PUBLICATIONS OF THE KOREAN ASTRONOMICAL SOCIETY
18: 1 ~ 9, 2003

# 비앙키 I 형 시공간 속의 CMBR 흔들림: 중력파의 영향
# CMBR FLUCTUATIONS IN THE BIANCHI TYPE I SPACETIME: THE EFFECTS OF GRAVITATIONAL WAVES

송두종
한국천문연구원, 305-345 대전

D. J. SONG
Korea Astronomy Observatory
E-mail: djsong@kao.re.kr
*(Received: December 8, 2003; Accepted: December 18, 2003)*

**ABSTRACT**

In the framework of linear perturbation theory and linear approximation of spacetime anisotropy, we investigated the formulae for the CMBR temperature anisotropy and fluctuation spectrum which have their origin in the primordial tensor perturbations of the perturbed Bianchi type I universe model. The resulting formulae were compared with those of the flat Friedmann model.

*Keywords:* Cosmology-Bianchi type I model; Cosmic microwave background-temperature anisotropy; Linear perturbation theory-gravitational waves

## 1. 서론

중력파는 모든 인플레이션 우주모형에서 진공 흔들림의 피할 수 없는 결과물로써 생성되어 우주 속에 확률적인 중력파 배경을 이루고 있다. 중력파는 텐서 건드림으로 기술되어지고 CMBR에 어느 정도의 편극과 비등방성을 일으키는 것으로 알려져 있다. 따라서 원시 중력파의 스펙트럼을 CMBR 관측을 통해서 추정하는 것은 인플레이션 모형을 시험하는 시금석이 될 것으로 믿어지고 있다. [Grishchuk 1974, 2000; Starobinsky 1982, 1983; Liddle & Lyth, 2000]

연구에 따르면 [Grishchuk 2000], 초기우주의 양자 흔들림으로 생겨난 중력파는, 긴-파장 지배영역에서 증폭이 일어나는 데, 이 증폭은 전적으로 그 시기의 우주의 크기인자 $a(\eta)$ 에 의해 결정되어진다. 따라서 CMBR 관측을 통해 잔존 중력파를 확인하는 것은 초기우주의 $a(\eta)$ 에 대한 정보를 얻기 위한 것이다.

잘 알고 있는 바와 같이, 우주의 진화를 기술하는 크기인자 $a(\eta)$ 는 우주에 대한 시공간 모형과 시공간을 채우고 있는 에너지밀도의 구성에 따라 달라진다. 균질하고 등방인 프리이드만 우주모형에서 $a(\eta)$ 는 한꼴 시간 $\eta$에 대한 간단한 멱함수로 어림잡을 수 있지만, 보다 일반적인 균질한 시공간 모형에서는 방향성에 따른 비등방성 때문에 간단하게 기술할 수 없다. [Noh & Hwang 1995b]

따라서 균질한 시공간의 크기인자 $a(\eta)$, 다시 말하면, 우주의 비등방 시공간 모형은, 균질하고 등방인 시공간 모형과는 구별되는 효과를 CMBR 온도 비등방성에 나타낼 것이고, 스칼라 건드림에 대한 영향을 비앙키 I 형 시공간 속의 Sachs-Wolfe 효과에 대한 공식화 과정을 통해서 보였다. [송두종 2001; Song 2003] 한편 Aquiar & Crawford (2001)는, 수직한 축을 따른 허블맺음변수들이 어림잡아 같은 값을 가지면, 몇몇 비등방 시공간 모형에서 계산된 Sachs-Wolfe 효과가 등방인 모형에서 얻어진 결과와 같다는 것을 보였다.

잘 알려진 바와 같이, 균질하나 비등방인 비앙키 I형 시공간 모형은 CMBR의 온도에 사중극자 비등방성을 만들어낸다. [Collins & Hawking 1973; Barrow et al. 1983; Fabbri et al. 1984; Maartens 1996]. COBE에 의한 CMBR 온도 비등방성 관측과 비교하면, 그 비등방성도 $\sigma_0/H_0$ 의 크기는 현재 값이 $10^{-10}$ 보다 클 수 없다. [송두종 1999] 이것은 현재 시점에서 우주시공간 모형은 평평한 프리이드만 시공간 모형으로 쉽게 어림할 수 있다는 것을 보여주지만. 마지막 산란 표면에서는, 적색이동의 값을 $1+z_{em}=1100$ 정도로 택하면, 비등방성도가 약 $10^{-5}$ 정도가 될 것을 예상할 수 있고, 이 값은 마지막

산란 표면에서 일어날 것으로 생각되는 여러 물리적 현상에 상당한 영향을 미칠 것으로 평가할 수 있다.

이 논문에서는, 선형 비등방성과 선형 건드림의 한계 안에서, 균질한 시공간 모형 속의 텐서 건드림에 의한 CMBR 온도 흔들림 공식화 과정을 통해서 원시 중력파가 기여하는 영향을 균질하고 등방인 시공간의 경우와 비교하여 보이는 것이 목적이다.

지금까지의 연구 결과에 따르면, 인플레이션이시기에 시공간 계량의 양자 흔들림으로 생겨난 텐서 건드림은 우주 속에 확률론적 중력파배경을 형성한다. [Grishchuk 1975] 원시 중력파배경의 멱 스펙트럼은 인플레이션 지배기와 복사지배기 사이의 천이에 의해 결정되고, 천이를 연결하는 Bogolioubov 곁수는 크기인자의 한꼴 시간에 대한 두 번 미분에 의해 결정된다는 것이다. [Henriques 2003] 우주 시공간의 팽창을 결정하는 크기인자가 한꼴 시간의 멱함수로 주어진다면, 당시 우주의 허블 지평선보다 훨씬 큰 파장을 가진 중력파들이 기여하는 스펙트럼도 멱함수로 주어지고, [Grishchuk 2000] 다중극 $l$이 100보다 훨씬 작은 CMBR 온도 흔들림 스펙트럼에 주로 기여하고, 멱스펙트럼의 진폭은 일정한 것으로 알려져 있다.

건드림된 비앙키 I형 우주모형에서 텐서 건드림이 만들어내는 CMBR 온도 흔들림에 관한 공식, 특히 중력파 건드림의 효과가 기여하는 공식을 살펴보기 위해, 처음부터 원시 중력파 배경이 존재한다고 가정하고, 중력파의 진폭은 광자분리기 때의 원시 중력파의 진폭으로 결정된다고 가정한다. 이를 위해 먼저 비앙키 I형 모형을 명확하게 규정하고, 선형 건드림된 비앙키 I형 모형의 틀 안에서 중력파에 대한 방정식을 세우고 그 풀이를 시공간 비등방성의 일차 항까지 계산해본다. 여기서 얻어진 중력파를 온도 흔들림 공식에 도입하여 그 표현 꼴을 프리이드만 모형의 결과와 비교해본다.

이 논문의 구성은, 제2장에서는 건드림된 비앙키 I 형 모형의 계량으로 텐서 건드림만을 고려하여 중력파에 관한 미분방정식을 살펴보고, 비앙키 I 형 시공간의 비등방성도를 평평한 프리이드만 시공간에 대한 일차 건드림으로 생각하여, 중력파에 대한 풀이를 구한다. 제3장에서는, 건드림된 비앙키 I 형 시공간 모형에서, 텐서 건드림이 기여하는 CMBR 온도 비등방성에 대한 공식을 기술하고, 그 스펙트럼 꼴이 프리이드만 시공간의 꼴과 어떻게 다른 지 보인다. 제4장에 요약을 하였다.

## 2. 비앙키 I 형 시공간 속의 중력파

### *2.1.* 비앙키 *I* 형 시공간 모형

비앙키 I 형 시공간 모형은 균질하고 비등방인 시공간을 기술하는 아홉 개의 모형 중에서 가장 간단한 것으로, 시공간의 비등방성이 사라지면 평평한 프리이드만 시공간으로 접근한다. [Ryan & Shepley 1975] 건드림되지 않은 비앙키 I 형 시공간의 계량을

$$ds^2 = a^2(\eta)\,[-d\eta^2 + \gamma_{ij}(\eta)\,dx^i dx^j]$$

처럼 도입하면, 먼지로 채워진 우주에서 크기인자 $a(\eta)$와 계량의 공간성분 $\gamma_{ij}(\eta)$는 프리이드만 방정식

$$(s_{,0})^2 = \frac{8\pi}{3}G\rho a^2 + \frac{1}{3}\sigma^2 ,$$

$$s_{,00} = -\frac{4\pi}{3}G\rho a^2 - \frac{2}{3}\sigma^2,$$

과 시공간 비등방성의 진화방정식

$$\sigma^j_{i,0} + 2s_{,0}\sigma^i_i = 0,$$

및 에너지 밀도에 대한 연속방정식

$$\rho_{,0} - 3s_{,0}\rho = 0$$

의 풀이로 기술되어 진다는 것이 잘 알려져 있다 [Ryan & Shepley 1975; Noh & Hwang 995a]. 여기서 아래첨자 $_{,0}$는 $dt = a d\eta$ 로 정의된 한꼴 시간 $\eta$에 대한 미분을 나타내고, $s_{,0}$는 크기인자를 $s = \ln a$ 로 정의할 때, 크기인자의 한꼴 시간에 대한 변화율 $s_{,0} = a_{,0}/a$로 정의되었고, $\sigma_{ij}$는 계량 $\gamma_{ij}$의 한꼴 시간에 대한 미분을 통해 $\gamma_{ij,0} = 2\sigma_{ij}$ 처럼 정의된, 공간의 비등방성을 대표하는 층밀리기 텐서로 흔적없음 조건 $\sigma^j_j = 0$ 이 만족되도록 선택되었고, $2\sigma^2 = \sigma_{ij}\sigma^{ij}$이다.

팽창하는 우주에서 우리의 관심을 물질지배기인 광자분리기에 한정하면, 이 시기의 시공간의 비등방성도는 $\sigma_0/H_0 \sim 10^{-5}$가 된다. [송두종, 1999] 따라서 이 시기에서, 시공간 팽창율에 대한 층밀리기 텐서의 비로 대표되는 비등방성도 $\sigma_0/H_0$의 일차항 까지만 고려하면, 프리이드만 방정식에서 유용한 어림

$$s_{,00}/(s_{,0})^2 \simeq -\frac{1}{2},$$

$$(4\pi G\rho a^2)/(s_{,0})^2 \simeq \frac{3}{2}$$

을 얻을 수 있고, 이것을 이용하면, 비등방성 지배기의 시간 척도는 $t_s/t_0 = \frac{1}{\sqrt{3}}\sigma_0/H_0$ 가 됨을 알 수 있다. [송두종, 1999] 아래 첨자 0으로 현재의 값을 나타내었다.

비앙키 I 형 시공간 모형은 비등방 시공간 모형 중에서 가장 간단한 것이지만, 아직도 수많은 다양성을 가지고 있다. 문제를 단순화하기 위하여 다음과 같이 대상이 되는 물리량을 모두 $\sigma_0/H_0$의 일차 항까지만 선택한다. 다른 말로 하자면, 시공간 크기인자, 계량의 공간성분 및

층밀리기 텐서를 각각

$$\frac{a_0}{a} \simeq w^{-2/3}[1+\frac{2}{\sqrt{3}}\frac{\sigma_0}{H_0}(w^{-1}-1)],$$

$$\gamma_{ij} \simeq (1-\frac{4}{3\sqrt{3}}\frac{\sigma_0}{H_0}w^{-1}S_i)\delta_{ij},$$

$$\overline{\sigma_j^i} = \sigma_j^i/s_{,0} \simeq \frac{1}{\sqrt{3}}\frac{\sigma_0}{H_0}w^{-1}S_i\delta_{ij} \qquad (1)$$

와 같이 어림한다. [Song, 2003] 여기서 시간 변수 $w=t/t_0$ 로 정의되었고, $S_i$는 계량의 공간 성분을 $\gamma_{ij}=e^{2S_i}\delta_{ij}$ 로 정의하였을 때, $S_i = s_{i,0}/\sqrt{\sum_j s_{j,0}^2/6}$ 로 정의되었다. [Noh 1996] 층밀리기 텐서의 위에 붙인 가로막대는 크기인자의 변화율 $s_{,0}$로 층밀리기 텐서를 나누어 줌으로써 차원이 없는 양으로 만든 것이다. 나아가 배경 비등방성의 주축을 $\hat{x}^1$, $\hat{x}^2$, $\hat{x}^3$로 택하였을 때, $S_i$는 층밀리기 텐서의 흔적없음 조건, $\sum_i S_i=0$과 $\sum_i S_i^2=6$을 만족하도록 선택되었다. [Noh & Hwang 1995b]

### 2.2. 텐서 건드림

선형 건드림이론에서 건드림된 시공간의 계량을 스칼라형, 벡타형 및 텐서형 건드림 변수로 나누면 편리하게 다룰 수 있고, 각각 밀도건드림, 속도 및 중력파 건드림을 기술한다. [Liddle & Lyth 2000] 중력파에 초점을 맞추어 텐서 건드림만 고려하면, 건드림된 비앙키 I 형 시공간의 계량은, 선형건드림과 $C-$게이지 조건( $\overline{C}=0=C_j^{(v)}$ ) 아래서,

$$ds^2 = a^2(\eta)\{-d\eta^2+[(1+2C)\gamma_{ij}+C_{ij}^{(t)}]dx^idx^j\} \qquad (2)$$

과 같이 쓰여진다 [Noh & Hwang, 1995a]. 여기서 $C$는 시공간의 3차원 곡률을 결정하는 스칼라 포텐셜이고, 텐서 건드림 $C_{ij}^{(t)}$는 흔적없음( $C^{(t)i}{}_i=0$과 가로파동 ( $C_{ij}^{(t)|j}=C_{ij}^{(t)}q^j=0$, $q^i$는 텐서 건드림의 파동벡타이다.) 조건을 만족하도록 선택되었다.

텐서 건드림의 흔적없음 조건과 가로파동 조건은 또 중력파의 편극을 결정한다. 우리가 중력파의 진행 방향을 파동벡타 $q^i=(0,0,q^3)$로 한정하면, 텐서 건드림의 영이 아닌 독립 성분은 $C^{(t)1}_{\ 1}$과 $C^{(t)1}_{\ 2}$가 되고, 이것은 중력파의 두 편극 성분 $G_+=C_1^{(t)1}$와 $G_\times=C^{(t)1}_{\ 2}$를 결정한다. 이것을 종합하면, 텐서 건드림의 성분은

$$C_j^{(t)i} = \begin{bmatrix} G_+ & G_\times & 0 \\ \gamma^{22}\gamma_{11}G_\times & -G_+ & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \qquad (3)$$

처럼 나타낼 수 있다. [Noh 1996] 이것은 $C^{(t)2}_{\ 2}=C_1^{(t)1}$, $C^{(t)2}_{\ 1}=\gamma^{22}\gamma_{11}C_2^{(t)1}$ 사이의 관계를 알려준다.

### 2.3. 중력파에 대한 미분방정식과 풀이

잘 알려진 바와 같이 [Noh & Hwang 1995a, 1995b], 건드림된 비앙키 I 형 시공간의 건드림된 계량 변수들과 에너지-운동량 건드림 변수들에 대한 미분방정식은, 시공간의 비등방성 때문에 서로 결합된 복잡한 꼴을 하고 있어서 해석적으로 다루기에 많은 어려운 점이 있다.

따라서 우리는 문제의 핵심을 벗어나지 않는 범위에서, 계산에 필요한 수식을 다룰 수 있을 정도로 단순화하기 위해서, 비앙키 I 형 시공간 모형에 대해 일할 수 있는 모형을 다음과 같이 선택한다. [Song 2003]

우리가 관심을 가지는 우주의 시기는 시공간의 비등방성도가 초기우주의 에너지 건드림과 비교할 만한 정도가 되는 물질지배기로 하고, 우주는 먼지로 채워져 있다고 생각한다. 자세하게는 CMBR의 온도흔들림에 중력파가 기여하는 바를 살펴보기 위해, 우리의 계산은 광자분리기 부근에 초점을 맞추고, 비등방성도 $\sigma_0/H_0$의 일차항 까지만 남긴다.

뒷마당 비앙키 I 형 시공간 모형으로 다양한 비등방성 중에서 층밀리기 텐서의 성분이 $\sigma_1^1=-\sigma_2^2$ = 를 만족하도록 선택한다. 이것은 층밀리기 텐서의 흔적없음 특성에서 $\sigma_3^3=0$임을 뜻하고, 비등방성 맺음변수 $S_i$의 성분이 $S_i=(\sqrt{3},-\sqrt{3},0)$ 또는 $(-\sqrt{3},\sqrt{3},0)$이 된다는 것을 알려준다. 관측 지점을 좌표계의 원점으로 생각할 경우, 뒷마당 시공간에서 광자의 진행 방향을

$$n^i_{(0)} = -\frac{\gamma^{ij}}{K^0_{(0)}}(\sin\phi, 0, \cos\phi)$$

로 나타낸다.

건드림된 비앙키 I 형 시공간의 텐서 건드림은 $\hat{x}^3-$축 방향으로 진행한다고 생각하면, 그것의 파동벡타의 성분은 $q^i=(0,0,q^3)$가 되고, 빛형 조건 $q_aq^a=0$을 만족하고 파동벡타의 공간 성분 첨자의 올리고 내림은 $\gamma^{ij}$를 통해 이루어지고( $(q^i=\gamma^{ij}q_j)$ 껴바뀜 파동벡타 $q_j$는 일정하도록 선택되었다. 긴 파장을 가진 중력파만을 고려하기 위하여, 건드림된 지역과 텐서 건드림의 파장이 각각 조건 $\lambda \gg \lambda_J$(진즈의 파장) 및 $\lambda \gg \lambda_\gamma = \lambda_H$ (광자분리기의 지평선의 크기)안에 들도록 선택한다.

위에서 본 것과 같이, 텐서 건드림은 두 개의 편극 성분 $G_+$와 $G_\times$로 기술할 수 있고, 팽창하는 시공간에서

우리가 선택한 모형을 만족하는, 두 성분의 시간에 따른 변화는 건드림된 비앙키 I 형 시공간에 대한 아인슈타인 방정식에서 얻어지는 미분방정식 [Noh & Hwang 1995b]

$$G_+'' + \frac{3}{2} G_+' - \overline{\Delta} G_+ = -8 \overline{\sigma_1^1} C'$$

$$G_\times'' + (\frac{3}{2} + 4 \overline{\sigma_1^1}) G_\times' - \overline{\Delta}' G_\times = 0 \tag{4}$$

의 풀이로서 구할 수 있다. 식 (4)는 공간의 스칼라 포텐셜에 관한 미분방정식

$$C' = \frac{1}{2} \overline{\sigma_1^1} G_+ \tag{5}$$

으로 닫혀진 미분방정식 체제를 이룬다. 여기서 프라임은 크기인자 $s = \ln a$에 대한 미분이고, 라플라시안 $\overline{\Delta}$는 $\overline{\Delta} = \Delta / s_{,0} \simeq -\left(\frac{\lambda_\gamma}{\lambda}\right)^2 \frac{a}{a_\gamma}$로 정의되었고, 광자분리기($a_\gamma = a_{em}$)에서 $\overline{\Delta}|_\gamma = -1$이 되도록 틀맞춤하였다. 이 틀맞춤 안에서 중력파의 파동벡타의 값은 광자분리기에서 $q_\gamma = s_{,0}|_\gamma$가 되도록 선택되었다.

윗 식의 특징은, 우리가 계산을 위한 단순한 모형을 선택했음에도 불구하고, 시공간의 비등방성을 대표하는 층밀리기 텐서의 성분 $\overline{\sigma}_1^1$를 매개로 하여, 편극 성분 $G_+$와 곡률 스칼라 포텐셜 사이의 결합된 미분방정식 집합을 보여주고, 또 편극 성분들 $G_+$와 $G_\times$에 대한 미분방정식이 다른 꼴을 하고 있다는 것을 보여준다. 이러한 양상은 건드림된 균질 등방 시공간에서는 나타나지 않는다. 대표적인 경우가 건드림된 평평한 프리이드만 시공간에서는 편극 성분 $G_+$와 $G_\times$에 대한 미분방정식이 똑 같다. 이것은 시공간의 비등방성을 나타내는 층밀리기 텐서 $\overline{\sigma}_1^1$가 사라지면 곧 바로 도달하는 방정식이고, 잘 알려진 중력파에 대한 풀이를 갖는다. [Grishchuk 2003; Liddle & Lyth 2000]

여기서 비등방성도의 일차 항까지 미분방정식 식 (4)의 풀이로서 중력파를 나타내기 위해, 비등방성을 대표하는 층밀리기 텐서 성분 $\overline{\sigma}_1^1$을 포함하지 않는 영차 항을 $G_{(0)}$로 표시하면, 중력파의 두 편극 성분 $G_+$, $G_\times$를

$$G_{+,\times} \simeq G_{(0)} + \delta G_{+,\times} \tag{6}$$

처럼 어림잡을 수 있다. 이와 같은 어림에서 식 (4)에 있는 라플라시안은

$$\overline{\Delta} \simeq \overline{\Delta_{(0)}} + \delta \overline{\Delta}$$

처럼 어림되고, 건드림된 변수들을 평면파로 $G(\boldsymbol{r}, t) \propto \int G(\boldsymbol{q}, t) e^{i\boldsymbol{r}\cdot\boldsymbol{q}} d^3q$ 처럼 전개하고, $\sigma_0 / H_0$의 일차 항까지만 선택하면,

$$\overline{\Delta}_{(0)} \simeq \left(\frac{\lambda_\gamma}{\lambda}\right)^2 \frac{a_{ob}}{a_\gamma} w^{2/3},$$

$$\delta \overline{\Delta} \simeq -\frac{2}{\sqrt{3}} \frac{\sigma_0}{H_0} \overline{\Delta}_{(0)} (w^{-1} - 1)$$

으로 표현되어질 수 있다.

먼저 식 (4a)를 식 (4)에 대입하고 정리한 다음, 윗 관계식을 대입하고 $\sigma_0 / H_0$의 일차항 까지만 선택하면, 얻어지는 미분방정식은 다음과 같다. [Hwang & Noh 1999; Song 2003]

$$G_{(0)}'' + \frac{3}{2} G_{(0)}' - \overline{\Delta}_{(0)} G_{(0)} = 0 \tag{7}$$

$$\delta G_+'' + \frac{3}{2} \delta G_+' - \overline{\Delta}_{(0)} \delta G_+ = \delta \overline{\Delta} G_{(0)} \tag{8}$$

$$\delta G_\times'' + \frac{3}{2} \delta G_\times' - \overline{\Delta}_{(0)} \delta G_+ \simeq \overline{\Delta} G_{(0)} - 4 \sigma_1^1 G_{(0)}' \tag{9}$$

시간에 대한 새로운 변수 $x$를 $\overline{\Delta}_{(0)} = -\frac{1}{4} x^2$ 처럼 도입하면, $x = 2x = \frac{\lambda_\gamma}{\lambda} w_\gamma^{-1/3} w^{1/3}$ 가 되고, 중력파의 건드림 되지 않은 부분과 건드림 된 부분을 각각 $G_{(0)} \propto x^{-3/3} H(x)$ 및 $\delta G_{+,\times} \propto x^{-3/2} \delta H_{+,\times}(x)$와 같이 선택하면 [Song, 2003], 위 중력파 미분방정식은

$$H_{,xx} + x^{-1} H_{,x} + [1 - \left(\frac{3}{2}\right)^2 x^{-2}] H = 0 \tag{10}$$

$$\delta H_{+,xx} + x^{-1} \delta H_{+,\times} + [1 - \left(\frac{3}{2}\right)^2 x^{-2}] \delta H_+ = \frac{\sigma_0}{H_0} f_{G_+}(x) \tag{11}$$

$$\delta H_{\times,xx} + x^{-1} \delta H_{\times,x} + 1 - \left(\frac{3}{2}\right)^2 x^{-2}] \delta H_\times = \frac{\sigma_0}{H_0} f_{G_\times}(x) \tag{12}$$

처럼 잘 알려진 베셀 미분방정식으로 고쳐 쓸 수 있고, 여기서 $f_{G_+}$와 $f_{G_\times}$는 각각

$$f_{G_+}(x) = \frac{2}{\sqrt{3}} [8 \left(\frac{\lambda_\gamma}{\lambda}\right)^3 \left(\frac{a_{ob}}{a_\gamma}\right)^{3/2} x^{-3/2} - x^{3/2}] G_{(0)} \tag{13}$$

$$f_{G_\times}(x) = \frac{2}{\sqrt{3}} [8 \left(\frac{\lambda_\gamma}{\lambda}\right)^3 \left(\frac{a_{ob}}{a_\gamma}\right)^{3/2} x^{-3/2} - x^{3/2}] G_{(0)} - 8 \frac{8}{\sqrt{3}} S_1 \left(\frac{\lambda_\gamma}{\lambda}\right)^3 \left(\frac{a_{ob}}{a_\gamma}\right)^{3/2} x^{-5/2} G_{(0),x} \tag{14}$$

으로 나타내었다.

미분방정식 (10)의 풀이는, 자람 풀이만 고려하면,

$$H(x) = J_{\frac{3}{2}}(x) \tag{15}$$

이고, 건드림된 부분에 대한 미분방정식 (11) 및 (12)의 풀이는 각각

$$\delta H_{+,\times}(x) = \frac{\sigma_0}{H_0}\overline{\delta H}_{+,\times}(x) \tag{16}$$

$$\overline{\delta H}_{+,\times}(x) = 2J_{\frac{3}{2}}(x)\int_0^x d\tau f_{G_{+,\times}}(\tau)\, Y_{\frac{3}{2}}(\tau)/K(\tau) \tag{17}$$

$$K(x) = [J_{1/2}(x) - J_{5/2}(x)]Y_{3/2}(x) - J_{3/2}(x)[Y_{1/2}(x) - Y_{5/2}(x)] \tag{18}$$

와 같다. 이것을 종합하면, 중력파의 두 편극은

$$G_{+,\times}(\boldsymbol{r}, x) = g(\boldsymbol{r})x^{-3/2}[J_{3/2}(x) + \delta H_{+,\times}(x)] \tag{19}$$

$$G_{(0)}(\boldsymbol{r}, x) = g(\boldsymbol{r})x^{-3/2}J_{3/2}(x), \tag{20}$$

$$\delta G_{+,\times}(\boldsymbol{r}, x) = \frac{\sigma_0}{H_0}g(\boldsymbol{r})x^{-3/2}\overline{\delta H}_{+,\times}(x) \tag{21}$$

로 쓰여진다. 여기서 $g(\boldsymbol{r})$는 적분상수로 공간의 함수로 나타내었다.

## 3. CMBR 온도 흔들림 - 중력파의 기여

### 3.1. 온도흔들림에 대한 기본공식

마지막 산란 표면(em으로 표현) 에서 출발하여 관측지점 (ob로 표현)까지 도달하는 광자는 그가 여행한 시공간의 정보를 간직하고 있다. 만약 인플레이션 우주모형에서 주장하는 확률적 중력파 뒷마당(background)이 광자분리기에 존재하였거나, 또는 광자가 마지막 산란표면에서 관측지점까지 여행하는 동안 어떤 형태의 텐서 건드림을 만났다면, 그 효과는 광자의 에너지를 변환시키고, 일찍이 Sachs & Wolfe (1967)가 보였던 것과 같이, 에너지의 변화는 적색이동을 통해서 관측되어질 수 있고, 또 CMBR의 온도변화와 연결지어 줄 수 있다.

그 관계식, 즉 광자의 적색이동과 에너지변화 및 CMBR 온도 진화 사이의 관계식은, 건드림된 비앙키 I 형 시공간에 대해

$$1+z = \frac{a_{ob}}{a_{em}}\frac{K^0_{(0)em}}{K^0_{(0)ob}}(1+\delta n^0|^{em}_{ob}) = \frac{T_{em}}{T_{ob}} \tag{22}$$

처럼 쓰여질 수 있고, 건드림되지 않은 시공간에 대한 관계식은, 아래첨자 (0)를 사용하여 표현하면

$$1+z_0 = \frac{a_{ob}}{a_{em}}\frac{K^0_{(0)em}}{K^0_{(0)ob}} = \frac{T_{(0)em}}{T_{(0)ob}} \tag{23}$$

가 된다. $K^0_{(0)}$는 $k^a = a^{-2}(K^a_{(0)} + \delta K^a)$로 정의된 빛형측지선 접선벡타의 건드림되지 않은 부분의 시간 성분이고 $\delta n^0$는 $\delta n^a = \delta K^a/K^0_{(0)}$로 정의된 건드림된 부분의 시간 성분으로 에너지의 변화를 나타낸다.

우리가 선택한 뒷마당 비앙키 I 형 시공간의 비등방성이 평평한 프리이드만 시공간에서 벗어나는 정도는 식 (23)에서 평가할 수 있다. 여기서 시공간의 비등방성을 평평한 프리이드만 시공간의 일차 건드림으로 어림하면, 식 (23)는 우리가 선택한 시공간 모형 안에서, CMBR 온도 비등방성이

$$\left(\frac{\delta T}{T}\right)_{(0)}\Big|^{em}_{ob} \simeq -\frac{2}{3\sqrt{3}}\frac{\sigma_0}{H_0}(w^{-1}_{em} - 1)(1 - \sin^2\phi) \tag{24}$$

가 됨을 알 수 있고, 이것은 다중극 $l=2$인 사중극자 편극이 되고[Collins & Hawking 1973; 송두종 1999], COBE-DMR 결과[Kogut et al., 1996; Bennet et al., 1996; Gorski et al., 1996]

$$\sqrt{\left(\frac{\delta T}{\langle T_{(0)}\rangle}\right)^2_{Q-rms}} \simeq 5.61\times10^{-6}$$

와 비교하면, 비등방성도의 크기가 $\sigma_0/H_0 \sim 10^{-10}$ 정도임을 추정할 수 있다. 따라서 현재 비앙키 I 형 모형이 평평한 프리이드만 시공간에서 벗어나는 정도는 무시할 만하다. 그렇지만 마지막 산란 표면에서 이 값은 약 $10^{-5}$ 정도가 될 것을 평가할 수 있어서 아직도 살펴볼 가치가 있다고 판단된다. 앞으로의 계산은 비등방성도의 값이 매우 작다는 데 바탕을 두고 비앙키 I 형 시공간의 모든 물리량을 비등방성도 $\sigma_0/H_0$의 일차 항까지만 선택하여 수행하겠다.

### 3.2. 중력파에 의한 *CMBR* 온도 흔들림

중력파가 기여하는 CMBR 온도 비등방성을 평가하기 위하여, 식 (2)의 계량으로 주어진 건드림된 비앙키 I 형 시공간에 대한 빛형측지선 방정식을 풀어서 상대적인 에너지 변화량 $\delta n^0$를 계산하여 [Song 2000] 식 (22)에 대입하면, 텐서건드림 $C^{(t)}_{jk}$가 기여하는 CMBR 온도 비등방성을 찾아볼 수 있다. 여기에 대한 일반적인 표현 꼴은 시공간 비등방성의 일차 항까지만 선택하면 [송두종 2001; Song 2003]

$$\begin{aligned}\frac{\Delta T}{T}\Big|^{ob}_{em} \simeq & -\frac{1}{2}\int^{ob}_{em}(C^{(t)}_{ij,0}n^i_{(0)}n^j_{(0)})(\tau)\,d\tau \\ & - \int^{ob}_{em}\left[\int^{ob}_{\tau}H_{(0)}(\tau')d\tau'\right](C^{(t)}_{ij,0}n^i_{(0)}n^j_{(0)})(\tau)d\tau \\ & + 2\int^{ob}_{em}\left[(\sigma^{jn^l_{(0)}}_l)C^{(t)}_{jk}n^k_{(0)}\right](\tau)\,d\tau \\ & - \int^{ob}_{em}\left[\int^{ob}_{\tau}(\sigma_{ki}n^k_{(0)})(\tau')\,d\tau'\right](\gamma^{ij}C^{(t)}_{kl,j}n^k_{(0)}n^l_{(0)})(\tau)d\tau\end{aligned} \tag{25}$$

가 된다. 여기서 $H_{(0)} = \sigma_{ij}n^i_{(0)}n^j_{(0)}$로 정의되었고, 적분은 식 (2)에서 정의된 한꼴 시간 $\eta$에 대해 행해진다. 식 (25)는, 비등방성을 대표하는 층밀리기 텐서 성분이 사라지면, 잘 알려진 평평한 프리이드만 시공간에서 중력파가 기여하는 CMBR 온도 비등방성에 관한 공식으로 돌아간다. [Sachs & Wolfe 1967; Linder 1988a,b; Dimitropoulos &

Grishchuk 2001]

이 시점에서, 우리가 선택한 비앙키 I 형 시공간 모형 안에서, 식 (1)에 주어진 시공간 크기인자, 계량의 공간성분 및 충밀리기 텐서에 대한 어림을 이용하고, 또 같은 방법으로 광자의 진행방향 벡타 $n^i_{(0)}$와 시간 간격 $d\tau$를 $\sigma_0/H_0$의 일차 항까지 어림한 후, 식 (3)에 주어진 텐서건드림의 편극 성분과 함께 식 (24)에 대입하여 정리하면, CMBR 온도 비등방성은 중력파의 편극 성분 $G_+$ 만이 기여하는 꼴

$$\begin{aligned}\frac{\Delta T}{T}\Big|_{em}^{ob} &\simeq -\frac{1}{2}\int_{em}^{ob} G_{+,w}(w)\,dw \\ &+ \frac{2}{3}\frac{\sigma_0}{H_0}\sin^2\phi\int_{em}^{ob} G_{+,w}(w)\,dw \\ &+ \frac{2}{3}\frac{\sigma_0}{H_0}(1-w_{em}^{-1})\sin^4\phi\int_{em}^{ob} G_{+,w}(w)\,dw \\ &+ \frac{2}{3}\frac{\sigma_0}{H_0}\sin^2\phi\int_{em}^{ob} G_{+,w}w^{-1}dw \\ &+ \frac{2}{3}\frac{\sigma_0}{H_0}\sin^2\phi\int_{em}^{ob} G_{+}(w)\,w^{-2}dw\end{aligned} \tag{26}$$

로 나타내어진다. 여기서 파동벡타의 성분을 $q^i=(0,0,q^3)$로 한정하고, 광자의 진행방향을 $n^i_{(0)}=(n^1_{(0)},0,n^3_{(0)})$로 선택한 결과, 윗 식에서 다른 하나의 편극 성분 $G_\times$의 기여는 사라진다. 식 (26)은, 비등방성의 정도 $\sigma_0/H_0$를 포함하는 항들을 제외하면, 균질하고 등방인 프리이드만 시공간의 공식으로 돌아간다. [Linder 1988a, 1988b; Grishchuk 1993]

중력파의 편극성분 $G_+$에 대한 풀이를 식 (6)에 따라 뒷마당과 건드림 부분으로 나누어 도입하면, 중력파에 의한 윗 CMBR 온도 비등방성은 다음과 같다:

$$\begin{aligned}\frac{\Delta T}{T}\Big|_{em}^{ob} &\simeq -\frac{1}{2}\sin^2\phi\int_{em}^{ob} G_{(0),w}(w)\,dw \\ &- \frac{1}{2}\sin^2\phi\int_{0}^{em}\delta G_{+,w}(w)\,dw \\ &+ \frac{2}{3}\frac{\sigma_0}{H_0}\sin^2\phi\int_{em}^{ob} G_{(0),w}(w)\,dw \\ &- \frac{2}{3}\frac{\sigma_0}{H_0}w_{em}^{-1}(1-w_{em})\sin^4\phi\int_{em}^{ob} G_{(0),w}(w)\,dw \\ &+ \frac{2}{3}\frac{\sigma_0}{H_)}\sin^2\phi\int_{em}^{ob} G_{(0),w}(w)\,w^{-1}dw \\ &+ \frac{2}{3}\frac{\sigma_0}{H_0}\sin^2\phi\int_{em}^{ob} G_{(0)}(w)\,w^{-1}dw \\ &+ \frac{2}{3}\frac{\sigma_0}{H_0}\sin^2\phi\int_{em}^{ob} G_{(0)}(w)\,w^{-2}dw\end{aligned} \tag{27}$$

식 (21)에서 볼 수 있는 바와 같이, $\delta G_+$는 비등방성도 $\sigma_0/H_0$의 일차 항으로 표현되었다.

### 3.3 *CMBR* 온도흔들림의 상관관계함수 및 스펙트럼

중력파가 기여하는 CMBR 온도흔들림의 스펙트럼을 얻어내기 위해, 텐서 건드림을 구면조화 함수로 전개하면 편리하다. 이를 위해 식 (19) - (21)의 $g(\boldsymbol{r})$를

$$g(\boldsymbol{r}) = \frac{1}{(2\pi)^{3/2}}\int g(\boldsymbol{q})e^{i\boldsymbol{q}\cdot\boldsymbol{r}}d^3q \tag{28}$$

처럼 풀이에 전개를 한다. 그러나 평평한 프리이드만 시공간과 비교한 비앙키 I형 뒷마당 시공간의 공변거리를 비등방성도 $\sigma_0/H_0$의 일차 항까지만 고려하면, 건드림의 파동벡타와 광자의 빛형측지선과의 곱은, 우리가 설정한 모형의 한계 안에서,

$$\begin{aligned}\boldsymbol{q}\cdot\boldsymbol{r} = \gamma^{33}q_3x_3 &\simeq {}'2q\cos\phi(w^{1/3}-1) \\ &+ \frac{2}{3\sqrt{3}}\frac{\sigma_0}{H_0}q\cos\phi\,\Psi(w)\end{aligned} \tag{29}$$

처럼 어림잡을 수 있고, $q=q_3$이며,

$$\begin{aligned}\Psi(w,\phi) &= [7(w^{1/3}-1)+(w^{-2/3}-1)] \\ &- \sqrt{3}\sin^2\phi[2(w^{1/3}-1)+(w^{-2/3}-1)]\end{aligned}$$

로 정의되었다. 윗 식의 첫 번째 항은 평평한 프리이드만 시공간의 표현 꼴이다. 앞으로의 전개를 위해 프리이드만 시공간의 공변거리를 $x_{(F)}=2(1-w^{1/3})$로 나타내기로 한다. 한편 지수함수 $e^{i\boldsymbol{q}\cdot\boldsymbol{r}}$의 구면조화함수로의 전개가 $e^{i\boldsymbol{q}\cdot\boldsymbol{r}}=4\pi\sum_{l,m}i^l j_l(qx)\,Y_{lm}(\hat{r})\,Y_{lm}(\hat{q})$ 임을 이용하고, Mukhanov (2003)의 방법에 따라 약간의 계산 과정을 거치면, 물리량 $g(\boldsymbol{r})$의 구면조화 함수로의 전개는

$$\begin{aligned}g(\boldsymbol{r}) &\simeq \sum_{lm}\int_{em}^{ob}dq\,g_{lm}(q)\Pi_l(y)\,Y_{lm}(\hat{\boldsymbol{r}}) \\ &+ \frac{1}{3\sqrt{3}}\frac{\sigma_0}{H_0}[7(w^{1/3}-1)+(w^{-2/3}-1)] \\ &\times \sum_{lm}\int_0^\infty dq\,g_{lm}(q)\left[\frac{\partial}{\partial w^{1/3}}\Pi_l(y)\right]Y_{lm}(\hat{\boldsymbol{r}}) \\ &- \frac{1}{3}\frac{\sigma_0}{H_0}[2(w^{1/3}-1)+(w^{-2/3}-1)] \\ &\times \sum_{lm}\int_0^\infty dq\,g_{lm}(q)\left[\frac{\partial}{\partial w^{1/3}}\Pi_l(y)\right]Y_{lm}(\hat{\boldsymbol{r}}) \\ &- \frac{1}{12}\frac{\sigma_0}{H_0}[2(w^{1/3}-1)+(w^{-2/3}-1)] \\ &\times \sum_{lm}\int_0^\infty dq\,q_3^{-2}g_{lm}(q)\left[\frac{\partial^3}{\partial(w^{1/3})^3}\Pi_l(y)\right]Y_{lm}(\hat{\boldsymbol{r}})\end{aligned} \tag{30}$$

와 같은 꼴을 가짐을 보일 수 있고, 여기서 $g_{lm}$는 구면조화함수 전개의 결수, 구면조화함수 $Y_{lm}(\hat{\boldsymbol{r}})$는 평평한 프리이드만 시공간에서 관측 방향 $\hat{\boldsymbol{r}}$에 대한 마지막 산란표면에서의 좌표를 나타내고,

$$\Pi_l(y)=\sqrt{\frac{2}{\pi}}\,qj_l(y) = qy^{-1/2}J_{l+\frac{1}{2}}(y)$$

로 정의되었고, 변수 $y=qx_{(F)}$로 정의되었다.

한편 온도흔들림의 구면조화함수 전개는 전통적으로

$$\frac{\Delta T}{T}\bigg|_{em}^{ob}=\sum_{l,m}a_{lm}Y_{lm}(\hat{\boldsymbol{r}}) \tag{31}$$

로 나타낸다. 식 (27)에 식 (19)에 주어진 중력파의 풀이와 식 (30)을 대입하고, 비등방성도의 일차항까지만 선택한다. 얻어진 결과 식을 식 (31)과 비교하면, 구면조화함수로 전개된 온도흔들림의 결수 $a_{lm}$을 얻을 수 있다. 결수 $a_{lm}$을 편의상 비등방성도의 영차 항과 일차 항으로 구분하여

$$a_{lm}=a_{lm(0)}+\frac{\sigma_0}{H_0}a_{lm}^{(1)} \tag{32}$$

으로 나타내면, 각각의 결수는

$$a_{lm}^{(0)}=-\frac{1}{2}\int_0^\infty dq\,g_{lm}(q)I_l(q) \tag{33}$$

$$a_{lm}^{(1)}=-\frac{1}{6\sqrt{3}}\int_0^\infty dq\,g_{lm}(q)\,\Psi_l(q) \tag{34}$$

처럼 쓸 수 있다. 여기서

$$I_l(q) = \int_{em}^{ob}\left[\left(1+\frac{\partial^2}{\partial y^2}\right)\Pi_l(y)\right]h_{,w}(w)\,dw \tag{35}$$

$$\begin{aligned}\Psi_l(q) = {}& 2q\int_{em}^{ob}\{[7(w^{1/3}-1)+w^{-2/3}-1)]-\\ &\sqrt{3}[2(w^{1/3}-1)+(w^{-2/3}-1)]\}\\ &\times\left[\left(\frac{\partial}{\partial y}-\frac{\partial^3}{\partial y^3}\right)\Pi_l(y)\right]h_{,w}(w)\,dw\\ &+2\sqrt{3}q\int_{em}^{ob}[2(w^{1/3}-1)+(w^{-2/3}-1)]\\ &\times\left[\left(\frac{\partial^3}{\partial y^3}-\frac{\partial^5}{\partial y^5}\right)\Pi_l(y)\right]h_{,w}(w)\,dw\\ &+3\sqrt{3}\int_{em}^{ob}\left[\left(1+\frac{\partial^2}{\partial y^2}\right)\Pi_l(y)\right]\delta h_{+,w}(w)\,dw\\ &-4\sqrt{3}\int_{em}^{ob}\left[\left(1+\frac{\partial^2}{\partial y^2}\right)\Pi_l(y)\right]h_{,w}(w)\,dw\\ &+4\sqrt{3}w_{em}^{-1}(1-w_{em})\\ &\times\int_{em}^{ob}\left[\left(1+2\frac{\partial^2}{\partial y^2}+\frac{\partial^4}{\partial y^4}\right)\Pi_l(y)\right]h_{,w}(w)\,dw\\ &-4\sqrt{3}\int_{em}^{ob}\left[\left(1+\frac{\partial^2}{\partial y^2}\right)\Pi_l(y)\right]h_{,w}(w)\,w^{-1}dw\\ &-4\sqrt{3}\int_{em}^{ob}\left[\left(1+\frac{\partial^2}{\partial y^2}\right)\Pi_l(y)\right]h(w)w^{-2}dw\end{aligned} \tag{36}$$

로 정의되었고, $h(x)$와 $\delta h_+(x)$는 각각 중력파의 풀이 식 (19)에서

$$h(x)=x^{-3/2}J_{\frac{3}{2}}(x),$$

$$\delta h_+(x)=x^{-2/3}\overline{\delta H_+}(x)$$

처럼 다시 정의하여 사용하였다.

식 (31)에 주어진 구면조화함수의 결수 $a_{lm}$을 이용하면, CMBR 온도흔들림의 두점 상관관계함수

$$\begin{aligned}C(\alpha) &= \left\langle\frac{\Delta T}{T}(\hat{\boldsymbol{r}}_{(F)})\frac{\Delta T}{T}(\hat{\boldsymbol{r}}_{(F)}')\right\rangle\\ &=\sum_l\frac{2l+1}{4\pi}C_lP_l(\cos\alpha)\end{aligned} \tag{37}$$

의 결수 $C_l$을 계산할 수 있다. 여기서 $\alpha$는 두 관측 방향의 사이각도로 $\hat{r}_{(F)}\cdot\hat{r}_{(F)}=\cos\alpha$처럼 정의되고, $P_l(\cos\alpha)$는 다중극 $l$에 대한 Legendre 다항식이다.

구면조화함수의 결수 $a_{lm}$을 이용하면, 다중극의 결수 $C_l$은

$$<C_l=\langle|a_{lm}|^2\rangle$$

에서 계산되어지고, 이것이 바로 중력파에 기인한 CMBR 온도 흔들림의 스펙트럼을 나타낸다. 윗 식 (32)에 주어진 결수 $a_{lm}$을 이용하고, CMBR 온도 흔들림이 가우스적이라는 가정 아래서, 관계식

$$\langle g^*_{l'm'}(q')g_{lm}(q)\rangle=\frac{2\pi^2}{q^3}P_{GW}(q)\,\delta(q-q')\delta_{ll'}\delta_{mm'}$$

을 사용하면, CMBR 온도흔들림의 스펙트럼 $C_l$은

$$\begin{aligned}C_l = {}&\frac{\pi^2}{2}\int_0^\infty\frac{dq}{q^3}P_{GW}(q)I_l^2(q)\\ &+\frac{\pi^2}{3\sqrt{3}}\frac{\sigma_0}{H_0}Re\left\{\int_0^\infty\frac{dq}{q^3}P_{GW}(q)\left[I_l^*(q)\,\Psi_l(q)\right]\right\}\\ &+\left(\frac{\sigma_0}{H_0}\right)^2\frac{\pi^2}{54}\int_0^\infty\frac{dq}{q^3}P_{GW}(q)\,\Psi_l^2(q)\end{aligned} \tag{38}$$

가 된다.

상관관계함수의 최대값은 $\alpha=0$에서 결정되고, 중력파가 기여하는 정도를 평가할 수 있는 자료를 제공한다. 그것은

$$C_0=\sum_l\frac{2l+1}{4\pi}C_l$$

이고, 이것은 바로 CMBR 온도 흔들림의 제곱평균

$$\left(\frac{\delta T}{T}\right)^2_{rms} = C(0) = \frac{1}{4\pi}\sum_{l=2}^{\infty}(2l+1)C_l \tag{39}$$

를 제공한다. 여기서 이중극자( $l=1$) 까지는 제외하였다. CMBR 비등방성에 지배적으로 기여하는 중력파 다중극은 낮은 값 곧 $l \ll 100$의 범위 안에 있고 [Liddle & Lyth, 2000], 이 척도는 광자 분리기에 지평선의 바깥에 존재한다. 따라서 가장 지배적인 사중극자가 기여하는 온도 흔들림의 크기는

$$\left(\frac{\delta T}{T}\right)^2_{Q} = \frac{5}{4\pi}C_2 \tag{40}$$

에서 계산되어지고, 스펙트럼의 크기는 식 (38)의 다중극 $l=2$가 되는 것으로

$$\begin{aligned} C_2 \;=\; & \frac{\pi^2}{2}\int_0^{\infty}\frac{dq}{q^3}P_{GW}(q)I_2^2(q) \\ & + \frac{\pi^2}{3\sqrt{3}}\frac{\sigma_0}{H_0}Re\left\{\int_0^{\infty}\frac{dq}{q^3}P_{GW}(q)\left[I_2^*(q)\,\Psi_2(q)\right]\right\} \\ & + \left(\frac{\sigma_0}{H_0}\right)^2\frac{\pi^2}{54}\int_0^{\infty}\frac{dq}{q^3}P_{GW}(q)\,\Psi_2^2(q) \end{aligned} \tag{41}$$

와 같고, $I_2(q)$와 $\Psi_2$는 식 (35)와 (36)의 다중극을 $l=2$로 택한 식이 된다.

## 4. 논의

건드림된 비앙키 I 형 우주 모형에서 텐서 건드림 $C_{ij}^{(t)}$가 CMBR 온도 흔들림에 기여하는 공식은 식 (25)처럼 표현되고, 비등방성이 사라지면 일찍이 Sachs & Wolfe (1975)가 보여준 잘 알려진 평평한 프리이드만 시공간의 공식이 된다. 식 (26) 및 (27)에서 볼 수 있는 것은, 우리가 선택한 모형의 한계 안에서, 중력파의 편극 성분 $G_+$ 만이 온도 흔들림 공식에 기여한다는 것을 알 수 있다.

중력파 배경이 가우스적이라는 것을 가정하면, CMBR 온도 흔들림의 두점 상관관계함수를 계산할 수 있고, $\sigma_0/H_0$의 일차항까지 계산된 중력파의 멱스펙트럼 공식을 식 (38)에 보였다. 편평한 프리이드만 시공간과 비교하면 그 덧붙은 항들을 볼 수 있다.

### 감사의 글

본 연구는 한국천문연구원 기본연구 사업비 지원으로 이루어졌습니다.

### 참고문헌

송두종, 새물리, **39**, 208 (1999)

송두종, PKAS, **16**, 7 (2001)

Aquiar, P. & Crawford, P., astro-ph/**0110412** (2001)

Bennet, C. L., Bannday, A. J., Gorski, K. M., Hinshaw, G., Jackson, P., Keegstra, P., Kogut, A., Smoot, G. F., Wilkinson, D. T., & Wright, E. L., ApJL, **464**, L1 (1996)

Barrow, J. D., Juskiewicz, R., & Sonoda, D. H., Nature, **305**, 397, (1983)

Collins, C. B. & Hawking, S. W., MNRAS, **162**, 307 (1973)

Dimitropoulos, A. & Grishchuk, L. P., gr-qc/**0010087** (2001)

Fabbri, R., Pucacco, G. & Ruffini, R., A&A, **135**, 53 (1984)

Grishchuk, L. P., Sov. Phys. JETP, **40**, 409 (1974)

Grishchuk, L. P., gr-qc/**9304001** (1993)

Grishchuk, L. P., gr-qc/**0002035** (2000)

Grishchuk, L. P., gr-qc/**0305051** (2003)

Gorski, K. M., Banday, A. J., Bennett, C. L., Hinshaw, G., Kogut, A., Smoot, G. F., & Wright, E. L., ApJ, **464**, L11 (1996)

Henriques, A., astro-ph/**0309508** (2003)

Hwang, J. H. & Noh, H., GR&G, **31**, 1131 (1999)

Kogut, A., Smoot, G. F., Wilkinson, D. T., & Wright, E. L., ApJL, **464**, L1 (1996)

Liddle, A. R. & Lyth, D. H., *Cosmological Inflation and Large-Scale Structure*, Cambridge University Press, 2000.

Linder, E. V., ApJ, **326**, 517 (1988a)

Linder, E. V., A&A, **204**, L11 (1988b)

Maartens, R., Ellis, G. F. R., & Stoeger, R., A&A, **309**, L7 (1996)

Mukhanov, V., astro-ph/**0303072** (2003)

Noh, H. & Hwang, J. C., PRD **52**, 1970 (1995a)

Noh, H. & Hwang, J. H., PRD **52**, 5643 (1995b)

Noh, H., PRD **53**, 4311 (1996)

Ryan, M. P. & Shepley, L. C., *Homogeneous Relativistic Cosmologies*, Princeton University Press, 1975.

Sachs, R. K. & Wolfe, A. M., ApJ, **147**, 73 (1967)

Song, D. J., Nuovo Cimento, **115B**, 1025 (2000)

Song, D. J., JKPS, **42**, S5 (2003)
Starobinsky, A. A., Phys. Lett. B **117**, 175 (1982)
Starobinsky, A. A., Sov. Astro. Lett., **9**, 302 (1983)