韓國數學敎育學會誌 시리즈 E
<數學敎育 論文集>
제 16집, 2003. 8. 331-344.

J. Korea Soc. Math. Ed. Ser. E
Communications of Mathematical Education
Vol. 16, Aug. 2003. 331-344.

예비 초등교사의 덧셈과 뺄셈에 관한 교과 지식과 교수학적 지식

이 종 욱 (한국교원대학교 대학원)

본 연구의 목적은 예비 초등교사의 덧셈과 뺄셈에 대한 교과 지식과 교수학적 지식이 어떠한가를 알아보는 것이었다. 29명의 예비 초등교사가 연구에 참여하였으며 자료는 개방형 답을 하는 질문지를 사용하여 수집하였다. 분석결과 예비 초등교사들은 문장제에서 의미론적 구성과 합병과 구차의 상황에 대한 이해에 어려움을 가지고 있는 것으로 나타났다. 교수학적 방법에서는 알고리즘에 의한 설명 방법을 주로 사용하였으며 뺄셈을 설명하는데 몇 가지 오개념을 보였다. 이 결과는 앞으로 초등교사양성대학의 프로그램 개발과 운영에 기초가 될 것이다.

Ⅰ. 서 론

1. 연구의 필요성 및 목적

교사로서 수학을 가르칠 때 항상 생각하는 것 중의 하나는 “어떻게 하면 수학을 잘 가르치는가”라는 것이다. 이 물음에 대한 한 답으로 사범대학이나 교육대학의 교육과정이 구성되는데 그것은 주로 두 가지 영역으로 구분할 수 있다. 하나는 수학 그 자체, 즉 수학 내용에 대한 것이고 다른 하나는 가르치는 방법, 즉 교수법에 대한 것이다.

잘 가르치기 위해서는 당연한 말이겠지만 먼저 가르치는 사람이 잘 알고 있어야 할 것이다. 교사가 알고 있는 지식은 교실에서 이루어지는 여러 활동에 가장 큰 영향력을 미치기 때문에 학생들이 수학을 학습하는 것을 돕기 위해 교사가 알아야 할 것들이 요구된다.

수학을 가르치는 교사가 갖추어야할 지식을 일반적으로 요약하면 먼저 교사는 무엇보다도 수학 그 자체에 대해 완벽하게 알고 있어야 한다. 수학에 대한 교사 지식의 한계는 학생들이 개념적으로 이해하는데 한계를 가지게 된다. 다음으로 수학교사는 학생의 수학학습에 대한 지식을 가져야 할 것이다. 교수·학습 활동은 어느 한편의 일방적인 과정이 아니라 상호작용적 과정이기 때문에 학습자에 대한 충분한 이해는 교수활동을 보다 긍정적으로 변화시킬 것이다. 마지막으로 수학교사는 자기가 알고 있는 수학내용에 대해 아동의 상황에 적절하게 가르치는 효과적인 방법에 대한 지식을 가져야 할 것이다. 수학을 잘 안다는 것과 잘 가르친다는 것은 별개의 문제이기 때문에 교사에게는 가르치는 방법에 대한 지식이 중요하게 요구된다.

교사 지식의 중요한 요소 중의 하나인 수학에 대한 지식을 생각해 볼 때, 예비 초등교사들은 일반적으로 초등수학의 내용을 잘 알고 있으며 충분히 가르칠 수 있다고 생각하는 것 같다. 그러나 Ma (1999)의 연구에서는 미국의 초등학교 수학교사의 기초지식이 깊지 않음을 밝히고 있으며 이는 우리의 초등학교 현실과 크게 다르지 않다고 본다. 이와 같은 생각에서 예비교사들이 수학에 대한 충분한 이해를 가지고 있지 않음을 유추할 수 있으며 이들을 위한 프로그램이 새롭게 구성되어야 함을 시사받을 수 있다.

지금까지의 교사교육에 대한 연구는 주로 교사의 신념에 대한 연구(박종서, 박해순, 2000; 김시년, 1999; 이종연, 이상백, 1998; 최승현, 1997)가 상대적으로 많이 이루어졌으며, 교사교육의 실태에 대한 연구(이상건, 1998; 정창현외, 1994)와 교직수학에 대한 연구(정은실, 박교식, 1999) 등으로 구분할 수 있으며 구체적으로 수학교사의 교과내용 지식에 대한 연구로는 서관석, 전경순(2000)의 예비 초등교사의 분수 연산에 관한 지식에 대한 연구와 김원경, 김용대(2002)의 함수 개념과 관련한 교사의 수학적 지식에 대한 연구가 있다. 이는 교사교육 연구에 있어서 아직까지는 다양한 측면에서의 연구가 이루어지고 있지 않으며 수학 교육과정 개발이나 교수방법 개발을 위하여 특히, 수학교사의 교과내용 지식에 대한 연구가 더욱 필요함을 나타내어 주고 있다.

따라서 본 연구에서는 수학교사의 교과내용 지식에 대한 연구의 선행연구로서 예비 초등교사의 수학내용에 대한 지식 중에서 가장 기초적인 부분이라고 할 수 있는 초등수학의 덧셈과 뺄셈에 대한 지식 수준이 어떠한가를 밝혀볼 것이다. 또한 이를 분석하여 초등예비교사들을 위한 교사양성대학 교육과정개발의 방향 제시에 필요한 몇 가지 제언을 할 것이다.

Ⅱ. 이론적 배경

1. 교사의 교과지식과 교수학적 지식

교사가 가져야 하는 지식은 복합적이고 기능적인 지식이기 때문에 한 마디로 말하기는 어렵지만 이에 대해 Shulman(1986)은 세 가지 지식 즉, 교과 지식(Subject Matter Knowledge; SMK), 교수학적 지식(Pedagogical Content Knowledge; PCK), 교육과정 지식(Curricular Knowledge; CK)으로 구별함으로써 교사 지식의 이해에 대한 틀을 마련하였다.

교과 지식을 생각할 때 수학에 대한 지식은 분명히 수학을 가르치는데 가장 필수적인 것이다. 교사의 수학에 대한 지식을 측정할 때 대학이나 연수기관에서 이수한 학점수와 관련짓는 경향이 있는데 이는 수학교사의 지식에 대해 의미있는 정보를 제공하지 못하고 있다. 교과 지식은 특별한 내용 영역에 대한 지식이다. 초등교사는 특히 덧셈, 뺄셈, 곱셈, 나눗셈의 연산 영역에 대한 바른 지식을 가져야 한다. 아마 예비 초등교사들은 이들 영역에 대한 충분한 지식을 가지고 있다고 생각할 것이다. 초, 중, 고의 수학 내용을 충분히 알고 있고 초등학교 문제는 그 답을 잘 구할 수 있다고 생각한

다. 그러나 분수의 나눗셈에 대한 초등 예비교사들의 지식을 분석해 보았을 때 결과는 예비 초등교사들이 가지고 있는 분수의 연산이라는 수학적 내용에 대한 교과내용지식이 매우 취약함을 시사하고 있다(서관석, 전경순, 2000). 분수의 나눗셈에서 예비 교사들은 주로 절차적 지식에 의존하여 문제를 해결하였으며 분수의 개념에 대한 바른 이해가 부족하다는 것을 알 수 있었다.

뺄셈 영역에 대한 교사들의 지식을 분석해 보았을 때, 대부분의 미국교사들은 겉보기에는 개념적인 이해를 하고 있는 것 같아 보였지만 사실은 오류가 많았으며 뺄셈의 계산법과 직결되는 지식을 가지고 있는 것으로 나타났다(Ma, 1999).

특정 영역에 대한 교과 지식을 가지고 있다는 말은 그 내용에 대한 절차적 지식과 개념적 지식을 동시에 가지고 있다는 것이다. 개념적 지식이라는 것은 수학의 내용에 대한 충분한 이해를 바탕으로 하고 있으며 이러한 이해는 각 주제의 관계에 대한 망 즉, 지식꾸러미가 서로 연결되어 있음을 의미한다. 분명히 개념적 이해를 가지고 있는 교사와 그렇지 못한 교사 사이에는 지식꾸러미에서 차이가 있을 것이며 이 차이는 교수 실제의 차이를 가져올 것이다.

지식 꾸러미에서 중요한 개념은 핵심지식으로 이것은 브루너가 말한 "교과의 구조"에 해당된다. 나선형 교육과정의 핵심은 이러한 학자의 눈 즉 학문하는 방법에 대한 학습이라면 이런 것이 바로 교과 지식의 핵심이 될 수 있다.

교사의 교수학적 지식은 교사의 독특한 지식의 한 유형으로 수학자와 수학교사를 구분짓는 지식이기도 하다. 이는 교사가 학교 상황에서, 특별한 학생을 가르치기 위해 가르치는 방법에 대한 지식을 가르치는 내용에 대한 지식과 연관시키는 것과 관련된다.

PCK에 대해 Carpenter et al.(1988)은 다음과 같이 말했다.

학생들이 어떤 주제에 가져오는 개념적 절차적 지식에 대한 지식, 주제에 대한 오개념에 대한 지식, 주제에 대해 거의 이해하지 않는 상태에서 완전히 이해하는 상태로 변화할 때 거치게 될 것 같은 전략에 대한 지식을 포함한다. 그것은 또한 학생의 이해를 평가하고 오개념을 진단하는 기술에 대한 지식, 학생들이 학습하는 것을 이미 소유한 지식에 연결시킬 수 있도록 하기 위해 사용하는 교수 전략에 대한 지식, 그리고 학생들이 전개한 오개념을 제거하기 위한 교수 전략에 대한 지식을 포함한다(p.386).

가르치는 과정에서 필요한 것은 교사가 자신이 알고 있는 교과 지식을 수업의 각 상황에 맞게 적절하게 변형시키는 방법이다(Shulman, 1986). 예비 초등교사들이 가지고 있는 지식은 PCK에서 보았을 때 SMK보다 더 상황이 어려울 수 있다. PCK는 교육경험의 기간에 영향을 많이 받을 수 있으며 SMK와 PCK 사이에도 서로 영향을 줄 수 있다. 따라서 수학교과의 내용에 대한 지식뿐만 아니라 교수학적 지식의 형성은 예비 초등교사들이 교육현장의 교육 실제을 준비하는 과정에서 중요한 부분이 된다.

2. 자연수의 덧셈과 뺄셈에 대한 개념

(1) 아동의 문제해결에 대한 지식

Carpenter et al.(1999)이 제시하는 아동의 사고와 문제해결에 대한 교사의 교수학적 지식은 아동이 각각 다른 문제를 해결할 때 사용하는 과정에 중점을 둔다. 덧셈과 뺄셈에 대한 개념은 의미론적으로 각기 다른 문제를 구별짓는 언어의 유형을 분석하는 것에 있으며 문제는 문장구조에서 약간의 차이로 여러 가지 범주로 나눌 수 있다. 그러나 대부분의 문제는 <표 1>과 같이 몇 가지 범주로 나눌 수 있다.

<표 1>의 첨가와 구잔 문제는 분명한 행위가 포함되어 있으나 합병과 구차 문제는 정적인 관계를 가진다. 합병은 부분과 전체의 관계를 구차는 두 집합의 비교를 포함한다. 문제들 사이의 이런 구별은 아동의 해에서 나타난다. 초등학교 입학 초기에 대부분의 아동들은 문제의 구조와 어떤 관계를 가지는 덧셈과 뺄셈 문제를 해결하기 위해 비형식적 모델링과 계산 전략을 사용한다. 덧셈과 뺄셈에 관하여 비교적 간단한 한자리수 문제에서, 아동들은 직접적인 활동으로 해를 구한다. 그들은 문제의 각 양을 표현하기 위해 손가락이나 물리적 대상을 사용해야 한다. 예를 들어, <표 1>의 문제2를 해결하기 위해, 5개 물건을 놓고 전체가 13개가 될 때까지 더 더한다. 그리고 더한 물건의 수를 계산한다. 문제4를 해결하기 위해, 13개의 물건을 만들고, 5개를 제거하고, 나머지 것을 계산한다. 문제9는 두 집합을 서로 대응시키고 대응되지 못한 원소를 계산하여 해결할 수 있다.

<표 1> 문장제의 범주(출처: Carpenter et al., 1999, p.12)

유형	문제		
첨가	(결과 미지) 1. 영희는 5개의 구슬을 가지고 있다. 철수가 영희에게 8개의 구슬을 더 주었다. 영희는 모두 몇 개의 구슬을 가지고 있는가?	(가수 미지) 2. 영희는 5개의 구슬을 가지고 있다. 모두 13개의 구슬을 가지기 위해 몇 개를 더 얻어야 하는가?	(피가수 미지) 3. 영희는 몇 개의 구슬을 가지고 있다. 철수가 5개의 구슬을 더 주었다. 지금 영희는 13개의 구슬을 가지고 있다. 영희는 몇 개의 구슬을 처음에 가지고 있었는가?
구잔	(결과 미지) 4.영희는 13개의 구슬을 가지고 있다. 영희는 5개의 구슬을 철수에게 주었다. 영희는 몇 개의 구슬을 가지고 있는가?	(감수 미지) 5.영희는 13개의 구슬을 가지고 있었다. 영희는 철수에게 몇 개를 주었다. 지금 영희는 5개의 구슬이 있다. 영희는 몇 개를 철수에게 주었는가?	(피감수 미지) 6. 영희는 몇 개의 구슬을 가지고 있었다. 영희는 철수에게 5개를 주었다. 지금 영희는 8개의 구슬을 가지고 있다. 영희는 처음에 몇 개의 구슬을 가지고 있었는가?
합병	(전체 미지) 7. 영희는 5개의 구슬과 8개의 구슬을 가지고 있다. 그녀는 모두 몇 개의 구슬을 가지고 있는가?	(부분 미지) 8. 영희는 13개의 구슬을 가지고 있다. 5개는 빨간색이고 나머지는 파란색이다. 영희는 몇 개의 파란 구슬을 가지고 있는가?	
구차	(차의 미지) 9. 영희는 13개의 구슬을 가지고 있다. 철수는 5개의 구슬을 가지고 있다. 영희는 철수보다 몇 개의 구슬을 더 가지고 있는가?	(비교량 미지) 10. 철수는 5개의 구슬을 가지고 있다. 영희는 철수보다 8개를 더 가지고 있다. 영희는 몇 개의 구슬을 가지고 있는가?	(관계항 미지) 11. 영희는 13개의 구슬을 가지고 있다. 영희는 철수보다 5개를 더 가지고 있다. 철수는 몇 개의 구슬을 가지고 있는가?

아동의 문제해결 전략은 바로 세기와 거꾸로 세기와 같은 세기 전략을 사용하면서 더욱 추상적이 된다. 예를 들어, <표 1>의 문제2를 해결하기 위해, 세기 전략을 사용하는 아동은 5개의 대상을 구성할 필요가 없다는 것을 인식하고 대신 5부터 13까지 계산되는 수를 쫓아가면서 세게 될 것이다.

(2) 교육과정 위계에 대한 지식

수 개념 형성을 위한 학습활동은 주로 세어 보기, 수로 나타내기, 수로 나타낸 수만큼 그림 또는 구체물로 나타내기, 수의 합성과 분해, 수 계열, 수의 크기 비교의 순서로 이루어진다. 특히, 수의 합성과 분해는 합이 9이하인 덧셈, 10의 보수, 받아올림이 있는 덧셈의 기초가 되며 이것은 마찬가지로 9이하인 수의 뺄셈, 10-(몇), 받아내림이 있는 뺄셈을 학습하기 위한 기초가 된다. 예를 들어 11= 10+1= (9+1)+1= 9+2라는 수의 합성과 분해는 21-9= 10+(9+2)-9가 되는 수의 재배열을 구성하는 밑바탕이 된다.

세기 활동을 통해 10을 학습하고 나면 십진법의 원리인 10씩 묶기를 학습하며 자리값의 개념을 도입한다. 이 활동에서 10개의 1을 1개의 10과 교환하는 활동은 받아올림과 받아내림의 기초가 된다. 십진법 체계에 따라 합이 11이상이며 18이하인 받아올림이 있는 덧셈은 가수를 분해하는 방법과 피가수를 분해하는 방법으로 나누어진다. 예를 들어 6+9의 계산에서 피가수 6에 4를 합하여 10으로 만들기 위하여 가수 9를 4와 5로 분해하는 방법과 가수 9에 1을 합하여 10으로 만들기 위하여 피가수 6을 5와 1로 분해하는 방법이 있다. 이후 큰 수의 덧셈은 결국 받아올림이 있는 덧셈의 연속적이므로 이 부분의 학습은 매우 중요하다.

받아내림이 있는 뺄셈은 10이상이며 18이하인 수에서 한자리수를 빼는 경우로 감감법과 감가법이 있다. 예를 들어 13-9의 계산에서 피감수 13에서 낱개인 3을 먼저 빼고 나중에 나머지 6을 빼기 위하여 감수인 9를 3과 6으로 분해하여 두 번 빼는 방법이 감감법이며 피감수 13은 10개씩 1묶음과 낱개 3개이므로 감수 9를 10에서 먼저 빼고 나중에 낱개 3을 더하기 때문에 감가법이 된다. 큰 수의 뺄셈도 결국에는 받아내림이 있는 뺄셈의 연속이므로 이 과정이 뺄셈의 핵심지식이 된다.

(3) 뺄셈에 대한 잘못된 개념

Ma(1999)가 지적하는 뺄셈에 대한 교사의 교과 지식에서 문제점을 간단히 살펴보자. 세기 활동을 통해 10개씩 묶는 십진기수법 체계를 확립하면서 덧셈의 원리가 도입되고 이것은 그대로 뺄셈에서 역연산의 개념으로 제시될 수 있다. 그러나 문제는 이렇게 묶어세기의 역연산으로서 풀기가 이루어지면 되는데 많은 교사들은 이 풀기 활동이 아니라 빌려오기라는 용어를 사용한다는 것이다. 예를 들면 "21-9의 뺄셈에서 1에서 9를 뺄 수 없으니까 십의 자리에서 10을 빌려온다"는 표현을 사용하게 된다. 그러나 이것은 몇 가지 점에서 잘못된 개념이다.

첫째, "1에서 9를 뺄 수 없다"는 것은 수학적으로 틀린 명제이다. 작은 수에서 큰 수를 빼는 방법은 정수의 연산에서 충분히 가능하다. 비록 초등학교에서 배우지 않더라도 잘못된 개념을 강조하는 것은 장래 학습에 장애가 될 것이다.

둘째, 피감수를 각각 독립된 두 부분으로 분리해서 다루는 것은 수학적 오해를 낳는다. 21이라는 수는 10씩 2묶음과 낱개 1개의 두 부분으로 구성되어 있는 것이지 독립된 2와 1의 두 수로 구성된 것이 아니다. 그런데 1에서 9를 뺀다는 것은 1을 21의 다른 한 부분으로 인식하는 오해를 줄 수 있다.

셋째, "빌려오기"라는 설명도 잘못된 개념이다. 십진기수법의 10개씩 묶기는 뺄셈에서는 이렇게 묶은 것을 다시 풀어서 "감감법"이나 "감가법"에 의한 뺄셈이 이루어져야 한다. 즉, 빌려오기라는 개념은 재배열의 개념을 왜곡시킬 수 있다.

Ⅲ. 연구방법

1. 연구대상

본 연구에서는 예비 초등교사의 수학적 지식의 실태를 알아보기 위해 연구자가 강의하고 있는 부산교육대학교 2학년 학생들(29명)을 대상으로 연구를 수행하였다. 자료수집 시기에 학생들은 수학교육의 이론을 학습하는 수학과 교수법 강의를 수강하고 있었으며 이 강좌는 교육대학 교육과정 중 전공필수 강좌이다. 수학과의 내용에 대한 강의를 수강하지 않은 상태이기 때문에 표집은 일반적인 예비 초등교사를 대표한다고 볼 수 있다.

2. 자료수집 절차와 도구

연구를 위한 자료수집은 두 부분으로 이루어진 지필검사로 이루어졌다. 이 검사의 목적은 다음의 질문에 답하기 위한 것이다.

① 예비 초등교사의 덧셈과 뺄셈 문장제에 대한 지식은 어떠한가?

② 예비 초등교사는 덧셈과 뺄셈을 어떻게 가르치겠는가?

먼저 덧셈과 뺄셈에 맞는 문장제를 기술하는 개방형 문제를 제시하고 다음으로 덧셈과 뺄셈을 어떻게 가르치는가를 묻는 개방형 문제를 제시하였다. 연구는 2003년 1학기에 수행되었으며. 3월과 4월 동안 수학교육의 제 이론에 대한 강의가 있었으며 5월 초 연구자의 감독 아래 40분간 지필검사를 실시하였다.

3. 문제

자료수집의 1단계에서는 예비 초등교사들이 덧셈과 뺄셈 문장제를 어떻게 구성하는가를 알아보는 것이 목적이었다. 이 단계에 포함된 문제의 유형과 평가하는 지식은 다음 <표 2>와 같다.

<표 2> 문제유형과 평가하는 교과지식

문제유형	평가하는 교과지식
결과 미지의 덧셈	·결과 미지의 덧셈 상황을 문장제로 나타낼 수 있는가? ·결과 미지의 덧셈 상황에서 첨가와 합병의 상황을 구별할 수 있는가?
가수 미지의 덧셈	·가수 미지의 덧셈 상황을 문장제로 나타낼 수 있는가? ·가수 미지의 덧셈 상황에서 첨가와 합병을 구별할 수 있는가?
결과 미지의 뺄셈	·결과 미지의 뺄셈 상황을 문장제로 나타낼 수 있는가? ·결과 미지의 뺄셈 상황에서 구잔과 구차를 구별할 수 있는가?
감수 미지의 뺄셈	·감수 미지의 뺄셈 상황을 문장제로 나타낼 수 있는가? ·감수 미지의 뺄셈 상황에서 구잔과 구차를 구별할 수 있는가?

문제유형과 평가하는 지식에 따라 학생들은 다음의 문제에 답하였다.

1-① 5+8=□에 의해 해결되는 문장제를 적으시오.

②위와 다른 상황으로 5+8=□에 의해 해결되는 문장제를 적으시오.

2-① 6+□=11에 의해 해결되는 문장제를 적으시오.

② 위와 다른 상황으로 6+□=11에 의해 해결되는 문장제를 적으시오.

3-① 13-4=□에 의해 해결되는 문장제를 적으시오.

② 위와 다른 상황으로 13-4=□에 의해 해결되는 문장제를 적으시오.

4-① 15-□=9에 의해 해결되는 문장제를 적으시오.

② 위와 다른 상황으로 15-□=9에 의해 해결되는 문장제를 적으시오.

자료수집의 2단계에서는 예비 초등교사들이 덧셈과 뺄셈을 어떻게 가르치는가를 알아보는 것이었다. 이 단계에 포함된 문제의 유형과 평가하는 교수학적 지식은 <표 3>과 같다.

<표 3> 문제유형과 평가하는 교수학적 지식

문제유형	평가하는 교수학적 지식
받아올림이 있는 가로 덧셈	절차적 지식과 개념적 지식이 어떻게 표현되고 있는가를 평가하며 구체물, 알고리즘, 실생활 상황, 기호적 표상 등을 어떻게 사용하는가를 알아본다.
받아올림이 있는 두자리수의 세로 덧셈	세로 덧셈과 가로 덧셈에서 가르치는 방법에 차이가 있는가를 알아본다.
받아내림이 있는 가로 뺄셈	절차적 지식과 개념적 지식이 어떻게 표현되고 있는가를 평가하며 구체물, 알고리즘, 실생활 상황, 기호적 표상 등을 어떻게 사용하는가를 알아본다.
받아내림이 있는 두자리수의 세로 뺄셈	세로 덧셈과 가로 덧셈에서 가르치는 방법에 차이가 있는가를 알아본다.

<표 3>의 기준에 따라 학생들은 다음의 문제에 답하였다.

5-① 13+8을 학생에게 어떻게 설명하겠는가?

② $\begin{array}{r} 65 \\ +\ 27 \\ \hline \end{array}$ 을 학생에게 어떻게 설명하겠는가?

6-① 60-28을 학생에게 어떻게 설명하겠는가?

② $\begin{array}{r} 42 \\ -\ 25 \\ \hline \end{array}$ 을 학생에게 어떻게 설명하겠는가?

Ⅳ. 결과분석

1. 예비 초등교사들의 덧셈과 뺄셈 문장제에 대한 교과지식

덧셈과 뺄셈 문장제에 개방적 답을 하는 질문지를 사용했을 때, 문제 1-①, 2-①, 3-①, 4-①에 대부분의 학생들은 문제에 적합한 문장제를 제시하는 것으로 나타났다. 그러나 각 문항의 두 번째 질문에서 첫 번째와 다른 상황에 맞는 문장제를 제시하라고 했을 때 대부분은 같은 상황을 제시하는 경향을 보였다. 구체적인 결과는 다음과 같다.

1-①문제에서 5+8=□에 의해 해결되는 문장제 제시에 대해 29명의 예비 초등교사 모두가 적절한 문장제를 제시하였으며 이 중 25명은 첨가의 상황을 제시하였고 4명은 합병의 상황을 제시하였다. 이로부터, 예비 초등교사들은 전체의 84% 정도가 결과 미지의 덧셈 상황을 행위가 수행되는 첨가의 상황으로 인식하고 있으며 두 부분을 합하여 전체의 상황을 구하는 합병의 상황에는 익숙해 있지 않음을 알 수 있다.

1-①과 다른 상황의 문장제를 제시해야하는 1-②문제에서는 27명이 결과 미지의 덧셈 상황에 맞는 답을 하였으며 2명이 문제를 해결하지 못했다. 그러나 적절한 답을 제시한 학생들 중에서 17명은 1-①과 같은 상황을 제시하였으며 9명만이 각각 다른 상황을 제시할 수 있었다. 결국 전체의 31%만이 첨가와 합병의 상황을 구분하고 있었다.

6+□=11에 해당되는 문장제를 제시해야하는 2-①문제에서 26명은 적절한 답을 하였으며 3명은 틀린 답을 제시하였는데 이들은 모두 "영수는 어제 사탕을 한 봉지를 사서는 6개를 꺼내서 먹었습니다. 사탕봉지에는 11개의 사탕이 들어있었습니다. 봉지 안에 남은 사탕은 모두 몇 개일까요?"와 같은 뺄셈 상황을 제시하였다. 그러나 적절한 답을 제시한 학생들을 좀 더 자세히 살펴보면 문제에 제시된 순서와 정확하게 일치하는 문장을 제시한 학생은 10명이었으며 이들은 모두 첨가 상황을 제시하였다. "오늘 학교에서 11명이 결석을 하였다. 몸이 아파 결석을 한 아이는 6명이다. 그렇다면 다른 이유로 결석을 한 아이는 몇 명인가?"와 같이 문제에 제시된 문장순서를 뒤바꾼 학생은 16명이었다. 이들 중 1명만이 합병의 상황을 제시하였으며 나머지는 모두 첨가의 상황을 제시하였다. 이로부터, 전

체의 34% 정도가 문제에 제시된 순서와 정확하게 일치하는 문장제를 제시할 수 있었으며 55%정도는 상황을 이해하나 문제의 순서와 일치하지 않는 문장을 기술하였음을 알 수 있다.

2-②문제에 대한 반응에서 정답을 맞춘 학생은 23명이었으며 오답을 한 학생은 6명이다. 오답자 중 1명은 답을 하지 않았으며 5명은 뺄셈 상황을 제시하였다. 그러나 2-①의 문제 상황과 다른 상황을 제시한 학생은 5명이었다. 같은 상황을 제시한 학생은 18명이었으며 이들은 모두 첨가의 상황을 제시하였다. 바르게 답한 학생들 중 문제의 순서와 맞는 문장구조를 제시한 학생은 7명이었으며 16명은 순서가 맞지 않았다. 이렇게 볼 때, 전체의 24% 정도가 문제에 제시된 식의 순서와 일치하는 답을 하였고 55%는 상황은 이해를 하고 있지만 식의 순서와 일치하지 않았음을 알 수 있다.

결과적으로 전체의 17%만이 가수 미지의 덧셈문제에서 첨가와 합병의 상황을 구분할 수 있었다. 그리고 결과 미지의 상황과 비교해 보았을 때 첨가와 합병의 상황을 구분하는 비율이 낮았으며 식의 순서와 일치하지 않는 반응도 훨씬 더 많았음을 알 수 있다.

13-4=□에 의해 해결되는 문장제를 제시해야 하는 3-①문제에서 모든 학생이 적절한 문장제를 제시하였으며 특이한 것은 이들 모두가 구잔의 상황을 제시하였다는 것이다. 이를 볼 때, 예비 초등교사들은 결과 미지의 뺄셈 상황에서 두 집합을 서로 비교하는 구차의 상황보다는 행위가 수행되는 구차의 상황에 익숙해져 있음을 알 수 있다. 다시 말하자면 구차의 상황을 잘 모른다는 것이다.

그러나 3-①과 다른 상황을 제시해야 하는 3-②문제에서 23명은 여전히 구잔의 상황을 제시하였으며 구차의 상황을 제시한 학생은 3명이었고 나머지 3명은 답을 적지 못하였다. 바르게 답한 모두는 식의 순서와 일치하는 문장제를 제시하였다. 이것은, 결과 미지의 덧셈 상황과 마찬가지로 결과 미지의 뺄셈 상황에서 학생들은 정답률이 높으면서 문제의 순서에 맞는 문장제를 분명하게 알고 있음을 나타내고 있다.

감수 미지의 뺄셈 상황인 15-□=9에 맞는 문장제를 제시하는 4-①문제에서 모두가 바른 답을 제시하였으나 구잔의 상황으로 진술하였으며 문제의 순서와 일치하는 문장제를 제시한 학생은 15명이며 14명은 "사탕이 15개 있었다. 나중에 보니 9개가 남아 있었다. 몇 개가 없어졌는가?"와 같이 식의 순서와 일치하지 않는 상황을 제시하였다. 결과 미지의 문제와 비교해 보았을 때 감수 미지의 상황에서 학생들은 문장 제시의 순서를 더 혼돈하고 있는 것으로 나타났다.

4-②의 문제에서 4-①과 다른 예, 즉 구차의 상황을 제시한 학생은 아무도 없었다. 21명은 4-①과 같은 구잔의 상황을 제시하였으며 이 중 문제의 순서와 일치하는 것은 8명이었으며 13명은 문장 제시 순서가 바르지 못했다. 5명은 답을 적지 않았으며 3명은 "15통의 편지가 있습니다. 9통을 우체국에 부쳤습니다. 몇 통의 편지를 더 부치면 되나요?"와 같이 15-9의 상황을 제시하였다.

이로부터, 학생들은 구차의 상황을 모든 학생들이 인식하지 못하였으며 구잔의 상황에서도 문제에서 요구하는 순서와 일치하는 문장 제시에 많은 수가 바르게 나타낼 수 없다는 것을 알 수 있다.

2. 덧셈과 뺄셈에 대한 교수학적 지식

덧셈과 뺄셈 문장제에 대한 예비 초등교사의 교과지식과 비교했을 때 이들 영역에 대한 교수학적 지식의 양상은 더욱 복잡하게 전개되었다.

13+8을 어떻게 설명하는가에 대하여 11명은 "일의 자리 3과 8을 더하여 11이 되어 십의 자리 1과 더하면 21이 된다"와 같이 계산 절차를 제시하였으며 6명은 "13+8= 13+(7+1)= (13+7)+1= 20+1= 21"과 같이 수의 재배열로서 설명하였다. 그림이나 구체물을 사용하여 10씩 묶어세기로서 설명하는 경우는 7명이었으며 구체물을 사용하였지만 10씩 묶어세기가 아니라 한 번에 전체를 세는 것으로 설명한 경우가 5명이었다. 그 예는 다음과 같다.

예1. 10개로 묶인 한 가지와 3개 8개의 가지가 합하면 3+8=11로 10개 묶음 한 가지가 생기고 남은 가지는 1개이다. 그래서 10개 묶음은 2개가 되어 20과 1이 된다. 이렇게 해서 21이 된다.

예2. 연필 13개와 연필 8개를 가지고 모두 세어보게 한다.

이것으로 볼 때, 전체의 41%가 구체물을 사용하여 세기활동을 하는 것으로, 37%는 계산 절차를, 21%는 수의 재배열로서 덧셈을 가르치고자 하였음을 알 수 있다. 구체물을 사용한 경우의 41%는 수학적으로 의미있게 사용하지 못하였다.

받아올림이 있는 세로 덧셈을 어떻게 가르치는가에 대한 5-②문제에서는 크게 두 가지 방법이 제시되었다. 21명은 "5+7=12이다. 일의 자리에는 십의 자리를 쓸 수 없으므로 1을 십의 자리에 올려줘서 1+6+2를 하여 92가 된다"와 같이 계산 절차를 설명하였다. 8명은 "65는 60과 5로 27은 20과 7로 되어있기 때문에 (60+20)과 (5+7)을 계산하면 80과 12가 되고 이것은 80과 (10+2)가 되어 더해주면 92가 된다"와 같이 수의 재배열로서 설명하였다. 어느 경우에서도 구체물이나 그림을 사용하는 경우는 없었으며 모두 계산하는 방법에 대하여 설명하였다. 이것은 가로 덧셈과 비교해보면 세로 덧셈에서는 분명하게 알고리즘에 따르는 방법이 사용되고 있으며 여러 가지 알고리즘 가운데서도 표준 알고리즘이 주로 선택되고 있음을 나타내고 있다.

받아내림이 있는 가로 뺄셈 60-28을 어떻게 가르치는가에 대해서 20명의 학생이 전통적인 계산순서를 설명하고 있으며 이들 중 14명은 0에서 8을 뺄 수 없으니 6에서 1을 빌려온다는 표현을 하였으며 예는 다음과 같다.

예3. 일의 자리수끼리 뺄셈이 안되는 경우이므로 십의 자리에서 10만큼 빌려와서 계산해야 합니다. 6은 5가되고 2를 빼면 3이 남겠지요. 그럼 답은 32가 됩니다.

수의 재배열을 통해 설명하는 경우는 6명이었으며 3명은 산가지와 같은 구체물을 사용해서 10개 묶음 한 묶음을 풀어 8개를 빼고 나머지를 계산하는 방법을 제시하였다. 두 경우에 대한 예는 다음과 같다.

예4. 60-28= 60-(28+2-2)= 60-30+2= 32

예5. 열 개가 한 줄인 나무 막대를 6개 준비한 뒤 28에서 20과 8을 각각 찾게 하여 우선 십의 자리 20부터 빼준다. 남은 40에서 다시 한 줄에서 8개를 빼고 나머지 2개를 남겨둔다. 그러면 모두 32개가 된다.

이와 같은 결과는, 받아내림이 있는 가로 뺄셈에서 예비 초등교사들 중 68%가 절차적인 방법을 사용하였으며 이들 중 대부분은 작은 수에서 큰 수를 뺄 수 없다는 잘못된 개념과 십의 자리에서 1을 빌려온다는 바람직하지 않은 표현을 사용하고 있음을 나타내고 있다. 또한 뺄셈의 지도 방법에 대해 구체물을 사용하는 경우가 아주 드물었으며 실생활과 관련되는 상황을 제시하는 경우가 없음을 보이고 있다.

받아내림이 있는 두 자리수의 세로 뺄셈에 대해 23명의 학생이 계산 절차를 설명하였으며 이들 중 18명은 2에서 "5를 뺄 수 없으니 4에서 1을 빌려온다"와 같은 표현을 사용하였다. 5명은 재배열로서 그리고 1명은 구체물을 사용하여 10씩 묶음을 풀어 세어보는 감가법을 제시하였다.

이 결과로 볼 때, 세로 뺄셈에서는 학생들의 79%가 계산 절차로서 설명하고 있으며 이들 중 대부분은 뺄셈에서 자주 나타나는 오류 즉, 작은 수에서 큰 수를 뺄 수 없다는 것과 빌려오기라는 오개념을 가지고 있는 것으로 나타났다. 실제로 세로 뺄셈에서 묶음을 풀어서 감가법으로 설명하는 경우는 전체의 3%인 1명뿐이었다는 것은 십진법의 원리에 의한 덧셈의 역연산으로서의 뺄셈을 이해하고 있지 않음을 보여주고 있다.

V. 결론 및 제언

예비 초등교사들의 덧셈과 뺄셈 문장제에 대한 지식과 덧셈과 뺄셈에 대한 교수학적 지식의 실태를 분석하는 것이 이 연구의 목적이었다. 본 연구를 통해 분석한 결과를 볼 때, 교사교육 프로그램의 개발을 위해 덧셈과 뺄셈의 교수학적 지식과 관련하여 몇 가지 유의해야 할 사항을 본 연구를 통해 찾아볼 수 있었다. 우선, 예비 초등교사들은 결과 미지의 문제에서는 덧셈과 뺄셈 모두에서 적절한 문장제를 제시할 수 있었으며 식의 순서와 일치하는 문장 구조를 구성할 수 있는 반면, 감수나 가수를 모르는 문제에서는 대부분이 적절한 문장제를 제시할 수 있었지만 식의 순서와 일치하지 않는 문장 구조를 나타내고 있었다. 문장제를 수식으로 나타내는 시험문제에 익숙한 학생들이 수식을 문장

으로 나타내는 의미론에서는 어려움을 가지고 있기 때문에 문장제에 대한 의미론적 지식을 구성할 수 있는 기회가 제공되어야 할 것이다.

또한 덧셈이나 뺄셈에서 합병이나 구차와 같이 두 집합의 관계에 대한 이해가 매우 부족함을 보여주었다. 이것은 PCK의 한 부분으로 아동의 수학학습에 대한 이해가 교사에게 필요한 지식이라고 볼 때 합병이나 구차의 상황에 대한 개념을 덧셈은 집합에 의한 정의로 뺄셈은 비교 접근으로 학습할 수 있는 기회가 교사교육 프로그램에 포함되어야함을 시사한다.

둘째, 예비 초등교사들은 가로 연산에서 보다 세로 연산에서 절차적인 지식을 더욱 강조하고 있었다. 알고리즘은 분명히 예비 초등교사의 지식 가운데 한 영역을 차지하고 있으며 알고리즘에 대한 더욱 적극적인 교수학적 접근이 이루어져야 한다고 본다. Maurer(1998)이 지적한 바와 같이 알고리즘은 "일련의 문제를 해결하기 위한 명확하고 체계적인 방법"이다. 자기 자신이 알고리즘을 만들어 내고 동료들과 함께 자신의 방법을 설명하고 정당화하는 활동은 문제해결의 과정이며 추론의 과정으로서 절차적 유창성을 키울 수 있다(Kilpatrick et al., 2001). 이와 함께 교사양성 대학의 교육과정에서 알고리즘에 대한 지도는 알고지즘 지도의 목적, 알고리즘의 형식, 알고리즘을 배워야 하는 이유, 알고리즘이 수학적 힘을 함양하는데 어떤 관계를 가지는가에 대한 논의가 포함되어야 할 것이다.

셋째, 교수학적 지식을 발달시키기 위해서 가장 먼저 필요한 요소는 각 지식들 간의 관계를 이해할 수 있는 개념적 지식의 형성이 필요한 것으로 본다. 본 연구의 결과 예비 초등교사들은 덧셈 뺄셈을 지도하는 방법으로 알고리즘을 주로 사용하여 설명하고 있었다. 알고리즘을 사용하는 설명에서 받아올림이 있는 덧셈이 핵심 지식이라면 이를 둘러싼 주변적인 지식이나 기초적인 지식에 대한 언급이 이루어지고 있지 않았으며 알고리즘과 실생활 상황, 구체물과 알고리즘의 관계 즉, 각 지식간의 관계를 연결짓는 경우가 매우 드물었다는 것은 이를 잘 뒷받침해주고 있다. Cochran et al.(1991)의 연구에서 지식이 종합적으로 연결되어 있는 경험있는 교사는 학생의 갑작스러운 반응에도 자연스럽게 대처할 수 있었다는 사실에서 보면 각 지식 사이의 연결이 다양하게 조직적으로 구성될 수 있는 교육과정과 교수법이 교사양성대학에서 필요할 것이다.

마지막으로, 뺄셈에 대한 교수학적 지식의 함양이라는 측면에서 생각해 볼 수 있다. 가장 많이 발생하는 오개념인 빌려오기와 큰 수에서 작은 수를 뺄 수 없다는 것에 대해 바른 이해를 가질 수 있도록 십진법의 원리에 입각한 교사교육이 필요하다는 것이다.

초등수학에서 덧셈과 뺄셈은 가장 기초가 되는 영역으로 학교 교육의 시작과 함께 도입되는 연산활동이다. 이런 기초적인 연산의 이해에서부터 출발하여 학문적인 수학을 완성할 수 있음을 염두해 보면 얼마나 기초수학에 대한 바른 이해가 필요한가를 알 수 있다. 예비 초등교사는 이렇게 누구나 쉽게 잘 알고 있다고 생각할 수 있는 부분에 대해서 먼저 분명한 교과지식과 이를 바탕으로 한 교수학적 지식을 형성해야한다는 의미에서 볼 때, 본 연구의 결과는 예비 초등교사들에게 어떠한 지식의 어려움이 있는가를 분석하여 앞으로의 교사교육 프로그램 개발에 중요한 시사점을 주고 있다고 본다.

지금까지 예비 초등교사들의 덧셈과 뺄셈의 문장제 구성 능력과 교수학적 지식의 실태를 분석해 본 결과 문장제의 의미론적 접근, 알고리즘에 대한 교수학적 접근, 관계적 지식의 형성, 뺄셈에서의 바른 이해가 필요함을 지적하였다. 이 연구의 결과에 덧붙여 앞으로의 연구에 몇 가지 제안을 하면 먼저, 교사교육에 대한 연구는 예비교사와 현직교사를 대상으로 다양한 영역에서 이루어져야 한다. 예비교사를 위해서는 교사양성대학의 교육과정 개발에 대한 면밀한 연구가 이루어져야 할 것이며, 현직교사를 대상으로 수행하는 연구는 교사 재교육 프로그램의 개발에 기초가 될 것이다. 따라서 현직 교사의 수업실제와 각 영역에 대한 지식간의 관계에 대한 연구가 후속연구로서 진행되어야 할 것이다.

교사의 수업실제에는 여러 가지 요소가 작용하며 교사 요소로서 교사 자신의 경험, 지식, 신념, 인성을 들 수 있다(방정숙, 2002). 본 연구에서는 지식에 대한 요소를 중점적으로 다루는 접근이 이루어졌으나 나머지 요소와 수업 실제와의 인과 관계 및 요소별 사이의 상관관계에 대한 연구도 계속 진행되어야 할 것이다. 학습자로서 가지는 수학에 대한 경험과 교사로서 가지는 교수 경험이 교사의 PCK 형성에 어떤 영향을 미치며, 수학에 관한 교사의 신념이나 교수·학습에 대한 신념이 교사의 지식과 어떤 관련이 있는지, 교사의 인간적인 특징과 교수학적 지식과의 관계는 어떠한가에 대한 구체적인 연구가 현장교사를 대상으로 이루어져야 할 것으로 본다.

참 고 문 헌

김원경·김용대 (2002). 교사의 수학적 지식에 대한 연구: 함수 개념과 관련하여, 한국수학교육학회지 시리즈 A <수학교육> **41(1)**, pp.101-108, 서울: 한국수학교육학회.

김시년 (1999). 교사의 수학에 대한 신념이 수업 방법과 학생의 문제해결 수행에 미치는 영향, 초등수학교육 **3(1)**, pp.79-85, 서울: 한국수학교육학회.

박종서·박해순 (2000). 초등학교 교사들의 수학과 수행평가에 대한 인식, 한국수학교육학회지 시리즈 C <초등수학교육> **4(2)**, pp.151-163, 서울: 한국수학교육학회.

방정숙 (2002). 수학교사의 교수방법에 영향을 미치는 요소에 관한 소고, 한국수학교육학회지 시리즈 A <수학교육> **41(3)**, pp.257-271, 서울: 한국수학교육학회.

이상건 (1998). 중등 수학교사 교육의 현황과 대책, 대한수학교육학회논문집 **8(2)**, pp.509-526.

이종연·이상백 (1998). 중등 수학교사의 교수-학습에 대한 태도 조사 분석, 대한수학교육학회논문집 **8(1)**, pp11-29, 서울: 대한수학교육학회.

정은실·박교식 (1999). 초등학교 교직수학에 관한 연구(1)-초등학교 교직수학의 개념 정립을 위한 방향 탐색, 한국수학교육학회지 시리즈 D <수학교육연구> **9(2)**, pp.405-418, 서울: 한국수학교육학회.

_____ (2000). 초등학교 교직수학에 관한 연구(2)-교육대학교 교양수학 교재 분석 및 초등학교 교직

수학 교수요목 탐색, 한국수학교육학회지 시리즈 D <수학교육연구> **10(1)**, pp.115-137, 서울: 한국수학교육학회.

정창현 · 김원경 · 박배훈 · 류희찬 · 신현용 · 이재학 · 전평국 · 구광조 (1994). 수학과 교사재교육 실태 분석 및 개선 방안 연구-1, 2급 정교사 자격 연수를 중심으로, 대한수학교육학회논문집 **4(1)**, pp.71-98, 서울: 대한수학교육학회.

최승현 (1997). 수학 학습과정에서의 예비초등교사의 신념의 변화 연구, 대한수학교육학회논문집 **7(2)**, pp.117-128, 서울: 대한수학교육학회.

Carpenter, T. P.; Fennema, E.; Franke, M. L.; Levi, L. & Empson, S. B. (1999). *Children's mathematics: Cognitively guided instruction*, Portsmouth, NH: Heinemann.

Carpenter, T. P.; Fennema, E.; Peterson, P. L. & Carey, D. A. (1988). Teacher's pedagogical content knowledge of students' problem solving in elementary arithmetic, *Journal for Research in Mathematics Education* **19(5)**, pp.385-401.

Cochran, K .F.; King, R. A. & DeRuiter J. A. (1991). *Pedagogical content knowledge: A tentative model for teacher preparation*, Paper presented at the annual meeting of the American Educational Research Association, Chicago, April, 1991.

Kilpatrick, J.; Swafford, J. & Findell, B. (Eds.) (2001). *Adding it up: Helping children learn mathematics*, Washington, DC: National Academy Press.

Ma, L. (1999). *Knowing and teaching elementary mathematics*. 신현용, 승영조 역 (2002). 초등학교 수학 이렇게 가르쳐라, 서울: 승산.

Maurer, S.B. (1998). What is an algorithm? What is an answer?. In L. J. Morrow & M. J. Kenney (Eds.), *The teaching and learning of algorithms in school mathematics*, pp.21-31. Reston, VA:NCTM.

Schulman, L. S. (1986). Those who understand: Knowledge growth in teaching, *Educational Research* **15(2)**, pp.4-14.