

## 수학 퍼즐을 이용한 영재학습 자료의 개발<sup>1)</sup>

### — 공간 감각을 중심으로 —

남 승 인 (대구교육대학교)

일선 교육 현장에서 영재를 지도함에 있어서 해결해야 할 당면 과제는 판별 도구와 학습 프로그램의 개발이다. 영재를 위한 수학 프로그램을 문제 해결형, 수학 탐구형, 과제 해결형의 3가지로 분류할 경우, 퍼즐은 문제 해결형과 수학 탐구형 프로그램의 특성을 공통적으로 갖고 있는 유형으로 수학적 지식의 통합과 연결성. 그리고 창의적 문제 해결력 신장 및 수학적 원리·법칙을 체험적으로 만들 수 있는 기회를 제공한다는 점에서 매우 가치있는 프로그램이다. 특히 조각퍼즐은 기존의 대수적 표현 체계로 학습하기가 힘든 관찰력이나 공간에 대한 인식과 표현력 친 공간 추론력을 기르는 데 유용하며, 게임적인 요소가 포함된 퍼즐은 지필에 의존해 왔던 수학학습에 대한 부정적인 인식을 해소하는 데 크게 기여할 것이다. 본 고에서는 수학 퍼즐의 종류 및 특성과 교육적 가치에 대해서 개괄적으로 살펴보고, 실제 프로그램 작성을 위한 정보를 제공과 영재들의 공감 감각을 기르기 위한 프로그램의 원을 이용한 수학 퍼즐의 개요를 제시한다.

### I. 들어가면서

지난 수세기 동안 기하(Geometry)는 유클리드와 동의어로 사용되어 왔으나 기하교육은 유클리드 이전에 이미 시작되었으며, 또 어린이들은 비언어적인 사고를 통하여 공간과 모양을 인식하는 것으로부터 주변 세계를 이해하기 시작한다. 즉 언어나 문자나 기호를 인식하기 이전에 자신의 주변 공간에 존재하는 여러 대상의 모양, 크기, 순서, 위치...등을 직관적·체험적으로 인식하면서부터 기하교육은 시작된다고 할 수 있다. 그러나 전통적인 기하학습은 2000여년 전에 유클리드가 체계화한 공리, 정의, 정리, 증명, 등 형식적 기하를 연역적인 방법으로 전수하고 탐구하는 것이 바람직한 기하학습인 것으로 생각해 왔다. 기하학습에 대한 이러한 인식은 수학의 다른 영역에까지 영향을 미쳐서 수학은 이해나 창조의 대상이라기보다는 모방과 기억의 대상으로 잘못 인식하고 있으며, 이해에 바탕을 둔 학습이 아닌 모방과 기억에 의한 학습에 의존하게 됨으로서 진급할수록 수학에 대한 학습 불안과 기피현상이 심화되고 있으며, 또한 학습된 지식의 양은 많지만 이들 새로운 상황에 적용할 수 있는 능력과 창조적인 사고력이 부족한 실정이다.

기하교육은 우리가 경험할 수 있는 공간과 관련지어서 탐구되었을 때만 그 의미가 있다고 볼 때, 기하학습의 시작은 공간 감각을 풍부히 하는 데 바탕을 두어야 한다. 특히 초등학교 수준의 기하학

1) 본 논문은 2003학년도 대구교육대학교 학술 연구비 지원으로 연구한 것임.

습은 실세계에 존재하는 구체적인 현상이나 대상 및 조작적인 자료를 체험적으로 관찰하고, 분류하고, 조작하고, 탐구하는 비형식적 기하로부터 시작해야 한다. 비형식적인 기하는 형식적인 추론이나 증명이 없이 구체적인 관찰과 조작활동을 통하여 직관적인 수준에서 기하적 모델을 구성하고, 조사하고, 특이한 방법으로 바꾸어 봄으로써 그 모양이나 속성을 탐구하는 것을 포함한다. 따라서 초등학교 수준에서의 기하학습은 구체적 조작활동에 초점이 맞추어져야 하며, 이를 뒷받침할 수 있는 자료가 제시되어야 할 것이다. NCTM Standards의 저자들도 기하학습의 효과적인 프로그램은 기하적 도형에 이름 붙이기, 기하적 용어, 사실, 관계들을 기억하게 하는 것에서 관찰, 실험, 실측 등 구체적 조작활동을 통하여 공간적 지각력을 육성하는 것, 기하적 도형의 속성과 그들 사이의 관계를 탐구하는 것, 문제 해결의 도구로써 기하를 사용하는 것에 더 많은 관심을 가져야 한다(Kutz, 1991)고 권고하고 있다.

Weaver & Brawley(Walker, 1973에서 재인용), Krutetskii(1976), Heid(1983), NCTM(1994)등의 연구에 의하면, 수학 영재는 · 공간 감각과 지각 · 표현력, · 비언어적 암시를 지각하고 해석하는 능력, · 관찰력과 상상력, 그리고 형과 공간에 관련된 호기심과 민감성 및 추론력, ... 등이 일반 학생들에 비하여 뛰어나며, 수학 퍼즐과 수학적 게임에 도전 의욕이 강하고 실제로 즐기는 성향을 충족시키기 위해서는 이들의 지적 욕구와 성향을 충족시킬 수 있는 양질의 프로그램을 제공해야 할 것이다. 수학 영재들에게 도전 의식과 지적 욕구를 자극할 수 있는 오랜 역사를 가진 학습 프로그램의 하나로 수학 퍼즐을 생각할 수 있다. 수학 퍼즐(Puzzle)은 기지(機知)나 통합된 여러 수학적 개념, 원리 · 법칙을 중심으로 간학문적 지식을 통합적으로 활용하여 수학적 사고<sup>2)</sup>와 추론을 통하여 해결할 수 있는 비정형적인 장면의 문제로서, 학문적 요소와 놀이적 요소가 포함되어 있다. 퍼즐을 해결하기 위해서는 기억력보다는 직관력과 통찰력, 그리고 확산적 사고와 수렴적 사고를 통하여 해결할 수 있는 장면의 문제로써 수학 영재학습 프로그램을 크게 3가지 —문제 해결형, 수학 탐구형, 과제 해결형—으로 나눈다면 퍼즐은 문제 해결형과 수학 탐구형의 공통적인 속성을 갖는 프로그램이다. 본고에서 영재의 특성을 고려한 심화학습 프로그램 구성 관점과 수학 퍼즐의 유형 및 그 교육적 가치를 알아 본다. 그리고 공간 감각을 기르기 위한 활동 내용 및 원을 이용한 퍼즐 프로그램을 소개한다.

2) 수학적 사고는 '수학을 만들고 다듬어 가는데 근본이 되는 생각'(강옥기, 1989)으로 학자들의 분류 관점에 따라 다양하게 분류하고 있으나, 수학학습과 관련지워 생각해 본다면, 수학적인 개념과 원리, 법칙을 귀납과 유추를 통해 학습자 스스로 터득하는 일과 이를 수학적인 용어와 기호로써 표현 · 활용하는 일, 문제 해결에 유용한 여러 가지 알고리즘과 전략을 개발하고 이를 능숙하게 활용하는 일, 수학적으로 추론하고 그 타당성에 대한 검증과 수학적인 명제를 논리적으로 증명하는 일, 수학적 지식과 기능을 활용하여 당면한 문제해결에 필요한 정보를 수집 · 분석 · 조직하여 합리적으로 판단하고 능숙하게 문제를 해결하는 데 관련된 체계적이고 논리적인 정신적 활동의 총체라고 할 수 있다.

## II. 심화학습 프로그램 구성 관점

수학 영재를 위한 교수·학습 자료는 수학 분야에서 평균 이상의 뛰어난 재능을 가진 학생들의 지적 욕구를 충족과 잠재력을 최대한 계발하는데 적절한 것이어야 한다. 수학 영재의 특성에 맞게 개발된 교수·학습 자료는 논리적 사고력<sup>3)</sup>뿐만 아니라 창의적 사고력<sup>4)</sup> 및 분석력과 종합력 등 고차적인 사고력을 길러 줄 수 있어야 한다. Samara와 Curry(2000, 한국교육개발원에서 재인용) 영재를 위한 교수·학습 자료는 영재의 행동 특성을 유도해 낼 수 있는 자료이어야 함을 강조하면서 영재를 위한 자료의 특징은 개념이나 내용의 전달에 초점을 맞추기보다는 사고 또는 문제해결 과정과 산출물에 초점을 맞출 것을 권고하고 있다.

수학 영재 학생들을 위한 학습 프로그램은 개인적인 학습 속도와 특성, 창의성 및 지적 학습 능력, 교수-학습 형태 등 다양한 측면을 고려하여 개발해야 한다. 본고에서는 수학 영재의 특성을 고려하여 초등학교 수준의 영재 교육 프로그램의 주제 및 내용 구성을 위한 몇 가지 관점을 제안한다.

1) 영재 교육 프로그램에 포함되는 주제들은 다양한 유형의 사고 활동을 개발·육성할 수 있는 것들이어야 한다. ; 단편적인 원리·법칙 및 알고리즘을 적용하여 해결할 수 있는 문제가 아닌 복합적인 사고와 종합·분석적인 사고의 결합으로 이루어진 문제, 뚜렷한 목적없이 해결 과정에서 기교를 부린 난제가 아닌 다양한 정보의 수집·분석을 통해 해결하는 문제, 기계론적·분석적 접근 방법을 요구하는 문제가 아닌 고차적·확산적 사고를 자극할 수 있는 탐구형 문제, 상황에 따라 다양한 전략과 다 해를 가지는 문제, 단기적인 과제뿐만 아니라 장기간에 걸쳐서 해결할 수 있는 문제, 개별 사고뿐만 아니라 집단적 사고가 필요한 문제 등 고차적·창의적인 사고력 신장을 위한 장면을 포함하는 주제이어야 한다.

2) 수학 영재 프로그램에 포함되는 주제들은 수학적으로도 그 내용의 질적 수준이 높은 것이어야 한다. ; 영재교육을 위한 교과 내용 구성은 ① 수학 내용의 직접적인 응용뿐만 아니라 순수 수학의 이론의 발달에 대한 방향이 반영되어 하며, ② 교과 내용이 단지 수학적 사실의 전달뿐만 아니라 그러한 사실들의 본질을 설명해야 하고 실제적인 사실과 추상화된 수학 내용들의 내적인 관련성이 제시되어야 하며, ③ 실생활에서 발생하는 문제 상황과 관련될 수 있는 것이 바람직하다. 실생활의 문제 해결은 수학 영역에 있어서 새로운 탐구를 위한 기회를 제공해야 할뿐만 아니라, 수학은 문제 해결의 유용한 도구임을 느낌으로써 학습자들이 수학에 대한 흥미와 그 위력을 인식할 수 있게 한다.

3) 주제에 포함된 하위 학습 과제들이 체계화될 수 있는 주제이어야 한다. ; 단순한 게임이나 퀴즈,

3) 논리적 사고는 종적·수렴적 사고로서, 주어진 문제를 해결하기 위하여 기존의 지식과 경험을 조리있고 이치에 맞게 결합 및 재조직하여 모순이 없는 하나의 정답을 찾아내는 사고로써 주로 수학이나 자연과학의 학습의 영향을 받는다.

4) 창의적 사고는 횡적·확산적 사고로서, 주어진 문제 해결을 위하여 기존의 지식과 경험 등을 바탕으로 하되 전통적 또는 정형화된 틀에서 벗어나 새롭고 다양한 발상으로 접근 방법이나 전략에 따라 다양한 해를 얻어 낼 수 있는 사고로 수학이나 과학뿐 아니라 법교과 학습의 영향을 받는다.

서로 이질적이고 단편적인 내용들을 포함하는 주제이어서는 안 된다. 체계화된 학습 내용은 학습자들이 자기 주도적인 학습 활동을 할 수 있도록 할뿐만 아니라, 스스로 탐구하고 새로운 문제를 설정할 수 있는 기초를 제공한다. 개별적이고 단편적인 문제들은 그 문제가 포함하는 수학적 아이디어 자체로는 의미를 가질 수 있지만 학습자의 인지적·정의적인 능력을 종합적으로 개발, 육성에서는 커다란 의미를 지니지 못할 수도 있음을 유의해야 한다.

4) 풍부한 수학적 사고 활동의 습관을 개발시킬 수 있는 주제들이어야 한다. ; 수학 영재들의 특성 중의 하나는 과제 집착력이다. 어떤 학생이 한 두 개의 비정형적인 문제를 성공적으로 풀었다고 하여 수학적 사고 활동의 습관을 완전히 획득하였다고는 보기 어려울 것이다. 주어진 학습 과제에 집착하고 의도적으로 주의를 집중하며, 주어진 문제에 효과적으로 대처하는 능력을 기르기 위해서는 많은 노력과 시간을 통한 수학적 활동이 필요하다. 이를 위해서는 다단계 문제나 다양한 전략으로 접근할 수 있는 문제나 주제가 포함되어야 한다. 또한 지필뿐만 아니라 문제 해결을 위해 다양한 정보를 수집·분석을 통해 해결할 수 있는 과제 해결형 문제나 교구를 활용하여 수학적 원리·법칙을 창안하는 수학 탐구형 프로그램이 균형있게 제시되어야 할 것이다.

5) 학생들이 조작물과 학습 도구를 통해 실험, 실측, 조작, 관찰 등 구체적인 활동을 할 수 있는, 그리고 이를 통한 창의적 사고의 경험을 제공할 수 있는 주제들이어야 한다. ; 다양한 종류의 학습 자료들을 학습자들이 직접 다루면서 스스로 수학을 구성하는 경험을 제공받을 수 있는 주제들이어야 한다. 구체적인 학습 자료들로는 계산기, 컴퓨터, TV, 오디오 자료, 학습 참고서, 대중적인 수학 잡지, 실세계에 존재하는 모든 물리적인 대상들을 이용할 수 있으며, 이들을 학습의 도구로 활용할 수 있는 다중 매체를 이용한 학습의 기회가 또한 제공되어야 할 것이다.

### III. 수학 퍼즐의 종류 및 교육적 가치

#### 1. 수학 퍼즐의 종류

퍼즐은 사용하는 교구의 종류에 성냥개비 퍼즐, 칠교 퍼즐, 입체퍼즐, 색종이 퍼즐, ...등으로 나누기도 하고, 소재에 따라 이동 퍼즐, 논리 퍼즐, 기하 퍼즐, 무게 퍼즐, 속도 퍼즐, ...등으로 나누기도 하며, 퍼즐 개발자에 의해 다양하게 분류되고 있다. 본고에서는 내용 영역에 따라 크게 5가지로 나누고 각 퍼즐의 특징을 간략하게 살펴본다.

· 숫자퍼즐 : 정수의 성질을 이용하여 수나 식을 만드는 퍼즐로써, 풍부한 수 감각과 연산 감각 및 능력과 논리적인 사고력이 요구되는 문제. 예컨대, '사칙연산 기호와 괄호. 그리고 숫자 4를 4번 사용해 0부터 10까지 만들기', ' $43 \times 2 = 14$ 은 잘못된 식이다. 어느 한 두 숫자를 이동하여 바른 식이 되도록 하여라.' 등이 이에 속한다. 숫자퍼즐에는 방진산이나 식충산, 수식을 만드는 성냥개비, 매직맥스, ... 등 여러 가지가 있다.

• 도형퍼즐 : 주어진 도형을 분할하고 합성하거나 조작을 통하여 공감 감각과 수학적 원리·법칙을 깨닫도록 하는 장면의 문제. 예컨대, ‘하나의 정사각형을 넓이가 다른 몇 개의 정사각형으로 나누어라.’ 칠교판 중 어느 3조각을 이용하여 직사각형을 만들어라. ‘등이 이에 속한다. 도형 퍼즐에는 칠교판, 펜토미노, 폴리오미노, ... 등 여러 가지가 있다.

• 계측퍼즐 : 양의 측정과 관련된 퍼즐로 풍부한 수와 양 감각 및 연산 능력과 논리적 사고가 요구되는 장면의 문제. 예컨대, ‘크기나 모양이 같은 24개의 구슬이 있다. 이 중 무게가 다른 구슬이 1개 있다. 저울을 3번 사용하여 무게가 다른 구슬을 찾기’, ‘눈금이 없는 500mL짜리와 800mL짜리 비이커를 이용하여 400mL를 측정하는 방법을 설명하기.’ 등이 이에 해당한다. 속도나 가격 등에 관련된 다양한 실생활 장면의 문제가 있다.

• 논리퍼즐 : 주어진 문장이나 문제로부터 연역 추론 등 형식논리를 이용하거나 시행착오를 통해 대안을 분석함으로써 해결할 수 있는 유형의 문제. 예컨대, 한 법원이 굵고 적도사건의 용의자로 구속된 경수, 인호, 병수, 정호 등 4명을 대상으로 심리하였는데 그들의 자백 내용은 다음과 같은데 2명은 자백 내용은 참말이고, 다른 2명의 자백 내용은 거짓말이다. 네 사람 중 1명이 범인이자면 범인은 누구인가?

경수: 범인은 인호, 병수, 정호 중에 있다. 인호: 나는 흠치지 않았다. 병수가 흠쳤다.  
병수: 경수와 인호 중 한 사람이 범인이다. 정호: 인호의 진술이 사실이다.

• 퍼즐게임 : 도구를 사용하여 게임 하듯이 푸는 퍼즐을 말한다. 예컨대, ‘n개의 흰 바둑돌과 검은 바둑돌이 ●○○●○○●●처럼 차례로 놓여있다. 이웃하는 2개의 돌을 동시에 움직여서 ○○○●●●처럼 같은 색끼리 이웃하도록 배열하여라.’ 바둑이나 장기, 수학 전략 게임, 하노이의 탑 문제, 해밀턴의 길 찾기 문제, 한 붓그리기, ... 등 이 있다.

## 2. 퍼즐 프로그램의 특징

수학 퍼즐은 원래 수학 학습을 위한 도구로서보다는 칠교판이나 입체 퍼즐, 하노이 탑, 장구나 바둑, 직소 퍼즐처럼 조작 중심의 여가 선용을 위한. 그리고 지능 및 사고력 개발을 위한 도구로써 개발된 것으로 생각된다. 이후 문제 해결에서 수학적인 요소, 예컨대, 수학적 지식과 사고력이 요구됨으로 해서 수학학습의 자료로 활용된 것으로 생각된다. 따라서 문제의 유형이나 성격도 매우 다양하다. 본고에서는 Gardner(1956, 1961, 1972, 1994, 2001), Dudeney(1958)가 소개한 퍼즐 내용을 분석한 것을 근거로 하여 퍼즐 문제의 특성을 정리하면 다음과 같다.

• 문제 장면이 조작적인 요소와 게임(전략 게임)적 요소를 포함하고 있다. • 특정한 수학적 원리·법칙을 직접적으로 적용하기보다는 이를 응용하거나 다른 원리·법칙 및 범교과적인 지식을 복합·통합적으로 활용한다. • 문제해결에 많은 시간이 소요될 수 있으며 집중력과 인내력이 요구된다. • 기억력보다는 고차적인 사고력, 그리고 직관력과 통찰력이 필요하다. • 논리적·합리적인 사고가 뒷받침되어야 하지만 시행착오 과정을 통해서 해결할 수도 있다. • 문제 해결 전략이나 접근 방법에 따라 다양한 해를 가질 수도 있으며 해결 전략이 다양하다. • 수렴적 사고가 요구되기도 하지만 확

산적 사고의 기회를 더 많이 포함한다. • 문제 해결과정을 연역적으로 증명하기 어려운 경우가 있다. • 조작퍼즐의 경우는 퍼즐의 난이도와 학생의 사고 수준의 균형을 이루기가 어렵다. 예컨대, 대학생이 풀지 못하는 문제를 초등학생이 풀 수 있는 경우가 있다. • 수학적 지식이 문제 해결의 중추적인 역할을 하지만 범교과적인 지식도 필요하다. • 해에 이르는 알고리즘이 유일하지 않으며, 알고리즘을 대수식이나 문자로 형식화하기 어렵다. • 문제 해결 과정에서 학생들의 질문에 대한 적절한 정보를 제공하기가 쉽지 않다. • 오락적인 요소가 포함되므로 해서 수학적인 문제이면서도 일상적으로 느끼는 형식화된 수학 문제처럼 느끼지 않을 수 있다.

### 3. 퍼즐의 교육적 가치

학생들의 학습 활동을 조장할 수 있는 가장 보편적인 방법 중의 하나는 그들에게 제공되는 학습 프로그램이 그들의 흥미와 호기심을 자극할 수 있다. 이는 학습에 대한 흥미와 호기심은 학습 동기를 유발시킬 것이며, 학습 동기의 유무는 학습 참여 의욕 및 학업 성취에 강력한 영향을 미치기 때문이다. 학생들에게 학습 동기를 유발시킬 수 있는 방법의 하나로 퍼즐을 생각할 수 있다. 퍼즐은 수학적 요소와 함께 놀이적인 요소를 포함하고 있어서 형식화된 알고리즘의 적용과 지필에 의존해 오던 수학학습 방법에 대한 정신적 부담을 최소화할 수 있다. 또한 문제해결을 위한 자원으로써 단편적인 수학적 지식만이 아닌 여러 가지 수학적 지식과 기능을 통합적으로 이용함으로써 비형식적 탐구의 기회를 제공하며, 수학적 내용과 아이디어 사이의 관련성을 이해할 수 있다. 특히 수학적 아이디어간의 관련성에 대한 이해는 간학문적 성격을 내포하고 있는 것으로 수학과 다른 학문 및 수학과 실세계 사이의 관련성을 음미함으로써 수학의 유용성과 가치를 인식할 수 있으며, 조작퍼즐은 기존의 수학적 원리·법칙의 활용보다는 새로운 지식을 생성하는 데 유용하다. 수학 퍼즐의 교육적 가치를 몇 가지로 정리한다면 다음과 같다.

① 퍼즐은 학습에 대한 정신적 부담감을 줄일 수 있다. : 문제 진술이나 유형이 수학적 기호와 수량이 교과서나 문제집에 비해 덜 표면화되고 정형적인 문제보다는 비정형적인 문제의 비중이 높음으로 해서 문제 장면에 대한 학생들의 정신적 부담이 적다. 이는 문제 장면이 인위적이라기 보다는 학생들이 직·간접적으로 경험하거나 상상할 수 있는 가상적 장면, 또는 구체물 조작을 요구하는 장면으로 진술됨으로 해서 학생들의 흥미나 호기심을 자극할 수 있다. 즉 수학 퍼즐을 해결하기 위해서는 수학적 지식과 사고력이 뒷받침되어야 하는 직·간접적으로 수학과 관련된 수학적인 문제임에도 불구하고 외형적인 특성상 수학 문제로 느끼지 않는 경향이 있다.

② 퍼즐의 조작은 문제해결의 본질이다. : 새로운 퍼즐을 해결하기 위해서는 Dewey나 Polya 등이 제시하고 있는 문제해결 절차의 적용과 Lenchner(1983), Musser & Burger(1994)등이 제시하는 특수 전략을 활용해야 한다. 즉 문제를 이해하고 가장 효율적인 전략을 선택·적용하여 문제를 해결하고 그 과정을 반성·음미하는 과정에서 창의적인 사고력과 문제 해결력 및 학습에 대한 집중력과 지구력을 동시에 기를 수 있다.

③ 학교 교육과 가정 교육을 연결시킬 수 있다. : 어린이들의 수학 학습에서 동료나 가족은 매우 중요한 역할을 한다. 그들은 학습한 내용에 대해서 교실 밖에서 동료나 가족과 함께 토론하고 일상 생활과 연결시킴으로서 학습 내용에 대한 파지도와 전이력을 높일 수 있을 뿐만 아니라 수학의 가치와 유용성을 인식할 기회를 제공할 수 있다. 특히 오락적인 요소가 포함된 수학 퍼즐에 가족을 참여시킴으로서 의사소통을 통한 아이디어의 공유 및 창의적인 아이디어의 고안과 학생들의 과제 수행을 조절·통제·격려하기 위한 책임감있는 “수학 조력자”에 가담시킬 수 있다.

④ 교구를 이용한 퍼즐은 수학을 창조하는 경험을 제공한다. : 교구를 이용한 퍼즐은 물리적 조작과 정신적 조작을 자연스럽게 통합시킬 수 있으며, 학생들이 교구 조작으로부터 발견한 일정한 규칙성은 수학적 원리·법칙 그 자체이다. 초·중등학교에서 다루는 대부분의 수학적 개념이나 지식의 이해에는 단순한 물리적 추상화로서가 아닌 실제로 행동하고 행동의 결과를 반성하는 과정, 즉 반영적 추상화 과정을 거치면서 배운다. 고 볼 때, 퍼즐은 단순한 조작 또는 반복 연습이나 훈련의 차원을 훨씬 넘어서는 능동적이고 탐구적인 활동과 자기 조절과정을 통하여 외적인 현상으로부터 내적인 지식으로 유도·대체할 수 있다.

⑤ 논리적인 사고력을 신장시킬 수 있다. : 퍼즐을 해결하기 위해서는 논리·연역적인 사고 절차를 통하여 해결하지만 시행착오 전략을 통하여 해결하기도 한다. 시행착오 전략을 이용할 경우, 직관적인 시행착오보다는 가설을 설정하고 이를 검증하기 위해 체계적인 시행착오나 추론적인 시행착오 전략에 의존하는 경향이 높으므로 논리적으로 생각할 수 있는 기회를 제공한다.

⑥ 퍼즐 게임은 의사소통력과 추론력을 발달시킬 수 있다. : 게임적 요소가 포함된 퍼즐은 대부분의 2명 이상이 참여하게 된다. 따라서 퍼즐을 해결하기 위해서는 게임의 내용이나 방법 및 규칙에 대해 서로 묻고 설명하고 협의하는 과정에서 교사와 학생, 학생 상호간에 의사소통이 활발하게 이루어진다. 또 게임은 어느 한 사람의 일방적인 판단이나 결정에 의해 이루어지는 것이 아닌 서로의 합의에 의해 진행되므로 민주적인 방법으로 의사 결정을 하는 소양을 기르는데도 유용하다. 우연이 지배하는 퍼즐 게임이 아닌 경우 게임에서 승리하기 위한 전략을 구상·적용하고, 수정·보완하고 결과를 확인하는 과정에서 자신의 사고를 실험할 수 있는 기회를 제공할 뿐만 아니라 학생들은 추론하는 능력을 기를 수 있다.

⑦ 수학적 지식을 구조화와 통합화시킬 수 있다. : 수학 퍼즐을 해결하기 위해서는 수학적 지식이 중추적인 역할을 하지만 어느 한 영역의 단편적인 지식이 아닌 여러 가지 복합적인 지식, 그리고 수학적 지식만이 아닌 범교과적 지식이 요구됨으로 해서 수학적 지식 내에서의 관련성 및 수학적 지식과 다른 교과 지식과의 관련성을 탐구하는 과정에서 지식의 구조화와 통합화를 이룰 수 있다.

⑧ 관찰력과 공간 감각 및 추론력을 신장시킬 수 있다. ; 조작퍼즐은 형식화된 언어나 대수식으로 표현할 수 없는 예리한 관찰력과 공간 지각력 및 시각화 능력, 그리고 공간 추론력을 발달시킬 수 있으며, 퍼즐의 분할과 합성 과정에서 기억력과 과제에 대한 집중력과 지구력을 신장시킬 수 있다.

#### 4. 퍼즐을 활용한 프로그램 구성에서 고려 할 사항

영재를 위한 학습 프로그램 구성에서 고려할 사항은 영재들의 개별적 특성만큼 다양하다. 그렇지만 영재들이 일반 학생들에 비하여 여러 가지 특성을 가지고 있다고 하더라도 퍼즐 구성에서 그들만을 위해서 특별히 고려할 사항이 있는 것은 아니다. 그들 또한 학습 과정에 있는 학생들이기 때문이다. 다만 퍼즐이라는 유형의 프로그램을 구성할 때 관심을 둘 몇 가지 사항을 정리하면 다음과 같다.

- 수학적 지식의 연결성과 통합성을 고려해야 한다.
- 학생들에게 흥미와 지적 호기심을 자극할 수 있어야 한다.
- 창의적 사고 성향과 사고 기능이 적절히 조화를 이루어야 한다.
- 단편적인 지식의 활용보다 복합적인 지식을 활용할 수 있어야 한다.
- 학생들의 사고 수준 및 이전에 학습한 지식과 경험을 고려해야 한다.
- 수학 학습의 인지적인 측면뿐만 아니라 정의적인 측면을 고려하여야 한다.
- 문제 해결에서 결과 중심의 정확·신속성보다는 사고 과정에 초점을 두어야 한다.
- 개별적인 사고뿐만 아니라 집단적 사고를 통한 해결을 모색할 수 있는 기회를 제공해야 한다.
- 서로 이질적이거나 단편적인 주제의 나열보다는 사고 영역이나 내용 영역에서 문제 사이의 연결성이 고려되어야 한다.
- 조작퍼즐은 학습 목표가 분명해야 한다. 즉 단순한 수학적 원리·법칙의 적용이 아닌 생성에 초점을 두어야 한다. 특히 조작 자체에 비중을 둘 경우 의미없는 유희에 불과하다는 사실을 고려해야 한다.

위와 같은 관점에서 구성된 프로그램을 활용함에 있어서 교사는 학생에게 퍼즐을 제시하기 이전에 교사 자신이 퍼즐을 조작해 보아야 한다. 이는 문제 해결에 어떠한 지식과 기능 및 사고력이 필요한지, 그리고 문제 해결 과정에서 학생들이 어떠한 곤란을 겪을 것인지에 대한 정보를 얻을 수 있으며, 이러한 정보를 추후에 학생지도 자료로 활용할 수 있기 때문이다. 또, 학습 프로그램으로 퍼즐을 집중적으로 다룰 수도 있으나, 다른 프로그램에 대한 학습 동기를 부여 및 지적 욕구를 자극하는 차원에서 다른 프로그램과 관련된 내용의 퍼즐을 병행하여 다룰 수도 있다.

### IV. 공간 감각을 기르기 위한 활동

아동들은 도형, 구조, 위치, 변형, 공간 추론에 관한 능력을 발달시킴으로써 자신들의 공간적 세계에 대한 이해뿐만 아니라 수학의 다른 영역과 예술, 자연 과학, 사회 과학 등과 같은 영역들에 대한 이해의 토대를 마련할 수 있다. 전통적으로 수학 교육과정에서 도형과 관련된 학습내용은 도형의 이름, 성질, 도형들간의 관계를 알아보는 비계량적인 내용과 길이, 넓이, 부피 등과 같은 계량적인 내용들을 주로 취급하여 왔다. 그러나 최근에는 아동들을 둘러싸고 있는 환경과의 관계를 탐구하고, 발견하고, 조작적인 자료들을 많이 사용하는 비형식적 기하를 특징으로 한다. 비형식적 기하는 관찰과 직관을 중시하며 아동들이 실제로 무엇인가를 행하게 함으로써 기하학적인 경험을 갖게 하는 활동. 즉 공간 감각을 강조하고 있다.



공간 감각이란 '주변의 상황과 그 물체를 직관적으로 인식하는 능력'으로서 도형과 그들 사이의 관계에 대한 친숙성을 포함한다(NCTM, 1993). 공간 감각은 종종 공간 지각력과 공간 시각화 능력으로 나누어 볼 수 있는 데, Linn과 Peterson(한국교육개발원 1997에서 재인용)은 공간 지각력(Spatial perception)이란 '중력적, 운동 감각적 단서를 통해 공간 사이의 관계를 정확하게 인지할 수 있는 능력'이며, 공간 시각화 능력이란 '주어진 공간적 정보를 머리 속에서 가시화 하여 그려볼 수 있는 능력'으로 설명하고 있다. NCTM(1989)에서는 '공간감각을 발달시키기 위해서 학생들은 기하학적 관계성(방향, 방위, 그리고 공간에서의 사물의 투시, 도형과 사물들의 상대적인 모양과 크기)에 초점을 둔 실제적인 경험'할 것을 권고하고 있는 데, 이는 어린이들은 그들의 환경에서의 초기 경험들이 대부분 공간적이며, 그들은 언어를 사용하기 이전에 공간과 접촉하게 되고 공간에 대해서 탐구하기 때문이다. 따라서 기하학습의 출발점은 그들이 사는 공간에서의 조작물과 물체들을 다루는 활동으로부터 자연스럽게 공간적인 과제를 조율시키는 비형식 기하로부터 심리학적으로 그리고 수학적으로 도움을 받는 형식 기하로 연결되도록 해야 할 것이다.

본고에서는 NCTM(1993)에서 권고하는 공간 지각력을 신장시키기 위한 활동을 간략히 소개한다.

① 눈과 운동 기관의 조절(Eye-Motor Coordination) : 학생이 여러 다양한 활동을 할 때 눈과 신체의 다른 부분을 조절시키는 능력이다. 학생이 달리거나 뛰거나 공을 찰 때 혹은 장애물을 뛰어넘을 때마다 눈은 아동들의 발의 움직임을 조절한다. 눈과 운동 기관의 조절 능력이 부족한 학생은 주어진 과제에 집중을 할 때, 자기가 지금 조작하고 있는 것 이외의 다른 사고를 하는데 어려움이 있기 때문에, 이 능력의 개발은 매우 중요하다.

[활동의 예] 물체의 모양 본뜨기, 쌓기 나무로 만든 간단한 입체와 똑같은 모양 만들기, 기하판에서 고무줄로 여러 가지 도형 구성하기, ...등을 있다.

② 모양과 배경 지각(Figure-Ground Perception) : 복잡한 배경에 대하여 하나의 모양을 인지하는 시각적 행위이다. 예를 들어, 운동장에서 공을 튀기고 잡는 학생은 배경(모래사장, 정글짐, 다른 학생)에서 그녀가 인지하는 모양, 즉 공에 주목한다. 하나의 물체는 그 배경과 연관하여 인지되지 않는다면 정확하게 인지될 수 없다. 이 능력이 부족한 아동은 주의가 산만하다고 할 수 있는데, 모양과 배경 지각을 신장시키기 위한 활동에는 무늬 겹치기나 숨은 그림 찾기, 무늬 완성하기 그림이나 도형을 그리거나 해석하기 등의 활동이 필요하다.

[활동의 예] 기하판이나 점판에서 합동인 도형 그리기, 칠교판이나 속성블럭을 이용하여 도형 구성하기, 미완성 도형을 완성시키기, 닳은 점과 다른 점 찾기, ...등이 있다.

③ 지각적 항존성(Perceptual Constancy) : 물체나 도형을 다른 위치와 각도에서 보았을 때 대상에 대한 인상이 다양함에도 불구하고 그것의 크기와 모양의 불변성을 인식하는 능력. 예컨대, 정육면체는 보는 위치에 따라 면의 모양이 다름에도 정사각형으로 인식하거나, 직사각형 모양의 탁자는 보는 위치에 따라 직사각형 모양으로 보이지 않을 수 있지만 이 탁자의 모양을 직사각형으로 인식할 수 있다든지(모양 항존성), 또 멀리서 농구공을 보았을 때 농구공의 크기가 야구공 만하게 보일지 라도

농구공의 실제 크기를 인지할 수 있는(크기 항존성) 사람은 지각적 항존성의 능력이 있는 사람이라고 할 수 있다.

[활동의 예] 다면체를 여러 위치에서 보고 그 이름 알아맞추기, 평면도형을 몇 번 접은 후, 원래의 도형 모양 알기, 서로 닮은 도형찾기, ...등이 있다.

④ 공간에서의 위치 지각(Position-in Space Perception) : 공간에서 하나의 물체를 자기 자신과 관련짓는 능력이다. 학생은 공간에서 우주의 중심이고 사물들을 자신의 전후, 좌우, 상하로 지각한다. 공간에서의 위치 지각에 어려움이 있는 아동은 읽거나 쓰기에 있어서 반전 현상을 나타낼 수 있다.

[활동의 예] -도형의 회전과 대칭 이동, 합동인 입체만들기, 거울 상 만들기, ...등이 있다.

⑤ 공간 관계의 지각(Perception of Spatial Relationship) : 둘 또는 그 이상의 대상을 자기 자신과 관련하여 또는 대상들끼리 서로 관련지어 볼 수 있는 능력이다. 예컨대, 한 도형을 평행, 대칭, 또는 회전시킨 후에 생긴 도형들은 모두 합동임을 볼 수 있는 아동은 이 능력이 있다고 할 수 있음.

[활동의 예] 입체도형을 여러 가지 전개도로 나타내기, 다각형을 규칙적으로 배열하기 테셀레이션 꾸미기, 목표 지점으로 가는 최단 거리를 찾기, ...등이 있다.

⑥ 시각적으로 변별하기(Visual Discrimination) : 두 대상간의 닮은 점과 차이점을 위치에 상관없이 식별할 수 있는 능력. 쌓기나무나 속성블럭, 단추와 같은 기하학적인 모양이나 대상들을 같은 종류로 나누어 보거나 분류하는 활동은 아동들이 시각적 변별을 학습하는 데 있어서 도움을 준다.

[활동의 예] 같은 도형끼리 짝짓기, 사각형을 특성에 따라 분류하기, 넓이가 2배, 또는  $\frac{1}{2}$ 인 정사각형 만들기, 닮은도형 만들기, ...등이 있다.

⑦ 시각적 기억(Visual Memory) : 한 대상을 한 번 본 후, 더 이상 보지 않고 정확하게 회상할 수 있는 능력이다. 기억해서 모양을 그리거나 기억해서 하나의 모양을 완성하는 활동들이 있다. 대부분의 사람들은 단기간 동안에는 적은 양의 정보만을(대략 5개에서 7개 정도의 항목) 기억할 수 있기 때문에 많은 양의 정보를 기억하기 위해서는 추상화된 개념과 상징적(또는 기호적) 사고(symbolic thinking)를 통하여 장기 기억에 저장하지 않으면 안 된다.

[활동의 예] 기억해서 그리기, 보여준 여러 도형 중 특정한 한 도형을 가린 다음 어떤 도형인지 말하거나 그리기, 보여준 입체도형 쌓기, ...등이 있다.

## V. 원을 이용한 탐구활동

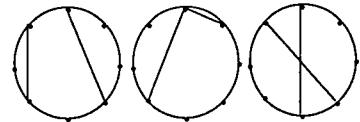
우리는 일반적으로 '원'에 대해서 원의 구성 요소 사이의 관계나 둘레와 넓이 등 측정에 관련된 사실에만 신경을 쓸 뿐이지 원이 갖고 있는 다른 여러 가지 성질이나 실생활과 관련하여 이들 성질의 활용하는 일. 그리고 공간 감각이나 공간적 추론력 계발에 원 모양을 이용하는 것에는 별다른 관심을 보이지 않는 경향이 있다. 그러나 원 모양이나 원 모양의 일부를 이용한 탐구활동은 예리한 관찰력과 공간 감각 및 지각력. 그리고 추론력 및 집중력, 논리적 사고력등 고차적인 사고력을 신장시킬

수 있을 뿐만 아니라, 생활에 이용할 수 있는 여러 가지 무늬를 꾸미기나 배열을 통하여 창의적인 사고력을 기를 수 있다. 조작·관찰활동 및 활동 과정에서 작용하는 사고 수준에 따라 [수준 1]부터 [수준 7]까지 7단계로 구성하였다. 다음에 소개하는 내용은 NCTM(1995)에서 발간한 ‘Geometry for Grades K-6. Readings from the Arithmetic Teach’의 내용을 번안하여 재구성한 것이다. 본고에서는 지면의 한계로 인해 활동을 위한 개요만 제시한다. 실제 학습 프로그램으로 활용할 경우는 활동 내용이나 단계를 학생들의 수준에 따라 좀더 세분화하여 활동지를 구성해야 할 것이다.

**[수준 1] 원의 분할과 합성을 통한 탐구활동**

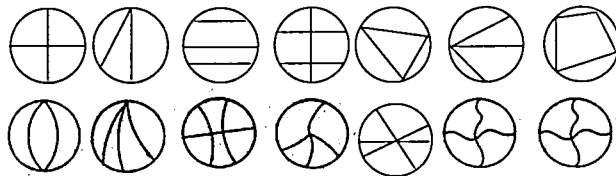
이 수준에서는 원을 몇 개의 도형으로 분할하거나 분할한 도형을 합하여 원래의 도형으로 만드는 활동으로 퍼즐 형태로 운영한다. 이러한 활동은 관찰력 및 도형 사이의 관계 파악하는 능력, 공간 감각과 시각적인 추론력 등을 기를 수 있다.

[활동 1] 모양자나 동심원 모양의 물체를 이용하여 원을 그려서 오린 후 3번 접어서 원주와 접힌 선이 만나는 부분에 8개의 점을 찍는다. 다음 <그림 1>처럼 두 선분을 그렸을 때 나누어진 모양을 살펴보고, 서로 다른 모양이 몇 가지인지 찾아 보도록 한다.



<그림 1>

[활동 2] 하나의 원을 다음 <그림 2>처럼 선을 따라 2조각, 3조각, ... 으로 잘라 섞어 놓은 후, 이들 조각을 다시 이어 붙여서 원래의 원 모양을 만들도록 한다. 이러한 활동은 학생 개개인이 할 수도 있으며, 2명, 또는 그 이상이 참여할 수 있으며, 소집단 협력학습이나 게임식으로 운영할 수도 있다. 또 학생 개별 특성에 따라 너무 쉽게, 또는 너무 어렵게 생각한다면 나누는 조각의 수나 자르는 모양을 달리하여 제공할 수 있을 것이다.



<그림 2>

[심화활동 1] 좀더 도전적인 퍼즐로 <그림 3>처럼 원을 오려 낸 후, 남은 직사각형이나 다른 다각형을 2조각, 3조각, ...으로 잘라 섞은 것을 다시 결합하여 직사각형이나 다각형을 만드는 활동할 수 있다.



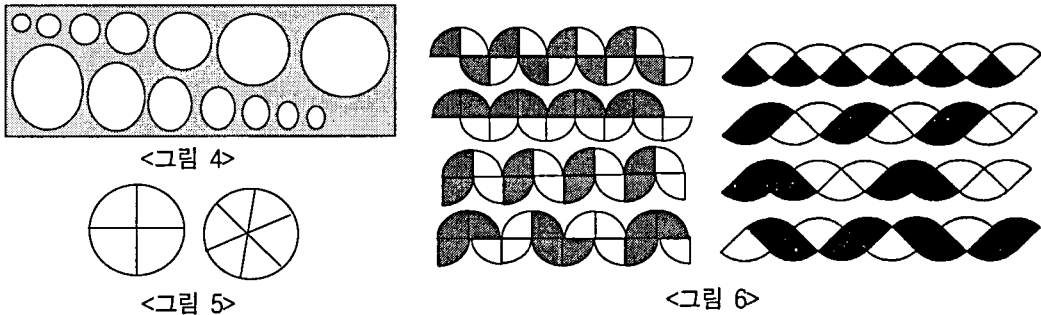
<그림 3>

[심화활동 2] 직사각형 내부의 도형을 타원 등 다른 모양으로, 그리고 외부의 도형을 여러 가지 다각형으로 모양을 변형시킨 복잡한 퍼즐을 제공할 수 있다.

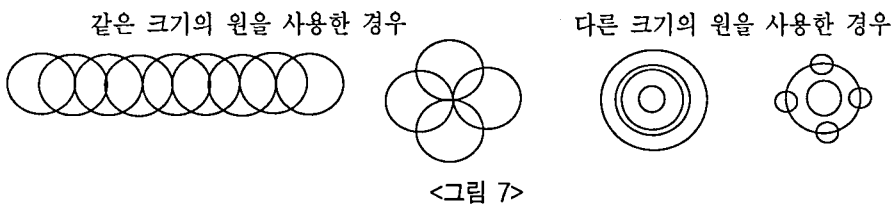
**[수준 2] 무늬 꾸미기를 통한 탐구활동**

이 수준에서의 활동은 4분원(원의  $\frac{1}{4}$ )을 이용하여 일정한 규칙성에 따라 여러 가지 무늬를 꾸미는 활동과 원을 배치하는 위치에 따라 다양한 무늬를 꾸미는 활동을 통하여 학생 스스로 새로운 패턴을 고안하는 과정에서 공간 지각력과 상상력을 향상시킬 수 있다. 또 주어진 2종류의 색이 칠해진 부채꼴을 이용하여 여러 가지 패턴을 고안하는 과정에서 학생들은 수학 창의성의 한 요소인 유창성과 독창성을 함께 기를 수 있다.

[활동 1] 색종이나 마분지에 <그림 4>와 같은 모양자를 이용하여 원을 그린 후, <그림 5>처럼 원을 2번, 3번, ... 접어서 원주와 접힌 선을 따라 잘라서 원을 4등분, 6등분, ...하여 각 부분을 2가지 색을 칠한 후 등분한 선을 따라 잘라서 여러 개의 부채꼴을 만든다. 만든 부채꼴을 일정한 규칙에 따라 서로 이어 붙여서 <그림 6>처럼 여러 가지 모양이나 무늬를 만들도록 한다.



[활동 2] 모양자를 이용하여 같은 크기의 원이나 서로 다른 크기의 원을 일정한 패턴에 따라 그려서 <그림 7>처럼 독특한 무늬나 모양을 만들도록 한다.



[심화활동 1] [활동 1]의 연장선 상에서 원을 등분한 수를 늘여서 새로운 패턴을 만들도록 한다. 또 색칠하는 색의 종류를 늘여서 학생들이 새로운 패턴을 고안하도록 한다.

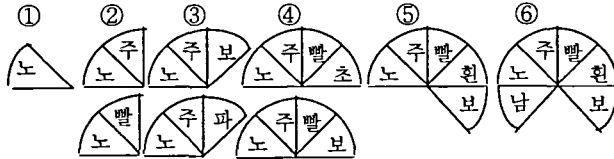
**[수준 3] 배열에 따른 탐구활동 (1)**

이 수준에서는 4분원을 일정한 조건에 따라 배치하는 활동을 통하여 도형 사이의 위치에 관계나 공간 추론력을 향상시킬 수 있으며, 순열과 조합에 관련된 초보적인 소양을 기를 수 있다.

[활동 1] 모양자나 컴퍼스를 이용하여 원을 그린 후, 접어서 원을 6등분, 8등분, ... 하여 등분한 수만큼 서로 다른 색을 색칠하여 <그림 8>와 같이 색의 배열이 서로 다른 여러 가지 부채꼴을 만든다. 그리고 <그림 9>의 ①과 같이 1가지 색으로 이루어진 부채꼴, ③과 같이 2가지 색으로 이루어진 부채꼴, ④과 같이 3가지 색으로 이루어진 부채꼴, ...을 만들도록 한다.



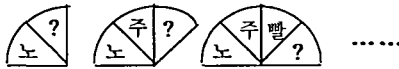
<그림 8>



<그림 9>

[활동 2] 위 [활동 1]의 연장선 상에서 문자로써 '빨-주-노, 빨-파-노-파, ...'처럼 색의 배열을 문자로 제시하고 <그림 9>의 ②, ③, ④, ...처럼 접어서 시각적으로 그 배열을 부채꼴 모양으로 나타내도록 한다.

[심화활동 1] 위 <그림 1>처럼 원을 6등분, 8등분, ... 하여 등분한 수만큼 서로 다른 색을 색칠하여 선을 따라 자른 후, <그림 10>과 같이 2가지, 3가지, 4가지 색, ...으로 색의 배열이 서로 다른 부채꼴을 만들 때, ? 칸에 배치할 수 있는 색의 수를 알아보는 활동을 통하여 순열 및 조합의 초보적인 소양을 체험적으로 기르도록 한다.

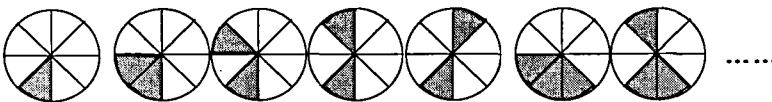


<그림 10>

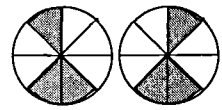
**[수준 4] 배열에 따른 탐구활동 (2)**

[활동 1] 원을 접어서 원주와 접힌 부분에 점을 찍어 원을 6등분, 8등분, ... 하여 등분한 후, <그림 11>처럼 빈 칸에 한 가지 색깔을 이용하여 1칸, 2칸, 3칸, ... 을 색칠하였을 때, 색칠하는 위치에 따라 만들어지는 서로 다른 무늬의 수를 알아보도록 한다. 단, <그림 12>처럼 돌리거나 뒤집었을 경우, 겹쳐지는 무늬는 한 가지로 처리한다.

※ 학생들의 수준에 따라 원을 등분하는 수를 3등분, 4등분, ..., 10등분, 12등분으로 다양하게 등분하여 이용할 수 있다.



<그림 11>



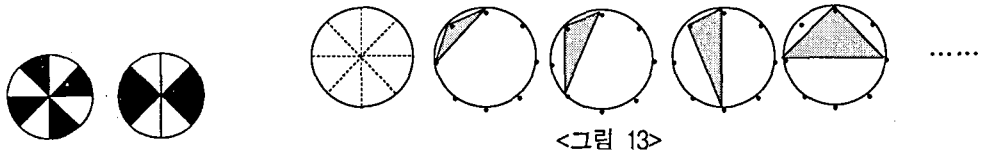
<그림 12>

[심화 활동 1] 원을 등분하는 수를 늘이든가, 색의 수를 2가지, 3가지, ...로 늘일 경우, 색칠하는 위치에 따라 만들어지는 서로 다른 무늬의 수를 알아보도록 한다.

**[수준 5] 원을 이용한 무늬꾸미기**

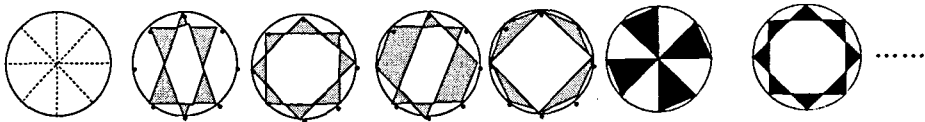
이 수준에서는 주어진 조건을 만족하는 다각형을 그리는 활동을 통하여 도형에 대한 수학적 다양성뿐만 아니라 도형 감각을 풍부하게 길러주며, 이를 바탕으로 실용성이 있는 여러 가지 무늬를 꾸미고, 형의 구성으로부터 미적 감각을 기른다.

[활동 1] 원을 그려서 오린 후 3번 접어서 원주와 접힌 부분이 만나는 곳에 점을 찍는다. 그리고 다음과 같은 조건에 따른 여러 가지 도형을 그리도록 한다. (단, 돌리거나 뒤집어서 겹쳐지는 것은 같은 것으로 본다.) ① 다른 모양의 삼각형 5개, ② 다른 모양의 사변형 7개(직사각형과 정사각형을 포함). ③ 다른 모양의 오각형 5개. ④ 다른 모양의 육각형 4개. ⑤ 7각형 1개. ⑥ 8각형 1개.



<그림 13>

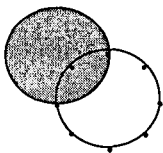
[활동 2] 위 활동과 연결하여 <그림 14>처럼 등변다각형과 정다각형을 그린다. 그리고 이들 도형의 대칭도형이나 일정하게 회전시켜 배치한 후, 겹쳐지는 부분을 제거하여 다양한 유형의 무늬를 구성하도록 한다.



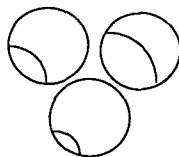
<그림 14>

[심화활동 1] 원주 위에 보다 많은 점을 찍고, 이들 점을 연결하여 복잡한 다각형을 그린다. 그리고 이들 도형의 대칭도형이나 일정하게 회전시켜 배치한 후, 겹쳐지는 부분을 제거하여 다양한 유형의 무늬를 구성하도록 한다.

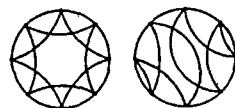
[심화활동 2] <그림 15>처럼 어느 두 점을 호로 연결하여 <그림 16>같이 그린 후, 이들을 일정한 규칙에 따라 배열함으로써 <그림 17>과 같은 다양한 유형을 무늬를 구성하도록 한다.



<그림 15>



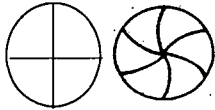
<그림 16>



<그림 17>

**[수준 6] 퍼즐을 이용한 탐구활동**

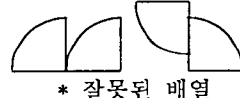
Circuzzle은 4분원(원의  $\frac{1}{4}$ , 즉 중심을 공유하도록 원을 4등분 한 것 중의 하나)을 이용한 퍼즐이라고 한다. 4분원은 <그림 18>처럼 원을 직선으로 4등분과 곡선으로 4등분한 것이 있다. Circuzzle은 <그림 19>처럼 도형이 서로 겹치지 않으면서 적어도 하나의 반지름끼리 맞닿도록 하여 여러 가지 모양의 무늬를 꾸미도록 한다.



<그림 18>



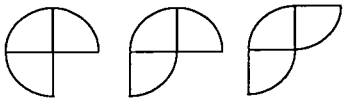
\* 바른 배열



\* 잘못된 배열

<그림 19>

[활동 1] 중심각이 직각인 부채꼴을 3개, 4개, ...를 이용하여 <그림 20>과 <그림 21>처럼 여러 가지 무늬를 꾸미고, 꾸밀 수 있는 무늬의 수를 알아보도록 한다.

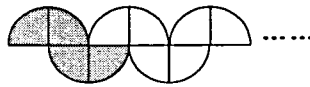


<그림 20>



<그림 21>

[활동 2] 중심각이 직각인 부채꼴을 3개, 4개, ...를 이용하여 <그림 22>처럼 단위 무늬를 꾸미고, 단위 무늬를 일정한 규칙에 따라 여러 방향으로 반복·배열하여 무늬의 꾸미도록 한다.



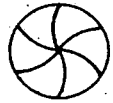
<그림 22>

[활동 3] 중심각이 직각인 부채꼴을 3개, 4개, 5개, 6개, ... 등 제한된 수의 부채꼴을 이용하여 <그림 23>과 같은 여러 가지 모양의 무늬를 꾸미도록 한다. 단, 돌리거나 뒤집어서 겹쳐지는 모양은 같은 모양으로 생각한다.



<그림 23>

[심화활동 1] 중심각이 직각인 부채꼴 대신 <그림 24>처럼 원을 곡선에 따라 일정하게 등분한 후, 이를 일정한 규칙에 따라 여러 방향으로 반복·배열하여 무늬의 꾸미도록 한다.



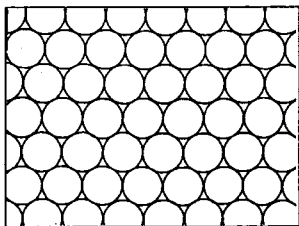
<그림 24>

[심화활동 2] 4분원 2개, 3개, 4개, 5개를 회전·대칭·평행이동하여 구성한 도형을 Polyominoes라고 한다. Polyominoes를 이용하여 여러 가지 무늬를 꾸미도록 한다.

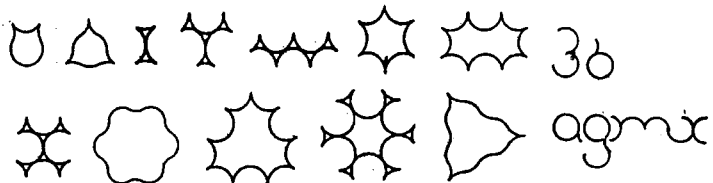
**[수준 7] 원 그래프를 이용한 탐구활동**

이 수준에서는 서로 합동인 원을 한 원이 6개의 원으로 둘러쌓이도록 만든 원 그래프를 이용하여 원과 그들 사이의 위치관계를 이용하여 여러 가지 무늬와 모양에 대한 관찰을 통하여 공간 감각을 기르며, 이를 이용하여 실용성이 있는 무늬를 꾸미는 과정에서 미적 감각을 풍부히 한다.

[활동 1] 다음 <그림 25>처럼 각 원이 6개의 원으로 둘러쌓인 원 그래프 용지에서 <그림 26>과 같은 여러 가지 모양의 무늬와 숫자나 글자를 찾아보도록 한다.

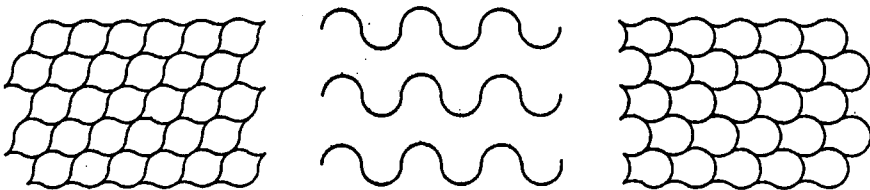


<그림 25>



<그림 26>

[활동 2] 다음 <그림 27>처럼 원 그래프 용지를 활용하여 여러 가지 모양의 무늬(벽지 및 포장지)를 꾸미도록 하고, 학생 개인의 성향에 따라 색칠하여 창의적인 작품을 구성하도록 한다.



<그림 27>

**VI. 맺으면서**

영재교육진흥법 시행(2002. 4. 18)이 공포되면서 행정기관의 지원을 받는 영재 학급이나 영재교육원 등 공교육기관 뿐만 아니라 사교육기관에서도 영재교육에 대한 관심과 그 시행이 급속히 확산되고 있다. 이는 영재교육 활성화를 위하여 바람직한 현상이지만 이에 앞서서 해결해야 할 과제. 예컨



대, 자질있는 지도 교사의 확보, 판별 도구와 학습 프로그램, 교육 기자제 및 시설, 행·재정지원 체제의 확립 등 제반 교육 여건이 뒷받침되어야 할 것이다. 특히 일선 교육현장에서 가장 시급히 해결해야 할 당면 과제는 판별 도구와 학습 프로그램의 개발이다.

최근 한국교육개발원 부설 영재교육원을 중심 판별 도구와 학습 프로그램이 개발·보급되고 있으나 이는 전국적인 학생을 대상으로 한 판별 도구와 학습 프로그램으로써 영재의 지역적·개별적 특성을 충분히 고려하기에는 미흡한 점이 있다. 영재성을 정확히 판별하기 위해서는 객관성과 타당성을 보장받을 수 있는 표준화된 판별 도구가 커다란 역할을 담당하기는 하지만 지도의 효율성과 효과를 높이기 위한 풍부한 정보를 확보하기 위해서는 실제로 대면하여 지도할 담당 교사의 관점에서 영재의 개별·집단별 능력이나 성향을 면밀히 파악할 수 있는 도구와 기회가 제공되어야 할 것이다. 또한 학습 프로그램에 있어서도 타 기관에서 개발·보급한 프로그램을 그대로 이용하기보다는 지도 대상 학생들의 특성을 고려하여 재구성하거나 새로운 개발·적용해야 할 것이다.

본고에서는 영재지도를 위한 프로그램으로 수학 퍼즐의 종류와 교육적 가치에 대해서 개괄적으로 살펴보고, 실제 프로그램 작성을 위한 정보를 제공하기 위하여 수학 퍼즐 프로그램의 개요를 제시하였다. 수학 분야에서 평균 이상의 뛰어난 재능을 가진 학생들의 지적 욕구를 충족시키고 잠재력을 최대한 개발할 수 있는 프로그램을 구성하는 일은 매우 어려운 일이다. 현실적인 관점에서 해결할 수 있는 방안은 국내·외에서 개발된 각종 프로그램을 변안·재구성하는 방법과 수학적 내용이나 사고와 관련된 각종 서적을 수집·분석하여 지도 대상 학생들의 수준에 적절한 프로그램을 개발하는 방안이 있을 것이다. 영재를 위한 학습 프로그램을 문제 해결형, 수학 탐구형, 과제 해결형의 3가지로 분류할 경우, 퍼즐은 문제 해결형과 수학 탐구형 프로그램의 특성을 공통적으로 갖고 있는 유형으로 수학적 지식의 통합과 연결성. 그리고 창의적 문제 해결력 신장 및 수학적 원리·법칙을 체험적으로 만들 수 있는 기회를 제공한다는 점에서 매우 가치있는 프로그램으로 생각할 수 있다. 특히 조작퍼즐은 기존의 대수적 표현 체계로 학습하기가 힘든 관찰력이나 공간에 대한 인식과 표현력 친 공간 추론력을 기르는 데 유용하며, 게임적인 요소가 포함된 퍼즐은 지필에 의존해 왔던 수학학습에 대한 부정적인 인식을 해소하는 데 크게 기여할 것으로 생각된다.

## 참 고 문 헌

- 강육기 (1989). 수학적 사고력 신장 프로그램 개발을 위한 방안 탐색, 한국교육개발원, 연구자료 RM 89-11.
- 남승인 (1998). 초등학교 수학 영재지도 방안에 관한 고찰, 한국초등수학교육학회지, 2.
- \_\_\_\_\_ (1999). 수학적영재교육 프로그램의 학습 주제 개발에 관한 연구, 한국수학교육학회 시리즈 F < 수학교육 학술지 > 4, pp.1-18, 서울: 한국수학교육학회.
- 한국교육개발원 (1996). 수학 영재 판별 도구 개발연구(I), 한국교육개발원, 연구보고 CR 96-26.

- \_\_\_\_\_ (1997). 수학 영재 판별 도구 개발연구(II), 한국교육개발원. 수탁연구 CR 97-50.
- \_\_\_\_\_ (1997). 영재 교수-학습자료 개발연구, 한국교육개발원. 수탁연구 CR 2000-15.
- Gardner. M. (1956). *Mathematics, Magic and Mystery*, Dover Publications, Inc. New york.
- \_\_\_\_\_ (1961). *Entertaining Mathematical Puzzles*, Dover Publications, Inc. New york.
- \_\_\_\_\_ (1972). *The Moscow Puzzles* 359 Mathematical Recreations, Dover Publications, Inc. New york
- \_\_\_\_\_ (1994). *Classic Brainteasers*, Sterling Publishing Co., New york
- \_\_\_\_\_ (2001). *The Colossal book of Mathematics*, W.W.Norton & Company. New York
- Dudeney (1958). *Amusements in Mathematics*, Dover Publications, Inc. New york
- Hegeman, K. T. (1993). *Gifted Childern in the Regular Classroom*, Trillium Press,inc, Unionville, New york.
- Heid, M. K. (1983). Characterists and Special Needs of the Gifted Student in Mathematics, *Teacher* 76. pp.221-226
- House, P. A. (1987). *Providing Oppertunities for the Mathematically, Gifted, K-12*.
- Krutetskii, V. A. (1976). *The Psychology of Mathematical Abilities in Schoolchildren*, Edited by Jeremy Kilpatrick and Izaak Wirszup. Chicago:University of Chicago press.
- Kutz. R. E. (1991). *Mathematics as ... in Teaching elementary Mathematics*, Needham Heights, Mas;Ally and Bacon
- Musser, G. L & Burger, W. F. (1994). *Matheratics for Elementary Teachers; A contempoary aooroach*. New Jersey 07632, Prentice-Hall, Inc.
- NCTM. (1989). *Curriculum Evaluation Standards for school Mathematics*, Reston, VA:NCTM.
- \_\_\_\_\_ (1994). *Providing opportunities for the Mathematicall Gifted, K-12*. Reston, VA:NCTM.
- \_\_\_\_\_ (1993). *Geometry and Spatial Sense*, Curriculum Evaluation Standards for school Mathematics Addenda series, Grades K-6, Reston, VA:NCTM.
- \_\_\_\_\_ (1995). *Geometry for Grades K-6, Readings from the Arithmetic Teacher*, Reston, VA:NCTM.
- Lenchner. G. (1983). *Creative problem solving in school mathematics*. Boston:Houghton mifflin company.
- Rogers, K. (1986). *Review of Research on the Education of Intellectually and Academically Talented Students*. St. Paul: Minnesota Department of Education.
- Walker, V. (1973). *Teaching Gifted Childern Mathematics in Grades One Through Three* Printed by the Office of Printing and distributed under the provisions of the Library Distribution. ACT.