韓國數學敎育學會誌 시리즈 E
<數學敎育 論文集>
제 15집, 2003. 1. 273-280.

J. Korea Soc. Math. Ed. Ser. E:
Communications of Mathematical Education
Vol. 15, Jan. 2003. 273-280.

한간 「산수서」와 「구장산술」의 비교

차 종 천 (성균관대학교)

1983년 말 중국 형주시 소재 강릉장가산 247호 묘에서 죽간의 형태로 출토된 「산수소」는 그것이 엮어진 시점이 유휘의 「구장산술」보아 최소한 450년 가량이나 거슬러 올라간다는 점에서 동야수학사의 기원을 크게 앞당기게 하는 막중한 의의를 지니는 문서가 아닐 수 없다. 그러나 석문 자체가 최근 들어와서야 겨우 공개되었을 뿐, 현재로서는 자료에 대한 평가와 내용 분석은 물론, 변역마저도 제대로 이루어지지 못한 상태에 있다. 이 글은 「산수서」와 「구장산술」의 내용을 배교하여 「산수서」의 특징을 밝히는 동시에 동양수학의 초창기 발달의 궤적을 더듬어 보려는 시도이다.

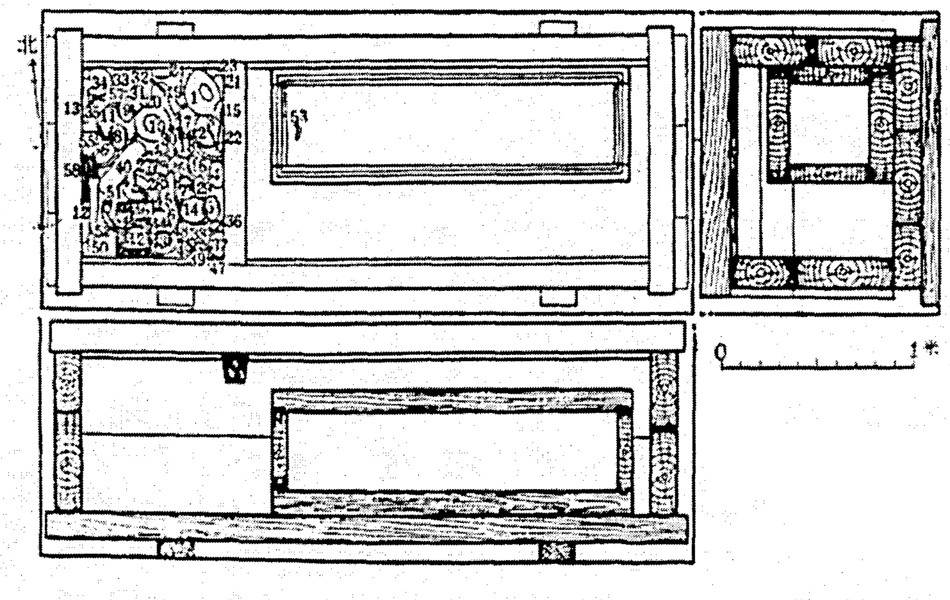
「산수서」는 “상승(相乘)”에서 “이전(里田)”까지 이어지는 70개 제명(題名)하에 서술되어 있는데, 제명들은 주제를 나타내는 것과 산법을 나타내는 것을 혼재하는 것으로 나타난다. 내용 가운데에는 “여직(女織)”, “우시(羽矢)”, “소광(少廣)” 등이 문제처럼 「구장산술」의 그것들과 기본적으로 같거나 유사한 것들이 다수 발견되어 고대수학 전통의 연속성을 엿볼 수 있게 하지만, 동시에 의료수가 문제인 “의(醫)”처럼 「산수서」에서만 발견되는 것들도 더러 눈에 띈다. 「산수서」와 「구장산술」 사이에 이루어진 수학 발달은, 이를테면, 제급근 사이에 있어서 전자의 경우에는 $\sqrt{240}$을 $15\frac{15}{31}$로 계산한 데서도 드러나듯이 보간법에 의존한 반면, 후자의 경우에는 온답을 제시하는 데 하등의 어려움을 겪지 않았다는 차에서도 확인된다.

1. 문제 제기: 「산수서」 발굴에 따른 동양수학 기원 재검토의 필요성

지난 1983년 12월에서 다음 해 1월까지 사이에 중국 형주(荊州)시 소재 강릉(江陵) 장가산(張家山) 247호 묘에서 출토된 한간(漢簡) 「산수서(算數書)」는 유휘의 「구장산술」(263 A.D.)보다 최소한 450년 가량이나 거슬러 올라간다는 점에서 동양수학사의 기원을 크게 앞당기게 하는 막중한 의의를 지닌다. 묘주(墓主)의 사망 시점이 서한 여후(呂后) 2년(186 B.C.)으로 추정되는데 「산수서」는 당연히 그 이전에 엮어졌을 것이기 때문이다. 이 문서의 발굴 이전에는 대체로 「구장산술」이나 「주비산경」을 “동양수학의 조종”으로 여겨왔던 터라 당연히 동양수학 내지 산학의 기원을 재검토할 필요성이 제기되는 것이다. 그러나 석문(釋文) 자체가 최근 들어와서야 겨우 공개되었을 뿐이어서 현재로서는 자료에 대한 평가와 내용 분석은 물론, 번역마저도 제대로 이루어지지 못한 상태에 있다. 이 글은 「산수서」와 「구장산술」의 내용을 비교하여 「산수서」의 내용적 구성과 특징을 밝히는 동시에 동양수학 여명기의 발달

궤적을 더듬어보려는 시도이다. 이 작업은 동양수학의 새로운 기원을 살펴본다는 점에서 수학사나 수학 교육 연구를 위하여 결코 그 의미가 작다고는 할 수 없을 것이다.

2. 「산수서」의 내용: 구성과 특징



<그림 1> 강릉 장가산 247호묘 관곽의 평면도, 측면도 및 입면도

장가산 247호 묘에서는 <그림 1>의 입면도에 표시된 번호들이 가리켜주듯이, 많은 부장품들이 함께 출토되었다. 부장품들은 칠기, 도기, 동기로 제작된 다수의 그릇류들이 주종을 이루고 있으며, 그 밖에도 무기류, 수레바퀴, 목용(木俑), 문방구, 산주(算籌), 죽간 등이 들어 있다. 죽간들은 입면도 가운데 54와 58로 표시된 두 지점에서 발견된 것으로 보고되었는데(荊州地區博物館, 1985), 「산수서」 외에도 「한률(漢律)」, 「주열서(奏(氵+獻)書)」, 「개려(盖廬)」, 「맥서(脉書)」, 「인서(引書)」, 「역보(歷譜)」, 「견책(遣冊)」이 포함되어 있다. 이 중 「한률」은 법률서, 「주열서」는 범죄사건 처리보고서, 「개려」[1]는 병법서, 「맥서」[2]는 의서, 「인서」는 도인술(導引術)을 기록한 책이며, 「역보」는 묘주의 이력을 적은 글 내지 행장(行狀)이고, 「견책」은 부장품 목록이다. 「역보」 가운데 들어있는 "□降爲漢"이라는 잔간(殘簡)은 묘주가 일찍이 초(楚)로부터 한으로 투항하였으며, "病免"이라는 기술은 그가 관직에 종사하다가 병으로 인하여 은퇴했다는 것을 시사하고 있다. 소장도서를 비롯한 부장품들로 미루어 볼 때, 묘

<그림 2> 「산수서」(중국 문화부 고문헌연구실 소장)

주는 해박한 법률지식을 갖추었을 뿐 아니라, 의학, 도인술, 병법에 두루 밝았으며, 수학에까지 조예가 깊었던 다재다능한 인물이었음을 알 수 있다 (張家山漢墓竹簡整理小組, 1985).

「산수서」는 <그림 2>와 같은 형태의 죽간으로 이루어져 있으며, 모두 68개에 달하는 제명(題名) 하에 서술되어 있는데, 제명들은 주제를 나타내는 것과 산법을 나타내는 것이 혼재하는 것으로 드러난다. 내용 가운데에는 “여직(女織),” “우시(羽矢),” “소광(少廣)” 등의 문제처럼 「구장산술」의 그것들과 기본적으로 같거나 유사한 것들이 다수 발견되어 고대 수학 전통의 연속성을 엿볼 수 있게 한다. 예를 들어, “소광” 문제는 「구장산술」 소광장 앞부분의 열 한 문제나 마찬가지로 $\sum_{n=1}^{N} \frac{1}{n}$ 을 구하는 조화급수(harmonic series) 계산을 다룬 것으로서 다만 「산수서」는 N의 값이 10이 될 때까지 되풀이한 데 비해, 「구장산술」은 12가 될 때까지 되풀이한 점에서 차이가 있을 뿐이다.

두 저작 사이의 유사성은 다음과 같은 「산수서」의 “약분” 제명 하의 서술에서도 찾아볼 수가 있다.

약분술에 따라서, 분자로 분모를 덜고, 분모로도 분자를 덜어서, 분자와 분모의 수가 같아지면, 곧 그것으로 나누도록 한다. 또한, 약분

1) 「개려」는 곧 오나라 왕 합려(闔閭)를 말하며. 오자서(伍子胥)와 군사전략을 논한 내용을 담고 있다. (張家山漢墓竹簡整理小組, 1985: 12)

2) 이와 유사한 내용을 담고 있는 「맥법」 등을 포함한 마왕퇴(馬王堆) 의서에 관해서는 周一謀(2000), 웨난(2001)을 참조할 것.

술에 따라서, 반으로 나눌 수 있는 것은 반으로 나누고, 몇 분의 1로 할 수 있는 것은 몇 분의 1로 하도록 한다. 또 하나의 방법은 분자로 분모를 덜고, 작아진 분모로 분자를 덜어서, 분자와 분모가 같아진 것을 나눗수로 삼아 분자와 분모 각각을 나눗수로 나누라는 것이다. 덜기에 마땅치 않은 것이 반으로 나눠지면, 분모를 반으로 나누고 분자도 반으로 나눈다. $\frac{162}{2016}$ 를 약분하면 $\frac{9}{112}$ 가 된다. (**約分術曰,以子除母,母亦除子,子母數交等者,卽約之矣. 有(又)曰,約分術曰,可半,半之,可令若干一,若干一. 其一術曰,以分子除母,少(小)以母除子,子母等以爲法,子母各如法而成一. 不足除者可半,半母亦半子. 二千一十六分之百六十二,約之百一十二分之九.**)

여기서 우리가 확인할 수 있는 것은 약분술 가운데 "유클리드 호제법(Euclidean algorithm)"이 뚜렷이 명시되어 있다는 점이다. 약분술을 서술한 문장들 가운데 "子母數交等者," "子母等以爲法"이라고 한 것은 모두 최대공약수를 가리키는 것이다. 사실 유클리드 호제법에 해당되는 내용이 「구장산술」 방전장에서 발견된다는 점은 필자(2001)에 의해 이미 지적된 바 있으나, 동일한 내용이 그보다 4, 5세기나 앞선 「산수서」에서도 확인된 이상, 이제는 좀더 분명히 그것을 고대동양사회 나름대로의 독자적인 과학 성취의 하나로 간주해도 좋다고 여겨진다. 호제법을 둘러싼 문화전파의 가능성은 유클리드가 기원전 300년경 알렉산드리아를 무대로 활동했고(cf. Euclid, 1956: 2), 「산수서」는 기원전 186년 이전에 성립된 것으로 추정되는데, 특히 수학과 같은 순수과학 분야에서의 고대문명권간 교류가 1세기 남짓밖에 되지 않는 단기간 내에 이루어지기는 좀처럼 쉽지 않았으리라는 점을 감안할 때 그만큼 희박하다고 판단되는 것이다.

이상과 같이 하여 우리는 일단 두 저술을 잇는 공통점과 연속성을 확인한 셈이다. 사실상 「산수서」의 출토는 무엇보다도 「구장산술」 유휘 서문 등에서 강하게 시사되어온 「구장산술」의 원형의 모습을 구체적으로 드러내 보여준다는 점에서 획기적인 의의가 있다(李學勤, 2001: 226-229; 張家山漢墓竹簡整理小組, 1985; 彭浩, 2000). 그러나, 동시에 우리는 의료수가 문제인 "의(醫)"처럼 「산수서」에서만 발견되는 것들을 앞으로 심각하게 검토해야 할 필요성을 절감케도 된다.

그리고, 여기서 잠시 짚고 넘어갈 점은 「산수서」 석문의 '자료의 질(data quality)'과 관련되는 문제이다. 우선, 석문의 순서가 명백히 어긋난 부분이 발견되는 등 전체적으로 체제를 바로 잡아야할 과제가 대두된다. 또한, 서술 가운데 모호한 표현들이나 오독된 부분들이 심심지 않게 눈에 띄는 것도 철저한 비판적 검토를 거쳐야 할 것이다. 일례로 「산수서」 첫머리에 나오는 "상승(相乘)" 제명 하의 서술을 다음과 같이 a)-j)까지 번호를 매겨 살펴보도록 하자.

a) 치에 치를 곱하면, 치^{2}이고, 자를 곱하면, $\frac{1}{10}$ 자^{2}이고, 10자를 곱하면, 1자^{2}이고, 100자를 곱하면,

10자^{2}이며, 1,000자를 곱하면, 100자^{2}이다. b) $\frac{1}{2}$(치)에 자를 곱하면, $\frac{1}{20}$자^{2}이고, $\frac{1}{3}$치에 자를 곱하면, $\frac{1}{30}$자^{2}이며, $\frac{1}{8}$치에 자를 곱하면, $\frac{1}{80}$자^{2}이다. c) $\frac{1}{2}$에 1을 곱하면, $\frac{1}{2}$이고, $\frac{1}{2}$을 곱하면, $\frac{1}{4}$이다. d) $\frac{1}{3}$에 1을 곱하면, $\frac{1}{3}$이고, $\frac{1}{2}$을 곱하면, $\frac{1}{6}$이며, $\frac{1}{3}$을 곱하면, $\frac{1}{9}$이다. e) $\frac{1}{4}$에 1을 곱하면, $\frac{1}{4}$이고, $\frac{1}{2}$을 곱하면, ($\frac{1}{8}$이며, ...) f) ($\frac{2}{3}$치에 $\frac{1}{2}$자를 곱하면,) $\frac{1}{30}$자^{2}이다. g) $\frac{1}{4}$(치)에 자를 곱하면, $\frac{1}{40}$자^{2}이고, $\frac{1}{5}$치에 자를 곱하면, $\frac{1}{50}$자^{2}이고, $\frac{1}{6}$치에 자를 곱하면, $\frac{1}{60}$자^{2}이며, $\frac{1}{7}$치에 자를 곱하면, $\frac{1}{70}$자^{2}이다. h) ($\frac{1}{4}$에) $\frac{1}{3}$을 곱하면, $\frac{1}{12}$이고, $\frac{1}{4}$을 곱하면, $\frac{1}{16}$이다. i) $\frac{1}{5}$에 1을 곱하면, $\frac{1}{5}$이고, $\frac{1}{2}$을 곱하면, $\frac{1}{10}$이고, $\frac{1}{3}$을 곱하면, $\frac{1}{15}$이고, $\frac{1}{4}$을 곱하면, $\frac{1}{20}$이며, $\frac{1}{5}$을 곱하면, $\frac{1}{25}$이다. j) 분수의 곱셈술에 따라서 분모와 분모를 곱해서 나눗수로 하고 분자를 서로 곱해서 나뉨수로 한다. (寸而乘寸,寸也;乘尺,十分尺一也;乘十尺,一尺也;乘百尺,十尺也;乘千尺,百尺也. 半乘尺,二十分尺一也; 楊三分寸乘尺,三十分尺一也;八分寸乘尺,八十分尺一也. 一半乘一,半也;乘半,四分一也. 三分而乘一,三分一也;乘半,六分一也;乘三分,九分一也. 四分而乘一也, 楊四分一也;乘半,三十分尺一也. 四分寸乘尺,四十分尺一也;五分寸乘尺,五十分尺一也.;六分寸乘尺,六十分尺一也;七分寸乘尺,七十分一也. 乘三分,十二分一也;乘四分,十六分一也. 五分而乘一,五分一也;乘半,十分一也;乘三分,十五分一也;乘四分,二十分一也;乘五分,二十五分一也. 乘分之術曰,母乘母爲法,子相乘爲實.)

이 글에서 g) 부분은 b)의 "八分寸乘尺,八十分尺一也" 부분과 그 앞 부분 사이로부터 떨어져나가 잘못 연결되었다고 봐야 할 것이다. 또한, e)의 '乘半' 다음에는 원래 "八分一也"라는 부분이 나타나야 되지만, 일실되어 있으며, 그 다음 부분은 h)로 떨어져 나갔다. 그러나 만일 '乘半'이 "三十分尺一也" 앞에 오는 것이 맞다면, 半이 半尺을 가리킨다고 볼 때, "乘半" 앞에는 "三分寸二"가 떨어져나갔다고 해야 할 것이다. g)에서 원래 "七分乘尺,七十八分一"이라고 한 것은 "七分寸乘尺,七十分尺一"의 잘못이다.

3. 「산수서」와 「구장산술」 사이에 이루어진 초창기의 수학 발달

「산수서」와 「구장산술」 사이에 이루어진 수학상의 기술 혁신(innovation)에 대해서는, 이를테면,

제곱근 계산에 있어서 전자의 경우 다음과 같은 "방전(方田)" 제명 하의 문제가 보여주듯이 보간법에 의존하는 반면, 후자의 경우에는 수월하게 완답을 제시하고 있는 점이나 호시(弧矢)나 완전(宛田)과 같은 난제(難題)가 전자에서 발견되지 않는다는 점 등이 지적될 수 있을 것이다.

그러면, 먼저 「산수서」의 제곱근 계산방식에 초점을 맞춰보기로 하자.

정사각형 밭 1무의 한 변은 몇 보인가? 답: $15\frac{15}{31}$ 보.

풀이법에 따르면, 한 변이 15보일 때는 15보가 부족하고, 16보일 때는 16보가 남는다. 남는 것과 부족한 것을 더하여 나눗수로 삼고, 부족한 것을 제곱하여 남는 것의 분모로, 그리고 남는 것을 제곱하여 부족한 것의 분모로 삼아서 더한 것을 나뉨수로 삼는데, 그것의 역산은 계광술에서와 마찬가지이다. (田一畝方幾何步? 曰,方十五步三十一分步十五. 術曰,方十五步不足十五步,方十六步有徐(餘)十六步. 曰,并贏(盈),不足以爲法,不足子乘贏(盈)母,贏(盈)子乘不足母,并以爲實,復之,如啓廣之術.)

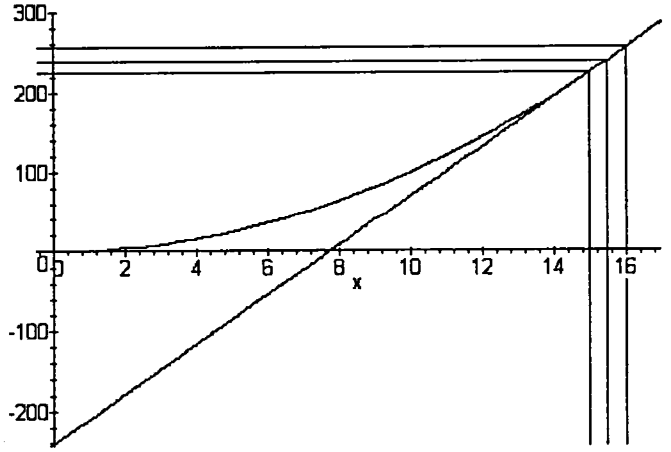
이 풀이법은 $\sqrt{240}$을 구하는 데 있어서 $240-15^2=15$이고 $16^2-240=16$이라는 점에 착안하여 소박한 보간법을 적용하자고 제안한 것이며, 그런 대로 고대 수학자들의 재치가 드러나는 대목이다. 그러나, 그 답의 역산을 취해보면, $15\frac{15}{31}$의 제곱이

$$\left(15\frac{15}{31}\right)^2=\left(\frac{480}{31}\right)^2=\frac{230400}{961}=239.7502601$$

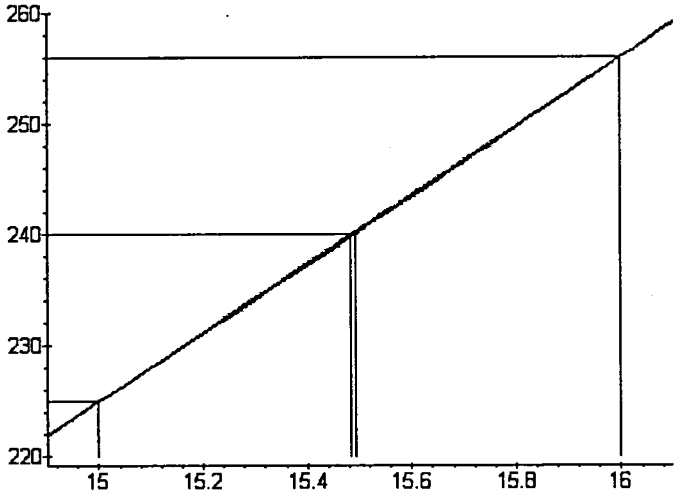
로서 240에 미치지 못한다는 것을 과연 그들이 깨닫고 있었는지에 대해서는 의심이 간다. 아무튼 「산수서」의 저자는 $x^2=240$의 해가 15와 16 사이에 있다는 것을 염두에 두고 직선추정을 시도했던 것인데, 그래프로 그의 논리를 표시하면 <그림 3>과 같다. 이 그림에서 "ㄱ"자로 꺾어진 세 평행선들의 꼭지점들은 $f(x)=x^2$의 그래프 상에 놓이는데, 각각의 좌표는, 밑에서부터 차례대로, (15, 225), ($\sqrt{240}$, 240), (16, 256)을 가리키며, 그 가운데 첫 번째와 세 번째 꼭지점을 잇는 직선의 함수는 $g(x)=31x-240$이다.

이제, 이 그래프를 특히 문제가 되는 15와 16 사이의 x 값과 관련하여 좀더 집중적으로 살펴보기 위하여, 편의상 $14.9 \le x \le 16.1$인 범위를 부각시키기로 하고, 아울러 $g(x)=240$을 만족시키는 $g(x)$ 상의 점, 즉 $(15\frac{15}{31}, 240)$에서 x축 쪽으로 수선을 덧붙이기로 하면, <그림 4>와 같은 보다 세밀한 그래프를 얻게 된다.

$y=240$를 나타내는 직선과 $g(x)$ 및 $f(x)$와의 교점들의 x 값들은, 물론, 각각 $15\frac{15}{31}$와 $\sqrt{240}$이며, 그림 중앙의 두 평행 수직선들은 바로 그 값들을 나타낸다. 소수로 나타내면, $15\frac{15}{31}$는 15.4839, $\sqrt{240}$은 15.4919이다. 그러나, 보간법을 이용한 이 같은 「산수서」의 제곱근 계산은 「구장산술」 소광장에 제시된 개방술(開方術)과 비교할 때, 엄청난 격차를 실감케 하는 것이 아닐 수 없다.3)



<그림 3> $f(x)=x^2$, $g(x)=31x-240$의 교점과 $\sqrt{240}$



<그림 4> $f(x)=x^2$, $g(x)=31x-240$ 그래프와 $\sqrt{240}$, $15\frac{15}{31}$의 관계

한편, 「구장산술」에 들어있는 호시나 완전과 같은 비교적 수준 높은 문제들이 「산수서」에서 발견

되지 않는다는 점도 두 저술 사이에 이루어진 수학 발달과 관련해서 주목해야 할 점으로 여겨진다.

4. 결 론

지금까지 우리는 최근 중국 형주시에서 발굴된 한간 「산수서」의 내용 구성과 특징을 검토하고, 「구장산술」과의 비교를 통해서 동양수학 여명기의 학문적 전통과 발달에 대해서 살펴보았다. 「산수서」는 70개에 달하는 제명 하에 서술되어 있으며, 내용 가운데에는 조화급수나 "유클리드 호제법"과 같이 「구장산술」의 그것들과 기본적으로 동일하거나 유사한 것들이 다수 발견되어 고대수학 전통의 연속성을 구체적으로 확인할 수 있게 한다. 또한, 제곱근 계산방식의 차이라든가 호시나 완전과 같이 전자에서 발견되지 않는 문제들을 통해서 「산수서」와 유휘의 「구장산술」 사이에 이루어진 수학 발달을 가늠할 수 있었다. 그러나 「산수서」 석문의 현재 상태는 서술 순서에 문제가 많고, 모호한 표현, 오독된 부분들도 상당수 있어서 앞으로 철저한 비판적 검토를 거쳐야 할 것으로 여겨진다. 이러한 자료 편집은 고고학(특히 간백연구(簡帛硏究)), 문헌학 등의 도움을 필요로 하는 만치 앞으로 관련분야 연구의 진척과 더불어 정리되어 동양 최초의 수학서인 「산수서」의 의의가 보다 본격적으로 파헤쳐지기를 기대해본다.

참 고 문 헌

웨난 (2001). 마왕퇴의 귀부인. 이익희 역. 일빛.
周一謀 (2000). 고대중국의학의 재발견. 김남일·인창식 역. 법인문화사.
차종천 (2000a). 중·고교 수학교육을 위한 산학 개방술의 효용성." 수학교육 학술지 5 pp.211-219.
차종천 역 (2000b), 九章算術·周髀算經, 범양사출판부.
차종천 (2001). 구장산술에도 유클리드 호제법 나온다, 과학동아 **182** pp.120-123.
江陵張家山漢簡整理小組 (2000). 江陵張家山漢簡「算數書」釋文, 文物 **532**, pp.78-84.
李學勤 (2001). 簡帛佚籍與學術史. 江西教育出版社.
張家山漢墓竹簡整理小組 (1985). 江陵張家山漢簡概述." 文物 **344**, pp.9-15.
彭浩 (2000). 中國最早的數學著作「算數書」, 文物 **532**, pp.85-90.
荊州地區博物館 (1985). 江陵張家山三座漢墓出土大批竹簡, 文物 **344** pp.1-8.
Euclid (1956). *The Thirteen Books of Euclid's Elements*. Trans, by Thomas L. Heath. 2nd ed. New York: Dover.

3) 「구장산술」의 개방술에 관해서는 일련의 졸고--차종천(2000a), 차종천(2000b)--를 참조.