韓國數學敎育學會誌 시리즈 E
<數學敎育 論文集>
제 16집, 2003. 8. 109-122.

J. Korea Soc. Math. Ed. Ser. E:
Communications of Mathematical Education
Vol. 16, Aug. 2003. 109-122.

테크놀러지를 이용한 고교수학의 수열의 지도에 관하여

김 태 완 (인제대학교 대학원)
김 향 숙 (인제대학교)

현재 초, 중, 고등학교의 수학교육 현실은 수학 개념의 정확한 이해에 초점을 맞추지 못하고 공식의 암기와 그것을 이용하여 단순한 문제 풀이에 시간을 많이 할애함으로써 수학의 기본적인 개념이나 기호의 정확한 사용법을 인지하지 못하고 계산 기능적인 면으로 치우치는 경향이 많이 나타나며, 문제 풀이의 창의적인 상황이 제시되지 않는 상태에서 교사 중심의 문제풀이 방법에만 의존하고 있다.[1] 이러한 문제점 속에서 창의적인 문제 해결 방안을 구상할 수 있는 사고력의 배양에 소홀함이 있다고 볼 수 있다. 따라서 학생 스스로 의미를 파악하여 학습 할 수 있는 교수 방법이나 학습 방법에 대한 연구는 현실적으로 매우 시급한 상황에 처해있다. 이러한 상황에서 많은 수학교육자들은 학생들이 좀 더 쉽게 수학의 개념에 접근 할 수 있게 하기 위하여 많은 노력을 하고 있다. 그러한 노력 중의 하나로 테크놀러지를 이용한 수학교육을 말 할 수 있는데, 이는 실제로 수학교육에 긍정적인 영향을 준다고 알려져 있다. 본 논문은 현 고등학교 수학I의 등차수열에 관한 내용을 Mathematica를 이용하여 다각수(도형수)로부터 등차수열의 개념을 유도하였다.

I. 서 론

현대 문명사회와 같이 과학기술이 발달하고 정보화 산업이 뿌리내리고 있는 세계에서는 우리에게 더 많은 지식과 창의력 및 기술을 요구하고 각종 사회현상을 분석하고 이해하는데 있어 더 많은 전문적 지식을 필요로 하게 한다. 특히 수학적 지식은 각종 현상의 이해와 분석에 지대한 역할을 하고 있으며 현대 생활의 모든 사람에게 기초적인 수학적 지식은 필수적인 것으로 여겨지고 있다. W.W Sawyer는 "현대는 수학적으로 사고하는 능력이 신문을 읽는 능력만큼 당연한 것이 되어야한다. 이러한 수학적 사고에 대한 요구는 어떤 사람에게는 불가능하다고 여겨질지 모르지만 거의 모든 사람들이 지금처럼 읽고 쓰는 능력을 갖게 되어야 한다는 것 또한 몇 세기 전 만해도 불가능한 것으로만 여겨졌었다." 라고 말하고 있다[2].

수학은 이제 더 이상 물리학, 통계학 또는 공학 등을 위한 입문수준의 사전 준비 단계가 아니다. 수학의 원리와 테크닉은 사회과학, 인문과학 및 예술 등의 모든 분야에서 중요한 부분을 차지하고 있다. 이러한 수학의 필요성과 수학 교수법의 변화에도 불구하고 많은 학생들이 수학에 대한 부정적인 태도를 나타내고 있다.

---

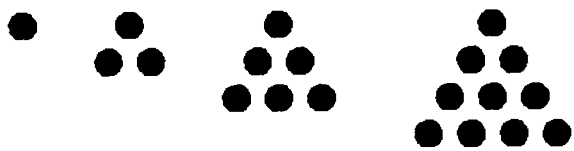
1) 박경미, 수학과 제 7차 교육과정의 개선방향, 수학사랑 8, pp-7, 서울: 수학사랑.
2) 최양년 (2003), 수학학습에 대한 불안 요인연구, 울산대학 대학원 석사논문.(재인용)

따라서 많은 수학교육자들은 수학 학습의 어려움을 완화시키기 위한 교수법을 제시하고 있다. 컴퓨터를 활용한 추상적인 수학 내용의 시각화도 그 중 하나이다. 컴퓨터를 사용한다고 해서 수학교육에 모두 긍정적인 영향을 주는 것은 아닐 것이다. 신은주는 "테크놀러지에 기반한 교과과정 재구조화로 강력하고 중요한 아이디어에 접근 가능하게 되고, 인간의 일상 경험에 기반을 둔 아이디어의 성장에 초점을 두고 형식주의 장벽을 부수고 언어적, 시각적, 인지적, 운동 감각적 능력을 개발하는 아이디어를 학습할 수 있고 표현할 수 있게 된다. 이렇게 19세기, 20세기 수학과는 다른 형태의 21세기 수학은 상호작용적이고 역동적인 매개체로 성장하리라 믿는다[3]"라고 하며 테크놀러지에 기반한 교과과정의 재구조화에 대하여 언급하였다.

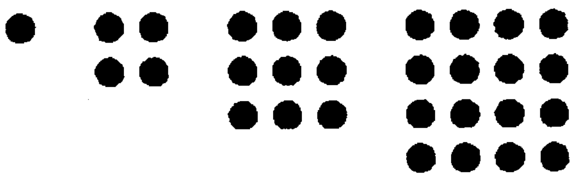
II. 본 론

다각수란 점을 기하학적인 도형의 형태로 배열해서 나타낸 수를 말한다. 삼각형, 사각형, 오각형 등으로 배열하여 나타낸 수를 각각 삼각수, 사각수, 오각수 등으로 이름을 붙였고, 이와 같은 삼각수, 사각수, 오각수 등을 총칭하여 다각수라는 용어를 사용하였다. 다각수는 하나의 수열을 이루고 있고, 다각수를 이용하여 등차수열의 합을 이끌어 보겠다.

삼각수의 예



사각수의 예



위의 그림은 4번 째항까지의 삼각수와 사각수는 각각 1, 3, 6, 10개의 점과 1, 4, 9, 16개의 점으로 만들어지는 것을 알 수 있다. 그러면 5번째의 삼각수와 사각수는 각각 몇 개로 만들어질까 ?

이 물음에 대해서 Mathematica를 이용하여 그 해답을 찾아보기로 하겠다. 먼저 좀 더 일반화된 다각수를 도형으로 표현하는 명령문이 다음과 같이 주어져 있다.

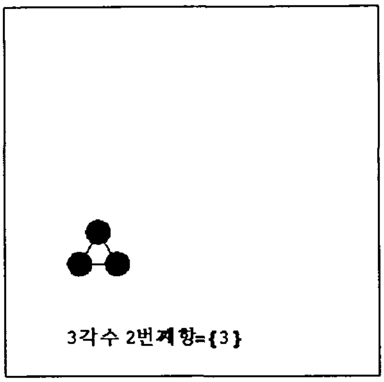
3) 신은주 · 송정화 · 권오남 (2000). Derive(TI-92)를 이용한 탐구 지향 수학 수업

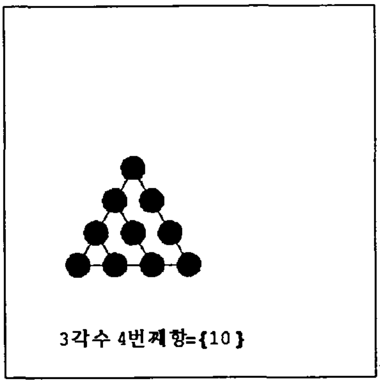
```
sp[n_, k_]:=Module[{l, v, p, c, pl},
    l=Flatten[Table[Flatten[Transpose[Table[Range[n]-1,{n,1,j}]]],{j,1,k-1}]];
        v=Transpose[{Cos[l*2Pi /n],Sin[l*2Pi/n]}];
        p=Table[Apply[Plus,Take[v,i]],{i,1,n*k*(k-1)/2}];
        p1=Prepend[p,{0,0}];
        c=Table[Disk[p[[i]],1/3],{i,1,n*k*(k-1)/2}];
    If[k==1,
        Show[Graphics[Disk[{0, 0},1/3],
            AspectRatio->Automatic, PlotRange->{{-2, 8},{-3, 7}}]],
            Epilog->Text[StyleForm[ToString[n]<>"각수"
            <>ToString[k]<>"번째항=1",
             FontSize->15, FontWeigth->"Heavy"],{2,-2}];,
        Show[Graphics[{c,Line[p1]},
            AspectRatio->Automatic, PlotRange->{{-2, 8},{-3, 7}}]],
            Epilog->Text[StyleForm[ToString[n]<>"각수"
            <>ToString[k]<>"번째항="
            <>ToString[ k((n-2)k-n+4)/2 ],
             FontSize->15, FontWeigth->"Heavy"],{2,-2}]
        ]];]]
```

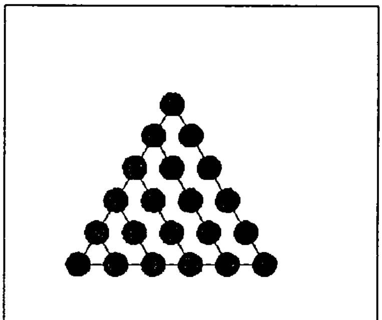
▲ 삼각수

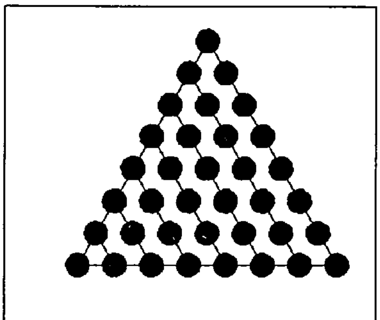
삼각수의 첫 번째 항부터 8번째 항의 도형까지를 만들면서 점의 개수의 변화를 관찰하여 보자.

Do[sp[3, k], {k, 1, 8}];









위의 결과로 항의 개수가 변화하면서 삼각형의 크기가 달라지는 것을 확인 할 수 있었다. 그러면 이들 각 항 사이에는 어떤 관계가 주어져 있는 것일까?

위의 물음을 관찰하기 위하여 각 항들로 하나의 리스트를 만들고, 각 항들 사이의 계차를 구하여 보자.

```
list01 = {1, 3, 6, 10, 15, 21, 28, 36};
kyecha = Table[list01[[k + 1]] - list01[[k]], {k, 1, Length[list01] - 1}];
TableForm[Table[{i, list01[[i]], kyecha[[i]]}, {i, 1, Length[kyecha]}],
                              TableHeadings -> {None, {"", "삼각수", "차"}}]
```

	삼각수	차
1	1	2
2	3	3
3	6	4
4	10	5
5	15	6
6	21	7
7	28	8

위의 결과로 알 수 있듯이 2번째 삼각수를 구하기 위해서는 첫 번째 삼각수 1에 계차 2를 더하면 되고, 3번째 삼각수를 구하기 위해서는 첫 번째 삼각수 1에 계차 2와 3을 같이 더하면 된다. 이와 같은 방법으로 8번째 삼각수를 구하기 위해서는 첫 번째 삼각수 1에 계차 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8까지 다 더하면 된다. 그래서 k번째 삼각수를 구하기 위해서는 첫 번째 삼각수 1에 계차 2, 3, 4, 5, …, n까지 다 더하면 된다. 다시 말하면 k번째 삼각수를 구하기 위해서는 1부터 k까지 자연수를 다 더하면 된다.

이제 Mathematica를 사용하여 열 번째 삼각수(k=10)를 구하는 과정을 보자.

```
a = Range[10]
b = Reverse[a]
c = a + b
```

```
plot01 = ListPlot[a, PlotStyle -> {PointSize[0.02], Hue[0.7]},
                PlotRange -> {{0, 11}, {0, 30}}, DisplayFunction -> Identity];
plot02 = ListPlot[b, PlotStyle -> {PointSize[0.02], Hue[0.9]},
                PlotRange -> {{0, 11}, {0, 30}}, DisplayFunction -> Identity];
plot03 = ListPlot[c, PlotStyle -> {PointSize[0.02], Hue[0]},
                PlotRange -> {{0, 11}, {0, 30}}, DisplayFunction -> Identity];
Show[plot01, plot02, plot03, DisplayFunction -> $DisplayFunction];
TableForm[Table[{a[[i]], b[[i]], c[[i]]}, {i, 1, Length[a]}],
                              TableHeadings -> {None, {"a", "b", "c"}}]
Sum[c[[k]], {k, 1, Length[c]}]
%/2
```

이 상의 관찰에서 삼각수의 k번째항은 다음과 같이 구할 수가 있다.

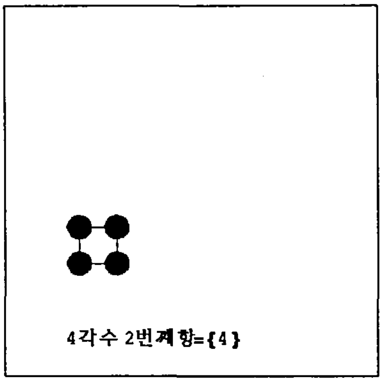
㉠ 자연수의 나열	1, 2, 3, ... , k-2, k-1, k
㉡ 자연수의 역순	k, k-1, k-2, ... , 3, 2, 1
㉢ 각 항끼리의 합	k+1, k+1, k+1 , ..., k+1, k+1, k+1
㉣ ㉢의 총합	k(k+1)

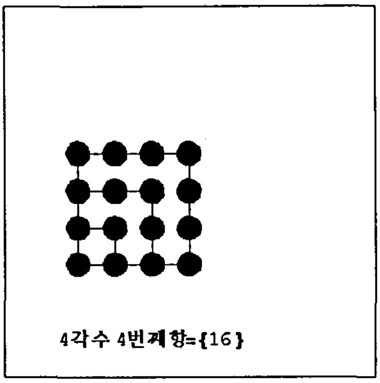
※ k번째 삼각수 $\frac{k(k+1)}{2}$

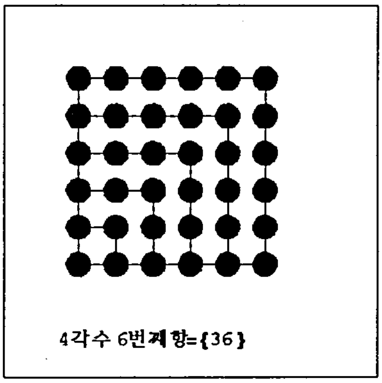
■ 사각수

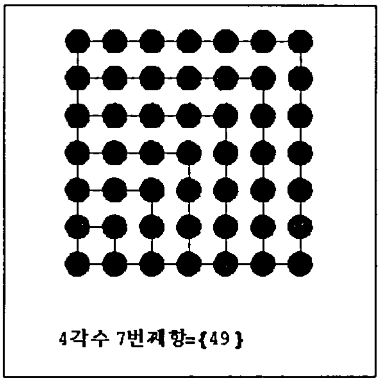
사각수의 첫 번째 항부터 8번째 항의 도형까지를 만들면서 점의 개수의 변화를 관찰하여 보자.

Do[sp[4, k], {k, 1, 8}]









삼각수의 경우와 같이 각 항들로 하나의 리스트를 만들고, 각 항들 사이의 계차를 구하여 보자.

```
list02 = {1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64};
kyecha02 = Table[list02[[k + 1]] - list02[[k]], {k, 1, Length[list02] - 1}];
TableForm[Table[{i, list02[[i]], kyecha02[[i]]}, {i, 1, Length[kyecha02]}],
                    TableHeadings -> {None, {"", "사각수", "차"}}]
```

	사각수	차
1	1	3
2	4	5
3	9	7
4	16	9
5	25	11
6	36	13
7	49	15

위의 결과로 알 수 있듯이 2번째 사각수를 구하기 위해서는 첫 번째 사각수 1에 계차 3를 더하면 되고, 3번째 사각수를 구하기 위해서는 첫 번째 삼각수 1에 계차 3와 5을 같이 더하면 된다. 이와 같은 방법으로 8번째 사각수를 구하기 위해서는 첫 번째 사각수 1에 계차 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15까지 다 더하면 된다. 그래서 k번째 사각수를 구하기 위해서는 첫 번째 사각수 1에 계차 3, 5, 7, 9, ⋯, 2n-1까지 다 더하면 된다. 다시 말하면 k번째 사각수를 구하기 위해서는 1부터 2k-1까지 공차가 2인 등차수열을 다 더하면 된다. 다음은 열 번째 사각수를 구하는 과정이다.

이제 Mathematica를 사용하여 열 번째 사각수(k=10)를 구하는 과정을 보자.

```
a = Range[1, 19, 2]
b = Reverse[a]
c = a + b
```

```
plot01 = ListPlot[a, PlotStyle -> {PointSize[0.02], Hue[0.7]},
              PlotRange -> {{0, 11}, {0, 30}}, DisplayFunction -> Identity];
plot02 = ListPlot[b, PlotStyle -> {PointSize[0.02], Hue[0.9]},
              PlotRange -> {{0, 11}, {0, 30}}, DisplayFunction -> Identity];
plot03 = ListPlot[c, PlotStyle -> {PointSize[0.02], Hue[0]},
              PlotRange -> {{0, 11}, {0, 30}}, DisplayFunction -> Identity];
Show[plot01, plot02, plot03, DisplayFunction -> $DisplayFunction];
TableForm[Table[{a[[i]], b[[i]], c[[i]]}, {i, 1, Length[a]}],
              TableHeadings -> {None, {"a", "b", "c"}}]
Sum[c[[k]], {k, 1, Length[c]}]
%/2
```

그래서 사각수의 k번째항은 다음과 같이 구할 수가 있다.

㉠ 차는 2로 나열된 자연수	1, 3, 5, ... , 2k-5, 2k-3, 2k-1
㉡ ㉠ 의 역순	2k-1, 2k-3, 2k-5, ... , 5, 3, 1
㉢ 각 항끼리의 합	2k, 2k, 2k , ... , 2k, 2k, 2k
㉣ ㉢의 총합	k*2k

※ k번째 사각수 k^2

지금까지 도형수가 만들어지는 과정과 도형수를 이루는 점의 개수에 대해서 Mathematica를 이용하여 알아보았다. 도형수의 관찰된 사실들을 등차수열과 관련지어서 그 개념을 정리해 보도록 하자.

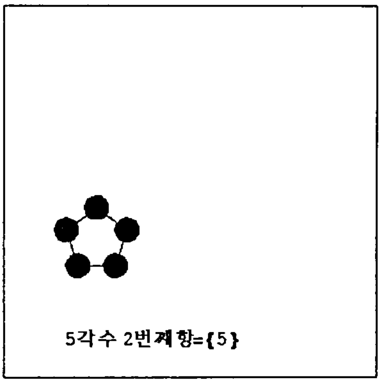
- 등차수열

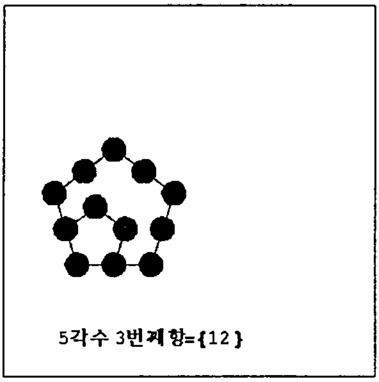
주어진 수에 일정한 수를 더해서 차례로 얻어지는 수열을 등차수열이라 하고, 이때 더해지는 일정한 수를 공차라 한다. 다시 한번 Mathematica를 이용하여 오각수와 좀 더 일반적인 다각수를 관찰해 보자.

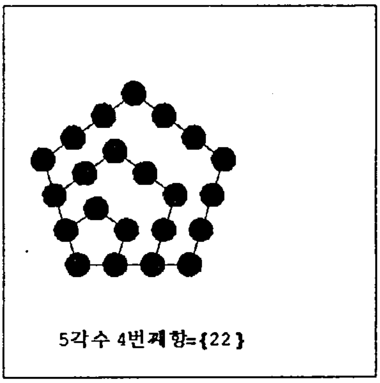
- 오각수

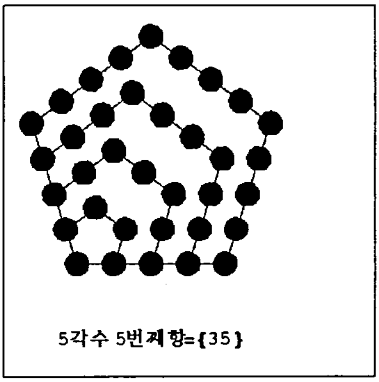
삼각수, 사각수와 동일한 과정을 반복하여 오각수를 관찰하자.

```
Do[sp[5, k], {k, 1, 8}]
```









오각수의 각 항들로 하나의 리스트를 만들고, 각 항들 사이의 계차를 구하여 보자.

```
list03 = {1, 5, 12, 22, 35, 51, 70, 92}
kyecha03 = Table[list02[[k + 1]] - list02[[k]], {k, 1, Length[list02] - 1}]
TableForm[Table[{i, list02[[i]], kyecha02[[i]]}, {i, 1, Length[kyecha02]}],
                                        TableHeadings -> {None, {"", "오각수", "차"}}]
```

	오각수	차
1	1	4
2	5	7
3	12	10
4	22	13
5	35	16
6	51	19
7	70	22

삼각수, 사각수와 같이 k번째 오각수를 구하기 위해서는 첫 번째 오각수 1에 공차가 3인 등차수열의 k개의 합을 구하면 된다. 다음은 열 번째 오각수를 구하는 과정이다.

- 열 번째 오각수를 구하여 보자.(예)

```
a = Range[1, 30, 3]
b = Reverse[a]
c = a + b
plot01 = ListPlot[a, PlotStyle -> {PointSize[0.02], Hue[0.7]},
            PlotRange -> {{0, 11}, {0, 30}}, DisplayFunction -> Identity];
plot02 = ListPlot[b, PlotStyle -> {PointSize[0.02], Hue[0.9]},
            PlotRange -> {{0, 11}, {0, 30}}, DisplayFunction -> Identity];
plot03 = ListPlot[c, PlotStyle -> {PointSize[0.02], Hue[0]},
            PlotRange -> {{0, 11}, {0, 30}}, DisplayFunction -> Identity];
Show[plot01, plot02, plot03, DisplayFunction -> $DisplayFunction];
TableForm[Table[{a[[i]], b[[i]], c[[i]]}, {i, 1, Length[a]}],
            TableHeadings -> {None, {"a", "b", "c"}}]
Sum[c[[k]], {k, 1, Length[c]}]
%/2
```

그래서 오각수의 k번째항은 다음과 같이 구할 수가 있다.

㉠ 공차가 3인 수열	1, 4, 7, ... , 3k-8, 3k-5, 3k-2
㉡ 수열의 역순	3k-2, 3k-5, 3k-8, ... , 7, 4, 1
㉢ 각 항끼리의 합	3k-1, 3k-1, 3k-1 , ... , 3k-1, 3k-1, 3k-1
㉣ ㉢의 총합	k(3k-1)

※ k번째 오각수 $\frac{k(3k-1)}{2}$

- n각수($n \geq 3$)

위의 삼각수, 사각수, 오각수와 같은 방법으로 계속하여 진행하면 n각수에 대한 정보를 얻을 수 있다. 여기에서는 n각수의 k번째항을 찾고자 한다. 간단한 명령문을 실행하여 확인하여 보자.

```
poly[n_, k_] := Module[{a, b, c},
                    a = Range[1, 1 + (k - 1)(n - 2), n - 2];
                    b = Reverse[a]; c = a + b;
```

```
TableForm[Table[{a[[i]], b[[i]], c[[i]]}, {i, 1, Length[a]}],
TableHeadings -> {None, {" a ", " b ", " c "}}]
poly[6, 20]
```

공차가 4인 수열	수열의 역순	각각의 항들의 합
1	77	78
5	73	78
9	69	78
13	65	78
17	61	78
21	57	78
25	53	78
29	49	78
33	45	78
37	41	78
41	37	78
45	33	78
49	29	78
53	25	78
57	21	78
61	17	78
65	13	78
69	9	78
73	5	78
77	1	78

위의 poly[6, 20]에 6과 20의 숫자 대신에 다른 숫자를 대입하여 확인하여 보면 다각수는 등차수열을 이루고 있다는 것을 확인할 수가 있다.

예를 들면, poly[6, 20]은 6각수의 20항을 구하기 위하여 앞의 다른 것들과 동일하게 수열을 배열하고 또한 그 역순으로 수를 배열하여 합을 나타낸 것이다. 그래서 6각수의 20항은 78을 총 20번 더하면 78×20=1560이다. 그런데 모든 수를 두 번씩 더하였기 때문에 2로 나누면 우리가 원하는 6각수의 20번째 항 1560÷2=780을 얻을 수 있다.

그래서 n각수의 k번째 항은 다음과 같이 구할 수가 있다.

㉠ 공차가 n-2인 수열 1, 1+(n-2), 1+2(n-2), ... , 1+(n-2)(k-3), 1+(n-2)(k-2), 1+(n-2)(k-1)

㉡ 수열의 역순 1+(n-2)(k-1), 1+(n-2)(k-2), 1+(n-2)(k-3), ... , 1+2(n-2), 1+(n-2), 1

㉢ 각 항끼리의 합 (n-2)k-n+4, (n-2)k-n+4, (n-2)k-n+4 , ... , (n-2)k-n+4, (n-2)k-n+4

㉣ ㉢의 총합 k{(n-2)k-n+4}

※ k번째 n각수 $\frac{k\{(n-2)k-n+4\}}{2}$

이제까지 다각수로부터 등차수열의 개념에 대해서 알아볼 수 있었다. 다각수를 나타내는 점들의 총 개수는 무엇을 의미하는 것일까 ?

• 등차수열의 합

위의 다각수의 k번째 항을 구하는 것이 등차수열의 합을 구하는 것이므로 같은 방법으로 등차수열의 합을 구할 수가 있다.

예를 들면, 먼저 첫째항 3과 공차가 4인 등차수열을 25번째 항까지 합을 구하려면 다음과 같이 진행할 수 있다.

```
a = 3; d = 4;
list01 = Range[3, 100, 4]
```

주어진 수열을 역순으로 나열하자.

```
list02 = Reverse[list01]
```

주어진 두 수열을 각각의 항끼리 더하여 그 합을 계산하면

```
list03 = list01 + list02
Sum[list03[[i]], {i, 1, Length[list03]}]
%/2
```

위와 같은 예를 하나의 명령문으로 주고 전체의 과정을 한꺼번에 볼 수 있는 명령문을 다음과 같이 주고서 등차수열의 합을 계산하여 보자.

```
a = Input["first term"]; d = Input["common difference"] ; n = Input["n-th term"] ;
lista = Range[a, a + (n - 1)*d, d]; listb = Reverse[lista]; listc = lista + listb;
        Print["등차수열=", lista];
        Print["등차역순=", listb];
        Print["각항의합=", listc];
TableForm[Table[{lista[[i]], listb[[i]], listc[[i]]}, {i, 1, Length[lista]}],
                          TableHeadings -> {None, {"수열", "역순", "각각의 합"}}]
Print["등차수열의 합=", Sum[listc[[k]]/2, {k, 1, Length[listc]}]]
```

위의 명령문에는 Input문이 사용되었는데 실행을 시키면 a, d, n의 값을 차례로 입력할 수 있는 입력창이 나타나고, 그곳에 값을 넣어 실행을 시키면 된다. 다음은 실제 a, d, n의 값에 각각 2, 3, 10을 대입하여 첫째 항이 2, 공차가 3인 등차수열의 10번째 항까지의 합을 나타낸 것이다.

```
등차수열={2, 5, 8, 11, 14, 17, 20, 23, 26, 29}
```

```
등차역순={29, 26, 23, 20, 17, 14, 11, 8, 5, 2}
```

```
각항의합={31, 31, 31, 31, 31, 31, 31, 31, 31, 31}
```

수열	역순	각각의 합
2	29	31
5	26	31
8	23	31
11	20	31
14	17	31
17	14	31
20	11	31
23	8	31
26	5	31
29	2	31

등차수열의 합=155

결국, 첫째항이 a, 공차가 d인 등차수열의 n개의 항의 합을 구할려면

① $a+(a+d)+(a+2d)+\cdots+(l-2d)+(l-d)+l$

② $l+(l-d)+(l-2d)+\cdots+(a+2d)+(a+d)+a$

n번째 항까지 등차수열을 나열하고, 또 그 순서를 바꾸어서 나열하자. 이것을 각각의 항끼리 더하면 모든 항이 $a+l$이 된다.

③ $(a+l)+(a+l)+(a+l)+\cdots+(a+l)+(a+l)+(a+l)=n(a+l)$

모든 항을 2번씩 더하였기에 2로 나누면 우리가 얻고자 하는 등차수열의 합의 공식을 얻을 수가 있다.

Ⅲ. 결 론

조완영 외 1인(2000년)은 수학을 학습하면서 학생들이 겪게 되는 어려움으로

① 근본적으로 수학자체의 추상화되고 형식화된 특성 때문이다.

② 수학의 논리-연역적인 측면만을 지나치게 강조하고 있기 때문이다

를 제시하면서, 수학학습에서 컴퓨터 공학은 다음과 같은 역할을 할 수 있다고 하였다.

① 선 수학습의 결손으로 인하여 학습이 이루어지지 못하는 경우에 선수학습의 결손을 보상해주는 역할을 함으로써 학습이 계속적으로 이루어 질 수 있게 해준다.

② 수학학습에서 정상적인 학습이 가능한 아동들에게는 보다 많고 다양한 경험을 제공해 줌으로써 이해의 폭을 넓고 깊게 해준다.

③ 다른 아동들보다 능력 있는 아동들에게는 지필 환경에서 제공해 주지 못하는 학습환경을 제공함으로써 아직 학습하지 않은 수학적인 내용들에 대해서 스스로 탐구 할 수 있게 해준다.

④ 단순한 계산에 투자되는 시간을 줄여 줌으로써 문제해결 능력과 같은 좀더 고등의 수학적 기능을 기르는데 더 많은 시간을 투자 할 수 있게 해준다.

김향숙(2003년)은 Mathematica를 이용한 함수 지도는 다음과 같은 점에서 수학학습에 도움이 되는 것으로 밝히고 있다.

① 수학에 흥미를 갖게 하고 사고의 연결성을 발전시켜 동기유발의 효과를 얻을 수 있다.

② 복잡한 초월함수 도입을 단순화 할 수 있다.

③ 추상적인 수학내용을 시각화, 청각화함으로써 학습을 다양하고 심도 있게 조절 할 수있고, 수학의 실용성에 대해 확실하게 인식할 수 있다.

④ 개념적 사고에 대한 구체적인 기초를 제공하게 되므로 무의미한 언어주의적 반응을 감소시키고 직관의 원리를 강조 할 수있다.

⑤ 학생들 자신의 자발적인 구성을 유도 할 수 있다.

테크놀러지를 이용한 수열의 지도는 수열의 규칙성, 흥미유발과 관련된 동기부여, 개념의 구체적인 이해에 도움이 된다고 생각한다.

참 고 문 헌

김향숙 · 김태완 · 김영미 · 최종술(2003). 소리와 음악을 통한 초월 함수의 지도, 수학교육학회 연구발표대회논문집, pp.611-631, 서울: 대한수학교육학회.

박경미 (1997), 수학과 제 7차 교육과정의 개선방향, 수학사랑 8, pp-7, 서울: 수학사랑.

식야의명 · 급천구영 · 시전 절 (1995) ,Mathematica로 보이는 고교수학 , 프렌출판.

신은주 · 송정화 · 권오남 (2000). Derive(TI-92)를 이용한 탐구 지향 수학 수업, 한국수학교육학회지 시리즈 E <수학교육 논문집> **10**, pp169-188, 서울: 한국수학교육학회.

조완영 · 전성룡 (2000). 컴퓨터 공학의 도입을 위한 수학교육연구의 방향, 한국수학교육학회 시리즈 A <수학교육> **39(2)**, pp.179-186, 서울: 한국수학교육학회.

3. 최양년 (2003). 수학학습에 대한 불안 요인연구, 울산대학 대학원 석사논문.

<부 록>

삼각수

```
Show[Graphics[{Disk[{0, 0}, 1/3], Disk[{2.5, 0}, 1/3],
            Disk[{2.5 + 1/2, -Sqrt[3]/2}, 1/3],
            Disk[{2.5 - 1/2, -Sqrt[3]/2}, 1/3], Disk[{6, 0}, 1/3],
            Disk[{6 + 1/2, -Sqrt[3]/2}, 1/3], Disk[{6 - 1/2, -Sqrt[3]/2}, 1/3],
            Disk[{6, -Sqrt[3]}, 1/3], Disk[{6 + 1, -Sqrt[3]}, 1/3],
            Disk[{6 - 1, -Sqrt[3]}, 1/3], Disk[{11, 0}, 1/3],
            Disk[{11 + 1/2, -Sqrt[3]/2}, 1/3], Disk[{11 - 1/2, -Sqrt[3]/2}, 1/3],
            Disk[{11, -Sqrt[3]}, 1/3], Disk[{11 + 1, -Sqrt[3]}, 1/3],
            Disk[{11 - 1, -Sqrt[3]}, 1/3], Disk[{11 + 3/2, -3Sqrt[3]/2}, 1/3],
            Disk[{11 + 1/2, -3Sqrt[3]/2}, 1/3],
            Disk[{11 - 1/2, -3Sqrt[3]/2}, 1/3],
            Disk[{11 - 3/2, -3Sqrt[3]/2}, 1/3]},
                    AspectRatio -> Automatic, ImageSize -> 400]];
```

사각수

```
Show[Graphics[{
     Disk[{0, 0}, 1/3], Disk[{2, 0}, 1/3], Disk[{3, 0}, 1/3],
     Disk[{3, -1}, 1/3], Disk[{2, -1}, 1/3], Disk[{5, 0}, 1/3], Disk[{6, 0}, 1/3],
     Disk[{7, 0}, 1/3],
     Disk[{5, -1}, 1/3], Disk[{6, -1}, 1/3], Disk[{7, -1}, 1/3],
     Disk[{5, -2}, 1/3], Disk[{6, -2}, 1/3], Disk[{7, -2}, 1/3],
     Disk[{9, 0}, 1/3], Disk[{10, 0}, 1/3],
     Disk[{11, 0}, 1/3], Disk[{12, 0}, 1/3],
     Disk[{9, -1}, 1/3], Disk[{10, -1}, 1/3],
     Disk[{11, -1}, 1/3], Disk[{12, -1}, 1/3],
     Disk[{9, -2}, 1/3], Disk[{10, -2}, 1/3],
     Disk[{11, -2}, 1/3], Disk[{12, -2}, 1/3],
     Disk[{9, -3}, 1/3], Disk[{10, -3}, 1/3],
     Disk[{11, -3}, 1/3], Disk[{12, -3}, 1/3]},
          AspectRatio -> Automatic, ImageSize -> 400]];
```