韓國數學敎育學會誌 시리즈 E
<數學敎育 論文集>
제 16집, 2003. 8. 149-162.

J. Korea Soc. Math. Ed. Ser. E:
Communications of Mathematical Education
Vol. 16, Aug. 2003. 149-162.

기수법의 발전과정에 따른 수체계 방법에 관한 연구[1)]

한 길 준 (단국대학교)
정 승 진 (단국대학교 대학원)

수는 도대체 어디서 생겨났을까? 언제쯤부터 어떤 필요에 의해 인간이 사용하기 시작하였을까? 학생들이 이러한 호기심을 한 번쯤 가져본다면 얼마나 좋을까? 그러나 학생들은 십진기수법의 체계에 너무나 잘 길들어져 있기 때문에 그 고마움에 대해서 잘 모른다. 조류즈 이프라는 "신비로운 수의 역사"에서 인간 지성의 환상적 모험이 만들어낸 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 0에 대하여 불의 사용이나 전기의 발명만큼이나 혁신적인 사건으로 취급하고 있으며 수의 역사는 인간의 보편적인 지성이 이루어 낸 영원히 무너지지 않는 바벨탑으로서, 인종차별까지 극복해낸 위대한 가능성임을 가슴 뿌듯하게 전해 준다.
따라서 본 연구에서는 이러한 인류 역사의 놀라운 소산인 수의 위대함을 깨닫기 위하여 세계 여러 문명들 속에서 숫자가 생겨난 연유, 그 표기 방법 및 그 이후부터의 발달 모습을 학생들이 탐구해 보게 하기 위하여 기수법과 수체계에 대한 지도 방법에 대하여 연구하고자 한다.

Ⅰ. 서 론

수는 도대체 어디서 생겨났을까? 언제쯤부터 어떤 필요에 의해 인간이 사용하기 시작하였을까? 학생들이 이러한 호기심을 한 번쯤 가져본다면 얼마나 좋을까? 그러나 학생들은 십진기수법의 체계에 너무나 잘 길들어져 있기 때문에 그 고마움에 대해서 잘 모른다. 조류즈 이프라는 '신비로운 수의 역사'에서 인간 지성의 환상적 모험이 만들어낸 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 0 에 대하여 불의 사용이나 전기의 발명만큼이나 혁신적인 사건으로 취급하고 있으며 수의 역사는 인간의 보편적인 지성이 이루어 낸 영원히 무너지지 않는 바벨탑으로서, 인종차별까지 극복해낸 위대한 가능성임을 가슴 뿌듯하게 전해 준다.

그러나 오늘날 인류가 십진법 체계를 공통적으로 사용하기까지는 많은 시간이 소요되었다. 역으로 말하면 시대에 따라, 나라에 따라 각기 다른 기수법 체계가 존재하였기에 새로운 기수법을 받아들이는데 시간이 많이 소요되었다는 것이다. 특히 십진법 체계가 널리 사용되면서 다른 기수법의 흔적은 찾아보기가 어려워 졌다. 7차 교육과정에서는 7-가 단계에서 이진법을 다루고 있을 뿐 수의 역사 속에 존재했던 이집트, 바빌로니아, 마야의 수체계를 찾아보기가 어렵다. 물론 요즘 사용하지도 않는 과거의 지식을 배울 필요는 꼭 없다고 생각하지만 옛날의 수체계를 통해서 그 당시의 수학적 생각과 삶, 그리고 수체계 발달의 역사를 알 수 있다. 이러한 측면에서 본다면, 심화과정에서 수체계를 다루

1) 이 연구는 2003학년도 단국대학교 대학 연구비의 지원으로 연구되었음.

어 보는 것도 좋을 것 같다.

특히 수학을 지도함에 있어서 역사적으로 발생, 발달한 순서를 지켜 지도해야 한다는 것이 역사-발생적 원리로(강옥기, 2000), 여러 세대에 걸쳐 이룩한 사고 수준과 같은 정도의 사고를 얻으려면 조상들의 경험과 똑같은 경험을 겪어야만 한다. 이러한 역사-발생적 원리의 학습지도의 당위성에 대하여 Poincare는 과학의 기초에서 "동물학자들은 동물의 태아발달은 짧은 기간동안에 모든 지질학적 시대의 자기 조상의 역사를 되풀이하고 있다고 생각한다. 그것은 정신의 발달에서도 똑같이 나타나고 있으므로, 교육자의 임무는 아동들이 조상들의 경험을 겪어보고, 빠짐없이 그 단계를 빠르게 통과하게 하는 것이다. 이러한 목적 때문에 수학의 역사를 반드시 안내해야 한다(Kline, 1973)"라고 말하고 있다.

민세영(2002)은 역사 발생적 수학 학습-지도 원리는 수학사를 학습과정에 단순히 그대로 적용하는 것은 아니며, 수학적 개념의 역사적 분석을 기초로 하여 개념의 자연스러운 학습 단계를 확인하고, 특히 개념 발달 과정에서 발생한 인식론적 장애를 확인하고 학습자가 그러한 인식론적 장애를 극복하고 그 개념을 재발명, 재구성할 수 있도록 상황을 구성해야 하는 것이다.

이러한 관점에서 볼 때, 수체계를 역사적 순서에 의해 단순히 지도하기보다는 기수법의 발달 과정에 따라 수체계를 재구성하여 수체계의 발달 과정에서 발생하는 인식론적 장애를 학생들이 직접 경험해 보게 하는 것이 중요하다. 이러한 과정 속에서 학생들은 스스로 수체계의 장단점을 분석할 수 있고 이를 통하여 새로운 수체계를 만들 수 있는 능력과 오늘날 우리가 사용하고 있는 십진기수법의 좋은 점을 깨닫게 될 것이다.

따라서 본 연구에서는 이러한 인류 역사의 놀라운 소산인 수의 위대함을 깨닫기 위하여 세계 여러 문명들 속에서 숫자가 생겨난 연유, 그 표기 방법 및 그 이후부터의 발달 모습을 학생들이 탐구해 보게 하는데 목적을 두고, 옛날의 기수법과 수체계를 역사 발생적 원리에 따라 재조직하여 절대적 기수법에서 위치적 기수법으로 발전하는 과정을 학습할 수 있는 교수-학습지도 자료를 개발하고자 한다.

II. 이론적 배경

1. 역사 발생적 원리

지금까지 대부분의 수학교육자들은 그것이 어떤 형태이든 역사-발생적 원리를 주장해 왔다. Klein, Poincare, Toeplits, Freudental, Polya, Broussau 등 유명한 학자들은 대부분 역사-발생적 원리를 지지해 왔고, 이들은 수학을 완성된 산품으로서가 아니라 수학화의 과정으로서만 바르게 이해되고 학습될 수 있다는 생각을 공유하고 있다. 역사-발생적 원리는 수학적, 인식론적, 심리학적, 교육학적 관점에서 현대 수학교육이론의 대부분의 주장과 조화되며, 수학적 구조의 발생도 학습자의 인지구조의 발생도 적절히 고려되고 있는 학습지도 원리이므로 수학교육은 역사-발생적 방법에 따라 조직되어야

한다고 주장하기에 이르렀다(우정호, 2000).

이와 같이 역사-발생적 원리에 입각한 수학을 지도하기 위해서는 수학이 어떻게 발생되었는지에 대한 수학의 역사를 먼저 알 필요가 있다. 특히 이성헌(1991)은 수학의 역사를 공부하는 이유로 다음과 같이 세 가지를 들고 있다.

① 수학 그 자체의 이해

수학의 역사는 모든 과학이나 산업기술의 기반으로써 인간 문화에 중요한 지위를 차지하는 수학이 어떠한 자연과 사회를 배경으로 어떻게 발전되어 왔으며, 또 그렇게 형성된 수학이 인간의 생활 개선에 어떠한 역할을 하여 왔는가를 인식시켜 준다.

② 교재연구 및 수학지도에서의 활용

수학의 역사는 교재의 취급과 연구에 있어서 도는 지도상의 문제점의 규명에 있어서 많은 도움을 준다.

③ 학생들의 흥미 유발

수학의 역사는 학생에게 수학에의 친근감을 주고, 무미건조하기 쉬운 학습을 흥미 있는 학습으로 이끌 수 있으며, 수학에 대한 자신감을 줄 수 있다.

또한 Reimer(1995)는 수학의 역사와 수학을 연결시키면 좋은 점에 대하여 다음과 같이 다섯 가지를 기술하고 있다.

① 수학사를 이용해서 학생들의 동기를 유발할 수 있다.

② 수학이라는 것은 인간의 생활에 필요한 문제를 해결하기 위해서 만들어진 결정체이다.

③ 수학자들의 삶을 통해서 수학은 특별한 사람들이 하는 것이 아니라는 것을 알 수 있다.

④ 수학의 기원을 알 수 있다.

⑤ 다양하게 문제를 해결 할 수 있는 방법을 발견 할 수 있다.

이와 같이 수학의 발생과정으로써 수학의 역사를 발생적 관점에서 관찰하고 학생들이 직접 그 발생의 중심에 서서 그 과정을 체험해 보아야 한다는 견해는 중세 스콜라 철학의 명상적이고 권위주의적인 세계관이 퇴조하고, 인식과정에서 주체의 활동적이고 구성적인 역할의 인식과 더불어 실학 사상이 등장하게 되면서 제기되었다. 이러한 시대적 조류에 힘입어 Euclid의 종합적 연역적 방법에 대한 강력한 비판으로 17세기에 등장한 분석적, 발생적 방법의Arnauld와 Clairaut의 원론(Elements)을 필두로 하여 19세기 Lindner에 의해 역사-발생적 방법이라는 일반적인 교수학적 구상으로 명확히 드러났으며, 발생적 원리에 입각한 학교교육의 포괄적인 구상이 Mager에 의해서 19세기 중엽에 이루어졌다. 이후, 발생적 원리는 19세기 후반 Darwin의 생물학적 발달 이론에 의해 새로운 변화를 맞게 되었고 Herbart 학파에 의해 수학교육의 지배적인 원리가 되었으며, 그 시대의 수학교육에 관한 책 가운데 가장 좋은 지도 원리로 추천되었다. 그러나 20세기에 들어와 Dewey의 생활중심 교육사상의 영향으로 발생적 원리는 점차 힘을 잃게 되었고 특히 "새 수학"의 도입으로 인하여 발생적 측면이 아주 소홀히 되었다. 그러나 새 수학의 연역적 접근과 엄밀성에 대한 반발로 발생적 원리가 재조명

되었고 Polya의 수학적 발견과 Lakatos의 증명과 반박의 과정에서 역사적 발달 과정에 대한 치밀한 분석의 중요성이 부각되었다. 특히 Toeplitz는 수학교사 교육을 위한 역사-발생적 원리에 따른 수학 교재를 집필한 사람으로 그에게 있어서 주요한 것은 수학의 역사가 아니라 문제, 사실 및 그 증명의 발생이 문제이며, 이러한 발생의 결정적인 방향전환이 문제였다(우정호, 2000).

실제로 수학의 역사는 바로 인류라고 하는 가장 큰 학습자의 학습과정으로써 그 학습과정을 충실히 관찰하고 분석해야만 수학의 교수-학습을 위한 가상적인 창조의 과정을 재구성 할 수 있다. Fruedenthal은 학생들에게 이러한 역사적 학습과정, 다시 말해 수학의 발달이라고 하는 인류의 학습과정을 단축된 형태의 가상적인 과정으로 재현시켜 줌으로써, 수학적 사고 경험을 하게 할 수 있다고 보았다. 그에게 있어서 역사-발생적 원리는 수학의 역사에서 볼 수 있는 역사적 도식화과정을 시간적으로 단축하여 현재의 학생들이 그것을 수학의 교수학습에서 재현하게 한다는 교수원리라고 할 수 있고 따라서 이러한 교수원리에서 문제가 되는 것은 "그 역사적 도식화 과정을 어떻게 동형적으로 단축할 것인가?"하는 것이다(민세영, 1997).

그러나 역사 발생적 접근에 대한 비판 또한 없지 않다. 이론적으로는 유용한 방법인 것 같지만 교과서 집필자와 교사의 능력이란 면에서 볼 때 현실적으로 실현되기 어려우며, 비록 초등화된 소박한 방법이지만 전통적인 연역적인 전개 방식이 갖는 우아하고 체계적이며 명확하고 경제적인 교재 구성 방식에 비해 전개 과정이 지루하고 정확성과 우아함이 결여되기 쉽고 일반적인 이론적 체계화에 이르기 어려우며 교재 구성이 곤란한 경우가 적지 않다(우정호, 1998).

2. 여러 가지 기수법의 발달과 특징

인류가 사용한 기수법은 2, 3, 5, 10, 12, 20, 60진법으로 아주 다양하다. 수백의 아메리카 인디언 부족에서 사용하는 지법을 조사하였더니 1/3이 10진법, 또 다른 1/3이 5진법 또는 5진법적 10진법을 사용하였고 나머지 1/3은 2진법을 사용하였으며, 3진법은 전체의 1%체도 미치지 않았다. 또한 20진법은 전체적으로 약 10%정도가 사용하고 있었다. 아리스토텔레스는 10진법을 많이 사용하는 이유에 대하여 인간의 손가락이 10개이기 때문이라고 했는데 실제로 5와 10진법은 2와 3진법 보다 나중에 생겼다(Boyer & Merzbach, 1991).

이와 같이 다양한 진법의 특징을 살펴보면 다음과 같다(김병욱, 1990; 김용운·김용국, 1992; Boyer & Merzbach, 1991; Burton, 1995; Cajori, 1977; Eves, 1989).

① 이진법

· 0과 1로 모든 수를 창출

· 0은 무, 1은 신 즉 신이 무에서 모든 것을 창출함

· 명제 논리, 스위치, 컴퓨터언어

② 오진법

· 5개의 숫자로 모든 수를 나타냄

· 한쪽 손의 손가락의 개수

③ 십진법
- 9개의 숫자로 모든 수를 나타낼 수 있음(12, 20, 60진법 보다 효율적)
- 위치기수법에서 효율적임(2, 5진법 보다 더 적은 자리수 차지)
- 숫자의 이름이 적어 기억하기 쉬움
- 덧셈, 곱셈 구구표를 암기하기가 편함
- 손가락, 발가락 개수와 같음
- 분수에서 간단한 분수가 $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{5}$ 밖에 없어서 불편함

④ 십이진법
- 엄지손가락으로 나머지 4손가락의 마디에 1, 2, 3을 대응하면 모두 12개임
- 12의 약수는 1, 2, 3, 4, 6, 12와 같이 6개가되어 분수로 나타내기가 쉬움
- 10진법과 큰 차이가 없음
- 오늘날에도 이란, 이라크, 시리아, 이집트, 인도 등의 지역에서 통용되고 있음
- 연필 1다스, 12개월, 12간지, 12시간

⑤ 이십진법
- 손발가락을 모두 합쳐 20개이므로 사용하였음
- 영어에 one score, two scores, ...는 20, 40을 나타내었음
- 한 두름은 조기 20마리, 쾌는 북어 20마리

⑥ 육십진법
- 수메르인이 최초로 사용하였음
- 암기해야 할 수 기호가 너무 많음
- 약수가 많고 1-6을 약수로 포함하는 가장 작은 수로 분수로 나타내기가 편함
- 1년은 360일이고 원의 둘레는 반지름의 6배이므로 360÷6에서 60진법을 사용하였음
- 12진법과 10진법의 결합설 : 12와 10의 최소공배수가 60
- 12진법과 5진법의 결합설 : 오른 손은 12를 왼손은 5를 나타내면 60이 됨
- 기하와 측량에 많은 흔적이 남아 있음

3. 고대 여러 나라의 수체계와 특징

인류가 수를 사용하기 시작한 것은 아마 30만년 전 인류 문화가 발전하기 시작한 초기, 곧 불을 사용하기 시작했을 때부터라고 생각된다(Boyer & Merzbach, 1991). 초기의 일대일 대응에서 시작하여 점차 하나의 체계적인 수체계를 형성하게 되는데 고대 이집트, 바빌로니아, 마야, 로마, 중국, 인도의 수체계가 대표적인 것들이다. 이들의 특징을 살펴보면 다음과 같다(김병욱, 1990; 김용운 · 김용국, 1992; Boyer & Merzbach, 1991; Burton, 1995; Cajori, 1977; Eves, 1989).

① 바빌로니아 기수법

· 楔形文字(cuneiform character) - 쐐기 문자

· 위치 기수법 : 위치 기수법은 숫자가 놓인 위치에 따라 수의 값이 달라지는 기수법으로 다음과 같이 乘法的인 계산에 의해서 수의 값이 결정되므로 승법적인 위치 기수법이라고도 한다.

- 1, b(a), $b^2(b), b^3(c), b^4(d), \cdots$. 5625 = 5×c+6×b+2×a+5

· 바빌로니아는 60진법을 사용하였지만 너무나 많은 숫자가 사용되어 기억하기에 부담이 됨

· 0 : 자리 값으로 사용되지 않고 자리의 공백만 표시, 11과 101을 구별하기 힘 듦

· 기원전 3세기경 빈자리를 나타내는 0의 사용, 60에서의 0은 사용 안 함(1과 10이 혼동)

· 100보다 작은 수는 쇄기값을 더하거나 뺏음, 100의 배수는 곱셈으로 나타냄

· 등차수열, 등비수열, 제곱표를 사용하였음

· 분수사용(오늘날로 보면 소수의 개념과 비슷)

② 이집트 기수법

· 십진법에 기초 : 1 ~ 9까지 독자적인 수와 10의 배수를 나타내는 기호를 사용하여 수를 나타냄

· 절대 기수법 : 절대 기수법은 숫자의 위치에 상관없이 숫자 자체가 나타내는 수의 값이 정해져 있는 기수법으로 각각의 숫자가 나타내는 수의 값을 더해야 하기 때문에 加法的인 絶對的 기수법이라고도 한다. 이집트는 加法的인 절대적 기수법을 사용하였다.

· 12만명, 142만 2천명에 대한 기록으로 보아 아주 큰 숫자 사용- 사회가 발달

· 계산이 아주 정확

③ 로마의 기수법

· 알파벳의 문자로부터 생겼음

· I, V, X의 숫자가 손가락 한 개, 한 손을 펼친 모양, 양손을 위아래로 벌린 모양임

· 이집트 기수법의 가법적 번거로움을 많이 없앰

· 기록된 수의 합뿐만 아니라, 차의 개념도 도입

· 16 - 17세기까지 쓰여져 '학교 숫자'라고도 불림 : 기독교 때문에 오래 사용

· 셈하기가 힘 듦

④ 마야의 수체계

· 위치 기수법 : 0을 구안

· 20진법을 사용했으나 둘째 자리는 400(20×20)대신 360(18×20)을 사용함 : 달력이 360일

· 높은 자리는 [18]×[20n](n=1, 2, 3, …)형태로 사용

⑤ 중국의 기수법

· 위치 기수법 : 10진법

· 1보다 작은 소수에 대해서 표현(분, 리, 호, 사, …)

· 다양한 진법

- 십진법 : 고대 국가로는 유일하게 처음부터 10진법 사용(100진법)

- 이진법 : 64괘(8괘를 두 번 사용 8×8=64)

- 오진법 : 주판
- 60진법 : 60갑자(10干과 12支 - 10과12의 최소공배수)

· 수 기호는 계산용이 아니라 기록용
· 산목사용 : 계산용 - 18개의 숫자로 되어 있음
· 빈자리를 나타내는 0은 1247년의 기록에서 볼 수 있음. 그전에는 비워둠

⑥ 인도-아라비아 수체계

· 10진법에 따른 위치기수법
· 1세기 초 위치적 기수법을 사용함
· 2세기경부터 0외에 9개의 숫자를 사용
  - 인도의 브라만굽타에 의해 처음 인정
  - 876년에 0을 사용한 최초의 기록 있음
· 8세기 인도 기수법이 아리비아에 전파 - 알콰리즈미의 서적을 통해 유럽 전파
· 피보나치의 노력으로 17세기에 완전히 로마기수법을 대신

이와 같이 이집트, 로마 사람들은 덧셈 방식에 의한 절대적 기수법을 사용하였고, 바빌로니아, 중국, 마야, 인도 사람들은 위치 기수법을 사용하였다.

Ⅲ. 수체계 지도의 실제

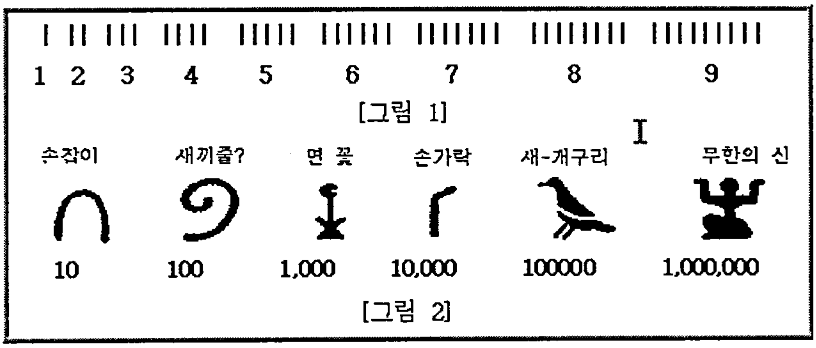
수메르인과 바빌로니아인들이 사용하기 시작한 위치 기수법의 발명은 인류 생활의 문명화에 크게 이바지하였다. 이집트와 로마의 수체계는 초기의 덧셈 방식을 사용하였기에 수가 커질수록 더욱 많은 새로운 기호를 사용해야 하는 불편함이 있었고 치명적인 단점은 계산이 너무 어려워 소수의 전문가들만이 겨우 간단한 문제를 다룰 수 있었다는 것이다. 그러나 인도의 위치 기수법은 큰 수를 나타내는데 편리할 뿐만 아니라 한번 기억한 계산의 규칙만으로 곱셈과 덧셈을 쉽게 할 수 있다는 것이다. 수학사를 통해서 볼 때, 위치 기수법과 같이 하나의 과학적 발달이 일상생활에 깊이 영향을 미치고 생활을 간편하게 만든 예는 그리 많지 않다(Courant & Robbins, 1996).

위치 기수법은 인류의 위대한 발명품이지만 하루 아침에 이러한 발명품이 완성된 것은 아니다. 상대적으로 이집트, 로마와 같은 불편한 수체계가 있었기에 더욱 큰 공감을 얻을 수 있었고 초기 바빌로니아인들이 겪었던 위치 기수법의 문제점들이 보완되었기에 가능한 것이었다.

따라서 기수법의 측면에서 본다면, 절대 기수법보다는 위치 기수법이 좀더 발전된 형태라는 것을 알 수 있다. 또한 같은 절대 기수법에서도 이집트의 수체계보다는 로마의 수체계가 좀더 진보한 것임을 알 수 있고 위치 기수법에서는 0과 사용하는 숫자의 개수를 고려해 볼 때 바빌로니아, 마야, 중국, 인도의 순으로 점점 발전되었다고 생각할 수 있다. 그러므로 역사 발생적 원리에 따라 지도한다면 발생 순서대로 지도하기보다는 점점 발전되어 가는 순서로 수체계를 지도하는 것이 바람직 할 것이다. 이러한 원칙에 따라 다음과 같이 수체계를 지도하기 위한 교수-학습 지도 방안을 구안하였다.

1. 고대 이집트의 수체계

고대 이집트 사람들은 어떻게 수를 만들 사용하였을까요? 고대 이집트 사람들은 [그림 1]처럼 1에서 9까지의 수를 나타내었고, 10이상의 수는 [그림 2]처럼 나타내어 사용했다고 합니다.



[그림 1]
[그림 2]

ㅇ1부터 9까지의 숫자는 어떤 방법으로 만들었습니까?

ㅇ10부터 1000000까지의 숫자는 어떤 방법으로 만들었을까요? 왜 손잡이가 10을 나타내고 연꽃이 1000을 나타내는지 그 이유를 상상해 보세요.

ㅇ왼쪽의 수가 218일 때 다음 수는 얼마일까요?

218

(   )

ㅇ다음 수를 이집트 수로 나타내어 보세요.

304 2130001

ㅇ다음 두 수가 얼마를 나타내는지 알아보세요? 두 수는 같은 수를 나타낼까요? 다른 수를 나타낼까요? 그리고 그 이유를 말해보세요.

ㅇ그렇다면 이집트의 수는 여러 개의 수를 더하는 방법으로 만들었을까요? 이집트 수의 특징을 장점과 단점으로 나누어 설명해 보세요.

2. 로마인의 수

로마 숫자는 서양에서 아라비아 숫자를 사용하기 전까지 사용하였지만 지금도 로마 숫자를 사용하여 나타내는 경우가 많이 있습니다. 이처럼 로마 숫자는 우리 생활과 밀접한 관련을 맺고 있습니다. 다음은 로마의 수를 나타낸 표입니다.

I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
XI	XII	XIII	XIV						
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20

ㅇ위의 표를 보고, 15에서 20까지의 수에 로마의 수를 알맞게 넣어 보세요.

ㅇ다음 <표 1>, <표 2>, <표 3>은 로마의 수를 나타낸 것입니다. <표 1>과 <표 2>를 살펴보면 둘 사이에 어떤 규칙을 찾을 수 있습니다. 이 규칙을 찾아 빈칸에 알맞은 수를 넣어보세요.

<표 1>

IV	4
IX	9
XL	40
XC	□
CD	□
CM	□

<표 2>

I	1
V	5
X	10
L	50
C	100
D	500
M	1000

<표 3>

VI	6
XI	11
LX	60
CX	□
DC	□
MC	□

ㅇ로마의 수는 다음과 같이 몇 개의 숫자를 결합하여 만들었습니다.

MCMXLIV = 1000+900+40+4 = 1944

MCVIII = 1000+100+5+1+1+1 = 1108

CCLXXXI = 100×2+50+10×3+1 = 281

로마 수체계가 가지는 새로운 특징은 덧셈의 원리와 곱셈의 원리를 이용한다는 것입니다. 이런 원리는 수를 표현하는 데 좀 더 적은 기호를 사용하여 수를 나타낼 수 있습니다. 다음 로마 수를 우리의 수체계로 나타내어 보세요.

MCCCXLIV

MMCMXCIII

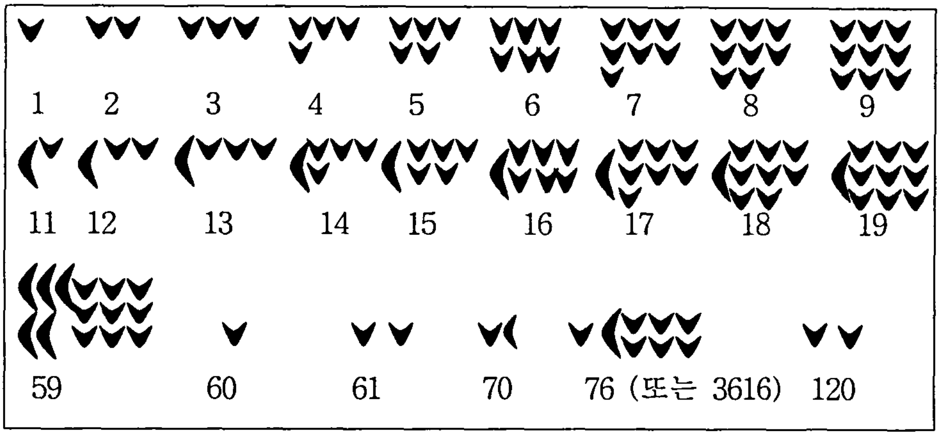
ㅇ로마의 수체계는 수의 1000배를 나타내기 위해 숫자 위에 수평 막대를 사용합니다. 예를 들면 $\overline{\mathrm{V}}$는 5의 1000배, 즉 5000을 의미하고, $\overline{\mathrm{XI}}$는 11000을 의미합니다. 다음 수를 로마 수체계로 나타내어 보세요.

73,429　　　　302,810

ㅇ이집트의 수와 로마의 수를 비교하여 보고, 로마 수의 장점과 단점에 대하여 설명해 보세요.

3. 바빌로니아의 수

바빌로니아 사람들은 고대 이집트 사람들과는 달리 좀더 복잡한 수를 사용하였습니다. 바빌로니아 사람들이 사용한 수에 대해서 구체적으로 알아봅시다.



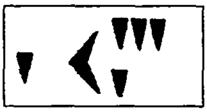
ㅇ1부터 59까지의 숫자는 어떤 방법으로 만들었습니까? 이집트의 방법과 차이가 있습니까?

ㅇ60, 61, 70, 76이 만들어진 원리를 찾아보세요? 요즘 우리가 사용하고 있는 수와 비교하여 서로 어떤 점이 비슷한지 설명해 보세요.

ㅇ1과 60, 2와 61과 120을 나타내는 기호가 같습니까? 다릅니까? 바빌로니아 사람들은 1과 60, 2와 61과 120을 어떻게 구별하여 사용하였을 까요? 이러한 구별법의 불편한 점은 무엇일까요?

ㅇ오늘날 우리가 사용하는 수는 10을 기준으로 하여 수를 만들었고, 바빌로니아는 60을 기준으로 수를 만들었습니다. 따라서 우리가 사용하는 수는 1, 10, 100처럼 자리에 따라 숫자가 나타내는 수가 달라집니다. 바빌로니아의 사람들은 60을 기준으로 했기 때문에 1, 60, 360처럼 자리에 따라 숫자가 나타내는 수가 달라집니다. 어떻게 2가 120이 되고, 76이 3616이 될 수 있는지 설명해 보세요.

ㅇ다음 바빌로니아 수는 두 가지의 수로 나타낼 수 있습니다. 우리가 사용하는 수로 나타내시오.

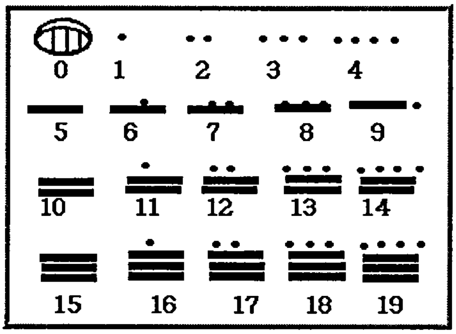


ㅇ이집트의 수와는 달리 바빌로니아의 수에서는 숫자의 위치가 중요합니다. 그런데 1과 60을 구별하기가 힘들고, 76이 3616이 될 수도 있는데, 위와 같은 문제점이 생기는 이유는 무엇 때문일까요? 이와 같은 문제점을 해결하기 위해서 어떻게 해야할까요?

ㅇ지금까지 바빌로니아의 수에 대해서 공부하였습니다. 바빌로니아수의 장점과 단점을 설명해 보세요. 그리고 이집트의 수와 다른 점을 비교해 보세요.

4. 마야의 수

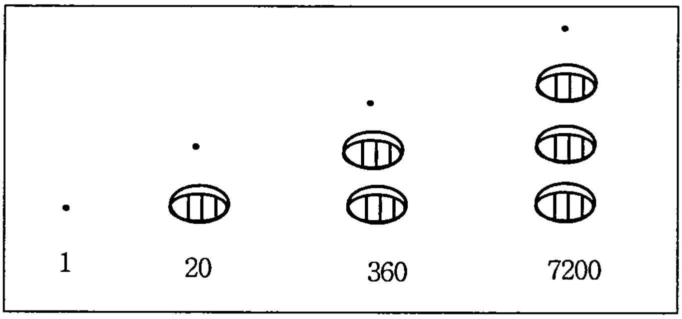
마야 사람들은 멕시코 남동부에 주로 살았는데, 이들은 20을 기준으로 하여 수를 만들어 썼으며, 다음과 같이 20개의 숫자를 기본으로 하여 큰 수를 만들었습니다. 마야의 수에 대해서 구체적으로 알아봅시다.

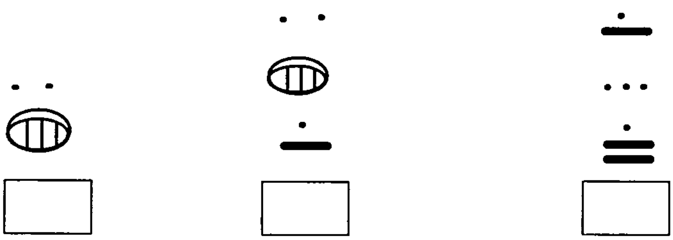


ㅇ1부터 19까지의 숫자는 어떤 방법으로 만들었습니까? 이집트, 바빌로니아의 방법과 차이가 있습니까?

ㅇ이집트, 바빌로니아에서 찾아 볼 수 없는 숫자를 찾아보세요. 이 숫자를 사용하여 수를 만들면 어떤 점이 좋은지 말해 보세요.

ㅇ마야 사람들은 20개의 숫자를 이용하여 다음과 같이 큰 수를 만들었습니다. 마야 사람들이 수를 만드는 규칙을 찾아 □안에 알맞은 수를 넣어 보세요.





ㅇ다음 수를 마야의 수로 나타내어 보세요.

76 500 8781

ㅇ마야와 바빌로니아는 수에서는 숫자의 위치가 중요합니다. 마야와 바빌로니아의 수의 차이점을 비교하여 보세요.

ㅇ지금까지 마야의 수에 대하여 공부하였습니다. 마야의 수의 특징을 설명하여 보세요.

5. 중국의 수

2000년 전 중국에서는 나뭇가지(산목)를 이용하여 다음과 같이 숫자를 가로와 세로의 모양으로 나누어 수를 만들었습니다. 왜 중국 사람들은 이와 같은 방법으로 수를 만들었는지 알아봅시다.

홀수째 자리에는

1 2 3 4 5 6 7 8 9

짝수째 자리에는

1 2 3 4 5 6 7 8 9

를 사용하여 수를 나타내었습니다.

예를 들어, 53267을 다음과 같이 나타내었습니다.

5 3 2 6 7

ㅇ1부터 9까지의 숫자는 어떤 방법으로 만들었습니까? 이집트, 바빌로니아, 마야의 방법과 차이가 있습니까?

ㅇ중국의 숫자에는 0이 없지만 바빌로니아의 수에서처럼 혼동을 일으키지 않습니다. 다음을 수로 나타내어 보고 그 이유를 찾아보세요.

ㅇ중국에서는 지금으로부터 약 1000년 전에 빈자리에 0을 나타내기 시작하였습니다. 다음 수를 중국의 수로 나타내어 보고, 0을 사용하지 않을 경우에 일어날 수 있는 불편한 점을 찾아보세요.

300 40002 300100

ㅇ중국에서는 계산을 할 때에는 위와 같이 산목을 이용하여 수를 나타내었습니다. 그러나 중국에서는 오래 전부터 다음과 같은 수를 사용하고 있었습니다.

一 二 三 四 五 六 七 八 九 十

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10

왜, 중국에서는 서로 다른 두 가지 방식의 숫자를 모두 사용하였는지 말해 보세요. 그리고, 숫자를 만들 때에는 어떠한 점을 생각하며 만드는 것이 좋은지 발표해 보세요.

ㅇ만약 중국의 수에서 0을 사용한다면 마야의 수와 비교했을 때 어떤 나라의 수가 더 편리한지 설명해 보고, 중국의 수의 특징을 말해 보세요.

6. 나만의 수 만들기

ㅇ이제부터 나만의 수를 만들어 봅시다. 몇 개의 숫자를 가지고 만들 것이지 결정하여 나만의 수를 만들어 보세요.

ㅇ내가 만든 수체계에서 덧셈과 뺄셈이 가능한지 예를 들어 설명해 보세요.

ㅇ내가 만든 수체계의 특징을 설명해 보세요.

ㅇ만든 수를 친구와 서로 비교해 보고, 친구가 만든 수의 원리를 찾아보세요.

Ⅳ. 결 론

수학사 지도의 근거로 역사 발생적 원리를 들 수 있는데, 역사 발생적 수학 학습-지도 원리는 수학사를 학습과정에 단순히 그대로 적용하는 것은 아니며, 수학적 개념의 역사적 분석을 기초로 하여 개념의 자연스러운 학습 단계를 확인하고 특히 개념 발달 과정에서 발생한 인식론적 장애를 확인하고, 학습자가 그러한 인식론적 장애를 극복하고 그 개념을 재발명, 재구성할 수 있도록 상황을 구성해야 한다. 따라서 본 연구에서는 이집트, 바빌로니아, 로마, 마야, 중국, 인도의 기수법을 살펴보고 시대적 순서에 따라 기수법을 단순히 지도하기보다는 기수법이 절대적 기수법에서 위치기수법으로 발전하였다는 전제하에 이집트, 로마, 바빌로니아, 마야, 중국의 기수법 순서로 점차 인도-아라비아 기수법을 오늘날 사용하게된 과정을 교수-학습지도 자료로 구안하였다.

본 연구를 통하여 얻을 수 있는 효과를 살펴보면 다음과 같다.

첫째, 학생들이 각국의 기수법을 학습함으로써 오늘날 십진 기수법이 만들어지기까지 인류가 사용한 기수법에는 어떤 것들이 있는지 알 수 있을 것이다.

둘째, 기수법의 장단점을 비교해 봄으로서 오늘날 십진 기수법이 정착될 수밖에 없는 이유를 찾을 수 있을 것이다.

셋째, 각국의 기수법을 학습하면서 인류가 사용한 기수법에는 여러 가지가 있고 시대에 따라 어떻게 발전해 왔는지 알 수 있을 것이다.

넷째, 기수법이 시대와 나라에 따라 달랐다는 점을 통하여 수학은 고정된 것이 아니라 편리하고 간단한 방향으로 변하는 학문이라는 생각을 가질 수 있을 것이다.

여섯째, 기수법의 특징과 원리를 이해함으로서 자기만의 독특한 기수법을 만들 수 있을 것이다.

참 고 문 헌

강옥기 (2000). 수학과 학습지도와 평가론, 서울: 경문사.

김병욱 역 (1990). 신비로운 수의 역사, 서울: 도서출판 예하.

김용운·김용국 (1992). 재미있는 수학여행, 서울: 김영사.

민세영 (2002). 역사 발생적 수학 학습-지도 원리에 관한 연구, 서울대학교 대학원 수학교육과 박사학위 논문.

_____(1997). 역사발생적 원리에 따른 로그단원의 지도에 관한 연구, 대한수학교육학회논문집 7(2), pp.381-396.

우정호 (2000). 수학학습-지도 원리와 방법, 서울: 서울대학교 출판부.

_____ (1998). 학교수학의 교육적 기초, 서울: 서울대학교 출판부.

이성헌 (1991). 세계수학사 및 수학교수법, 서울: 교학연구사.

Boyer, C. B. & Merzbach, U. C. (1991). *A History of Mathematics.* John Wiley & Sons, Inc..

Burton, D. M. (1995). *BURTON"S History of Mathematics: An Introduction.* Wm. C. Brown Publishers.

Cajori, F. A history of elementary mathematics. 정지호 역(1997). *캐조리의 수학사.* 서울: 창조사.

Courant, R. & Robbins, H. (1996), *What is Mathematics.* Oxford University Press.

Eves, H. (1989). *An Introduction to the History of Mathematics.* Holt Rinehart Winston.

Klein, M. (1973). *Why Johnny Can't Add?* NY: St. Martin's Press.

Reimer. L. & Reimer. W. (1995). Connecting mathematics with its history: A powerfull, practical linkage. In House, P. A. & Coxford, A. F. (Eds.), *Connecting Mathematics across the Curriculum 1995 Yearbook*(pp. 104-114). Reston, VA: NCTM.