

## 수학교실에서 Handheld Graphing Technology를 활용한 평가<sup>1)</sup>

최 종 술 (인제대학교 대학원)  
이 지 성 (부산전자공업고등학교)  
이 미 경 (연산중학교)  
강 선 영 (남산중학교)  
정 두 영 (부산고등학교)

본고에서는 Handheld Graphing Technology를 활용하는 교실에서 학생들의 개념이해를 수업 중과 수업 후 및 정기고사에서 어떻게 평가를 할 것인가에 관하여 논하고 있다. 여기서 Handheld Graphing Technology를 활용한 수업과 일관된 평가방법 몇 가지를 제시한다. 이 방법들은 수업중이나 수업후의 과제물에서나 정기고사에 적용할 수 있는 방법들이다. 이 방법들의 피드백으로써 필요할 경우에 가외의 도움이나 개념형성에 도움이 되는 여분의 문제를 제공함으로써 학생들의 개념이해를 위한 추가적인 기회를 제공한다.

### 1. 서론

수학에 대한 흥미를 유발하고 학생들이 수학의 유용성을 느끼게 하기 위하여 학교현장에서는 다양한 노력들이 시도되고 있는데, 그 중 하나가 Handheld Graphing Technology(앞으로 이를 줄여서 HGT로 표시하겠다.)를 활용한 수업이다. 교사들은 2가지 이유로 이 수업을 선택하는데, 그 중 하나는 대부분의 학생들이 테크놀로지와 친숙하다는 것이다. 그래서 학생들의 흥미를 유발하고 수학의 여러 분야의 학습이 상대적으로 쉬워질 것으로 기대되기 때문이다. 다른 이유는 수학교실에서 실생활문제를 해결하는데 있어서의 테크놀로지의 중요성이다.

다양한 종류의 테크놀로지가 수학교실에서 사용되었다. 그러나 우리는 여기서 수학교실에서 HGT의 활용을 고려할 것이다. 이것은 HGT를 활용한 수업환경이 교사와 학생간의 더 많은 상호교류를 제공하고, 학생의 개념이해의 과정과 결과를 교사에게 제공한다고 믿기 때문이다.

그러나, 이러한 수업을 하는 교사들은 수업과 평가 사이의 일관성을 얻지 못하여 많은 고민을 하고 있다. HGT를 활용하여 수업하였으나, 테크놀로지와는 전혀 상관없는 전통적인 방법으로 평가하였기 때문이다. 이것이 사실 많은 교사가 수업에 테크놀로지를 도입하기를 주저하는 주요 이유중 하

---

1) 이 논문은 한국수학교육학회 시리즈 D <수학교육연구> 제7권 제3호 (통권 제15호)에 게재된 논문인 Assessment with Using Handheld Graphing Technology in Mathematics Classroom을 번역한 것입니다.

나이다. 따라서 그러한 수업 방법과 일치한 평가방법이 제안될 필요가 있다. 이에 본고에서는 현재까지 실시된 평가를 기반으로, HGT를 활용한 수업에 대하여 다음 평가방법을 논함으로써 수업과의 일관된 평가방안을 제시하고자 한다.

- 첫째, 수업 중에 학생이 얻는 개념이해에 대한 평가
- 둘째, 수업 후에 형성되는 개념이해에 대한 평가
- 셋째, 정기고사를 통한 개념이해에 대한 평가

또한 각각의 경우에 대하여 실제 교실에서 적용한 몇 가지 사례를 소개하고 그 실행에 있어서의 의미와 효율적인 평가실시를 위한 환경에 대해 고찰한다.

## 2. 수업 중 개념이해에 대한 평가

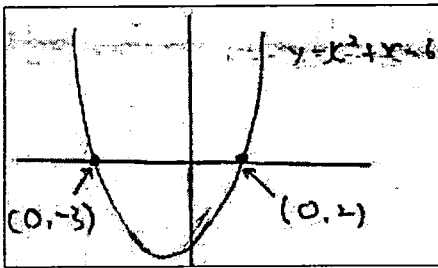
수업 중에 학생들이 획득한 개념이해를 평가하기 위한 방안을 학습지의 분석, 수업활동의 관찰, HGT의 저장파일 분석 등, 세 가지로 나누어 살펴보하고자 한다.

### (1) 학습지의 분석

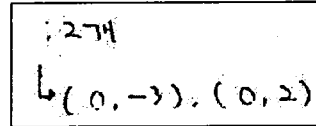
학생이 획득한 개념이해는 수업 중에 활용된 학습지에 그대로 서술되어 있으므로 학습지를 분석하는 방법이 학생의 개념이해를 평가하는 데에 효과적이라고 할 수 있다.

다음은 이차함수의 그래프를 그리고  $x$ 축과의 교점을 찾는 학습지<sup>2)</sup>의 일부이다. 대부분의 학생은 학습과정에서 그래프를 주로 다루었으므로 단순히 그래프를 그리고 HGT의 기능을 이용하여 쉽게 해답을 구한 것으로 만족하였다. 이 문항을 대수적으로 접근한 학생은 거의 없었다. 이는 수업시간에 '교사는 무엇에 중점을 두고 진행하였느냐'에 관한 정보나 '학생은 어떤 표상을 더 선호하는가'에 관한 정보를 주고 있다. 그러나 이차함수와 이차방정식과의 관계에 대한 이해는 이루어지지 않고 있음을 알 수 있다.

2) 2001년 부산전자공업고등학교에서 활용한 학습지



<그림 1> 이차함수의 학습지 (2001)



<그림 2>  
이차함수의 학습지 (2001)

(2) 수업활동의 관찰

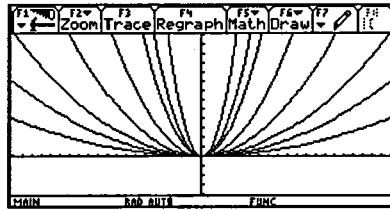
수업 중에 학생의 개념이해를 평가하는 두 번째 방법은 학생이 토의하면서 수업하는 활동을 관찰하는 것이다. 이것에는 미리 준비한 체크리스트를 활용하거나 교사가 자유로이 서술하는 방법이 있다. 본 연구에서 고안한 체크리스트를 현장에서 실시하고는 있으나, 아직 결과를 분석하기에는 자료가 미비하다. 체크리스트에는 다음 항목들이 포함되어 있다.

- 학습에 의지와 인내력이 있다.
- 흥미를 가지고 토의에 참가한다.
- HGT의 활용에 용이성을 보여준다.
- 안내를 주의 깊게 읽고 실행한다.
- 급우들과 의견 교환을 한다.
- 자기 주장을 정당화한다.
- 토의한 내용을 통합, 강화한다.

학생들에 대한 관찰은 학생의 학습에 대하여 교사에게 상당한 정보를 제공하여 주었다. 위의 체크리스트를 활용하여 얻은 학생에 관한 질적인 정보는 교사가 학생의 능력이나 태도에 맞는 수업을 제공할 가능성을 열어 주는 자료로서 충분한 가치를 지닌다.

(3) HGT의 저장파일 분석

수업이 끝난 후, 학생의 사고과정에 대한 정보를 HGT에 저장된 파일을 통하여 얻는 방법을 생각해 볼 수 있다. 저장된 파일 속에는 학생이 작업한 모든 과정이 있으며, HOME MODE의 히스토리나 그래프를 저장한 그림파일 등을 분석하면 학생의 개념이해에 관한 많은 정보를 얻을 수 있다. 예를 들면, 아래와 같은 그래프를 저장한 학생이라면, 아마도 이차함수의 이차항 계수에 관한 이해를 형성하였을 가능성이 있다는 것이다.



<그림 3> 이차함수의 그래프 (2001)

현재의 수업은 대부분의 학생들이 자신의 HGT를 소유하고 있는 상황이 아니므로, 다음 수업 시간에 다른 학급이 사용하기 위해서 이전의 저장파일을 삭제하거나, 학생들이 저장할 때 본인의 파일임을 알 수 있도록 파일명을 지정하는 등의 주의가 요구된다.

#### (4) 평가 실행의 의미

HGT를 사용한 수업에서는 학습지에 기술된 내용을 분석하여 학생이 무엇을 얼마만큼 알고 있는가에 대한 정보를 얻을 수 있었고, 학생들이 어떻게 학습활동을 하는가를 관찰할 수 있었다. 이를 통하여 교사는 학생이 무엇을 얼마만큼 어떻게 알고 있는가에 대한 정보를 얻을 수 있고 이를 이용하여 학생의 다음 학습에 대한 정보로 활용할 수 있었다. 따라서 이러한 평가의 결과는 학생들에게 점수를 부여하기 위해 활용하는 것보다 학생들의 학습에 대한 유용한 정보로써 수업에 다시 활용할 것을 권한다.

### 3. 수업 후 개념이해에 대한 평가

교사가 학생의 문제해결과정을 직접 관찰할 수 없는 과제의 경우, 즉 1일에서 2주 정도의 프로젝트 과제 등을 포함한 수행과제가 개별적으로 혹은 조별로 제시되었을 때의 평가는 학생의 수업과정 이후에 형성되는 개념이해에 관한 것이다. 본 연구에서는 아래 제시된 평가문항을 비롯한 다수의 문항을 개발<sup>3)</sup>하였으며, 이러한 문항을 과제로 부여할 때 평가를 어떻게 실시할 것인가에 대한 평가기준을 제작하였다.

3) 본 연구의 연구자뿐만 아니라, 실제 학교에서 평가를 실행한 교사들도 문항개발에 참여하였다(조재호-신도교, 하혜운-내성고, 정원경-대신중, 강승희-백양중).

(1) 과제물의 평가기준

본고에서는 출제할 과제에 대한 평가기준을 세부적으로 제시하고, 과제의 성격도 학생의 사고과정을 볼 수 있도록 고안하고 선정하고자 하였다. 출제 과제를 단계, 영역, 유형 등에 따라 <표 1>과 같이 구분하여 사용하였다.

<표 1> 출제 과제의 유형

단계	영역	유형		시간		점수
		형식	시기			
7	수와 연산	필답	진단	단기	20분	항목별 부여
	문자와 식	에세이			30분	
8	규칙성과 함수	관찰	형성	중기	1시간	
9	확률과 통계	서술/구술	총괄		2시간	
10	도형	프로젝트	수행	장기	1일	
	측정	학습일지			2일 1주일	

실제로 활용한 과제물에서 <표 1>의 사항이 제시된 각 문항이나 과제에 해당하는 예는 아래의 <표 2>와 같다.

<표 2> 평가시에 제시되어야 할 부분의 예

단계	영역	유형		시간	점수
9	규칙성과 함수	서술	형성	1시간	30

<표 3>는 과제를 출제할 때 어떤 수학적 힘과 능력을 평가하고자 하는가를 나타내는 것으로 여기서 제시된 항목을 바탕으로 평가기준을 작성하도록 하였다.

<표 3> 평가하고자 하는 수학적 힘과 수학적 능력

	추론	연결	의사소통
개념이해			*
절차지식			*
문제해결			
평가내용			

획득되어지는 수학적 힘과 수학적 능력에 대한 구체적이고 세부적인 정보를 얻기 위해서는 분석적 채점방법을 이용하였다.

## (2) 과제를 평가의 예

7단계에서 HGT를 사용한 과제의 한 예로 다음과 같은 과제를 제작하였다.

과제 : 신문기사에 정비례와 반비례의 용어가 자주 인용된다. 기사에 실린 내용으로 그 정비례, 반비례 관계를 확인하고 이러한 인용이 적절한가에 대하여 토의하여 보자.

7일 EBS에 따르면 서울과 경기 신도시, 광주, 충북 등 4개 지역의 지난해 위성교육방송 활용률과 교육부의 '2000년 사교육비 실태조사'를 비교 분석한 결과, 지역별 위성교육방송 활용률은 광주 71.6%, 충북 50.6%, 경기 신도시 22.6%, 서울 11.6%등의 순으로 조사되었다. 반면 과외율은 서울 62.1%, 경기 신도시 61.7%, 광주 58.8%, 충북 50.4%등으로 위성교육방송 활용률이 높을수록 과외율이 낮아 반비례 관계를 보였다. 특히 대학진학률은 99학년도의 경우 광주 82%, 충북 72%, 경기 66%, 서울 58%등으로 위성교육방송 활용률과 정비례했다.

EBS측은 "대구 Y고 등 우수시범학교를 대상으로 조사한 결과, 위성교육방송을 학교 차원에서 활용한 뒤 전체 학생들의 학력이 크게 향상됐으며, 대입 합격률도 다른 학교보다 높은 것으로 조사됐다"고 말했다.

EBS관계자는 "98년 학교 보충수업 및 자율학습 금지와 지난해 헌법재판소의 '과외금지 위헌 결정' 이후 제충간. 지역간 학습격차가 심화되고 사교육비가 급증하고 있다"며 "이번 조사결과에 비춰 위성교육방송을 활용할 경우 사교육비 경감과 공교육 정상화에 큰 도움이 될 수 있을 것"이라고 강조했다.

1. 먼저 위의 자료를 이용하여 표를 작성하여 보자.
2. 표의 자료를 이용하여 여러 그래프를 그려보자.
3. 신문기사에 실린 정비례와 반비례의 개념과 교과서에서 배운 정비례와 반비례의 개념 사이의 차이점에 대하여 서술하여 보자.

<그림 4> 수행과제의 예 (2002)

이는 수업 중에 학습한 정비례와 반비례의 개념이 실생활에서 사용되는 의미를 살펴보는 과제로 이 평가 과제에 알맞은 평가기준의 일부를 제시하면 <표 4>와 같다.

<표 4> 분석적 채점의 예

범주	Level 1	Level 2	Level 3
의사소통	그래프는 그렸으나 정비례, 반비례 관계와 연결시키지는 못한다.	그래프를 그리고 정비례, 반비례 관계를 부분적으로 정확하게 설명한다.	그래프를 그리고 정비례, 반비례 관계를 정확하게 설명한다.

위와 같은 분석적 채점방법을 사용하면, 학생의 과제에 대한 구체적이고 상세한 정보를 얻을 수 있다. 개념이해, 절차지식, 문제해결, 추론, 연결, 의사소통 등에 관한 정보를 얻고, 학생은 수학적 기호를 사용하여 개념을 표현하는 능력이 있는가, 여러 표상을 이용할 수 있는가, 혹은 HGT에 나타난 것을 설명할 수 있는가에 대한 정보도 관찰할 수 있을 것이다.

(3) 평가 실행의 의미

모든 학생이 수업시간에 수학적 개념을 완벽하게 이해하기를 기대할 수는 없다. 학생 개개인의 수학적 능력은 다르다. 과제평가를 통한 정보로부터 학생들의 개념이해의 능력을 구분할 수 있다. 따라서 이를 이용하여 학생들의 개인적인 능력에 따라 우수한 학생에게는 비교적 깊이 있는 문제를, 능력이 떨어지는 학생에게는 개념형성에 도움이 되는 문제를 추가로 제공하고, 또 필요한 학생에게는 시간을 추가로 허락함으로써 개개인의 학생이 개념이해를 향상시킬 수 있도록 추가적인 기회를 제공할 수 있다.

4. 정기고사에서의 개념이해에 대한 평가

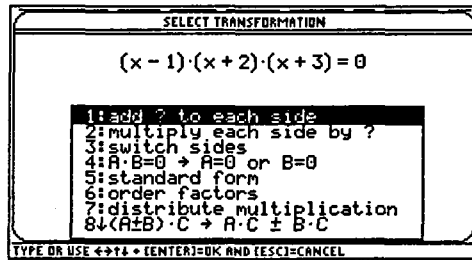
학교평가에서 가장 크게 작용하고 있는 평가인 정기고사에 HGT를 활용한 수업과 일관된 문항을 포함시켜 학생의 성취도를 평가하는 방법으로 다음의 세 가지를 생각할 수 있다.

- 계산 행동 수준에서 기호, 언어 표현의 평가
- 이해와 적용 행동 수준에서 절차, 설정, 기능의 평가
- 적용과 분석의 행동 수준에서 분석, 비판, 사고의 평가





문제) 아래 그림은 그래핑 계산기(TI-92)의 Symbolic Math Guide을 활용하여 방정식의 해를 구하는 과정이다. 삼차방정식  $x^3 + 4x^2 + x - 6 = 0$ 의 해를 구하는 과정 중  $(x-1)(x+2)(x+3) = 0$ 에서 이용해야 할 절차는 어느 것인가?



- ① 1 : add ? to each side (양변에 같은 수를 더한다.)
- ② 2 : multiply each side by? (양변에 같은 수를 곱한다.)
- ③ 4 :  $A \cdot B = 0 \rightarrow A = 0$  or  $B = 0$
- ④ 6 : order factors (인수를 순서대로 나열한다.)
- ⑤ 8 :  $(A \pm B) \cdot C \rightarrow A \cdot C \pm B \cdot C$

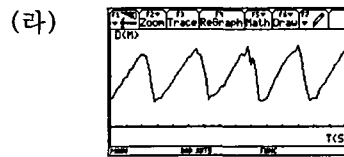
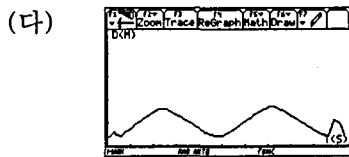
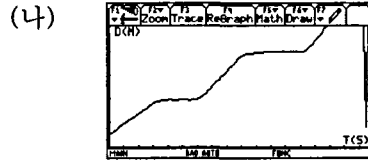
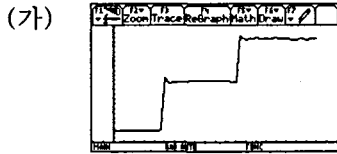
<그림 6> 정기고사 문항의 예 (2002)

위의 두 개의 문항은 HGT를 활용한 수업을 진행하였다면 별다른 장애 없이 평가를 실행할 수 있는 유형이다. 기존의 평가 문항에서 HGT로 함수 그래프를 표현한 것(그림 5)이나, 풀이과정을 HGT의 용어나 기호로 표현한 것(그림 6) 등은 수업 중 학습한 내용에 대한 평가라는 점에서 학생들이 느끼는 장애 정도는 미약하였다.

(3) 분석, 비판, 사고

다음으로 HGT를 가지지 않고 평가에 임하지만, HGT와 관련된 사고를 요구하는 문항을 생각할 수 있다. 다음은 CBR을 활용한 수업 후에 실시된 정기고사의 한 문항(6)이다.

(문제) CBR을 이용해 움직이는 사람의 시간과 거리에 대한 그래프이다. 다음 그래프에 맞는, 상황 설명을 다음 보기에서 골라 순서대로 쓰시오



보기

- ① 천천히 걸어가다가 같은 걸음으로 돌아오기, 다시 똑같이 반복한다.
- ② 천천히 걸어가다 멈추고, 거기서 다시 똑같이 반복한다.
- ③ 세 명이 일정한 간격을 두고 서 있다가 한 명씩 차례로 빠진다.
- ④ 빠른 걸음으로 가다가 조금 더 빨리 돌아오기. 거기서 다시 똑같이 여러 번 반복한다.

<그림 7> 정기고사 문항의 예 (2002)

시간과 거리의 관계에 관한 위의 문항은 CBR을 활용한 수업을 하지 않았어도 유추하여 해결할 수 있을 것이다. 그러나 만일 CBR을 활용한 수업을 실시하였고 직접 실험을 하였다면, 학생들은 위의 그래프들이 어떠한 상황을 나타내는지 더 빠르고 정확한 이해를 보일 확률이 높을 것이다.

#### (4) 평가 실행의 의미

위에 나타난 모든 예들이 아마도 HGT의 도움 없이도 풀 수 있으리라는 것을 인정한다. 또한 HGT의 도움을 받아야만 풀 수 있는 문제들 중에서 개념이해를 평가하기에 아주 좋은 문제들이 있음도 인정한다. 그러나 대부분의 학생들이 HGT를 가지고 있지 않은 한국의 현실에서 이러한 유형의 문제를 아직은 정기시험에 출제할 수가 없었다. 다만 우리가 정기고사에 HGT를 활용한 문항의 사용을 시작하였는데 위안을 얻는다. 따라서 수업환경과 일치하면서 개념이해를 평가하기가 좋은 HGT를 활용하는 문항의 개발을 계속하여야 할 필요가 있다.

## 5. 결 론

수업 중의 개념이해 평가에서는 학생이 무엇을 얼마만큼 알고 있는가에 대한 정보를 얻을 수 있었고, 학생들이 어떻게 학습활동을 하는가를 관찰할 수 있었다.

수업 후에 제시된 과제를 통한 평가에서는 학생들의 개념이해의 상태를 확인하고 이를 바탕으로 우수한 학생에게는 비교적 깊이 있는 문제를, 능력이 떨어지는 학생에게는 개념형성에 도움이 되는 문제를 추가로 제공하여 개념이해를 위한 추가 기회를 제공할 수 있었다.

정기고사를 통한 평가에서는 정기고사에 HGT를 활용한 세 가지 유형의 문항을 소개하였다. 우리는 정기고사에 사용할 수 있는 HGT를 활용한 문항 개발을 위해 계속해서 노력할 것이다.

이렇게 본고에서는 HGT를 활용한 수업환경과 일치하는 평가방법에 관하여 논하였다. 이러한 방법들은 유용하고 수업중이나 수업 후 과제에서 그리고 정기고사에서 사용할 수 있는 것들이다.

## 6. 제 언

평가로 얻어진 학생에 관한 학습정보를 학생들에게 피드백할 때, 수업설계와 교육과정과 교육내용을 조정할 때 사용될 수 있기 때문에 이러한 평가를 사용하는 것은 유용하다. 그러나 연구자와 다른 교사들 사이에 차이가 있다. 동료교사나 학교 관리자 등의 외부에서는 대부분 특정한 결과나 성취도에서의 긍정적인 효과를 성급하게 원하고 있다. 반면에 연구자는 성급한 효과보다 학생의 수학적 힘과 능력의 신장, 수업 방법의 개선 등에 더욱 관심이 있다. 이러한 시각 차이를 극복할 수 있는 방법을 향후 연구해야 할 것이다.

## 참 고 문 헌

- 김부윤·허만성·이지성 (2001). 그래핑 계산기를 활용한 수학성취도 평가의 새로운 접근법, 대한수학교육학회 춘계 수학교육학 연구발표대회 논문집, pp.707-723, 서울: 대한수학교육학회.
- 김부윤·이지성 (2001). 그래핑 계산기를 활용한 평가모형에 관한 연구, 대한수학교육학회 춘계 수학교육학 연구발표대회 논문집, pp.1015-1032, 서울: 대한수학교육학회.
- 김정희·서명희·박용범 (2000). 그래핑계산기를 활용한 수학개념 연계지도의 실제 - 연립방정식과 일차함수 단원을 중심으로, 한국수학교육학회지 시리즈 E <수학교육 논문집> 10, pp.107-124, 서울: 한국수학교육학회.
- 박용범·김부윤·허만성 (2001). 컴퓨터 대수학 알고리즘의 개념 및 변화를 이용한 응용모듈 설계모형 작성, 한국수학교육학회지 시리즈 E <수학교육논문집> 12, pp.249-264, 서울: 한국수학교육학회.

- 신은주·송정화·권오남 (2000). Derive(TI-92)를 활용한 탐구 지향 수학 수업, 한국수학교육학회지 시리즈 E <수학교육논문집> 10, pp.169-188, 서울: 한국수학교육학회.
- 이지성 (2001). 테크놀로지를 활용한 수학 개념의 자기주도적 구성능력 향상 방안, 부산교육, 제297호, pp.49-54.
- 탁동호·김옥남·강은숙·정원태 (2002). 사용기간에 따른 학습 과제 및 학습상황 형태의 차이점, 그래핑 테크놀로지를 활용한 수학교실의 실제에 관한 심포지움 프로시딩, pp.43-52.
- 한국카이시스템 (2000). 컴퓨터 대수체계(CAS) Module이 포함된 Graphing Calculator를 활용한 교실 수업 모형, 한국수학교육학회 시리즈 E <수학교육논문집> 10, pp.507-517, 서울: 한국수학교육학회.
- 허만성·박용범·김부운 (1999). 수학교수-학습을 위한 컴퓨터 응용 프로그램 모형설계에 따른 대화형 실행매체(IMTs)의 작성에 관한 소고, 대한수학교육학회 수학교육학연구 9(1), pp.321-332, 서울: 대한수학교육학회.
- 황정규 외 (2000). 한국 교육평가의 쟁점과 대안, 교육과학사, 2000.
- Gail Burrill; Jacquie Allison; Glenda Breaux; Signe Kastberg; Keith Leatham & Wendy Sanchez (2002). *Handheld graphing Technology in Secondary Mathematics*, Michigan State University.
- Chris Dede · & Matthew Lewis (1995). Assessment of Emerging Educational Technologies That Might Assist and Enhance School-to-Work Transitions, *National Technical Information Service*.
- Leonard H. Clark & Irving S. Starr (1986). *Secondary and Middle School Teaching Methods*, Macmillan Publishing Company.
- Charls D. Miller et. al. (2001). *Mathematical Ideals*, Addison-Wesley.
- Dan Kennedy (2002). AP Calculus and Technology, *Mathematis Teacher*, NCTM.
- John Glenn (2000). Before It's too late, 21세기 수학과 과학 교육에 대한 정부 위원회 보고서.
- Natalie Jakucyn & Kenneth E.Kerr (2002). Getting Started with a CAS : Our Story, *Mathmatis Teacher*, NCTM. pp.628.
- NCTM (2000). *Principles and Standards for School Mathematics*, Reston, VA, The National Council of Teachers of Mathematcs Inc.
- Romberg T.A.(ed.) (1995), *Reform in School Mathematics and Authentic Assessment* (Suny Series, Reform in Mathematics Education), *State University of New York Press*. (대한수학교육학회 역 (2001). 2001년도 춘계수학교육학집중세미나(제33회) 자료집).
- Steffe, L.P. & Teompson, P.W. (2000). Teaching Experiment Methodology : Underlying Principles and Essential Elements, *Research Design in Mathematics and Science Education*, pp.267-307.
- <http://life.edunet4u.net/apply/mco/eval/index.html>