韓國數學教育學會誌 시리즈 E
<數學教育 論文集>
제 15집, 2003. 1. 11-16.

J. Korea Soc. Math. Ed. Ser. E:
Communications of Mathematical Education
Vol. 15, Jan. 2003. 11-16.

교사 양성대학에서의 미적분학 강좌 운영

강 미 광 (동의대학교)

이 논문에서는 교사양성 대학의 미분적분학 강좌가 실생활에서 이들의 유용성을 느끼고 중등학교와 연계된 교육과정이 도기 위해서 갖추어야 할 내용과 교육공학 도구를 포함한 교수·학습 방법을 다루고자 한다.

I. 서 론

사람들이 가지고 있는 수학에 대한 보편적인 이미지는 마음이 끌리고 친숙하다는 호감보다는 어렵고 딱딱하며, 비인간적이고 차갑다는 느낌으로 알려져 있다. 이들 중에는 수학지식의 습득을 위해 투자한 많은 시간과 노력에 비해 보상이나 효용성은 미흡하다고 느끼며 자신이 나아가고자 했던 진로를 수학에 의해 좌절당하거나 방해받은 경험을 가지고 있는 사람들도 상당수 포함되어있다. 이러한 수학에 대한 부정적인 이미지는 7차 교육과정에서 수학의 위치를 많이 위축시켰고 이공계 기피현상과 교차지원 허용이라는 단어를 만드는 데 일조를 했다고 할 수 있다. 그런데 일반인들이 가지는 수학에 대한 이미지는 수학교수·학습에서 수학적 개념이 발생된 당시의 필요성이나 실생활과의 구체적인 관련성은 배제된 채, 기호와 알고리즘의 조합으로 제시되고 수학적 공식에 따른 절차적 연습만이 실행되는 학교 수학 수업에서 형성되어진다고 한다(Ernest, 1995).

그러나 수학은 인류 역사에서 기술과 과학발전의 중요한 원동력이자 세상과 우주를 이해하고 이와 관련된 문제를 해결하는데 큰 역할을 해 오고 있을 뿐 아니라 생활을 편리하게 해 주는 유용하고 기여도가 큰 학문이다. 그럼에도 불구하고 수학이 자신의 위상과 본래의 몫을 찾지 못하는 것은 그동안 수학의 본질을 살려 재미있게 가르치지 못하고, 수학의 유익함이나 수학이 가지는 아름다움을 홍보하는데 인색했던 수학교사와 수학교수에게 일부 책임이 있다고 할 수 있다.

수학교과의 신념은 자신이 어떻게 수학을 배웠는가와 밀접하다(Raymond, 1997)는 것을 고려해 볼 때 수학 교사 자신이 수학교과의 본질을 이해하고 수학을 하는 즐거움을 느껴야 하며 전반적으로 수학자체의 가치와 유용성, 아름다움을 발견할 수 있어야한다. 이러한 수학교사로부터 수학을 배워야 학생들도 긍정적인 수학적 성향이 길러질 수 있는 기회를 가질 수 있기 때문에 교사 양성대학에서 예비교사들의 교육은 정말 중요하다. 예비교사들이 대학 교육과정을 통해 교육전문가로서의 자질을 제대로 갖추기 위해서는 먼저 수학 각 영역의 내용을 심도 있게 이해하면서도 전체적인 구조하에서 서로의 관련성을 통합적으로 파악할 수 있어야 하고 초·중등학교에서의 수학 교과 내용과의 연계성

도 알고 있어야 한다. 또한 교수방법과 수학적으로 발문하는 기법(Mason, 2000), 평가와 같은 교과교육학이나 일반교육학에 관한 지식도 갖추고 있어야한다. 그리고 수학과 타 분야와의 관련성뿐만 아니라 유용성, 실생활에서 수학을 행하고 수학의 아름다움과 유용성을 찾아내고 문화로써 즐길 수 있는 수학적 기질과 성향을 계발시켜야 한다. 또한 현대의 정보와 지식기반 사회에 잘 적응할 수 있도록 수학적 사고능력의 계발에 도움이 되는 경우에는 교육공학적 도구도 적절히 활용할 줄 알고 능숙하게 다룰 수 있어야 한다.

교사양성대학 수학교육에서 '미분적분학' 과목은 학생들이 고등학교 교사로 부임했을 때 수학 I 과 수학 II, 미분과 적분 과목에 직결되는 가장 영향력이 큰 강좌이자 실제 생활에서 수학의 유용성을 가장 쉽게 체험할 수 있고 문제해결의 실용적인 면이 가장 많이 부각되는 과목이다. 또한 대학수학에서는 해석학과 벡터해석학, 미분방정식과 연계되는 현대수학의 기초이자 질서정연한 전개로 논리적인 아름다움을 보여주는 교과이기도하다. 이 논문에서는 교사양성 대학의 미분적분학 강좌가 실생활에서 이들의 유용성을 느끼고 중등학교와 연계된 교육과정이 되기 위해서 갖추어야 할 내용과 교수와 평가방법의 주안점, 적절한 곳에서의 교육공학 도구사용을 포함한 교수·학습 방법을 다루고자 한다.

II. 강좌 '미적분학 I, II' 의 운영방안

1. 강좌명

   미적분학 I , II (Calculus I, Calculus II)

2. 선수과목

   고등학교에서의 수학II, 미분과 적분의 과목

3. 강좌 소개

미분적분학은 운동과 변화의 현상을 수리적으로 연구한 수학학문의 한 분야로써 움직임이나 성장이 있는 곳, 또는 변화하는 힘이 작용하여 가속력이 생기는 자연 현상이나 실생활에서 응용력이 뛰어난 학문이다. 미분적분학의 탁월한 유용성은 극한개념의 도입으로 이루어지며, 이 강좌는 현대수학 학습에서 필수적인 무한개념- 무한대(infinity), 불가분성(indivisibility), 무한소(infinitesimal), 극한의 개념에 이르는 무한의 과정(infinite process) (전명남 2002)-을 경험하고 이해하며 접근하는 방법을 다루기 때문에 모든 영역의 수학에 기초가 되는 교과일 뿐 아니라 해석학과 미분방정식, 위상수학 강좌의 선수과목이다.

실변수 실값 함수의 극한 개념을 바탕으로 함수의 연속성과 미분, 적분이 정의되고 전개되므로 이 강좌는 고등학교에서 직관적인 방법으로 정의되었던 극한개념을 표준적인 $\varepsilon - \delta$ 방법을 사용해 엄밀하게 도입하고 이 방법을 의미 있게 이해하는 일부터 시작된다. 이 때, "가깝다"는 개념이나 두 점 사이의 거리는 나중에 다루게 될 다변수 함수와 위상공간에서의 함수로의 확장을 고려하여 속한

공간의 거리개념으로 표현하도록 한다. 그러나 ε - δ 방법을 완전히 이해하는데는 많은 시간과 노력이 요할 수 있고 그 개념은 2학년 해석학에서 자세히 다루므로 적절한 수준에서 엄밀성을 조절하도록 한다. 먼저 폐구간에서 연속인 함수에 대한 중간값 정리가 가지는 의미와 효용가치를 다루면서 함수들의 미분법과 다양한 분야에서의 도함수들의 응용방법들을 소개한다. 즉, 함수의 최대·최소와 극값, 함수의 그래프에서 오목성과 변곡점, 로피탈의 정리와 근사값 구하기 등을 이 때 다룬다. 또한 면적의 정의와 같은 구체적인 것에서 출발하여 정적분의 개념을 도입하고 미적분의 기본정리가 그의 이론적 아름다움과 유용성의 측면이 충분히 드러날 수 있도록 다룬다(한대희 1999, 박문환·민세영 2002). 다양한 적분법을 소개하고 면적과 체적, 곡선의 길이와 곡면의 면적, 일, 모멘트와 무게중심, 유체정력과 같은 곳에서 적분의 응용을 미적분학 I의 강좌에서 다룬다.

미적분학 II에서는 다항식에 의한 함수들의 근사에서 출발하여 수열과 급수의 합, 미적분학 I에서 실수값 가지는 함수에 대해 다루었던 내용을 벡터값을 가지는 함수에 확장하고 일반화시키는 내용을 다룬다. 즉, 편도함수와 방향도함수, 중적분과 그 응용에 대해 공부하고 벡터장에서의 미적분으로 선적분과 면적분을 소개하고 미적분학의 기본정리의 일반화에 해당하는 Green 정리, Stokes 정리, 발산정리들을 그들의 유용성과 함께 다루어진다.

이 강좌의 주안점은 학생들이 미분과 적분이란 실제 무엇이고 이들의 목적은 무엇인지, 미분과 적분을 계산하는 정교한 방법들이 왜 필요한지, 어떤 분야에 활용되고 어떻게 연관되는지를 이해하는데 둔다. 컴퓨터나 계산기, 그래픽 계산기와 같은 교육공학적 도구는 이론이나 응용이 강조되는 문제에서 계산적 장치로서 적절할 때나 토픽의 도입을 쉽게 할 때, 또는 정확한 2, 3차원 그래프가 필요한 경우와 같이 미적분학을 더욱 더 발전시키기 위한 경우에 적절히 활용되도록 하고 남용되어서는 안된다. 특히 이분법, 뉴우튼 방법, 수치적 적분, Taylors 다항식을 수반하는 오차의 분석과 같은 수치적 방법이나 극한의 계산에서 이러한 도구들은 현명하게 사용되어진다면 좋은 교수효과를 발휘할 것이다.

4. 목차

(1) 미적분학 I

가. 함수

나. 극한과 연속 (ε - δ 방법)

다. 도함수

라. 도함수의 응용 (평균값 정리)

마. 정적분 (미적분의 기본정리)

바. 부정적분과 역함수(로피탈정리)

사. 적분법

아. 적분의 응용

(2) 미적분학 II

가. 수열과 급수 (무한 급수와 테일러 급수)

나. 공간 벡터와 벡터 함수

다. 편도함수

라. 중적분

마. 벡터장에서의 미적분(선적분, 곡면적분, Green 정리, 발산 정리, Stokes 정리)

5. 이 강좌에 도움을 주는 참고 문헌

가. 수학의 위대한 순간들, Howard Eves 지음, 허민 · 오혜영 옮김, 경문사, 1994.

유명한 수학적 결과에 대한 역사적 배경과 수학자들의 일화, 옛 수학자들이 수학을 연구하는 방법, 수학적 개념이나 사고의 발달과정을 다루고 있다.

나. 수학: 양식의 과학, Keith Devlin 지음, 허민 · 오혜영 옮김, 경문사, 1996.

수학을 "양식의 과학(science of patterns)"이라 정의하고 이러한 관점에서 수학의 주요영역에 대한 연구를 유도하는 양식들을 탐구하고 양식의 아름다운과 유용성을 찾아내는 방법을 설명하고 있다.

다. 문명과 수학, Richard Mankiewicz 지음, 이상원 옮김, 김홍종 감수, 경문사, 2002

수학은 인류 역사에서 기술발전의 중요한 원동력이자 인류 문화 발전의 주역이 되어왔음을 명료한 설명과 인상적인 그림, 사진을 통해 보여준다.

라. 과학의 양심선언, L. Stevenson and H. Byerly 지음, 이상빈 옮김, 10101, 1998.

사회에서의 과학의 역할을 역사적으로 통찰하고 과학사에 나타난 다양하고 매력적인 에피소드와 더불어 자연계에 존재하는 수학적 양상을 소개하고 있으며 과학과 가치관의 상관관계를 철학적인 관점에서 조명하고 있다.

마. Principia, 프린키피아(1권-3권), Issac Newton, 이무현 옮김, 교우사, 2000.

미적분을 발견한 뉴우튼의 유율과 극한에 대한 생각과 그의 이론을 알아볼 수 있는 책으로 물체들의 움직임에서의 운동법칙, 태양계의 구조와 운동을 다루고 있다.

바. 생활속의 수학, Sherman K. Stein 지음, 황우형 · 조향감 옮김, 교우사, 2000.

수학의 실용적 필요성과 영향력을 생활의 여러 가지 상황에서 다루고, 수학교육의 역사적 변천의 고찰을 통해 학교수학의 방향을 구체적으로 제시하고 있다.

사. 미적분에 강해진다, 사바타 도시오 지음, 임승원 옮김, 전파과학사, 1995.

미적분이란 무엇인가? 라는 물음에 대한 저자의 반성적 고찰이다.

아. 미분적분학 I, II의 교재로서의 참고 문헌들

① Robert Ellis and Denny Gulick, Calculus with Analytic Geometry, 5th edition, 미분적분학과 해석기하학, 수학교재편찬위원회 역, 청문각, 1998.

② George F. Simmons, 2nd edition Calculus with Analytic Geometry, 미적분학과 해석기하, 고

석구외 16명 역, 경문사, 2000 .

6. 이 강좌의 교수·학습 방법 및 운영방안

가. 7차 교육과정에서 수학II나 미분과 적분을 배우지 않은 학생은 미적분을 한번도 접한 적이 없으므로 따로 강좌의 시간을 마련하거나 조교를 이용하는 교수·학습방법, 또는 이들도 이해시킬 수 있는 적정한 수준의 강의가 이루어져야 한다.

나. 지금 다루고 있는 수학적 개념의 발생과 발달과정을 역사적으로 고찰하고 어디에 필요한지를 인식함으로서 항상 목적의식과 유용성을 깨닫게 하고 다양한 분야에서의 활용을 예나 연습문제를 통해 접하도록 한다. 예를 들면, 미적분은 문제상황에서 물리와 연관하여 발전되었기 때문에 극한이론의 바탕 위에서 논리적 순서로만 전개할 것이 아니라 속도-거리, 곡선 아래의 넓이, 회전체의 부피와 관련된 역사 발생적 문제상황을 도입하는 것도 감안되어야 한다.

다. 미적분학은 유용성뿐만 아니라 논리적인 교과의 가장 멋진 표본이므로 순서적인 전개 방법에서 논리적 아름다움을 느낄 수 있고, 이들 결과의 깊이에서 형태와 응집의 미를 찾을 수 있는 혜안을 가지게 한다.

라. 미적분학의 기본정리가 가지고 있는 이론적 아름다움(독립된 미분과 적분이 서로 역조작의 관계로 연결시킨 것)과 실용적인 유용성(구분구적법에 의해 구하던 복잡한 문제가 아주 단순한 문제로 변환)의 가치를 충분히 느끼고 활용하도록 지도하고 역사적인 발달과정도 살펴보도록 한다.

마. 실생활에서 수학을 느끼도록 실생활 문제상황을 많이 다룬다. 그러나, 거기에서 파생된 문제는 비합리적일 정도로 계산 과정이나 대수적 문제가 복잡할 수 있으므로 계산기나 컴퓨터의 소프트웨어를 적절히 사용하도록 한다.

바. 학생들의 이해를 돕기 위해 수학적 개념이나 이론을 여러 가지 방향에서 해석하고 접근방법을 교육공학을 이용하여 다양화한다. 예를 들면, 미분계수 도입 시에 극한 방법 외에도, $\varepsilon - \delta$ 방법, Leibniz의 전통적인 무한소 방법, Robinson의 비표준 해석학의 현대적 무한소 방법이라든지 컴퓨터를 이용한 수치적 방법이나 컴퓨터의 그래프를 이용한 방법, 극한 단어의 사용 없이 image를 써서 도입하는 방법(Okabe, 1994) 등과 같이 다양하게 접근해 가는 지도방법들을 소개하도록 한다.

아. 이 강좌는 기본 개념과 기술적인 용어, 정리들이 명확하고 엄밀하게 서술되는 형식적인 전개방식이 중요하지만 학생들이 잘 이해할 수 있도록 직관적이고 비형식적인 방법의 지도도 중요하므로 적절히 조화를 이루도록 한다.

자. 이 강좌는 기초계산 능력과 문제해결능력이 중요하므로 충분한 연습시간이 주어져야하나 교과과정 운영상 불가할 수도 있으므로 연습문제 풀이에서도 소그룹 학습을 권장한다.

7. 평가와 평가 문항의 예

강의시간에 비해 소화해야할 양이 많으므로 소그룹별 학습이나 퀴즈를 자주 활용한다. (중간평가

30%, 기말평가 30%, 퀴즈 15%, 독후감과 연습문제 15%, 출석 10%)

가. 유명한 정리들이 가지는 의미와 활용영역을 인식하게 한다.

예:. 미적분학의 기본정리를 쓰고 이 정리가 지니는 의미를 서술하시오.

나. 실생활에서 수학을 발견하고 수학을 하는 생활태도를 습관화한다. (예: 신문에서 수학과 관련된 기사를 찾아 어떻게 수학개념과 연관되어 있는지를 분석하시오.)

다. 미적분학이 가지는 논리 정연한 아름다움과 전개의 질서를 느낄 수 있게 한다.

(예; 배운 목차를 순서대로 나열하고 각 장의 연계성을 서술하시오.)

라. 수학적 개념의 역사적 발생 배경과 필요성을 인식시키도록 한다.

(예: 적분 개념의 발생과 역사적 발달과정에 대해 논하시오.)

마. 현대수학에서 필수적인 무한개념을 발달시키고 다루는 방법을 이해하고 익히도록 한다. (예: 미분과 적분에서 사용된 무한개념의 차이를 분석하고, 무한급수의 합을 어떻게 정의하고 계산하는지에 대해 논하시오.)

참 고 문 헌

박문환 · 민세영 (2002). 역사발생적 관점에서 본 미적분지도, 대한수학교육학회지 <학교수학> **4(1)**, pp.49-62.

전명남 (2002). 무한개념의 이해와 반성적 추상, 한국수학교육학회지 시리즈 E <수학교육 논문집>, 13, pp.655-691.

한대희 (1999). 미적분학의 기본정리에 대한 역사-발생적 고찰, 대한수학교육학회지 수학교육학연구 **9(1)**, pp.217-228.

Ernest P. (1995). *Values, gender and images of mathematics: a philosophical perspective*, Int. J. Math. Educ. Sci. Techol., **26(3)**, pp.449-462.

5. Raymond, M.A. (1997). Inconsistency between a beginning elementary school teacher's mathematics beliefs and teaching practice, *Journal for Research in Mathematics Education* **28(5)**, pp.550-576.

6. Okabe T. (1994). *Illustrated Introduction to Calculus*, Kodansha.