韓國數學敎育學會誌 시리즈 E
<數學敎育 論文集>
제 17집, 2003. 10. 17-29.

J. Korea Soc. Math. Ed. Ser. E:
Communications of Mathematical Education
Vol. 17, Dec. 2003. 17-29.

수학 교사의 전문성 향상[1)]

John D. Donaldson (호주 타스매니아 대학교)[2)]
최 영 한 · 고 숙 경 (한국과학기술원) 공역

수학이 일상생활에서 나날이 더욱 중요하게 변하고 있는 이런 시점에서 또 산업이나 새로 떠오르는 신 기술에서 수학의 응용이 더욱 밀접하여지는 이러한 때에 수학을 공부하겠다는 학생의 숫자가 점점 줄어 들고, 전체 학생들의 수학에 관한 관심도 낮아지는 징후가 있다.
학생들에게 수학은 미래 사회에서 근간을 이루고 있음을 보여줌으로써 수학에 대한 열광이 일어나게끔 새로운 접근을 시도하도록 교사들에게 용기를 북돋아 주어야 한다. 이러한 목표를 성취하기 위해서는 교사의 지식을 새롭게 하고, 교육 기술을 현대화할 수 있는 기회가 가능하도록 만들어야 한다.
이 글에서는 현실 세계 속에 있는 수학에 중점을 두고, 이를 스스로 학습이라든지 의사소통과 같은 좀 더 일반화된 교육 기술을 발전시키는 데 쓰도록 강조한다. 여기서 의사소통 이라든가 스스로 학습은 직업 현장에서 뿐만 아니라 고등 교육에 진학하는 준비 단계에서도 매우 중요한 부분이기도 하고 매우 요긴하다.

1. 개 요

교사로서 우리의 주된 목적 중 하나는 학생들에게 지식을 전달하는 일이다. 그래서 우리는 학생들이 수학에 계속적인 흥미를 가지게 하고 또한 이 과정이 한 세대에서 다음 세대로 지속되도록 노력해야 한다. 이를 위해서, 우리 교사 자신들이 지속적으로 재충전하는 열정을 가져야 한다.

고등교육을 실시하는 대학교와 교사 훈련 기관 (재교육 기관 포함) 들에서, 날카롭게 새로운 지식을 발전시켜 나가는 동료들과의 만남을 통해서 위와 같은 재충전은 자연스럽게 이루어진다.

학령 전 어린이들과 초 · 중등 학생들을 가르치는 교사들을 위해서, 매일 매일은 못하더라도 교사들의 교육방법 개발을 향한 접근에 지속적인 효과를 줄만큼은 자주 교육환경개발이 이루어져야 한다. 의욕적인 교사일수록 학생들에게 더 많은 흥미와 동기를 이끌어 낼 수 있다.

오스트레일리아의 타스매니아 대학교 수학과와 교육과에서는 이러한 목적을 가지고 수학 교사들이 교실에서 학생들을 자극하는데 효과적인 지식과 기술을 습득할 수 있는, 수학 교사의 전문성 향상을 위

1) 이 논문은 한국수학교육학회 시리즈 D <수학교육연구> 제7권 제3호 (통권 제15호)에 게재된 논문인 Professional Development for Teachers of Mathematics를 번역한 것입니다.
2) 영국 에딘버르 대학교에서 학사 (B. Sc. Hons.) 학위를 받았고, 호주 타스매니아 대학교에서 박사 (Ph. D.) 학위를 받았으며, 타스매니아 대학교 과학 · 공학부 교수로 재직 중이며, 현재 한국과학기술원 자연과학부 응용수학전공 방문교수로 있다.

한 프로그램 개발을 통하여 위에서 언급한 환경 조성을 위해 노력하였다. 이 새로운 지식의 습득에 필요한 기본적인 요구 조건은 적절성과 흥미를 가져야 하는 것이다. 이 프로그램을 위해 15 사람의 학자들과 카오스(혼돈)에서 음악 그리고 예술 분야에 이르는 다양한 방면에서 활동하고 있는 수학 교사들이 참여하였다.

이 글은 수학교육의 방법에 관한 관점과 교사와 학생 모두가 직면하는 교수·학습에 관련된 문제에 초점을 두었다. 또 우리의 사회와 우리를 채용한 사람들이 교육에서 바라는 것이 무엇인가를 살펴봄으로써 우리 앞에 놓인 도전에 어떻게 대응할 것인가를 살펴본다. 오늘날의 학생들 (미래의 교사들) 에게 요구되는 능력은 이미 그 윤곽을 드러났고, 이러한 능력을 학생들에게 심어주기 위해서 교사들이 어떻게 그들을 도와줄 수 있고 전달할 수 있는지 그 개요도 역시 드러나 있다.

실제 생활에서 수학자들이 문제를 풀 때 접근하는 방식을 분석하였을 때 수학자들은 학생들에게 필요한 좀 더 일반적인 교육을 개발하는데 있어 중대한 역할을 할 수 있고 또 해야만 한다는 사실이 나타났다. 수학을 통해서 실제 자연에서 일어나는 여러 가지 현상을 예로 들어 보이고자 한다. 신현용과 한인기(Shin & Han, 2000)는 "과학 영재 교육과정은 학생들에게 수학이 자연과 일상생활의 근간을 이루고 있음을 인식하도록 북돋아 주도록 하여야 한다"고 하였다. 우리는 이러한 교육 과정이 과학영재뿐만 아니라 모든 학생들에게도 꼭 이루어져야 한다고 생각한다.

2. 동기 부여자들에게 동기 부여

논리적인 선택이 일상생활의 대부분인 현대의 복잡한 사회에서 수학은 꽤 중요하게 여겨지고 있다. 그러나 불행히도 학생들의 질적 (質的) 양적 (量的) 의 성장은 여기에 미치지 못한다. 수학을 잘 이해하고 또 이의 적용을 심화하는데 참여하고 있는 매우 뛰어난 학생들은 분명히 있다. 그러나 더 많은 학생들은 그러한 능력을 갖고 있음에도 불구하고 수학을 탐구할 수 있는 기회를 갖지 못하고 있다. 이보다 더 심각한 문제는, 수많은 학생들이 수학을 실생활과 별로 관계없는 학문이라고 생각한다는 데에 있다. 수학은 미래 세계의 핵심이며 그 미래는 바로 학생, 그들 자신이라는 수학의 핵심적인 위치를 깨달을 수 있도록 학생들에게 동기부여가 있어야 한다. 우리의 정부기관과 산업현장에서는 모든 수준의 수학을 공부함으로 얻어지는 기술을 가진 사람들을 필요로 한다.

이것은 우리 교사들이 겪어왔고, 겪고 있고 또 계속해서 겪게 될 도전이다. 교사들에게 이 도전을 이뤄내기 위한 도움과 그에 합당한 준비를 하게 하여야 한다.

2.1. 교사들의 문제점

우리 교사들은, 더 이상 그들에게 스트레스(요구)를 주지 않아도 이미 너무 많은 스트레스를 받고 있다고 말 할 것이다. 그러나 이 스트레스는 학생들의 진보를 지켜보고 또 학생들이 수학에 흥미를 갖게 되는 것을 바라봄으로써 자연스럽게 보상 받을 수 있다. 이를 실현하기 위해선 다른 문제점들을 누그러

뜨릴 수 있는 노력이 있어야 한다.

이미 호주, 영국, 미국이 겪고 있으며, 한국과 같은 다른 여러 나라에서도 역시 겪고 있을 것이라 사료되는 문제점은 한 교실의 학생 수가 너무 많다거나, 수학의 연습이 부족하다거나, 수학 시간이 너무 모자라는 것, 정해진 교육과정에 대한 엄격한 시행, 수학을 전공한 사람들의 감소로 인하여 적절한 경험이나 능력을 갖추지 못한 교사의 임용 등을 들 수 있다. 이 모든 문제점들이 “전문성 향상 프로그램”에 포함되는 것은 아니지만, 교사들이 이 프로그램에 한번 참여하고 난 후에는 이러한 문제점에 직면했을 때 보다 준비된 자세로 임할 것이며 또한 교육방법에 대해 더욱 자신감을 가짐으로써 더 만족감을 갖게 될 것이다.

2.2. 특별 수당(보상)

교사들에게 특별한 보상 없이 새로운 규칙에 따르라고 할 수는 없다. 영국에서는 교사가 부족한 분야의 교사들, 특히 수학 분야의 교사들에게는 특별 수당을 지급하고 있다. 수학 교사에게는 학생수가 작은 교실을 배정하거나 전문성 향상과 재충전 과정(교사 재교육 과정) 등에 참여할 수 있도록 많은 자유시간을 주고 있다.

2.3. 학생들에 관한 문제

많은 학생들은 수학을 어려운 과목 중의 하나로 여기고 있다. 수학에서 좋은 결실을 얻기 위해 쏟은 노력은 그다지 인정받지 못한다. 이미 수학을 월등히 잘하는 학생이 아니라면 다른 교과를 열심히 하는 것이 대학 입학에서 상대적으로 유리한 것으로 받아들여지고 있다. 수학을 잘하는 학생을 때때로 ‘벽창호’로 여기며 비주류로 받아들인다. 사회 또는 집단에서 수학을 잘하는 것은 매우 흔하지 않은 것으로 본다. 우리는 ‘난 수학을 정말로 한번도 잘한 적이 없어. 그걸 대체 어디다 써먹을 수 있지?’라는 말을 얼마나 자주 듣는가?

수학은 드라마, 연예, 환경 문제, 시민 생활, 시정 연구 및 관리 등과 같은 다른 새로운 분야들과 점점 더 심하게 경쟁해야 하는 현실에 놓여 있다. 이러한 분야들은 학교에서 더 많은 학습 시간을 확보하기 위해 경쟁하고, 그 결과로 수학의 학습 시간은 줄어든다. 생물학이나 심리학, 금융과 같은 수학이 아닌 분야들이 좀 더 매력적이고, 세련되어 보이며, 일간 신문이나 텔레비전 뉴스프로그램에 더욱 두드러지게 보도되면서 양적, 질적인 발전을 거듭하고 있다. 의학이나 법과 같은 분야는 높은 봉급을 받고, 학생들은 대학에서 이러한 과목들을 듣기 위해 필요한 선수 과목들을 들을 것이다.[3] 심지어 공학 분야에 입학하기 위해 수학 과목의 이수를 필요로 하긴 하지만, 졸업 요건으로서의 수학 과목 수는 줄어들었다는 것 또한 주목하여야 한다. 이상하게도 몇몇 대학에서는 논리를 많이 필요로 하는 컴퓨터를 전공하는 학생들에게조차도 한 과목의 수학 과목도 이수할 것을 요구하지 않는다.

---

3) 역자 주: 호주, 영국, 미국 등 서양 국가에서는 대학의 기초과정 (또는 학부) 수료 후 법학이나 의학을 전공할 수 있다.

많은 분야들은 컴퓨터 시대에 맞춰 바뀌어 왔고, 정지 또는 동화상 (일러스트레이션) 과 같은 인터넷 (WWW) 상에서 보여줄 수 있는 넘쳐날 정도로 많은 멋지고 현대적인 이미지들로 학생들에게 다가오고 있다.

학생들은 여유 시간 중 많은 부분을 축제나 음악 신인 대회에 출전하기 위한 연극이나 노래 또는 연주의 리허설에 쓴다.

수학 교사들도 그러한 접근 방식을 취하고 있는 것일까? 아니면 단지 컴퓨터는 고성능의 계산기일 뿐일까? 컴퓨터는 분명 굉장한 수학연산을 할 수 있고, 그래프를 매우 빨리 그릴 수 있다. 그런데 왜 그 만큼의 많은 수학 축제는 없는 것일까?

수학을 전공한 사람들이 교육 이외의 분야에서 취업하기가 더 힘들다는 사실 이외에도, 수학 교사들은 수학의 유용성과 그 보상을 학생들에게 보이는데 있어 큰 어려움을 갖고 있다.

3. 도전에 대응하기

다른 학생들은 다른 접근 방식에 반응한다. 어떤 학생들은 수학에 있는 패턴 그 자체를 보고, 닫힌 공간인 것처럼 그 틀 안에서 공부하는 것에 만족한다. 그러나 더 많은 학생들은 수학과 연관하여 컴퓨터가 어떻게 실질적인 문제들을 풀어낼 수 있는 지, 수학이 다른 어떤 분야에서 쓰이는 지, 그리고 그것이 어떤 이점을 가지고 있는 지와 같이, 왜 그들이 수학을 공부하며, 그것이 실제 사회와 그들에게 어떤 연관성을 갖고 있는지를 알고 싶어 한다.

10 장에서 다시 언급하겠지만 인구 문제와 카오스에 관한 예제[4]에 관련한 실험에서 Pennel (2003)[5]은 '불합리한 수학의 효과'를 나타내기 위해 간단한 컴퓨터 프로그램을 사용했고, Vivaldi (2001)[6]는

> "컴퓨터가 수학실험분야에 새로운 차원을 추가하였고 또한 수학실험을 실제 세계만큼이나 효과적이고 실체적인 분야로 만들었다."

고 하였다.

학생들은 선천적으로 매사에 의문을 가지고, 이러한 그들의 특성은 그들로 하여금 스스로 탐구하도록 계발되어야 한다. 가능한 한 빨리 그들은 교사들의 도움 아래 그들 자신을 가르쳐야 한다. 이러한 '스스로 가르치는' 능력은 어떠한 단계에 이르면, 그들의 인생에서 꼭 필요한 특성이 될 것이다.

---

4) 카오스로 이끌어 가는 간단한 인구 문제 실험을 보려면
http://www.geocities.com/athens/aegean/9116/chaos.html 을 참고.
5) Pennel, S.: The unreasonable Effectiveness of Mathematics (2003),
http://www.faculty.uml.edu/spennel/59.260/Math.Modeling.pdf 도 참고.
6) Vivaldi, F.: An Experiment with Mathematics (2003),
http://www.fortunecity.com/emachines/e11/86/expmaths.htm 도 참고.

4. 연관성

오늘날에 있어서 우리가 내리는 거의 모든 결정은 사회와 집단에 더욱 많은 부를 창출하기 위한 어떤 연관성을 가지고 있어야 한다. 이렇게 얻어진 부는 더욱 많은 상품, 더 나은 교육, 더 건강한 사회 구조 그리고 무엇보다도 더 나은 환경으로 측정될 수 있을 것이다. 우리가 교실에서 가르치는 것도 위와 같은 타당성을 가지고 있어야 한다. 정치가들이 미래의 선거권자들이 정부에 대해서 더 많이 이해하기를 바라기 때문에, 현재 학교에선 시민 생활을 가르친다. 대학에서는 공학도들에게 경영 관리를 가르치고, 의학도들은 임상 매너에 대해 배우고 있다.

우리가 무엇을 어떻게 하는지는 대부분 우리가 하는 일의 대가를 지불하는 사람에 의해 결정된다. 산업현장과 관련된 분야에서는 이러한 결정이 직접적이고, 그 주기 또한 짧다. 자동차 생산, 전기 생산, 통신 분야, 금융, 의학 그리고 약학과 같은 일반적인 공학 분야에서는 문제 해결을 위한 당장의 해결책을 원한다. 이러한 분야에서는 특수하게 훈련된 인력을 원한다.

정부는 미래를 준비하기 위한 전망을 가져야 한다. 이 미래는 건강이나 환경과 같이 새롭게 출현하는 산업 분야를 위해 준비하여야 한다. 교육 역시 이러한 목표를 향해 준비하여야 한다. 오스트레일리아 전 교육부 장관 Barry Jones 박사는 과학에 대하여 이야기하면서, 이 세계의 다른 부분과 보조를 맞추기 위해선, "우리는 열심히 일하기보다는 더 영리하게 일해야 한다."고 말한 바 있다. 수학이 바로 이 목표를 달성하기 위한 열쇠이다. 학생들의 준비는 이러한 "연관성의 욕구"에 맞추어 준비되어야 하고 또 그렇게 요구 될 것이다.

5. 학생의 특성

다른 기초적인 지식 이외에도 취업 현장에 뛰어드는 사람들에게는 그 자리에 맞는 다른 기술적인 특성들이 요구된다. 이는 "스스로 가르치기"와 의사 소통 능력, 새로운 지식 습득 능력과 읽고 말하는 프리젠테이션 능력, 그리고 팀의 한 일원으로서 일할 수 있는 능력 등이 포함 된다 (Coxford 1998a, 1998b, 1999).[7]

KAIST의 이귀로 교수는 '어디서나 컴퓨터 사용, 어디서나 사용할 수 있는 컴퓨터'에 관한 인터뷰에서 다음과 같이 말하였다.

> "사람들은 흔히 협력의 중요성과 지식 못지않게 의사 소통 능력 역시 중요하다는 사실을 깨닫지 못한다. 따라서 학생들은 자신의 의사 소통 능력을 향상시키기 위해 노력해야 한다."

---

7) Fadness, J.: Contemporary Mathematics in Context, Summer Workshop, (2003)
http://www.nden.k12.wi.us/nwacad/cpr.htm

스스로 가르치기와 새로운 지식 습득 능력은 학생들의 교육에 있어서 조기에 습득될 수 있고, 수학교사들은 이러한 학생들의 목표 성취를 도와주고, 안내해 줄 이상적인 위치에 있다.

학생들은 컴퓨터가 수학 문제를 푸는데 있어서 얼마나 강력한 도구인가 알아야 한다. 영재들을 위한 교육 과정은 “수학 교육과 학습에 있어서 컴퓨터의 최대 활용”을 포함 한다 (Shin & Han, 2000).

6. 동기 부여자들이 가져야 할 지식

“전문성 향상 프로그램”은 교사들로 하여금 그들의 학생들이 이러한 요건을 성취하기 위한 동기 부여를 할 때 필요한 기술들을 습득하도록 하기 위해 필요하다. 이 프로그램은 실제 사회와 관련된 수학의 예들을 포함하기 위하여, 또 학생들에게 스스로 가르치기 획득 능력 습득의 기회를 만들 수 있는 방법을 포함하여 그들 (교사들) 의 지식과 경험의 폭을 넓혀야 한다.

이러한 예들은 예술에서의 수학, 음악에서의 수학, 그리고 자연에서의 수학과 같은 분야에서 얻어질 수 있다. 각기 다른 교사들에게 어필하기 위해선 넓은 범위의 분야를 준비하여야 한다. 이러한 관계에서, Chick (1994) 은 자연속의 프랙탈과 인구 증가에서 예를 찾아내었고, Donaldson (1994) 은 자연에서의 패턴과 연결성에 대한 예를 들었다.

그 외에도, 교사들에게 적당한 컴퓨터 교육을 제공할 수도 있고, 이 프로그램의 다른 부분에서는 재능 있는 학생들을 어떻게 알아보고 어떻게 그들을 가르칠 것인지 또 반대로 수학에 관한 재능이 좀 떨어지는 학생은 어떻게 다룰 것인지에 관한 정보를 얻는 방법과 같은 전문가 교육 훈련으로 이루어 질 수 도 있다.

7. 수학자들은 어떤 일을 하는가?

특정한 예들을 보기 전에, 수학자들은 실생활에서 어떤 일들을 하고자 하는지 아는 것이 중요하다. 과학과 (또 필연적으로) 수학의 관계에서 Barrow (1992) 는 동기 (動機) 에 대해 다음과 같이 표현하였다.

“매우 강력한 인간의 그의 통찰과 지혜 그리고 모든 것들의 원리가 숨겨진 지식을 보여 주는 것과 같다.”

우선, 수학자들은 매일 매일의 일출 시간과 같은 패턴을 인식한다. 수학은 과학의 언어로서 이러한 패턴을 기술하기 위하여 수식 (數式) 으로 표현한다. 이는 대개 그 패턴에 있어서 더 깊은 이해를 할 수 있도록 해준다. 패턴의 변화를 포함하는 방정식을 찾는 것과 같이 더 심오한 질문은 대개 더 심오한 정보를 가져다 준다. 그 다음 단계는 보통 수학적인 설명에 제시된 대로, 그 패턴을 우리에게 이롭도록 조종하기 위한 외부 요인을 소개한다.

8. 세 개의 간단한 도전

당신의 학생들에게 그들이 백만까지 셀 수 있는지 물어보라. 그들은 '당연히 셀 수 있죠.' 라고 대답할 것이다. 그러면 '시간이 어느 정도 걸릴까?' 라고 물어보라.

종이 한 장을 들고, 여섯 번 정도 계속해서 접어보라. 학생들에게 만약 그들이 일년 동안 일주일에 한 번 종이를 접고 이 종이를 돌린다면, 그들이 달의 가장자리를 걸을 수 있다고 제안해 보라. 그들이 이 것을 간단한 수학 연산과 참을성만으로 보일 수 있어야 한다. 실용적인 면에선, 그들은 곧 이 종이를 7번 이상 접는 것은 불가능에 가까울 정도로 어렵다는 것을 깨닫게 될 것이다, 그러면 그들은 곧 다른 종이를 한 장 집어들 것이고 종이 접기는 되풀이 될 것이다. 그러면 다시 이 일이 1년에 걸릴 일을 한꺼번에 한다면 얼마나 오래 걸리고 몇 장의 종이가 필요할지 질문을 던져보라.

학생들에게 여러 개의 동전을 한번에 던지는 것을 반복하는 실험으로 어떻게 파스칼의 삼각형을 예측해 낼 수 있는지, 그리고 그 반대의 방법도 가능한지를 보여주어라.

9. 자연에서의 한 예

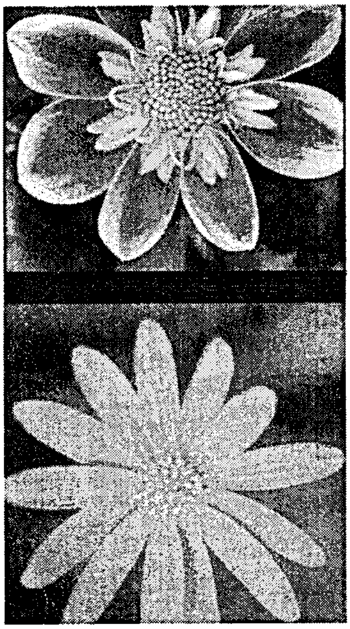
이 예는 스스로 가르치기와 새로운 지식의 습득을 촉진한다. 학생들이 일반적 문제의 다른 부분들에서 그룹으로 참여할 수 있고, 그들의 발견을 전체 반 학생들에게 전달 할 수 있도록 장려되어야 한다. 교사는 학생들에게 도움을 줄 순 있지만, 학생들은 그들 자신의 호기심을 이용해 문제를 풀어야 한다.

학생들에게 데이지 꽃과 해바라기 꽃을 포함한 다른 종류의 꽃이 찍힌 사진 한 장을 보여주어라. 사진이 아닌 실제 꽃을 보여줄 수도 있다. 그들이 무엇을 볼 수 있는지 물어보라. 대게 학생들은 예쁜 꽃을 봤다고 하거나 여러 가지 색을 봤다고 한다. 그들에게 좀더 가까이서 보라고 하면, 그들은 바깥에 있는 꽃부리 (花冠) 와 가운데의 작은 꽃술 (花心) 을 봤다고 할 것이다. 좀 더 가까이서 관찰한 학생들은 가운데의 작은 꽃술들에 의해 형성된 두 개의 나선형 모양을 발견할 수 있을 것이다. 그 다음 단계는 꽃부리의 수와 나선형모양의 꽃술의 수를 새는 것이다. 꽃들은 대개 5장, 8장 혹은 13장의 꽃부리를 가지고 있고, 데이지와 해바라기는 13, 21, 34, 55, 혹은 89의 나선형을 가지고 있다.

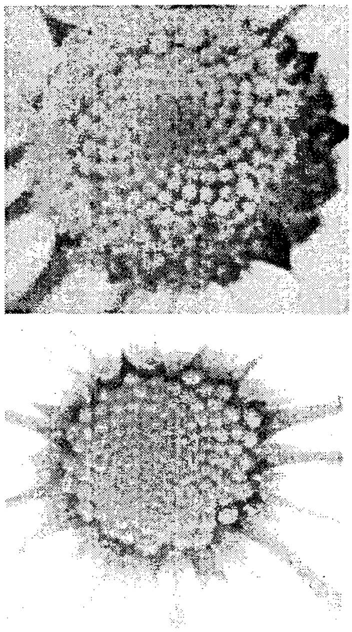
이것들을 함께 놓음으로써 우리는 피보나치 수열[8]을 만들 수 있고, 작은 도움만으로 학생들은 이 수열이 어떻게 형성되는지 발견할 수 있을 것이다.

---

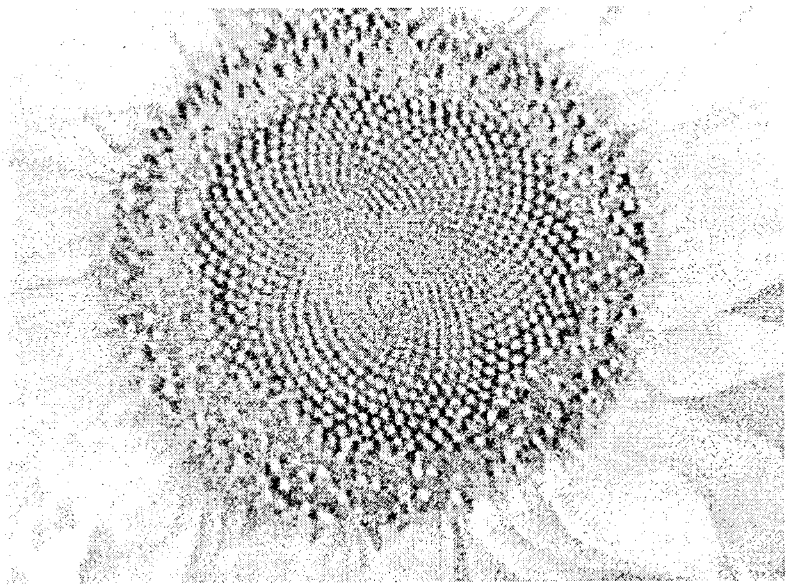
8) 피보나치 수열과 황금 비율에 관한 인터넷 사이트들
www.mcs.surrey.ac.uk/personal/R.Knott/Fibonacci/fib.html,
www.branta.connectfree.co.uk/fibonacci/htm.



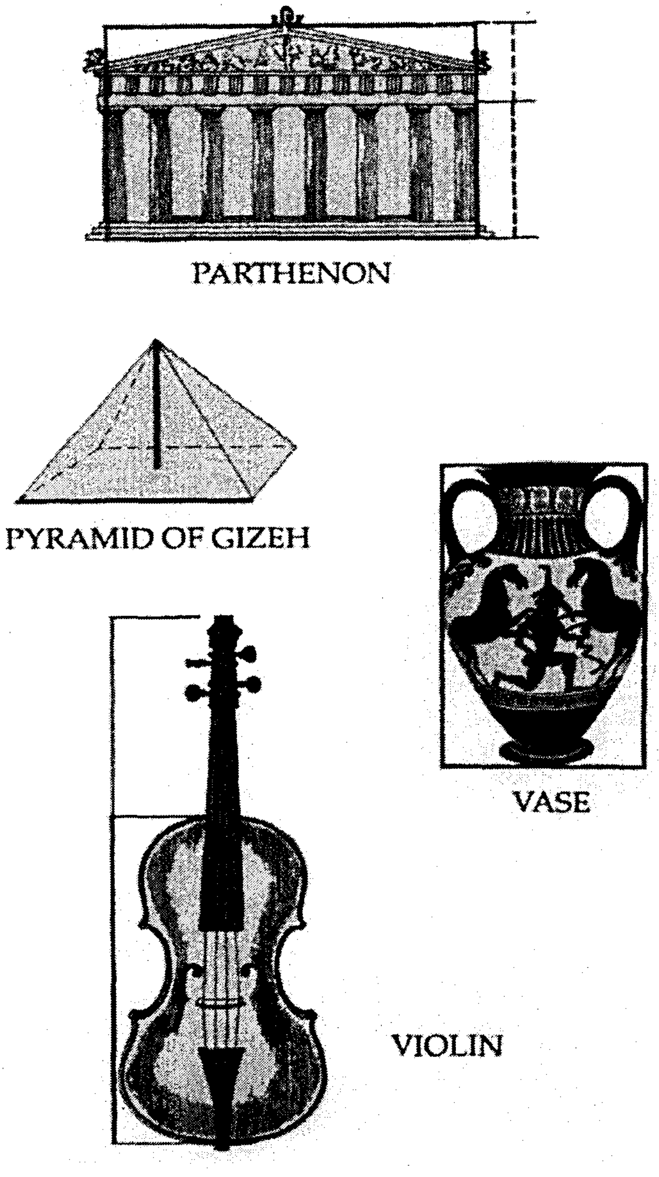
<그림 1> 8장과 13장의 꽃부리를 가진 꽃들



<그림 2> 데이지 꽃잎의 13과 21의 나선형

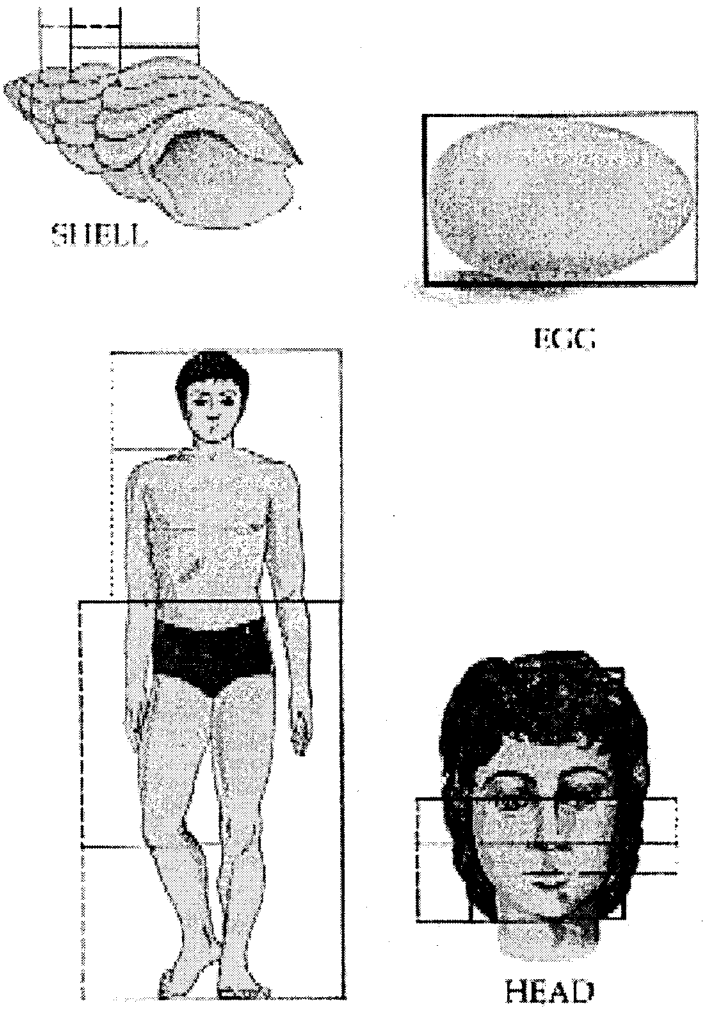


<그림 3> 해바라기 꽃잎의 34와 55의 나선형



<그림 4> 사람들에 의해 만들어진 황금 비율

이번에는 그림 4에 나온 이집트 기자의 대 피라미드와 그리스 아테네의 파르테논 신전과 같은 위대한 건축물들 그리고 바이올린과 고대 꽃병이 나온 사진을 학생들에게 보여주자. 물론 도움이 필요하긴 하겠지만, 학생들은 이 물체들의 길이의 비율에 있어서 어느 정도의 연관성이 있다는 것을 알아낼 수 있을 것이다. 자연의 꽃이 아름답긴 하지만, 인공의 물체들 또한 우리의 눈을 기쁘게 한다는 것은 잘 알려져 있는 사실이다. 여기엔 어떤 연관성이 있을까?



<그림 5> 자연에 존재하는 황금 비율

피보나치 수열에있는 연속된 숫자들의 비율을 살펴보자.

1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55 89, …

우리는 1.6, 1.625, 1.615…, 1.619…, … 과 같은 비율을 얻을 수 있고, 이는 1.62…(= (1 + $\sqrt{3}$)2)에 접근하는 원리를 세우게 된다.

이것은 앞서 관찰한 것과 같다. 이를 황금 비율이라고 한다.

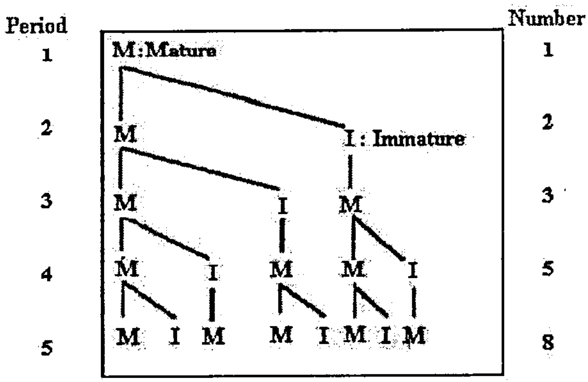


Figure 6(a): Population Growth - Fibonacci sequence

Golden Ratio

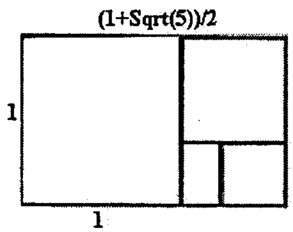


Figure 6(b): Subdivision of the golden rectangles into similar rectangles

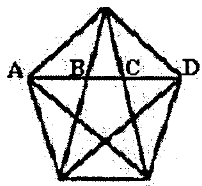


Figure 6(c): Pentagram
BC/AB=AB/AC=AC/AD
=(1+Sqrt(5))/2

<그림 6> 피보나치 인구 증가 / 직사각형과 오각형 안에 있는 황금 비율

이제 학생들에게 다른 예들을 찾아보도록 격려하여야 한다. 피보나치 수열에 있는 숫자들을 사과의 핵에서 그리고 파인애플의 껍질에서 찾을 수 있다. 황금 비율은 조개껍질과 나무의 가지, 달걀, 그리고 그림 5와 같은 사람의 머리와 몸에서도 찾을 수 있다. 레오나르도 다 빈치의 '모나리자' 그림을 구해서, 그림 안의 치수 (가로, 세로)에 대해 살펴 보자. 황금 비율은 또한 그림 6의 정오각형과 같은 보통의 기하학적 모양에서도 나타난다.

왜 이러한 숫자들이 이렇게 자주 나타나는 것일까? 너무 어려운 질문이지만, 이는 또한 성장단계에 있거나 이미 완전히 성장된 경우에서도 볼 수 있는 것으로, 성장에서 가능한 면적을 최적으로 이용하는 경우도 있고, 또 다른 경우는 햇빛에 노출되는 면적을 최적으로 하는 경우도 있을 것이라고 제안할 수 있다 (Stewart 1995; 1997).[9]

10. 인구 증가

이제 토끼 한 마리에서부터 시작하여 토끼의 숫자에 대해 생각해 보자 (그림 6). 어미 토끼 한 마리가 한 번의 임신기간 동안 아기 토끼 한 마리를 낳는다고 가정하자. 한번의 임신 기간이 지나면 아기 토끼는 임신 가능한 어미 토끼가 된다. 6 번이나 10 번의 임신 기간 후엔 토끼가 총 몇 마리가 되겠는가? 이 과정을 계속 반복하는데 있어서 제약이 있을까?

교사들은 이 문제에 대해서 좀 더 깊이 생각해 보아야 할 것이다. 이 모델을 좀더 현실적으로 바꿀 수도 있을 것이고, 이는 카오스의 수학적 이론과 같은 멋진 분야를 소개하는 것과 같은 재미있는 예들을 보여줄 것이다 (Gliek 1997, pp. 59-71; Stewart 1997).[10]

11. 결론

수학은 많은 도전을 받고 있고, 이는 수학이 정부와 산업에 종사하는 사람과 연관이 적어서가 아니다. 다행히도 수학은 분야의 다양성으로 위와 같은 실제 산업에 성공적으로 적용할 수 있다.

이 글에서 우리는 우리의 학생들에게 일반적으로 어떠한 기술들을 요구하는지 살펴보았고, 또 그 기술들을 가지기 위해서 수학을 어떻게 사용할 수 있는지 보였다.

그러나 이 기술들을 습득하기 위해서 또, 학생들에게 그들이 활동할 미래에 수학이 근간을 이루고 중요한 부분을 학생들이 차지할 것이라는 것을 깨닫게 할 수 있도록 풍부한 지식을 갖추고, 학생들로 하여금 열광하게 하고, 동기를 부여하는 자신감을 갖춘 교사들을 보내어야 한다.

참 고 문 헌

Barrow, J. (1992): *The Theories of Everything*. Oxford Univ. Press.

Chick, H. L. (1994): Fractals and Chaos. In: Chick, H. L. & Watson, J, (Eds.), *Mathematics and Teaching* (pp. 1-33). Adelaide Australia: AAMT.

9) 각주 2와 6에 열거한 www 사이트에 연결하여 보라.
10) 이 문헌들에 소개된 www 사이트에 연결하여 보라.

Chick, H. L. & Watson, J. (Eds.) (1994): *Mathematics and Teaching*. Adelaide Australia: AAMT.

Coxford, A. F., et al. (1998a): *Contemporary Mathematics in Context; Course 1, Pt. A. A unified approach*. Chicago, IL: Everyday Learning Corp. MATHDI **1999f**.04860

____ (1998b): *Contemporary Mathematics in Context; Course 2, Pt. A. A unified approach*. Chicago, IL: Everyday Learning Corp. MATHDI **1999f**.04459

____ (1999): *Contemporary Mathematics in Context; Course 3, Pt. A. A unified approach.*. Chicago, IL: Everyday Learning Corp. MATHDI **1999f**.04457

Donaldson, J. D. (1994): Patterns and Continuous Change. In: Chick, H. L. & Watson, J. (Eds), *Mathematics and Teaching* (pp. 34-45). Adelaide, Australia: AAMT.

Gliek, J. (1997): *Chaos: Making a New Science*. (pp. 59-77), New York, NY: Viking Press.

Lee, K. (2003): Computing-Everywhere, Everywhere-Computers. *The KAIST Herald,* **51** (Sept. 3, 2003), p. 9.

Pennel, S. (2003): *The Unreasonable Effectiveness of Mathematics,* Hons. Colloquia. Lowel, Mass.: Univ. of Mass at Lowell.

Shin, H. & Han, I. (2000): Mathematics Education for Gifted Students in Korea. *J. Korean Society for Mathematical Education, Series D* **4(2)**, 79-93. MATHDI **2001c**.02418

Stewart, I. (1995): *Nature's Numbers, Science Master's Series*. London, UK: Weidenfield and Nicolson.

____ (1997): *Does God Play Dice*. Penguin, Harmandsworth.

Vivaldi, F. (2001): *Experimental mathematics with Maple*. Chapman and Hall/CRC Mathematics. Boca Raton, FL: Chapman & Hall/CRC. MATHDI **2002d**.03747