

교원양성대학의 복소해석학에서 다룰 내용

정 순 모 (홍익대학교)

대부분의 중등학교 교사양성대학교 수학교육과 학생들은 복소해석학을 3학년이 되었을 때 꼭 수강해야 한다. 그런데 교과내용은 자연대학 수학과에서 가르치는 내용과 다른 점이 별로 없다. 교과내용이 너무 어렵고 많을 뿐만 아니라 중등학교에서 수학교사로 일하는데에 별로 필요하지 않은 많은 내용을 담고 있다. 이런 교과과정은 중등학교 수학교사 양성을 목표로 하는 교사양성대학에는 매우 불합리한 것이다. 그럼에도 불구하고 지금까지 오랜 세월 동안 이런 교과과정이 변하지 않고 지속되어 왔다는 것이 놀라울 뿐이다. 이제는 오래되고 비현실적이며 비효율적이기까지 한 옛틀에서 벗어나려는 시도를 너무 늦기 전에 해야만 한다. 이런 취지에서 복소해석학의 교과내용을 새롭게 구성하려 하고 있으며 2003년 1월 24일부터 25일까지 이틀 동안 한국교원대학교에서 열리는 전국수학교육연구대회에서 이 연구내용과 건의사항 등 발표하고자 한다.

I. 머리말

1. 연구의 필요성

대부분의 중고등학교 교사양성대학교의 수학교육과 학생들은 복소해석학을 3학년이 되었을 때 꼭 수강해야 한다. 그런데 교과내용은 자연대학 수학과에서 가르치는 내용과 다른 점이 별로 없어 보인다. 교과내용이 너무 어렵고 많을 뿐만 아니라 중고등학교에서 수학교사로 일하는 데에 별로 필요하지 않은 내용을 많이 담고 있다. 이런 교과내용은 중고등학교 수학교사 양성을 목표로 하는 교사양성대학에는 매우 불합리한 것이다. 그럼에도 불구하고 지금까지 오랜 세월 동안 이런 교과과정이 변하지 않고 지속되어 왔다는 것이 그저 놀라울 뿐이다. 이제는 오래되고 비현실적이며 비효율적이기까지 한 옛 틀에서 벗어나려는 시도를 (너무 늦기 전에) 해야만 한다. 이런 취지에서 복소해석학 교과내용의 큰 줄거리를 새롭게 구성하여 제시하고자 한다.

2. 연구 내용

교사양성대학교의 현 실정에 맞게 복소해석학의 교과내용을 중고등학교의 수학 내용과 연계하여 짜 보았다. 그리고 한 학기 동안 주당 3시간의 강의로 복소해석학을 모두 강의할 수 있도록 교과내용의 양을 많이 줄였다. 다음과 같은 내용을 복소해석학 강의 시간에 주로 다루도록 할 예정이다:

(가) 복소수의 역사와 대수적 구조

실수의 집합론적 특성 및 대수적 체계가 미처 밝혀지기 이전에 어떻게 하여 복소수가 등장하게

되었는 지를 자세하고 흥미있게 소개한다. 뿐만 아니라 실수체 위에서의 연산이 복소수체 위로 어떻게 확장되는 지를 설명하여 수 체계 구성의 기본적인 틀을 이해하게 한다.

(나) 복소함수

중고등학교 수학 시간에 자주 들어서 익숙해진 실함수를 복소수 영역으로 확장하면 어떤 모양으로 표현할 수 있는 지를 설명한다. 특히 복소함수를 실함수를 이용하여 표현할 수 있는 방법에 대하여 알아본다.

복소함수의 도함수 정의: 실함수에서의 도함수 정의의 큰 틀을 그대로 유지하여 복소함수의 도함수를 정의한다. 복소함수의 도함수 정의는 실함수에서의 그것보다 훨씬 강한 조건을 내포하고 있다.

코오시와 리이만의 방정식: 복소함수에서 미분 가능함과 코오시와 리이만의 방정식을 만족함은 많은 경우에 동치임을 밝힌다. 특히 단순연결 위에서 정의된 복소함수의 경우에는 위의 두 개념이 서로 동치이다.

해석함수의 정의 및 이들의 멱급수 표현: 수없이 반복하여 미분 가능한 실함수를 테일러 급수로 표현할 수 있듯이 복소함수에서도 비슷한 모양의 멱급수로 표현할 수 있음을 보인다. 그리고 이 멱급수가 실제로 테일러 급수임을 보인다.

리우빌의 정리: 전해석함수가 유계이면 이 함수는 반드시 상수함수임을 증명한다. 실함수에서는 이와 비슷한 정리가 없음에 유의한다.

초등함수 소개: 중고등학교의 수학 시간에 친밀해진 지수함수, 로그함수, 삼각함수 등의 정의를 복소수 영역으로 어떻게 확장할 수 있는 지를 설명한다. 이는 중고등학교의 수학과목에서 매우 중요한 초등함수를 이해하는데 큰 도움이 될 것이다.

(다) 복소함수의 선적분

고등학교에서 배운 실수 영역에서의 리이만 적분을 복소수 영역으로 자연스럽게 확장하여 정의한 것이 선적분임에도 많은 학생들이 선적분을 고등학교 수학 시간에 배웠던 리이만 적분과는 전혀 다른 적분으로 오해하기 쉽다. 이는 강의 시간에 다루는 선적분들에 관련한 연습문제들이 거의 닫힌곡선 위의 것들이어서 그 결과들이 모두 $2\pi ki$ 이기 때문이다. 그러므로 닫힌곡선이 아닌 곡선 위를 따라 선적분하는 보기를 많이 들어야 할 것이다.

코오시의 적분 정리: 가장 중요한 정리이므로 여러 단계를 거치면서 자세히 설명한다.

모레라의 정리: 열린집합 위에 정의된 복소함수가 해석적일 충분조건을 제시한다.

최대절대값 정리 및 최소절대값 정리: 상수함수가 아닌 복소함수가 그의 해석 영역 안에서는 최대절대값과 최소절대값을 가질 수 없음을 말하는 정리로서 실함수에서는 이와 비슷한 정리를 찾을 수 없다.

영점 및 특이점: 특이점을 세 가지로 분류하고 이에 따른 특성들을 살핀다.

로랑 급수: 극점을 갖는 복소함수를 멱급수 꼴로 표현할 수 있는 방법으로 테일러 급수와 비교하여 그 특성을 자세히 살펴본다.

(라) 코오시의 유수 정리

유수 정리: 복소함수를 매끄러운 닫힌곡선을 따라서 선적분할 때 쓰임새가 매우 큰 정리이다.

실적분에 응용: 코오시의 유수 정리를 이용하여 여러 가지 실적분들을 계산하여 본다.

(마) 등각사상

(바) 조화함수

참 고 문 헌

Joseph Bak and Donald J. Newman (1997). *Complex Analysis*, Springer.

Serge Lang (1977). *Complex Analysis*, Addison-Wesley Publishing Company.

John H. Mathews and Russell W. Howell (2001). *Complex Analysis for Mathematics and Engineering*, Jones and Bartlett Publishers.