

## 간학문적 접근을 통한 영재교육프로그램 개발에 관한 연구

방 승 진 (아주대학교)

이 우 식 (경북과학고등학교)

김 헌 남 (경북외국어고등학교)

영재의 특성은 다양한 분야에 대한 관심과 재능을 가지고 있으며 지적 호기심에 대한 도전의식이 강하다. 영재교육프로그램은 이러한 영재들의 지적호기심을 자극하여 영재로서 갖추어야 할 제반 능력들을 균형 있게 길러 줄 수 있어야 한다. 그러나 현재까지 개발된 대부분의 영재교육프로그램들은 여전히 논리와 이론을 중시하여 수리능력, 창의적 문제해결력 등 대부분 지적 능력신장에 치중하는 경향이 있다. 이러한 프로그램만으로는 교과별 학습을 통하여 얻게 되는 개념과 원리들을 생활과 관련지어 이해하거나 다양한 분야에 적용하는 능력을 길러주는 데는 한계가 있다. 따라서, 영재아들의 잠재능력을 개발하고, 교과간의 연결능력을 길러 새로운 분야를 창의적으로 개척할 수 있는 능력을 신장하기 위해서는 수 학분야에 집중된 주제를 다루기보다는 개방적인 주제를 다루는 간학문형 프로그램 개발이 필요하다.

본 연구에서는 수 학분야나 지적영역에만 국한되는 편협성을 탈피하여 보다 창의적인 역량(creative competency)을 신장할 수 있는 수학과 관련성이 있는 간학문형(間學文型, inter-disciplinary) 프로그램 개발 방안과 그 사례를 제시하고자 한다.

### I. 서론

영재교육에서 일차적 관심은 그들이 지니고 있는 잠재능력이나 재능의 최대 계발과 신장이다. 영재들의 잠재능력이나 재능을 최대한으로 계발시키는데 있어서 간과해서는 안될 점은 이들을 보다 더 창의적이고 고등정신능력에 바탕을 둔 재능으로 신장시켜야 한다는 것이다. 그러나 현재까지 개발 또는 개발중인 대부분의 프로그램들은 수리능력, 창의적 문제해결력 등 지적 능력 신장 프로그램들이 주종을 이루고 있다.

지적 능력 신장 위주의 프로그램들은 한정된 몇 개의 특정분야 교과내용에만 집중되기 쉽다. 이는 국가수준의 교육과정에 따른 교과별 학습을 통하여 얻게 되는 개념과 원리들을 생활과 관련지어 이해하거나 적용하는 데 어려움이 있으며, 학습자의 학습동기를 유발하고 지속시키는 데도 한계를 갖는다. 즉, 교육과정을 교과별로 조직하게 되면, 교육과 생활이 유리되어 학교에서 배운 것을 생활에 응용하기 어려워지므로 단순한 지식 습득에 그치고 만다.

따라서, 영재로서 갖추어야 할 제반 능력들을 균형 있게 길러 폭넓은 재능계발과 창의성 신장개발에 중점을 둔 프로그램개발이 필요하다.

영재교육프로그램 구성은 특정분야나 재능영역에만 국한되는 편협성을 탈피하고 가능하면 잠재능력이나 재능을 키워나가면서 보다 더 창의적인 역량(creative competency)을 지닐 수 있도록 영재교육 프로그램을 폭넓게 구성해서 간학문적 접근(inter-disciplinary approach)이 가능하도록 해야 한다. 예컨대 영재교육과정을 구성할 때, 보다 창의적인 수학영재를 키우기 위하여 수학과 분야 교과내용과 과학·컴퓨터·인문사회 분야의 교과내용을 적절한 비율로 구성해야 한다.

영재가 자신의 잠재능력과 재능을 보다 폭 넓게 키워가고 그 누구도 생각하지 못한 새로운 분야를 창의적으로 개척할 수 있도록 하기 위하여 특정분야에 집중적으로 짜여진 편협적 교육과정이나 프로그램의 학습보다는 개방적이고 통합적인 교육과정의 학습이 이루어져야 하고, 이는 진정한 영재를 육성해 내는 전략이 될 것이다.<sup>1)</sup>

또한, 현대사회의 특징인 '지식의 폭발'에 대비하여 개개인이 가지고 있는 모든 잠재능력을 고루 발전시키며 여러 분야의 지식, 학문과 학문의 지식을 의미 있게 연계함으로써 창의성을 발휘하여 잠재능력과 재능을 최대한 계발시킬 수 있을 것이다.

## II. 이론적 배경

### 1. 간학문형(間學問型) 교육과정(Interdisciplinary Curriculum)<sup>2)</sup>

학문중심 교육과정에서의 통합은 주로 교육 내용의 문제와 직접적으로 관련된 것으로서 교육내용을 통합한다는 것은 여러 가지 교육내용들 사이에 이미 존재되어 있는 논리적 관련성을 이론적으로 밝힌다는 뜻으로 해석될 수 있다. 교육과정 통합의 문제를 논의한다는 것은 교육 내용의 정당화 또는 그 밖의 여러 가지 문제가 복합되어 있는 어떤 사태에서 교육내용의 의미가 무엇인가를 구체적으로 밝히려는 과정으로 파악할 수 있다. 이렇게 볼 때 지식의 통합은 과거 학문의 수동적인, 즉흥적인 집합적 이해로서나, 기존 학문을 무시하고 완전히 뛰어넘는 새로운 통합된 언어로서 가능한 것은 아니다. 지금 결합되어 있는 부분들을 중심으로 숨겨져 있는 현상 및 원리들을 더욱 활성화적으로 드러냄으로써 지식의 통합이 가능할 수 있는 것이다. 그러므로 지식의 통합은 부분적인 지식들의 단순한 집합이나 공통된 지식의 교집합적 추출이 아니라, 그 부분적 지식들 간의 관계성을 생산해내는 활동인 것이다.

간학문형 교육과정은 적어도 두 개 이상의 학문분야를 결합하거나 상호 관련시키는 것이다. 이러한 오늘날 통합된 학문의 이름에서도 나타나고 있다(정치사회학(Political sociology), 생리화학(Bio-chemistry), 천체물리학(Astro-physics)). 따라서 간학문은 어떤 학문이 다른 학문에 의해서 사멸하는 것을 뜻하지 않고, 두 개 이상의 학문이 서로 공존하면서 연결 또는 합쳐지는 것이다. 다

1) 박성익 외 (2003). 영재교육학원론, pp.44-45, 서울: 교육과학사.

2) 이영만 (2001). 통합교육과정, pp.68-82, 서울: 학지사.

시 말하면 둘 이상의 학문의 개념, 방법, 절차 등에서 유사성이 발견되고 공통분모로서 연결이 이루어지는 것이다.

이 교육과정은 주요 개념이나 방법을 중심으로 연결되기 때문에 학문간의 연계를 깊이 있게 지도할 수 있다는 장점을 가진다. 그러나 교사들이 가졌던 기존의 철학과 다르기 때문에 내용 접근이 생소하고 또 교사에게 많은 시간과 노력을 요구한다. 그리고 교사가 관련된 내용을 잘 알고 있을 것이 요구된다.

## 2. 영재교육 연구 및 프로그램에 나타난 간 학문적 접근 사례

영재교육과 관련된 여러 연구들에서 바람직한 영재교육과정의 목표들이 제시되고 있는데 그 중 지적 영역의 교육목표를 보면 다음과 같다(구자역 외, 1999, 2000).<sup>3)</sup>

- ① 추상적이고 복잡한 개념과 원리 및 기능을 습득한다.
- ② 비판적 사고 기능을 계발한다.
- ③ 고등탐구기능을 계발하여 이를 활용하는 능력을 기른다.
- ④ 문제해결 전략과 기술을 습득한다.
- ⑤ 창조적인 지식이나 산출물을 생산한다.
- ⑥ 학문간의 연계를 탐색한다.

또한, 싱가포르에서는 속진교육은 허용하지 않으며, 다양한 프로그램을 통한 심화교육을 실시한다. 이것은 주제를 보다 폭넓고 깊게 학습할 시간을 제공해준다. 보다 깊이 있게 가르친다는 것은 더 많은 추상적 개념을 가르치고 여러 학문영역에서 지식이 어떻게 만들어지고 증명되는지를 지도하는 것을 의미한다. 속진을 위한 내용은 그것 자체를 위해서가 아니라 더욱 도전적인 심화를 제공하기 위해서 지도된다. 학생들은 여러 교과에 있는 주제들간의 관계를 이해할 필요성이 있기 때문에 간학문성은 교육과정을 통합하는 요인이다. 여러 교과를 가로지르는 단원들이나 커다란 개념들이 개발된다. 계획된 교육과정 이외에 학생들에게는 자신들이 흥미 있어 하는 주제나 쟁점, 활동들을 탐구할 기회가 주어진다. 내용과 관련된 주요 지도원리는 다음과 같다.<sup>4)</sup>

- ① 기본내용을 더 넓게, 더 깊게 가르친다.
- ② 필요한 경우 최신의 주제를 다룬다.
- ③ 학생 개인의 필요와 흥미에 더욱 부합하도록 한다.
- ④ 서로 다른 교과, 내용을 통합하여 지도한다.
- ⑤ 실생활 문제에 대한 탐구를 격려한다.
- ⑥ 여러 교과에서 나타나는 정서적 문제에 대한 탐구를 격려한다.

3) 김홍원 외 (2003). 영재교육학원론, pp.140-141, 서울: 교육과학사.

4) 김홍원 외 (2003). 영재교육학원론, pp.169-170, 서울: 교육과학사.

아주대학교 과학영재교육원에서 실시한 2003학년도 경기도 영재교육 지도교사 직무연수 주제 중 ‘컴퓨터 소프트웨어 활용’, 한국교육개발원에서 실시한 2003년 영재교육 담당교원 심화연수 워크숍 주제 중 ‘로보틱스(권동수)’, ‘컴퓨터 창의력·사고력 수학(조한혁)’, ‘로고프로그래밍(류성림·김홍원)’, ‘통합수학정보과학(박상찬)’을 보면 수학영재교육담당교사(수학교사)가 전문 직업인으로 가져야 할 지식의 범위가 수학에 머물지 않고 수학지식과 함께 수학을 하게 하는 소프트웨어 및 필요한 간 교과에 대한 상당한 지식과 기술을 가지려고 노력해야함을 알 수 있다. 더 나아가 수학과 관련된 간 학문적 접근을 통한 수학영재프로그램 개발의 필요성을 피력하고 있다고 할 수 있을 것이다.

### Ⅲ. 간 학문적 접근을 통한 교수-학습 프로그램 개발

#### 1. 간 학문형 심화학습 주제 및 교수-학습자료 개발

##### 가. 간 학문형 심화학습 주제 및 교수-학습자료 개발 방법

(1) 각 영재교육원 담당과목 지도교사들의 개인적 확신에서 자발적으로 참여하여 간 학문형 심화학습 주제를 공유할 수 있는 담당교사들끼리 팀을 구성한다.

(2) 비슷한 수업 양식을 가진 구성원들보다는 상호보완적인 구성원들로 팀을 구성하며, 팀 구성원들에게 같은 생각과 행동을 강요하기보다는 각 구성원들이 담당하는 교과목간의 균형이 유지되도록 간 학문형 심화학습주제 및 그와 관련된 교수-학습자료를 개발한다.

(3) 수학영재교육 담당교사가 간 학문형 심화학습주제를 먼저 선정한 후, 관련교과 영재교육 담당교사 또는 관련분야 전문가의 자문을 받아 심화학습주제를 확정하고 그에 따른 교수-학습자료를 함께 개발한다.

##### 나. 간 학문형 심화학습 주제 및 교수-학습자료 개발의 기본 방향

(1) 학생들의 지적 호기심을 고취시키고 다양한 아이디어를 창출해 낼 수 있으며 응용력과 사고력을 신장시킬 수 있는 간 학문형 심화학습 주제를 선정한다.

(2) 각 구성원 담당교과간의 중요한 아이디어를 연결하여 간 학문형 심화학습 주제 및 학습요소를 선정하고 합의된 심화학습주제에 대한 다양한 교수-학습자료가 개발되도록 한다.

(3) 각 팀 구성원들이 협동하여 계획을 세워서 학생들을 소규모 그룹별로 모아 수업을 하거나 흥미나 성취수준 혹은 프로젝트별로 소집단 재편성하여 수업을 하고 관련교과의 심화학습을 위해 관련교과 담당교사들 간의 실제적인 팀 티칭이 되도록 한다.

다. 간 학문형 심화학습 주제(예시)

심화학습주제	관련교육과정	간 학문형 심화학습 요소	
		학습요소	과목명(대단원명)
바코드 속에 숨겨진 수학	· 수와 연산, 문자와 식 (7-가) · 합동식 (수학 III)	· 자기장(힘)	· 중1 과학I(힘)
염화나트륨 등의 이온 결합 구조 분석하기	· 삼각형의 성질 (8-나) · 원의 성질 (9-나) · 공간도형 (수학II)	· 물질의 변화 · 물질의 상태와 용액	· 중3 과학 (물질의 구성) · 화학II (고체)
정보이론과 정낭시스템	· 논리연산 (10-가) · 십진수 이진수 (7-가) · 퍼지 이론	· 디지털 회로 · 제주인 생활상 (정낭생활)	· 중2 과학(전기) · 중3 기술·가정(전기 전자 기술) · 중1 사회 (관광산업이 발달한 제주도)
마방진	· 여러 가지 수열(수학 I) · 행렬 (이산수학) · 순열과 조합(수학 I, 이산수학)	· 알고리즘 코딩하기	· 컴퓨터과학II (함수)

라. 간 학문형 교수-학습자료 개발의 의의

(1) 각 교과별 프로그램보다 내용의 통합(integration of content)으로 인해 다양한 활동을 포함하므로 학생들로 하여금 보다 흥미 있고 재미있게 학습하도록 하여 교육과정에 충실한 심화학습을 할 수 있다.

(2) 각 교과의 교육과정이 관련교과 담당교사들에게 익숙해져 있으므로 간 학문에 대한 경험이 없는 교사도 쉽게 접근할 수 있다.

(3) 교육과정 내용을 중심으로 간 학문형 심화학습주제를 구성하기 때문에 교과서의 내용을 충실히 다루지 못한다는 의구심을 가진 학부모, 학생, 교사 등에게 심리적 안정감을 줄 수 있다.

2. 간 학문형 심화학습 프로그램 개발의 실제(예시)5)

주제명 : 바코드 속에 숨겨진 수학(1)

■ 활동안내

바코드(barcode)는 바(bar, 검은색 막대)와 공백(space, 흰색막대)을 특정한 형태로 조합하여 문자와 숫자 및 기호 등을 표현한 것으로 그 아래에 적혀져 있는 숫자를 스캐너로 빨리 읽을 수 있도록 고안해 놓은 것이다. 여기서는 바코드가 실생활에서 활용되는 사례를 찾아 발표하고 그 바코드의 구조 및 체크디지트의 역할을 알아본다. 바코드에는 체크 숫자라는 안전장치가 되어 있다. 여기서는 이 체크숫자에 어느 정도 안전장치가 되어 있는지를 수학적으로 분석하고자 한다.

5) 본고는 한국교육개발원의 '2003학년도 영재심화 교수-학습자료 개발'의 일환으로 개발되고 있는 상태이다.

■ 학습목표

- 바코드가 실생활에서 활용되는 사례를 찾아 발표하고 그 구조를 탐구할 수 있다.
- 바코드의 체크디지트의 역할을 알아보고 체크디지트가 어느 정도 안전장치가 되어 있는지를 수학적 분석할 수 있다.
- 국제표준 도서번호와 상품코드와의 관계를 알아보고 도서번호의 체크디지트의 역할을 알아보고 체크디지트가 어느 정도 안전장치가 되어 있는지를 수학적으로 분석할 수 있다.

■ 활동전개

**학습활동**

① 바코드가 실생활에서 활용되는 사례를 찾아 발표하기

1. 바코드가 실생활에서 활용되는 사례를 조사하여 봅시다.
2. 바코드가 실생활에서 활용되는 이유에 대하여 토의하여 봅시다.

② 바코드의 종류 및 체계 구조 알아보기

1. 바코드의 표준형에 대해 조사하여 발표하여 봅시다.
2. 우리나라에서 사용하고 있는 KAN(Korea Article Number)코드 종류에 대하여 조사하여 봅시다.
3. 오른쪽 바코드를 관찰하여 표준형 KAN(Korea Article Number)

코드에서 흑색 바와 흰색 바들의 관계를 분석하여 봅시다.

① 흑색 바들 간 관계(구조)를 찾아봅시다.

② 바코드의 숫자의 개수와 흑색 바 개수와의 관계에 대하여 토의하여 봅시다.

③ 오른쪽 바코드에서 숫자에는 각각 굵은 흑색 바와 가는 흑색 바 2개와 굵은 공백과 가는 공백 2개가 각각 해당된다. 이 때 왼쪽 가는 흑색 바의 간격을 1모듈이라고 하자. 이 때, 각 숫자의 모듈은 얼마가 되는지 알아봅시다.

④ 공백 0, 검게 칠해진 모듈을 1로 나타내면 8은 0110111로 표시된다. 이 8은 1이 5개 있으므로 홀수 패리티가 된다고 한다. 이때 0, 1, 5, 4도 7모듈로 나타내어 봅시다.

4. 각자 준비해온 바코드 및 다음 바코드를 관찰하여 공통점을 찾아보고 숫자가 나타내는 의미를 조사하여봅시다.



(가)	(나)	(다)	(라)
<p>210ml</p> <p>8 801115 114031</p>	<p>200ml</p> <p>8 801115 134435</p>	<p>8 801128 942683</p>	<p>8 801128 210027</p>

- ① 위의 각 바코드에서 공통점을 찾아보고 그것이 무엇을 의미하는지 토의하여 봅시다.
- ② 표준형 바코드의 자리 수와 바코드 숫자가 어떻게 구성되는지 알아봅시다.

【참고】 위의 바코드 (가)~(라)의 제품의 실제 데이터는 다음과 같다.

바코드	제조업체	상품명	바코드	제조업체	상품명
(가)	(주)서울우유	서울우유(1등급우유)	(다)	한국야쿠르트	알로에
(나)	(주)서울우유	서울우유(딸기맛)	(라)	한국야쿠르트	메치니코프

### ③ 바코드를 직접 스캔하여 보기

【준비물】 바코드 데이터가 내장된 컴퓨터, 바코드 스캐너, 바코드(또는 훼손된 바코드).

1. 여러분 각자가 준비해온 바코드를 직접 스캔하여 보고, 일어나는 현상에 대해 토의하여 봅시다.
2. 어떤 바코드는 뵙~ 소리를 내며 검색되는 것이 있고 검색되지 않는 바코드도 있다. 이 이유에 대해 토의하여 봅시다.

3. 선명하지 않은 바코드를 스캔하여 보고 그 결과에 대해 토의하여 봅시다.

4. 심하게 훼손되어 스캐너로 직접 바코드를 검색하지 못할 경우에는 표준형 바코드의 상품번호를 직접 입력하여야한다. 이 때, 여러 번 「한 개의 숫자를 잘못 입력」 하여 보고 어느 정도 바코드 검색이 가능한지 알아봅시다. (예: 바코드 번호가 8801037002782 이라고 한다. 이 바코드 번호에서 7을 9로 바꾸어 8801037002982로 입력했다고 한다)

☞ 표준형 바코드(상품번호)에서 「한 개의 숫자를 잘못 입력한 경우 바코드가 100% 검색되지 않는다. 즉, 잘못 입력한 것을 모두 찾아낼 수 있다.」

5. 바코드가 심하게 훼손되어 검색이 불가능한 경우, 표준형 바코드의 상품번호를 직접 입력할 때, 여러 번 「인접한 두 숫자를 서로 바꾸어 입력」 하여 보고 어느 정도 검색이 가능한지 알아봅시다. (예: 바코드 번호가 8801037002782 일 때, 27을 72로 바꾸어 8801037007282로 입력했다고 한다.)

☞ 인접한 두 숫자를 바꾸어 입력한 경우 '대부분'(정확하게는 89%) 찾아낼 수 있다.

### ④ 바코드와 체크디지트(Check Digit) 관계 알아보기

1. 표준형 바코드(상품번호)에서 체크숫자를 검출하는 방법을 알아봅시다.

① 표준형 바코드에서 바코드 숫자 의미에 대해 말해 봅시다.

☞

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
8	8	0	M <sub>1</sub>	M <sub>2</sub>	M <sub>3</sub>	M <sub>4</sub>	I <sub>1</sub>	I <sub>2</sub>	I <sub>3</sub>	I <sub>4</sub>	I <sub>5</sub>	C
국가코드			제조회사명				제품코드					체크디지트

② 끝자리 숫자(체크 디지트)를 검출하는 방법을 조사하여 봅시다

☞ ① (짝수 번째 자리에 있는 수의 합)×3 = A

- ㉠ (끝자리를 제외한 홀수 번째 자리에 있는 수의 합) = B
- ㉡ A+B의 일의 자리수를 10에서 뺀 수; 체크 디지털

[예제 1] 오른쪽 KAN 표준형 바코드에서 체크 디지털이 3임을 확인하여 봅시다.



**심화활동**

스캐너에서 상품의 정보를 간직한 고유번호가 잘못 입력되는 것을 찾아내기 위한 숫자가 체크숫자이다. 뿐만 아니라 바코드가 불명확하거나 유통과정에서 손상되면 스캐너는 다른 숫자로 읽을 수도 있다. 이런 문제에 대비해 바코드에는 체크 숫자라는 안전장치가 돼 있다. 여기서는 이 체크숫자가 어느 정도 안전장치가 되어 있는지를 수학적으로 분석하여 보자.

1. 바코드가 훼손되어 스캐너로 직접 바코드를 검색하지 못할 경우에는 바코드 번호를 직접 입력하여야 한다. 이 때, 표준형 바코드(상품번호)에서 체크숫자를 검출하는 방식으로 체크 숫자를 정하면, 「한 개의 숫자를 잘못 입력한 경우에는 그 상품의 데이터를 검색할 수가 없다. 즉, 한 개의 숫자를 잘못 입력한 것은 모두(100%) 찾아낸다.」고 한다. 이를 증명하여 보자.

① ‘한 개의 숫자를 잘못 입력한 경우를 찾아낸다.’ 것을 수학적으로 어떻게 표현할 수 있는지 토의해 봅시다.

- ☞ 한 개의 숫자를 잘못 입력한 경우에서  
 (짝수 번째 자리에 있는 숫자의 합) × 3 = A,  
 (끝자리를 제외한 홀수 번째 자리에 있는 숫자들의 합) = B 라 할 때,  
 (A + B) 의 일의 자리 숫자가 다르면 체크 숫자가 달라지므로 잘못 입력한 것을 찾아낼 수 있다.

② 원래의 숫자를 a, 잘못 입력한 숫자를 b라 하자. 그리고 b(또는 a)를 제외한 나머지 자리의 숫자의 합, 즉 b(또는 a)를 제외하고 짝수 번째 자리에 있는 숫자에 3을 곱한 것과 체크 숫자를 제외한 홀수 번째 자리에 있는 숫자들과의 합을 k라하고, 체크숫자를 c라 하자.

- ① a가 짝수자리 숫자일 때, 위 사실을 증명하여 봅시다.  
 ☞ a가 짝수자리 숫자이면,  $10 - \{(3a + k) \text{의 일의 자리수}\} = c$  이므로,  
 $10 - (3a + k) - c$  는 10의 배수이다.  
 $\{10 - (3a + k) - c\} - \{10 - (3b + k) - c\} = -3(a - b)$  는 10의 배수가 아니므로,  
 $10 - (3b + k) - c$  는 10의 배수가 아니다.  
 왜냐하면,  $a \neq b$ ,  $a \geq 0$  이고,  $-9 \leq a - b \leq 9$ ,  $a - b \neq 0$  이기 때문에  $a - b$  는 10으로 나



누어 떨어지지 않는다. 또한 3과 10은 서로 소이므로  $3(a-b)$ 는 10으로 나누어 떨어지지 않기 때문이다. 즉, 이때는  $b, k$ 로 구한 체크숫자와 원래의 체크숫자가 다르므로 잘못 입력한 것을 찾아낼 수 있다.

㉠  $a$ 가 홀수자리 숫자일 때, 위 사실을 증명하여 봅시다.

☞ 위와 비슷한 방법으로

$$\{10 - (a+k) - c\} - \{10 - (b+k) - c\} = -(a-b) \text{도 } 10 \text{의 배수가 아니므로}$$

$a$ 가 홀수자리 숫자일 때도 마찬가지로 잘못 입력한 것을 찾아낼 수 있다.

[예제] 바코드 번호가 8801037002782 이라고 한다. 이 바코드 번호에서 27을 72로 바꾸어 8801037007282로 입력했다고 한다. 이 때, 체크 숫자는 얼마이어야 하는가?

☞ 계산하면 그래도 결과는 10의 배수가 되므로 체크 숫자는 2가 된다. 체크숫자가 바뀌지 않는다. 즉, 컴퓨터는 오류를 인식할 수 없다.

따라서, 제조업자는 상품 번호를 정할 때 이런 경우를 미리 피해야 한다.

2. 위와 같은 방법으로 체크 숫자를 정하면, 한 개의 숫자를 잘못 입력한 경우를 모두(100%) 찾아낼 수 있었다. 「인접한 두 숫자를 바꾸어 입력한 경우도 ‘대부분’(정확하게는 89%) 찾아낼 수 있다.」 그 이유가 무엇이라고 생각하는가? 수학적으로 증명하여 봅시다.

① 「인접한 두 숫자를 바꾸어 입력한 경우도 ‘대부분’(정확하게는 89%) 찾아낼 수 있다.」 것을 수학적으로 어떻게 표현할 수 있는지 토의해 봅시다

☞ ㉠ 인접한 두 숫자  $ab$ 를  $ba$ 로 바꾸어 입력했다고 하면, 하나는 홀수 번째 자리숫자이고 다른 하나는 짝수 번째 자리숫자이다.

㉡  $a$ 와  $b$ 를 제외한 나머지 자리의 숫자의 합, 즉  $a$ 와  $b$ 를 제외하고 짝수 번째 자리에 있는 숫자에 3을 곱한 것과 체크 숫자를 제외한 홀수 번째 자리에 있는 숫자들과의 합을  $k$ 라하고 체크숫자를  $c$ 라 할 때,  $\{10 - (3a+k+b) - c\} - \{10 - (a+k+3b) - c\} = 2b - 2a$ 가 10의 배수가 아닐 확률이 89%임을 보이면 된다.

② 위 사실을 증명하여 봅시다.

☞ 인접한 두 숫자를 바꾸어 입력했으므로, 하나는 홀수 번째 자리숫자이고 다른 하나는 짝수 번째 자리숫자이다.

처음에 배열된  $ab$ 를  $ba$ 로 바꾸었다고 하자. ( $a \neq b$ )

잘못된 것을 판별해 내려면 ( $a$ 가 짝수자리 숫자일 때)

$a$ 와  $b$ 를 제외한 나머지 자리의 숫자의 합을  $k$ 라 하고(체크숫자는 제외), 체크숫자를  $c$ 라 하자.

$a$ 가 짝수자리 숫자이면,  $10 - \{(3a+k+b)\}$ 의 일의 자리수 =  $c$  이므로,

$10 - (3a+k+b) - c$ 는 10의 배수이다.

$\{10 - (3a + k + b) - c\} - \{10 - (a + k + 3b) - c\} = 2b - 2a$ 가 10의 배수가 아니면 된다.  
즉,  $(a - b)$ 가 5로 나누어 떨어지지 않을 확률을 구하면 된다.

$-9 \leq a - b \leq 9$ 이므로  $a - b \neq \pm 5$ 인 경우는 80가지가 된다.

왜냐하면,  $a - b = \pm 5$ 인 경우는  $(a, b) = (0, 5), (2, 7), (7, 2), (5, 0), (1, 6), (6, 1), (3, 8), (8, 3), (4, 9), (9, 4)$ 이고  $a \neq b$ 인 총 경우의 수는 90가지이다.

( $\because a = 0, 1, 2, \dots, 9$ 이고,  $b = 0, 1, 2, \dots, 9$ 에서  $(a, b)$ 의 경우의 수는 100가지이고  $a = b$ 인 경우의 수가  $(0, 0), (1, 1), \dots, (9, 9)$ 의 10가지이기 때문이다.)

따라서,  $\frac{90 - 10}{90} = \frac{8}{9}$ , 즉, 약 89%정도 찾아낸다.

3. 짝수 번째 자리의 숫자에 3을 곱하는 가중치를 주는 의미에 대해 토의해 봅시다.

☞ 가중치 3을 두었기 때문에 잘못 입력한 경우를 거의 찾을 수 있다. 만약, 짝수 번째 자리의 숫자에 가중치 3을 곱하지 않으면,  $\{10 - (a + k + b) - c\} - \{10 - (a + k + b) - c\} = 0$ 이기 때문에 자리 숫자가 바뀌어도 체크숫자는 달라지지 않는다. 따라서, 잘못 입력한 경우를 찾을 수 없다.

주제명 : 바코드 속에 숨겨진 수학(2)

바코드가 실생활에서 활용되고 있는 국제 표준 도서번호(ISBN)와 상품코드와의 관계, 여권번호에 대해 조사해보고자 한다. 여기에서도 체크숫자가 어느 정도 안전장치가 되어 있는 지를 알아보고 또한, 마그네틱 신용카드에 정보를 집적하기 위해 바코드 모양이 활용된다는 것을 실험을 통해 알아 보기로 한다.

### 학습활동

#### 11 국제표준도서번호(ISBN, International Standard Book Number) 알아보기

1. 국제표준도서번호(ISBN)의 구성체계에 대해 조사하여 봅시다.

2. 국제표준도서번호(ISBN)의 체크 숫자 검출하는 방법을 조사하여 봅시다.

☞ “체크 숫자를 제외한 9개의 숫자에 차례로 1부터 9까지의 자연수를 차례로 곱해서 더한 합을 11로 나눈 나머지가 체크 숫자이다.”

3. 오른쪽 그림은 국내 출판사에서 출간한 교육관련 책 중 어느 하나의 바코드의 번호이다. [ISBN 89-8287-377-5]라는 번호가 붙은 책을 생각할 때, 89는 이 책에서 사용하는 언어가 한국어를 나타내고, 또 8287은 한국의 출판사를 나타내고, 377은 이 출판사가 정한 이 책의 번호다. 여기서, 검사숫자가 5임을 알아보자.

☞ 5는

$1 \cdot 8 + 2 \cdot 9 + 3 \cdot 8 + 4 \cdot 2 + 5 \cdot 8 + 6 \cdot 7 + 7 \cdot 3 + 8 \cdot 7 + 9 \cdot 7 = 280 \equiv 5 \pmod{11}$ 을 나타낸다.







【예제 1】 일반적으로 책의 ISBN 번호가  $x_1x_2\cdots x_{10}$ 일 때(중간의 -는 무시한다.) 처음 9개의 숫자는 각각 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9중의 한 숫자이다. 이때, 10번째인 체크숫자를 구하는 방법을 수식으로 표현하여 보자.

$$\Leftrightarrow x_{10} \equiv \sum_{k=1}^9 kx_k \pmod{11}, \quad 0 \leq x_{10} \leq 10$$

㉑ 도서번호와 상품코드와의 관계 알아보기

도서번호는 바코드로 나타나 있지 않으므로 스캐너로 직접 읽을 수 없다. 따라서 아래 그림(국내 단행본)과 같이 각 도서마다 도서번호와 이것을 상품 번호로 바꾼 바코드를 함께 제시한다. 여기서는 도서번호와 상품코드와의 관계에 대해 알아본다.

1. 아래 ISBN과 상품코드에서 공통점을 찾아보고 그것이 무엇을 의미하는지 토의하여 봅시다.

(가)	(나)	(다)	(라)
 ISBN 89-8287-377-5	 ISBN 89-8287-267-1	 ISBN 89-7282-108-X	 ISBN 89-7282-217-5

2. 도서번호 ISBN의 끝자리 숫자인 체크 숫자와 상품코드의 끝자리 숫자인 체크숫자 확인하는 방법을 적어 봅시다.

【예제 2】 한국의 한 출판사에서 발행한 한 책의 도서번호 중 일부이다.

ISBN 89-7282-526-?에서 이 책의 끝 번호를 구하여라.

**심화활동**

국제표준도서번호(ISBN)의 체크디지트의 구성 원리에 대하여 조사하여 본다. 또한, 이 체크디지트 안전장치의 역할을 수학적으로 표현하여 보자. 또한 실생활에서 정보를 집적하기 위해 바코드가 활용되는 예(신용카드)를 실험을 통해 알아보도록 한다.

㉒ 국제표준도서번호(ISBN)의 체크 숫자의 안전장치 역할을 수학적으로 표현하기

1. ISBN 10개의 숫자에 차례로 1부터 10까지의 자연수를 곱해서 더한 합은 어떤 수일까?

$$\Leftrightarrow \sum_{k=1}^{10} kx_k = \sum_{k=1}^9 kx_k + 10x_{10} \equiv x_{10} + 10x_{10} \equiv 11x_{10} \equiv 0 \pmod{11}$$

즉, 11의 배수가 된다.

2. 11의 배수가 되기 위해서는 체크 숫자로 10을 이용할 경우가 생긴다. ISBN의 마지막 10번째 숫자가 10인 경우에는 ISBN의 숫자가 11개가 된다. 이 경우에는 ISBN의 총 숫자의 개수 10을 넘는다.(이 경우는 총 11개가 된다.) 이 때, 즉,  $x_{10} = 10$ 인 경우에는 어떻게 표시하는지 조사하여 보자.

☞  $x_{10} = 10$ 인 경우에는 X로 10을 대신한다.

예를 들어 ISBN 89-7282-108-X의 경우가 그렇다. (위 바코드 참조)



3. 바코드가 훼손되어 스캐너로 직접 바코드를 검색하지 못할 경우에는 바코드 번호를 직접 입력하여야 한다. 이 때, '학습활동 □'에서와 같은 방법으로 체크 숫자를 정하면 「한 개의 숫자를 잘못 입력한 경우와 인접한 두 숫자를 바꾸어 입력한 경우를 모두(100%) 찾아낸다.」고 한다. 그 이유를 수학적으로 증명하여 보자.

① 한 개의 숫자를 잘못 입력한 경우 위 사실이 성립함을 증명하여 보자.

㉠ 위 사실을 증명하기 위해 필요한 수학적 아이디어에 대해 토의하여 봅시다.

☞ “올바르게 입력한 것과 하나를 잘못 입력한 것의  $\sum_{i=1}^9 ix_i$ 의 차이가 11의 배수가 되

지 않는다”는 것을 보이면 된다. 즉, 이것은 체크 숫자가 달라진다는 것을 의미한다

㉡ 위 아이디어를 이용하여 실제 증명하여 보자.

☞ 처음 수를  $x_1, x_2, x_3, \dots, x_9$ 라 하고 이 중  $x_k$ 가 다르다고 하자. 잘못 읽은 것을  $x_k'$ 라 하면,  $k$ 번째를 제외한 나머지 자리 숫자에서

$$1 \cdot x_1 + 2 \cdot x_2 + \dots + (k-1)x_{k-1} + (k+1)x_{k+1} + \dots + 9 \cdot x_9 \text{의 값은 변하지 않는다.}$$

따라서, 올바르게 입력한 것과 하나를 잘못 입력한 것의  $\sum_{i=1}^9 ix_i$ 의 차이는

$$kx_k - kx_k' = k(x_k - x_k') \text{이 된다. } |x_k - x_k'| \leq 9, x_k - x_k' \neq 0 \text{이므로,}$$

$$x_k - x_k' \neq 0 \pmod{11}, k(x_k - x_k') \neq 0 \pmod{11}$$

이것은 체크 숫자가 달라진다는 것을 의미한다. 따라서 잘못 입력한 것을 찾아 낼 수 있다는 것이다.

② 인접한 두 개의 숫자를 잘못 입력한 경우에도 위 사실이 성립함을 증명하여 봅시다.

☞ 두 개의 숫자  $x_k, x_{k+1}$  ( $k \leq 8$ )을 잘못 읽었다고 하면, 위와 비슷한 방법으로 하면,

$$kx_k + (k+1)x_{k+1} - \{kx_{k+1} + (k+1)x_k\} = x_{k+1} - x_k \neq 0 \pmod{11} \text{이 된다.}$$

이것은 체크 숫자가 달라진다는 것을 의미한다. 따라서 잘못 입력한 것을 찾아 낼 수 있다는 것이다.

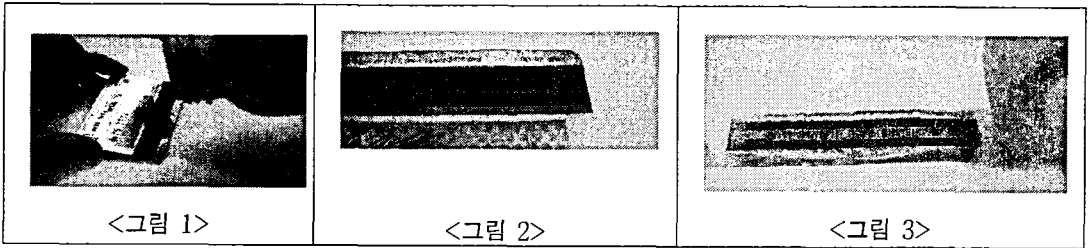
[참고] 가중치 주는 방법을 바꾸고 10대신에 11이라는 소수를 이용한 효과다.

**㉔ 실험을 통하여 신용카드 속에 숨은 바코드 모양 발견하기**

1. 목적 : 신용카드의 마그네틱 선에 정보가 저장되는 원리를 알아본다.
2. 준비물 : 신용카드(전화카드도 가능), 철가루(Iron powder), 셀로판 테이프
3. 원리 및 절차

- ① 신용카드(전화카드)의 마그네틱 선에 철가루를 뿌린다(<그림 1>).
- ② 신용카드를 탁탁 털고 자세히 보면 철가루가 바코드 모양으로 배열함을 알 수 있다. 이것은 신용카드의 마그네틱 선이 아주 작은 자석들로서, N극과 S극이 교대로 배열되어 있다는 것을 보여준다(<그림 2>).
- ③ 철가루의 탁본을 떠보도록 하자.

신용카드 위의 철가루를 조심스럽게 셀로판 테이프에 묻힌 다음, 종이에 옮겨 붙이면 멋진 탁본이 완성된다(<그림 3>).



4. 위의 <그림 3>을 보고 그 의미에 대해 서로 토의하여 봅시다.

① 자성을 띠고 있는 물질은 주변의 자기장에 의해 물질의 배열이 달라지는 성질이 있다. 산화철 계열의 물질이 그런 현상이 심한데, 외부에서 자기장을 가한 후에도 계속해서 바뀐 배열상태를 유지하려고 한다.

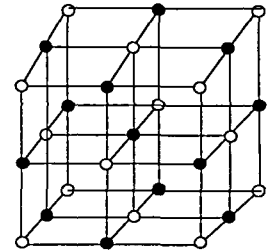
② 신용카드의 마그네틱 선에는 산화철이 들어 있어서 외부에서 자기장을 가해주면 물질의 배열상태가 거의 영구적으로 변화해버린다.

③ 나중에 이 정보를 다시 읽으면 우리는 신용카드의 고유번호와 유효기간, 이름들을 알 수 있게 된다.

※ 바코드는 빛의 반사율 차이로 판독하나 신용카드(마그네틱 카드)는 NS극 배열 상태로서 정보를 읽어낸다. 신용카드에는 NS극 배열상태가 바코드 모양을 하고 있다. 바코드의 판독원리와 신용카드의 판독원리는 서로 다르다.

주제명 : NaCl형, CsCl형, CaF<sub>2</sub>형 이온결정 구조를 피타고라스 정리를 이용하여 분석하기

이온성 결정의 구조에 대해 생각한다. 각 이온을 구 모양의 딱딱한 물체로 간주하고 서로 이웃하는 이온은 접하는 것으로 한다. 양이온의 반지름을  $r_+$ , 음이온의 반지름을  $r_-$  라 할 때 다음 각 이온결정에 관하여 알아보자. (● 양이온 ○ 음이온)

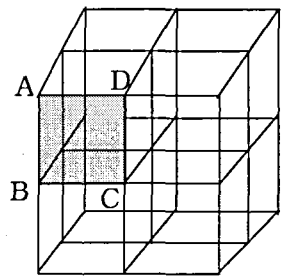


<그림(a)>

1. NaCl형 이온결정<그림(a)>에 관하여, 음이온의 반지름이 최대로 될 때  $\frac{r_+}{r_-}$ 를 구하여 봅시다.

① '각 이온을 구 모양의 딱딱한 물체로 간주하고 서로 이웃하는 이온은 접하는 것으로 한다'에서 이온의 반지름의 길이를 어떻게 하면 쉽게 구할 수 있을까요?

☞ 구가 접하는 상태를 다루는 문제에서는 구의 중심과 접점을 포함하는 평면에 의한 단면을 고찰하면 된다.



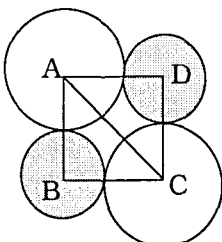
<그림 4>

② 음이온의 반지름이 최대일 때의 단면을 어떻게 그릴 수 있을까요? 토의해 봅시다.

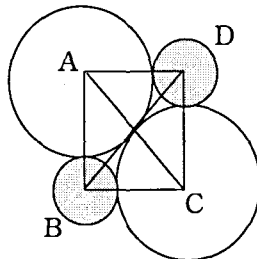
☞ 오른쪽 <그림 4>의 정사각형 ABCD를 포함하는 평면에 주목하여 대각선 AC의 길이를  $2a$ 로 놓는다. 왜냐하면 이렇게 하면  $r_-$ 를 분수가 아닌 정수값으로 구할 수 있으므로  $\frac{r_+}{r_-}$ 의 계산이 쉽게 된다.

③ 음이온의 반지름이 변할 때의 단면도를 직접 그려봅시다. 어떤 경우에 음이온의 반지름이 최대가 될까요?

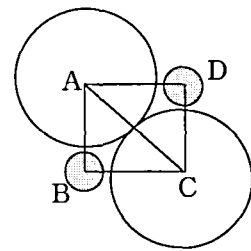
☞



(a) 음이온의 반지름이 최대가 아니므로 부적당



(b) 음이온의 반지름이 최대인 상태



(C) 음이온과 양이온이 접하지 않으므로 부적당

④ 음이온의 반지름이 최대가 될 때의 단면도에서  $\frac{r_+}{r_-}$ 의 값을 구하여 봅시다.

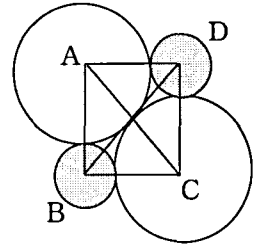
☞ 오른쪽 그림에서 대각선 AC의 길이는  $2r_- = 2a$ 이 된다.

$$\therefore r_- = a \dots \textcircled{7}$$

또한,  $AB=BC=r_+ + r_-$  이고 직각삼각형 ABC에서 피타고라스 정리로부터  $r_+ + r_- = \sqrt{2}a \dots \textcircled{8}$ 이 성립한다.

$$\textcircled{7} \text{과 } \textcircled{8} \text{로부터 } r_+ = (\sqrt{2}-1)a, r_- = a$$

$$\text{따라서, } \frac{r_+}{r_-} = \sqrt{2}-1$$



(b) 음이온의 반지름이 최대인 상태

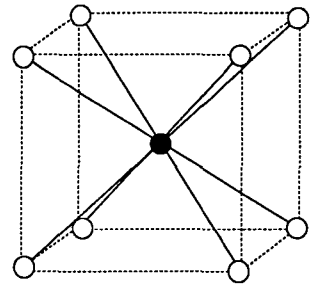
2. CsCl 형 이온결정(<그림 (b)>)에 관하여 음이온의 반지름이 최대로 될 때  $\frac{r_+}{r_-}$ 를 구하여봅시다.

① ‘각 이온을 구 모양의 딱딱한 물체로 간주하고 서로 이웃하는 이온은 접하는 것으로 한다’에서 이온의 반지름의 길이를 어떻게 하면 쉽게 구할 수 있을까요?

☞ 구가 접하는 상태를 다루는 문제에서는 구의 중심과 접점을 포함하는 평면에 의한 단면을 고찰하면 된다.

② 음이온의 반지름이 최대일 때의 단면을 어떻게 그릴 수 있을까요? 토의해 봅시다.

☞ 양이온이 직육면체 가운데 존재하므로 오른쪽 <그림 5>의 직사각형 EFGH를 포함하는 평면에 주목하여 변 EF의 길이를  $2b$ 로 놓는다.



<그림 (b)>

③ 음이온의 반지름이 변할 때의 단면도를 그려 봅시다.

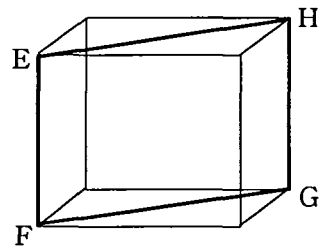
④ 음이온의 반지름이 최대가 될 때의 단면도에서  $\frac{r_+}{r_-}$ 의 값을 구하여 봅시다.

$$\text{☞ EF에 주목하면 } 2r_- = 2b \dots \textcircled{9}$$

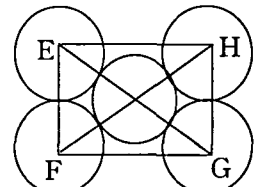
<그림 5>에서 피타고라스 정리로부터  $EH=2\sqrt{2}b$ , 대각선

$$EG=2\sqrt{3}b \text{이므로, } 2r_- + 2r_+ = 2\sqrt{3}b \dots \textcircled{10} \text{가 성립한다. } \textcircled{9} \text{과 } \textcircled{10}$$

$$\text{에서 } r_+ = (\sqrt{3}-1)b, r_- = b. \text{ 따라서, } \frac{r_+}{r_-} = \sqrt{3}-1$$



<그림 5>



(b) 음이온의 반지름이 최대인 상태

3.  $\text{CaF}_2$  형 이온결정(<그림 (c)>)에 관하여, 음이온의 반지름이 최대로 될 때  $\frac{r_+}{r_-}$  을 구하여 봅시다.

① 이온의 반지름을 어떻게 하면 구할 수 있을까요?

☞ 구가 접하는 상태를 다루는 문제에서는 구의 중심과 접점을 포함하는 평면에 의한 단면을 고찰하면 된다. ② 음이온의 반지름이 최대일 때의 단면을 어떻게 그릴 수 있을까요? 토의해 봅시다.

☞ 양이온의 중심이 오른쪽 그림과 같이 직육면체의 옆면을 대각선 방향으로 자른 직사각형  $IJKL$ 의 중심에 위치한다. 따라서, 직사각형  $IJKL$  을 포함한 평면에 주목한다. 변  $JK$ 의 길이를  $2c$  로 놓는다.

③ 음이온의 반지름이 변할 때의 단면도를 직접 그려봅시다.

④ 음이온의 반지름이 최대가 될 때의 단면도에서  $\frac{r_+}{r_-}$  의 값을 구하여 봅시다.

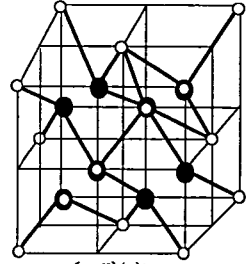
☞ 변  $KL$  에 주목하면,  $2r_- = 2\sqrt{2}c \dots \textcircled{1}$

<그림 6>에서 피타고라스 정리로부터 대각선  $IK$ 는

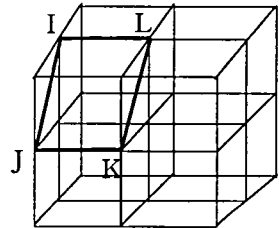
$IK = 2\sqrt{3}c$ 이므로,  $2r_- + 2r_+ = 2\sqrt{3}c \dots \textcircled{2}$

가 성립한다. ①과 ②에서  $r_+ = (\sqrt{3} - \sqrt{2})c$ ,

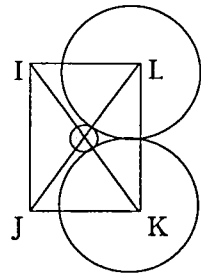
$r_- = \sqrt{2}c$ , 따라서,  $\frac{r_+}{r_-} = \frac{\sqrt{6} - 2}{2}$



<그림 (c)>



<그림 6>



(b) 음이온의 반지름이 최대인 상태

4. 위의  $\text{NaCl}$ 형,  $\text{CsCl}$ 형,  $\text{CaF}_2$ 형 이온결정 구조에 대하여 알아봅시다.

① 이온결정을 대하여 알아봅시다.

☞ 이온결합으로 이루어진 물질은 그 성분 이온들이 전하를 띠고 있다. 이들은 정전기적 인력에 의해 결합되어 결정상태를 이루고 있는데, 이것을 이온결정(ionic crystal)이라고 한다.

②  $\text{NaCl}$ (염화나트륨)형 구조에 대해 조사하여 봅시다.

☞ 정팔면체의 중심에 한 개의 양이온 ( $\text{Na}^+$ )이 있고 그 꼭지점에 6개의 음이온 ( $\text{Cl}^-$ )이 둘러싸여 있다.(배위수 6개)

③  $\text{CsCl}$ (염화세슘)형 구조에 대해 조사하여 봅시다.

☞ 정육면체의 중심에 한 개의 양이온 ( $\text{Cs}^+$ )이 놓여있고 꼭지점 8개에 음이온 ( $\text{Cl}^-$ )이 놓여있다. (배위수 8개)



④ 이온 반지름의 비  $\frac{r_+}{r_-}$  와 배위수와의 관계에 대해 조사하여 봅시다.

☞ 이 비가 클수록 배위수가 증가되므로 이온성 고체의 안정성을 증가시킨다고 한다.

### 3. 프로그램 운영

가. 프로그램 운영 일정(2002~2003년, 경상북도교육청 중등영재교육원 중학교 수학반 예시)

구분 (기간)	지도장소	대상학생	교육내용	비고
1차 2002년 9월~11월	경북외국어고등학교	구미, 상주, 안동, 영주, 의성, 문경, 청도지역 (24명)	· 심화학습 주제 및 교 수-학습자료 개발 · 속진 심화과정	출석수업
	경북과학고등학교	포항, 경주, 경산지역(16명)		
2차 2003년 3월~5월 (매주 일요일)	경북외국어고등학교	구미, 상주, 안동, 영주, 의성, 문경, 청도지역 (24명)	· 창의적 문제해결과정 · 프로젝트형 과제	
	경북과학고등학교	포항, 경주, 경산지역(16명)		
3차 2003년 7월(1주일)	경북과학고등학교	1·2차 대상자 중 20명 선발	· 주제, 과제위주 운영 · 학업성취도 평가	합숙

#### 나. 운영 방법<sup>6)</sup>

(1) 경상북도교육청 중등영재교육원 중등수학반의 경우 도내 각 지역을 동부지역, 서부·북부지역으로 나누고 교통편에 따라 각 지역에서 가까운 경북과학고등학교, 경북외국어고등학교에서 각각 일요일 출석수업을 실시하고 있다.

(2) 학기(1차, 2차)중에는 일요일 출석수업을 시행한 후, 창의적 문제해결력 검사를 실시하여 1차대상자 중에서 20명을 선발하여 방학 때(3차) 1주일 합숙훈련을 실시한다.

※ 경상북도교육청 산하 일선 시·군 교육청의 경우 별도의 영재교육원이 설립되어 각 지역의 실정에 맞는 영재교육 프로그램을 운영하고 있다.

## IV. 결론 및 제언

1. 영재교육에서 가장 중요한 사항 중의 하나는 영재교육 프로그램을 구성하는 내용을 그들의 수준에 맞게 선정하여 교재를 개발하는 일이다. 영재가 자신의 잠재능력과 재능을 보다 폭 넓게 키워가고 그 누구도 생각하지 못한 새로운 분야를 창의적으로 개척할 수 있도록 하기 위해서는 영재교육

6) 공동 저자는 경상북도교육청 중등영재교육원 중등수학반 지도교사 및 시교육청 영재교육원 중학교 수학반 지도교사로 활동하고 있다.

프로그램 구성이 수학분야에 집중적으로 짜여진 편협적인 프로그램보다는 개방적이고 간 학문적 프로그램이 필요하다고 생각된다.

2. 이와 같이 정규교육과정 및 간 교과간 연계성을 가진 심화학습 주제탐구형 프로그램을 개발하여 현장적용과 함께 수정·보완해 나가는 등 다양한 심화학습 주제 및 학습자료개발에 지속적인 연구가 뒤따라야 할 것이다.

3. 간 학문적 접근을 통한 프로그램의 경우 수학담당교사가 모든 것을 지도하기에는 어려운 점이 많다. 이의 해결을 위해 관련과목 담당 지도교사와 함께 프로그램을 개발하고 학생을 지도할 때에도 팀 티칭을 실시하여 상호보완하면 더 효과적일 것이다. 팀 티칭에 따른 영재교육 예산 지원책도 강구되어야 할 것이다.

4. 둘 이상 교과간 연계성을 가진 심화학습의 새로운 체계를 잡는 작업은 어려운 일이다. 간 학문형 심화학습 주제가 만들어질 경우 각 교과 단원의 계열성은 물론이고 각 교과의 계열을 재조정해야 하는 어려움이 있다. 따라서 영재교육과정 등의 조정도 뒤따라야 할 것이다.

## 참 고 문 헌

- 류성림 (2001). 그래프 이론을 활용한 초등학교 영재교육 프로그램 개발, 한국수학교육학회지 시리즈 F <수학교육 학술지> 6, pp.23-44, 서울: 한국수학교육학회.
- 브라이언 볼트 지음. 조윤동 옮김 (2002). 마술 같은 수학(퍼즐로 수학 283배 즐기기), 서울: 경문사.
- 박성익 외 (2003). 영재교육학원론, 서울: 교육과학사.
- 방승진 (2000). 주제탐구중심 수학영재교육, 한국수학교육학회지 시리즈 F <수학교육 학술지> 5 pp.39-48.
- 방승진·이상원·이우식 (2002). 영재학생을 위한 심화학습 교재개발에 관한 연구, 한국수학교육학회지 시리즈 F <수학교육 학술지> 7, pp.102-119, 서울: 한국수학교육학회.
- 양영오 (2003). 정보수학, 서울: 경문사.
- 여수동의 7인 (2002). 화학II, 서울: 청문각.
- 이규봉의 2인 (2002). 생활속의 수학, 서울:경문사
- 이영만 (2001). 통합교육과정, 서울: 학지사
- 정치봉 (2000). 중등수학 및 컴퓨터과학 교육에서 컴퓨터 교육의 연결성 및 통합성, 한국수학교육학회지 시리즈 E <수학교육 논문집> 10, pp.307-308, 서울: 한국수학교육학회.
- 秋山仁著. 황순현의 2인역 (1997). 공간도형과 일차변환의 구조, 서울: 미래사.
- 한국교육개발원 (2003). 2003년도 영재교육 담당교원 심화연수 교재.