo

Electronic Engineering, Yeungnam University

(Received July 16, 2003. Accepted December 26, 2003)

**요약 :** 수면뇌파의 해석에 있어서 수면단계는 뇌파의 특성과 검출에 특히 중요하다. 수면단계는 여러 수면질환의 진단에 가장 기초적인 단서를 제공한다. 본 연구에서 수면뇌파 신호를 이산 웨이브렛 변환 뿐만 아니라 퓨우리에 변환, 연속 웨이브렛 변환을 이용해서 해석하였다. 제안된 시스템 방법인 퓨우리에와 웨이브렛은 수면뇌파의 중요한 특성파(유파, 수면방주파, K복합, 구파, REM) 검출을 위해서 수면상태를 분석했다. 수면뇌파 분석에는 Daubechies 웨이브렛 변환 방법과 고속 퓨우리에를 이용했다. 모의실험결과 신경망 시스템이 특성 파형의 분류에 높은 성능을 발휘함을 알 수 있었다.

**Abstract :** The sleep stages provides the most basic evidence for diagnosing a variety of sleep diseases. for staging sleep by analysis of EEG(electroencephalogram), it is especially important to detect the characteristic waveforms from EEG. In this paper, sleep EEG signals were analyzed using Fourier transform and continuous wavelet transform as well as discrete wavelet transform. Proposed system methods, Fourier and wavelet for detecting of important characteristic waves(hump, sleep spindles, K-complex, hill wave, ripple wave) in sleep EEG. Sleep EEG data were analysed using Daubechies wavelet transform method and FFT method. As a result of simulation, we suggest that our neural network system attain high performance in classification of characteristic waves.

**Key words :** Hump, Sleep spindles, K-complex, Hill wave, Daubechies

### 서 론

뇌파 EEG(electroencephalogram)는 뇌의 수많은 뉴런에서 발생된 전기적 신호의 합성으로 나타난 뇌표면의 미세한 전위이다[1]. 1924년 오스트리아의 Hans Berger[2]에 의해서 측정된 이후 뇌파신호는 뇌의 활동과 간질상태 등의 뇌기능 장애 진단에 필수적이다. 일반적으로 뇌파 신호는 주파수에 따른 대역별 특성과 시간영역에서의 특성, 그리고 뇌기능과 관련된 공간적 특성을 함께 가지고 있다. 보통 뇌파 시스템은 전극과 증폭기, 그리고 기록장치로 구성된다. 전극은 지름이 1~3mm인 디스크모양의 Ag-AgCl전극이 많이 사용되며, 전극의 수는 대개 8~32개 정도이나 공간적인 해상도를 올리기 위해서 128 또는

256개의 전극을 사용한다. 전극의 배치는 국제 뇌파 및 임상 뇌대사 연맹(league)에서 추천하는 10-20시스템이 주로 사용된다[3]. 뇌파 신호는 미세하기 때문에 증폭기를 통해서 신호를 증폭하며, 최근 디지털 뇌파기는 증폭된 아날로그 신호를 디지털 신호처리기를 통하여 디지털신호로 전환시켜 신호를 얻은 다음, 컴퓨터와의 인터페이스를 통해서 디지털 필터링 등의 다양한 신호처리를 할 수 있으며, 다시 아날로그신호로 전환하여 모니터상에 출력하거나 프린터로 인쇄할 수 있게 한다. 또한 최근에는 장해파 제거, 스파이크와 간질병 자동검출, 신경망을 이용한 인공 지능적인 뇌파 판독시스템 등이 개발 단계에 있다. 뇌파신호에서 임상적으로 사용되는 유효한 주파수 성분은 대개 100Hz미만이다. 측정된 뇌파 신호는 주파수 대역에 따라 델타(1~4Hz), 세타(4~8Hz), 알파(8~13Hz), 베타(13~22Hz)로 나누어지며 각 대역에서의 뇌파 스펙트럼은 뇌 기능에 따라 공간적으로 특정한 패턴과 크기를 갖게 된다[4].

최근 연구가 활성화되고 있는 수면뇌파 연구로는 수면의 진

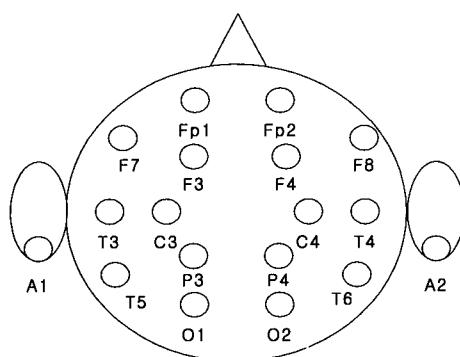


그림 1. 10-20 전극 배치법

Fig. 1. Electrodes placement according to 10-20 system

이에 따라 시시각각 변화하는 모양을 단계별로 분석하는 연구가 진행중에 있으며[5,6], 수면뇌파는 각 수면단계마다 특징이 다른 파형이 출현한다. 또 수면뇌파는 뇌의 발달에 따라 변화하기도 하지만 각성 시의 뇌 성숙도에 따른 변화보다는 상대적으로 덜 복잡하기 때문에 수면뇌파에서는 개인차가 감소하며 모든 사람이 유사한 수면뇌파를 보인다.

본 연구에서는 수면뇌파 검출을 위하여 제1단계수면, 제2단계수면, 제3단계수면, 제4단계수면과 램(REM: rapid eye movement)수면으로 구분하였으며, 각각의 특정파에서 검출한 패턴을 5개 이용하여 실험하였다. 수면뇌파의 분석 방법으로는, 시간 영역과 주파수영역 특성이 우수한 다비치(daubechies) 웨이브렛 변환(wavelet transform)[7]법과 고속 퓨어리에 변환(FFT: Fast Fourier Transform)방법을 채택하였다. 수면뇌파의 자동분류 방법으로는 순방향 다중 신경망으로 뇌파의 특정 패턴정보를 가지고 수면상태를 검출하는 알고리즘을 개발하였다.

## 뇌파의 발생과 수면뇌파

뇌파는 주로 두피 전극에서 포착된 두피뇌파(scalp EEG)를 말한다. 두피상에서 측정되는 뇌파의 전위변동은 약 1~60Hz의 주파수에서 5~300 $\mu$ V의 전위변동을 한다. 뇌파측정은 어떠한 질병을 찾아내는 것이 아니라, 뇌의 기능적 변화를 나타내며, 뇌파상의 변화를 주는 요인은 개인차, 연령, 의식상태의 변화, 정신활동 및 지각자극, 신체의 생리적 변화, 뇌 내 병적 과정 혹은 질환 상태 등을 나타낼 수 있다. 수면뇌파의 대표적 특성파는 방추파(spindle), K-복합파(K-complex), 유파(hump)로 나타낸다. 방추파는 11~15Hz이며, 일반적으로 10~14Hz이고 지속시간이 0.5sec 이상이며, 몇 초까지 지속될 수 있고 중심부에서 최대값을 갖는다. K-복합파의 분포는 감각자극에 대한 반응, 중요 구성파의 구성에 있어 V 웨이브를 닮았으나 전형적으로 지속시간에 있어서는 좀 더 길고 날카로운 윤곽은 덜 한다 그리고 유파는 면이 깊어지면서 좌우 중심 두정부 부위에 좌우 대칭적, 동기성으로 2-3상성의 100~200 $\mu$ V의 예파가 단독 혹은 군파상으로 나타나는 파를 말한다. 그림 1은 본 연구에서 수면뇌파를 검출한 전극의 위치를 국제 10-20 전극 배

치법으로 나타낸 것이다.

### 1. 수면뇌파 특성

수면뇌파의 국제분류는 크게 5단계로 나눈다. 제1단계수면은 알파 파가 50%이하, 낮은 진폭과 혼합된 주파수로 이루어진 세타파(low amplitude, mixed frequency theta activity)가 50%이상일 경우로 정의된다. 이 단계는 알파(alpha)파가 50%이하를 이루고, 잔물결 파가 출현하게 된다. 제2단계는 두정부에 12-14Hz의 수면방추파가 최소 0.5초 이상 나타나거나, K복합(K-complex)가 나타날 경우로 정의한다. 제3단계는 중등도 수면기로서 2Hz이하, 75 $\mu$ V이상의 델타파가 수면판독단위(epoch)의 20~50%이하인 경우로 정의한다. 제4단계 수면은 델타(delta)파가 수면판독단위의 50%이상을 차지할 경우로 정의한다. REM 단계는 비교적 저 진폭의 2~7Hz 세타파, 속파 등 여러 가지의 뇌파가 출현하게 되고 드물게 알파파 군발이나 톱니파(sawtooth waves)가 나타난다. 그리고 깨어 있을 때의 알파 리듬 주파수보다 1~2Hz적은 알파파가 나타날 수 있다.

본 연구의 REM기는 뇌파만을 이용해서 판독 한 결과이다. 아래의 그림 2는 수면을 5단계로 나누어서 측정한 결과이며, 전극의 기준점(reference point)은 각각 A1, A2로 삼았다. 본 실험의 뇌파는 16개 전극(Fp1, Fp2, C3, C4, O1, O2, T3, T4, F3, F4, P3, P4, F7, F8, T5, T6)을 통하여 측정했다.

### 2. 수면뇌파 데이터 획득

본 연구에서 사용된 EEG 데이터는 영남의료원 신경정신과에서 획득한 뇌파로서 임상실험을 통해서 획득된 데이터이며, 정신과 전문의에 의해 수면뇌파로 판정된 것이다. 그림 2에서 수면뇌파를 얻기 위해 (주)Stellate 시스템에서 개발한 하모닉시스템을 사용하였다. 16채널에서 뇌파를 수집하였으며, IIR 필터 와 노치 필터의 주파수 대역범위는 각각 0.5Hz~25Hz와 57Hz~63Hz의 주파수 범위를 두어서 필터링(filtering)했다. 샘플링 시간은 200Hz를 사용하였다. 표 1은 실험대상들의 나이, 성별, 증상 그리고 실험에 사용된 데이터의 샘플링된 데이터의 수를 나타내고 있으며, 실험대상들은 뇌파에 특별한 이상이 없는 사람들 기준으로 삼았다.

표 1. 실험대상정보

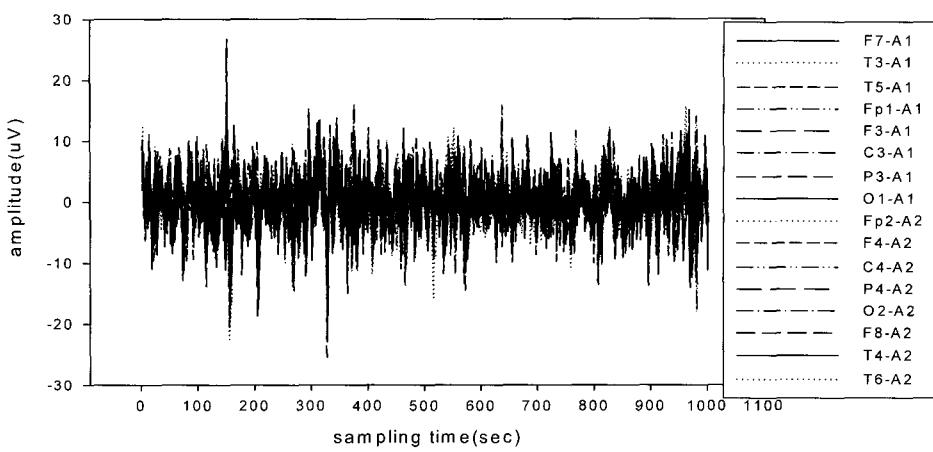
Table 1. Subjects data

No	Age	Sex	State	Data(sampling)
1	35	male	normal	8286
2	25	female	normal	7537
3	30	male	normal	9500
4	40	female	normal	8800
5	7	male	normal	7500

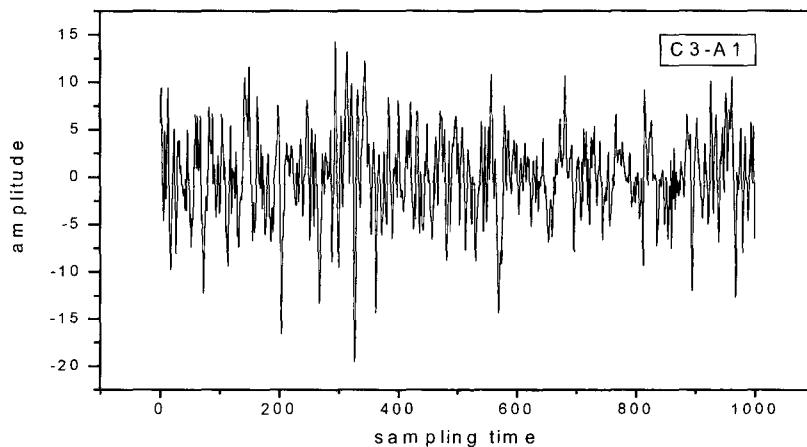
본 실험에서 사용한 IIR 필터는 입력  $x[n]$ 과 출력  $y[n]$ 의 관계는 임펄스 응답  $h_m$ 을 사용하면

$$y[n] = \sum_{m=0}^{\infty} h_m x[n-m] \quad (1)$$

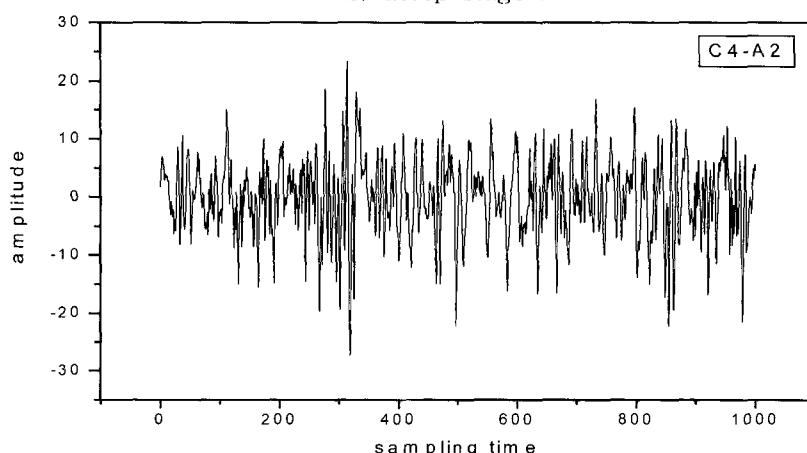
stage 1



(a) Example of sleep stage 1 EEG measurement



(b) Sleep stage 1



(c) Sleep stage 2

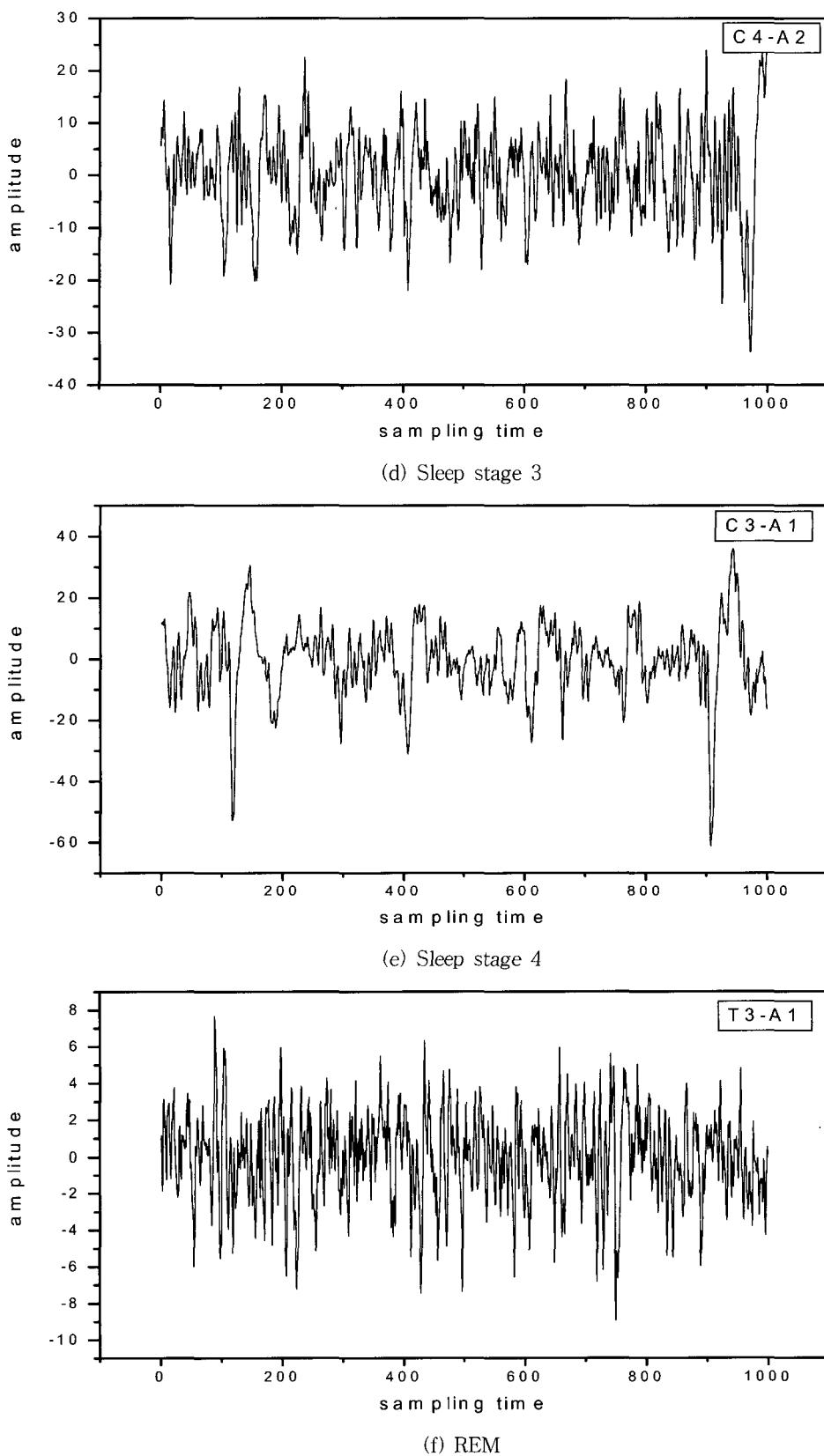


그림 2. 수면단계 뇌파

Fig. 2. EEG waveforms in sleep stages

식 (1)로 되기 때문에 적화(sum of products) 계산을 무한으로 하게 되고  $y[n]$ 의 계산은 언제까지나 종료하지 않는다. 그래서 IIR 필터에서:

$$y[n] = \sum_{i=1}^M a_i y[n-i] + \sum_{j=0}^N b_j x[n-j] \quad (2)$$

식 (2)에서  $y[n]$ 을 계산한다. 현재의 출력을 계산하는데 과거에 얻어진 출력을 이용하고 있기 때문에 결과적으로 식 (1)의 계산을 하고 있는 것이 된다. 식 (3)은 전달함수이다.

$$H(z) = \frac{\sum_{j=0}^N b_j z^{-j}}{1 - \sum_{i=1}^M a_i z^{-i}} \quad (3)$$

IIR 필터는 FIR 필터보다 적은 차수로 차단특성이 급격한 필터를 실현할 수 있다. 귀환로를 가지고 있으므로 안정성에 대해 주의할 필요가 있다. 그리고 무한어장 연산에서는 안정한 경우라도 실제의 유한어장의 연산 경우에 리밋 사이클 진동을 일으키는 경우가 있다. 식 (3)의 필터 전달함수의 극이  $z$ 평면 상의 단위원 내부에 존재하면 그 필터의 안정성이 보장된다. 그럼 2(a), (b), (c), (d), (e)와 (f)는 16개 채널을 이용해서 측정한 뇌파를 각 수면단계의 특성을 나타낸 뇌파들이다. 뇌파는 주로 1~14Hz의 주파수범위를 가지며, 진폭의 형태는 정상 수면뇌파에서 나오는 형태들이다. 수면뇌파에 사용된 전극의 위치는 문헌과 참고자료[8]로 전극의 위치를 결정하였으며 주로 특성파가 많이 발생하는 끗인 중심부와 두경부와 측두엽을 위주로 선택하였다.

## 수면단계 EEG 분류 시스템

본 논문에서는 순방향 다층 신경망으로 BP(back propagation) 알고리즘을 이용하여 신경망의 학습을 3단계로 나누어 실시했다. 1단계로 학습입력 패턴을 신경망에 입력하여 출력을 구했다. 2단계는 출력과 목표치의 차이 즉, 오차를 구했다. 3단계는 오차값을 역방향으로 전파시키면서 출력층의 연결강도 및 은닉층의 연결강도를 변경시켰다. 이것은 오류 역전파 학습 알고리즘으로 일반 델타 학습법과 마찬가지로 출력층의 오차신호를 이용하여 은닉층과 출력층 간의 연결강도를 변경하고, 출력층 오차신호를 은닉층에 역전파 하여 입력층과 은닉층 간의 연결강도를 변경하는 학습 방법이다.

본 연구에서  $s$ 개의 학습패턴 쌍( $x_1, d_1$ ), ( $x_2, d_2$ ), ..., ( $x_s, d_s$ )의 수는 일정한 범위를 정하여 선정한 것과 최대치와 최소치를 정하여 실험의 결과로 얻어졌다. 그리고 연결강도  $v$ 와  $w$ 는 임의의 작은 값으로 초기화했으며, 적절한 학습률이 정해졌다. 다음의 식(1)과 (2)는 연결강도가 변경되는 형태의 식이다.

$$NET_z = X V^T, z = f(NET_z) \quad (1)$$

$$NET_y = Z W^T, y = (NET_y) \quad (2)$$

목표치  $d$ 와 최종출력  $y$ 를 비교하여 제곱오차  $E$ 를 아래 식 (3)과 같이 구했다.

$$E = \frac{1}{2} (d - y)^2 \quad (3)$$

그리고 식(4)은 출력층의 오차 신호  $\delta_y$ 를 구한 것이고, 식 (5)은 은닉층에서 전파되는 오차신호  $\delta_z$ 이다.

$$\delta_y = (d - y) y (1 - y) \quad (4)$$

$$\delta_z = f'(NET_z) \sum_{i=0}^m \delta_y w \quad (5)$$

다음은  $k$  학습 단계에서의 은닉층과 출력층 간의 연결강도 변화량  $\Delta w^k$  및 입력층과 은닉층 간의 연결강도 변화량  $\Delta v^k$  값을 구했다.

$$\Delta w^k = \alpha \delta_y z, \Delta v^k = \alpha \delta_z x \quad (6)$$

여기서 학습패턴 쌍을 입력하여 연결강도를 변경하고, 오차  $E$ 가 특정 범위  $E_{max}$  보다 적어지면 학습을 종료했다.

웨이브렛 계수를 입력으로 하는 신경망은 수면 단계를 각각 00, 01, 10, 11로 구분하여 학습시켜 값을 출력하도록 학습시켰다. 신경망 최대학습 횟수는 2500번으로 두도록 하였으며, 평균자승오차는 0.001을 기준으로 설정하였다. 그럼 3은 본 논문에서 사용한 다층 신경망 구조이다.

### 1. 웨이브렛 변환

웨이브렛 해석은 연속신호와 이산신호의 경우에 모두 적용

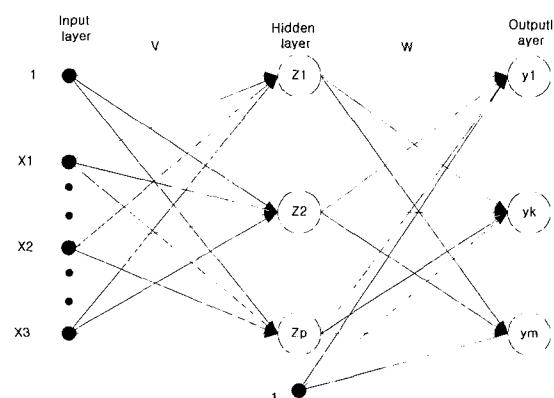


그림 3. 다층 신경망 구조

Fig. 3. Structure of multi-layer neural network

될 수 있으며 다양한 분야에서 그 응용 가능성을 인정받고 있다. 웨이브렛 변환은 고전적인 퓨우리에 변환과 구별되는 근본적인 차이점은 단구간 퓨리에 변환의 경우 모든 주파수대역에 대하여 동일한 크기의 필터 원도우를 사용하는 반면 웨이브렛 변환은 고주파 대역에서는 폭이 좁은 원도우를, 저주파 대역에서는 폭이 넓은 원도우를 사용한다는 것이다. 따라서 웨이브렛 해석은 상대대역폭 불변해석이라고도 말하며, 주파수 대역의 변화폭은 항상 주파수 값에 비례한다.

퓨우리에 변환이 주어진 신호를 사인(sine)과 코사인(cosine) 기저함수(basic function)를 이용하여 표현하는 것과는 달리 웨이브렛 변환은 일정한 시간-주파수 정보를 가지는 기저함수로 표현한다. 그래서 퓨리에 변환이 정제된 신호(stationary signal)해석에 유리한 반면에 웨이브렛 변환은 비정제 신호(non-stationary signal)해석에 이점이 있다.

웨이브렛 변환에 사용되는 기저함수로는 스케일링=scaling) 함수와 마더 웨이브렛(mother wavelet)이 있으며 마더 웨이브렛은 다음 식(7)과 같이 표현된다.

$$\psi_{\alpha, \tau} = \psi\left(\frac{t-\tau}{\alpha}\right) \quad (7)$$

여기서,  $\alpha$ 는 스케일링 파라미터(scaling parameter)이며,  $\tau$ 는 천이 파라미터(translation parameter)이며,  $\alpha^{\frac{1}{2}}$ 은 정규화 인자(normalization factor)이다.

웨이브렛 변환은 연속 웨이브렛 변환(CWT: continuous wavelet transform)과 이산 웨이브렛 변환(DWT: discrete wavelet transform)으로 분류한다.

이산신호(discrete signal)  $s(t)$ 에 대한 연속시간 영역에서 연속 웨이브렛 변환은 다음 식(8)과 같이 주어진다.

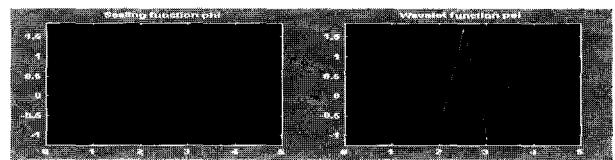
$$\begin{aligned} CWT(\alpha, \tau) &= \frac{1}{\sqrt{\alpha}} \int s(t) \psi^* \left( \frac{t-\tau}{\alpha} \right) dt \\ &= \langle s(t), \psi_{\alpha, \tau}(t) \rangle \end{aligned} \quad (8)$$

식(8)에서 스케일 파라미터와 천이 파라미터가 각각  $\alpha = 2^m$ ,  $\tau = n 2^m$ ,  $m, n \in$  정수로 주어질 때 이산 웨이브렛 변환은 식(9)과 같이 얻어진다.

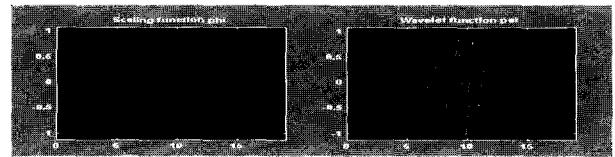
$$DWT(m, n) = 2^{-\frac{m}{2}} \sum_k s(k) \psi(2^{-\frac{m}{2}} k - n) \quad (9)$$

위의 식에서 알 수 있듯이 이산 웨이브렛은 연속 웨이브렛을 샘플화하여 변형시킨 형태로 표현된다.

본 연구에서는 유한 폐구간 내에서만 0이 아닌 값을 가지는 시간영역에서 컴팩트한 지지대를 갖는 직교 웨이브렛의 일종인 Daubechies 웨이브렛 함수[9]는 아래의 식 (10)의 두 스케일(two-scale) 관계를 정의하는 계수인  $p_k$ 에 의해 정의되는데, 이러한  $p_k$ 가 정의되면 웨이브렛 함수의 직교성 때문에 식 (11)



(a) Daubechies 3



(b) Daubechies 10

그림 4. Daubechies 웨이브렛 db3과 db10

Fig. 4. Daubechies wavelets db3 and db10

의  $q_k$ 가 식 (12)의 관계에 의해 정의되며, 셀프 듀얼(self-dual)하게된다.

$$\psi(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} p_k \psi(2t-k) \quad (10)$$

$$\psi(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} q_k \psi(2t-k) \quad (11)$$

$$q_n = (-1)^n \overline{P_{-n+1}} \quad (12)$$

일반적으로 많이 사용되는 계수는 2부터 20까지의 짹수가 많이 사용된다. 계수의 숫자가 많아질수록, 웨이브렛 함수는 더 부드러워지며, 퓨리에 영역에서 지역화 되는 특징이 좋아진다. 그러나 시간영역에서 0이 아닌 값을 가지는 범위는 더욱 넓어지게 된다. 그림 4는 Daubechies 3 과 Daubechies 10의 스케일링 함수와 웨이브렛 함수를 나타내었다. 그리고 그림 5는 수면뇌파의 웨이브렛 분해를 8레벨로 분할하여 주파수를 해석하였으며, 실험에 사용된 신호의 샘플링 주파수는 200Hz이다. 신경망 입력으로 사용된 웨이브렛 계수는 주로 18을 사용하였다.

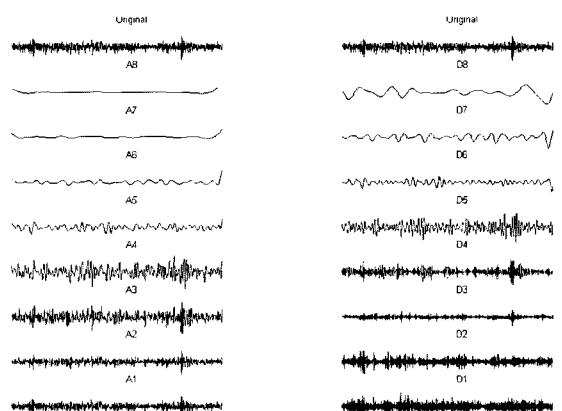


그림 5. 수면 1단계의 웨이블렛 분해

Fig. 5. Wavelet decomposition of stage 1

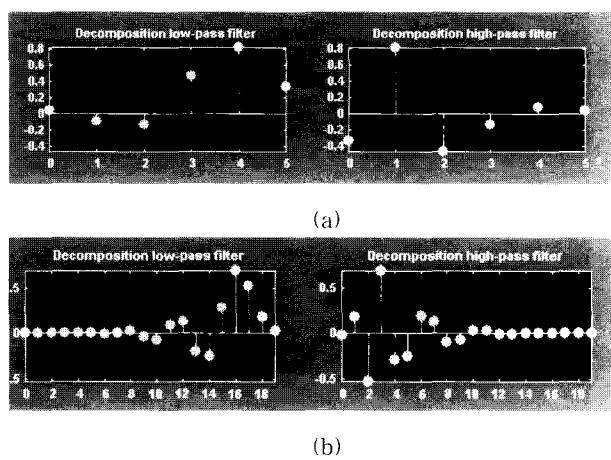


그림 6. Daubechies 웨이브렛 필터 계수

Fig. 6. Wavelet filter coefficients of Daubechies

### 실험결과 및 고찰

본 실험에서 사용한 데이터는 대학병원에서 정상인을 기준으로 실현한 결과이다. 신경망에 사용한 뇌파 데이터는 35세, 25세, 30세, 40세와 7세를 대상으로 측정한 수면뇌파이다. 수면

뇌파의 기준값은 뇌파의 주파수와 진폭의 크기로 구분하였으며, 5가지(유파, 수면방추파, K복합, 구파기 와 REM기)형태의 패턴정보를 이용했다. 그럼 6은 수면뇌파를 웨이브렛 계수형태로 나타낸 결과이다. 6(a)는 필터계수가 4개인 경우이고, 6(b)는 필터계수가 18인 경우인데 필터계수가 많을수록 과정의 형태는 부드러워지며, 퓨리에 영역에서 지역화 되는 특징이 좋아진다. 그럼 7에는 5단계의 수면뇌파를 고속 퓨우리 변환방법으로 주파수 해석한 결과를 나타냈는데, 각 수면단계는 1~10Hz 사이로 쉽게 구분할 수 있다. 그리고 그림 8은 본 연구에서 사용한 신경망의 성능을 나타내는 결과로 입력 패턴에 대한 반복학습 횟수를 나타낸 것이다. 7500번 정도부터는 평균오차율이 소수점이하 값으로 학습되고, 25000번 전에는 학습이 종료됨을 그림을 통해서 쉽게 알 수 있다. 표 2에는 각 수면단계의 특성파를 입력신호로 사용하여 실험한 결과 학습을 위한 반복학습률에 따른 반복횟수가 20000만번 이상을 기록하여 다른 수면단계와 비교시 약간 좋지 않았다. 그럼 9는 각 패턴을 학습시킨 후 인식률을 실험한 결과이며, 전체적으로 95%이상 좋은 결과를 낼 수 있었으며, 제 3수면과 REM기의 인식률은 약간 좋지 않은 결과를 나타내었다. 인식률 실험 결과, 학습률이 좋은 것은 인식률이 좋은 결과로 나타남을 확인 할 수 있었다.

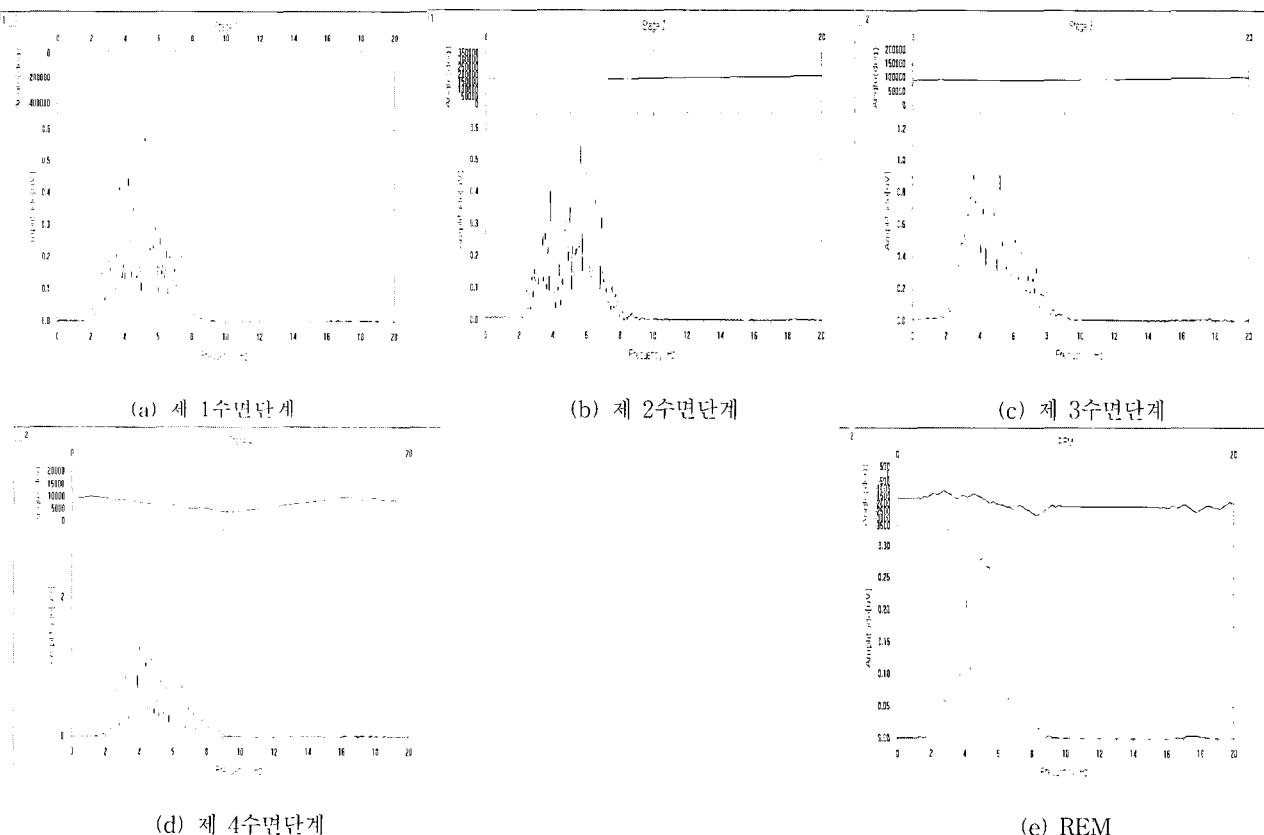


그림 7. 수면뇌파의 FFT 실험결과

Fig. 7. FFT experimental results of sleep EEGs

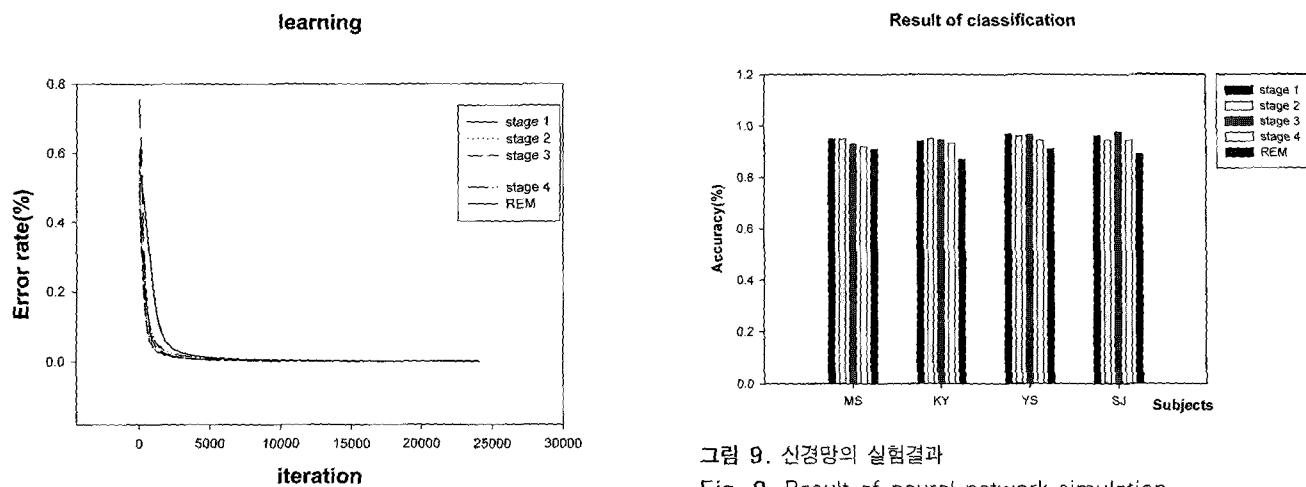


그림 8. 학습률 실험결과

Fig. 8. Result of learn-rate simulation

표 2. 신경망 학습결과

Table 2. Result of neural network experiment

Input	square error rate	Iteration(K)
stage 1	0.4923	14.3
stage 2	0.6123	21.6
stage 3	0.3395	24.5
stage 4	0.7558	14.7
REM	0.3434	24.7
mean	0.5086	19.96

## 결 론

본 연구에서는 수면단계 뇌파의 검출을 위해서 주파수분석 성능이 우수한 기법인 웨이브렛 변환과 고속 퓨우리에 방법을 이용하였다. 수면단계는 크게 비 REM기(제 1단계수면에서 제 4단계수면)와 REM기로 구분한다. 수면단계 뇌파의 5가지 특성파(유파, 수면방추파, K복합, 구파기, REM기)는 각 수면 단계에서 발생하는 과정을 입력 패턴으로 삼았다. 본 연구에서 제안한 수면단계 뇌파의 자동검출을 위해서 순방향 다중 신경망을 이용해서 학습률에 따른 반복횟수와 인식률을 모의 실험한 결과 평균 96%이상의 만족한 성능을 얻을 수 있었다. 뇌파 전문가들이 실제 뇌파를 분석하는데 본 연구 결과인 웨이브렛과 퓨우리에 신호분석법을 적용한다면 분석 작업시간의 단축과 신호의 판별력을 높일 수 있을 것이다. 앞으로 뇌파신호의 정확한 분류를 위해서 다양한 형태의 뇌파신호에서 정확한 분석과 검출이 가능한 알고리즘개발이 이루어져야 할 것이다.

## 참 고 문 헌

- R. Cooper, J.W. Osselton, J.C. Shaw, EEG Technology, 3rd. Butterworths, Boston, 1980
- E. Niedermeyer and F. Da Silva, Electroencephalography: Basic Principle, Clinical Applications, and Related Fields, 3rd, Williams & Wilkins, Baltimore, 1993
- P.F.H., T. Sannit, A review of the international twenty system of electrode placement, Grass Instrument Company, 1974
- G.K. Lee, I.T. Kang, and S.J. Shin, The study on BEAM for the space domain analysis of EEG," 의공 학회지, 제15권, pp.129-134, 1994
- T. Shimada, T. Shiina, Detection of characteristic waves of sleep EEG by neural network analysis, IEEE Trans. Biomed. Eng., vol. 47, pp. 369-379, 2000
- H.D. Seo, M.S. Kim, Analysis of Sleeping EEG Stage Using Wavelet and Fourier, Proc. of the World Congress on Medical Physics and Biomedical Engineering, August 2003
- M. Vetterli, C. Herley, Wavelets and filter: theory and design, IEEE Trans. Signal Proce., vol. 40, pp. 2207-2231, 1992
- 김대식 외 2인, 뇌파검사학, 고려의학, 2001
- I. Daubechies, Orthogonal bases of compactly supported wavelets, Comm. Pure Appl. Math, vol XLT, no.7, pp. 909-996, 1988