韓國數學敎育學會誌 시리즈 E
<數學敎育 論文集>
제 16집, 2003. 8. 81-91.

J. Korea Soc. Math. Ed. Ser. E:
Communications of Mathematical Education
Vol. 16, Aug. 2003. 81-91.

DGS 동적 환경을 이용한 수학교육

송 민 호 (서울대학교 대학원)
진 만 영 (서울대학교 대학원)

이 논문에서는 학습자가 동적 수학 개념과 관련하여 오개념을 가지고 있는 현상에 주목하여 대학생들이 가지고 있는 동적 개념과 관계된 오개념을 분석하고 지도방법을 제시하고 있다. 오개념 분석은 대학생을 대상으로 한 설문조사결과를 바탕으로 하였으며, 그 결과 많은 학생들이 동적인 개념을 정적인 개념으로 이해하고 있는 것으로 나타났다. 이러한 오개념을 진단하고 처방하는 방법으로 동적 기하(Dynamic Geometry System)을 택하고, 이를 이용한 동적 수학 탐구학습이 가지는 특징을 살펴본다.

1. 서 론

Euclid 기하는 눈금 없는 자와 컴퍼스에서 출발하여 모든 내용을 연역적으로 구성하였다. 이러한 Euclid 기하의 정신에 입각해서 구성된 학교수학 과정은 동적이거나 측정과 관련되어 학습자가 직관적으로 알 수 있는 사실이나 체험할 수 있는 내용이 배제되어왔다. 이것은 학습자의 참여를 억제하고 추상적 학습내용에 대한 이해를 어렵게 만들어 학습의욕을 저하시키는 요인이 되어왔다.

현대에는 과학기술이 발달하면서 인터넷이 보급화되고 모바일 기기가 일반화되면서 교육의 주목적도 지식위주에서 지식활용으로 변화하고 있다. 이전까지는 "know about" , "know what" , "know how"를 강조하였지만 이제는 "know with"가 강조되고 있다. 이렇게 교육의 패러다임이 변화하면서 수학학습에서도 기존의 지식전달의 정적인 수업보다는 DGS와 같은 동적 환경을 이용한 학습이 주목받고 있다.

DGS에서는 이제까지 배제되어왔던 학습자의 참여 및 조작을 적극적으로 유도한다. 또한 학습자가 직관적으로 알 수 있는 사실에 대한 긍정적인 내용제기를 통해 알고리즘화 되어버린 현대의 추상적 대수에 대해 학습자가 그 의미를 이해하고 이미지를 형성하는데 기여할 수 있다. 이런 관점에서 볼 때 DGS를 이용한 기하학습은 교육과정에 여러 가지 긍정적 영향을 줄 수 있다. 또한 수학적 내용에 대한 접근을 용이하게 만들지만 수학적 엄밀성은 떨어져서 Euclid 기하에서 배제되어왔던 직관과 실제적 형상화를 다시 학습자에게 제시하는 계기가 될 수 있다.

조한혁외[1]에 따르면 하나의 개념을 동적인 과정의 관점과 정적인 결과의 관점에서 다룰 수 있으며 개념에 따라서 어떤 관점을 취하느냐에 따라서 개념의 인식이 다르게 이루어진다. 따라서 동적인

1) 정적 동적 관점에서의 순환소수. (1999).

개념에 대해 동적인 과정에 관점을 둔 학습이 이루어지지 않는다면 오개념을 형성할 수 있다.

또한 Shlomo Vinner은 개념 형성과 관련하여 다음과 같이 언급했다.[2)]

개념 명칭을 보거나 들을 때 ... 떠오르는 것은 소위 '개념 이미지(concept image)'라고 하는 것이며 ... 개념 이미지는 우리의 마음 속에서 개념 명칭과 결합된 비언어적인 것이다. ... 우리 기억 속에서 제일 먼저 떠오르는 것은 이런 언어의 형태가 아니라는 사실을 명심해야 한다. ... 전문적 상황에서는 정의가 아주 중요한 역할을 한다. 정의는 개념 이미지를 형성하는 것을 돕는 것은 물론이고 인지적 과제를 해결하는 데 결정적인 역할을 하기도 한다.

동적인 개념이 정적인 개념으로 변화하여 형성되는 것은 어떤 개념에 대한 여러 가지 성질 중에서 특징적인 고정된 형상을 개념으로 받아들일 때 발생한다. 이것은 실제 교육현장에서 동적인 면을 제시하기 어렵기 때문일 것이다. 따라서 이러한 상황은 주로 학습하기 어려운 동적 개념과 연관된 경우가 많다.

DGS와 같은 소프트웨어와 마우스와 같은 하드웨어 등의 컴퓨터의 다양한 기능을 활용하면 동적 학습환경을 구성할 수 있다. 그리고 이러한 학습환경을 이용하여 학습자가 수학 실험 학습을 경험할 수 있는 교육과정을 구성할 수 있다. 이것은 기존의 수동적인 개념학습에서 탈피하여 보다 능동적인 학습이 이루어질 수 있는 교과과정을 구성하는데 도움이 될 것이다.

이 연구에서는 DGS가 가지는 장점들이 실제 학습에서 어떻게 나타나는지에 대해서 주목하고 있다. 그리고 오개념이 많이 발견되는 몇몇 동적 개념에 대한 분석을 통해 실제적인 학습 및 오개념 처방의 예를 제시하여 DGS를 이용한 학습을 제시하고 있다.

2. 오개념 진단 및 분석

서울대학교 학부학생 96명을 대상으로 접선과 관련된 몇 가지 문제[3)]에 대해서 설문조사를 하였다. 설문조사를 분석한 결과 학생들이 접선에 대해 가지고 있는 오개념은 크게 세 부류로 나타나는 것 같다.

첫째. 접선은 곡선에서만 그릴 수 있다.
둘째. 접선은 그래프를 나누어서는 안된다.
셋째. 모서리에서는 접선이 존재하지 않는다. (즉, 미분계수가 없으면 접선도 없다)

이상에서 알 수 있듯이 많은 학생들이 접선을 원과 관련되어 기억하는 "한 점에서 곡선에 만나는

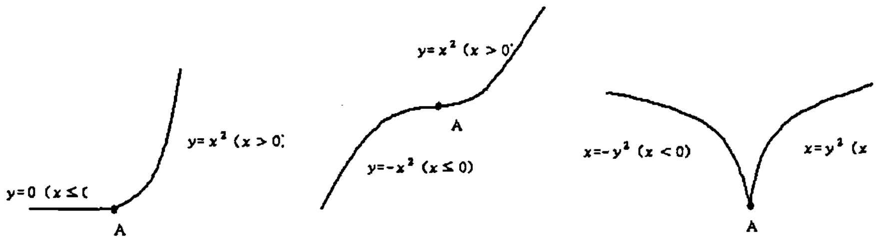
2) 고등수학적 사고. (2003)
3) 이 문제는 Shlomo Vinner의 글에 등장한다. 고등수학적 사고. 류희찬외 역. 2003.

선"이라는 정의로 규정하고 있는 것으로 생각된다. 그리고 이러한 접선에 대한 개념이 동적인 형태로 이루어진 것이 아니라 특징화된 정적인 형태로서 이루어져있기 때문에 접해보지 않은 그래프에 대해서는 제대로 적용하지 못한다는 점을 짐작할 수 있다.

특히 미적분을 접한 학습자는 접선의 기울기와 미분계수가 동치라는 생각을 가지고 있는 경우가 많은 것 같다. '미분계수가 접선의 기울기가 된다'는 명제의 이, 즉 '미분계수가 없으면 접선도 없다'라는 명제도 성립하는 것으로 생각하는 경향이 있는 것 같다. 그래서 뾰족한 모양에서는 미분계수가 존재하지 않고 따라서 접선이 존재하지 않는다고 여기는 것이다. '모서리에서는 미분계수를 구할 수 없다'라는 개념이 '접선은 없다'라는 결과를 이끌어 낸 것이다.

다음은 학생들에게 제시된 문제와 그에 대한 답변, 그리고 분석결과이다.

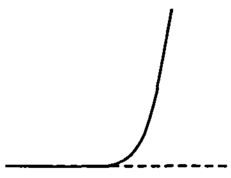
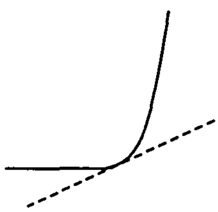
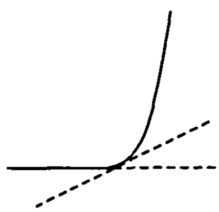
문제) 다음의 그래프에서 점 A에서의 모든 접선을 그려 보세요. (만약 존재하지 않는다면 존재하지 않는다고 쓰면 됩니다.)



A B C

답안 분석

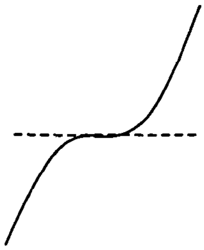
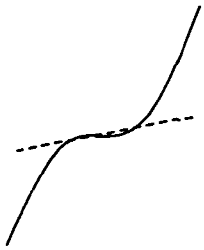
<문제 A>

A1 (정답)	A2	A3	A4	A5
			없다	무응답
56	12	7	17	4
58%	13%	7%	18%	4%

A2와 A3의 경우에는 기존에 가지고 있는 곡선에 대한 접선의 형상을 무리하게 적용하려는 시도

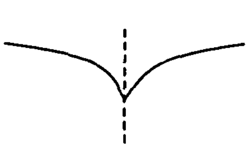
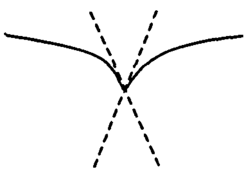
를 보여주고 있다. 여기서 주목할 점은 '없다'고 대답한 경우가 18%정도로 적지않다는 점이다. 이것은 접선에 대한 개념이 곡선에 한정되어 형성되어있거나 접선과 그래프는 한점에서만 만나야 한다는 개념을 가지고 있는 것으로 생각할 수 있다.

<문제 B>

B1 (정답)	B2	B3	B4
		없다	무응답
69	10	9	8
72%	10%	9%	8%

B2의 경우 제시된 식이 아닌 눈에 보여지는 곡선에 접하게 하려고 시도한 것 같다. B3의 응답을 한 경우에는 그래프와 접선이 주어졌을 경우 그래프는 접선의 어느 한 방향에 모두 나타나야 한다는 개념을 가지고 있거나 B1의 접선이 그래프와 여러 점에서 만나는 것으로 생각하는 것 같다. 이것은 원과 같은 도형에 대한 접선에서 두드러지게 나타나는 특징으로 교과과정에서 접선을 도입할 때 원에 대한 접선을 먼저 도입하고 그것을 바탕으로 모든 접선을 해석하기 때문으로 보인다.

<문제 C>

C1 (정답)	C2	C3	C4	C5	C6
			무수히 많다	없다	무응답
8	2	4	3	73	6
8%	2%	4%	3%	76%	6%

C2, C4의 경우는 접선은 주어진 그래프와 한 점에서 만난다는 개념을 가지고 있는 것 같다. C3의 경우는 양쪽의 곡선에 접하는 선을 각각 그린 것으로 두 개의 원에 동시에 접하는 접선과 같은 형식

을 표현한 것 같다.

여기서 주목할 점은 C5와 같이 '없다'라고 응답한 사람이 대다수를 차지하고 있다는 점이다. 이것은 곡선이 아닌 모서리나 끝이 뾰족한 부분에 대해서는 접선을 그릴 수 없다는 개념을 가지고 있기 때문인 것으로 추측된다. 즉 미분계수의 존재와 접선의 존재가 동치인 것으로 생각한다는 것이다.

이번 설문조사에서 아쉬운 점은 설문조사 대상자와의 인터뷰가 없었다는 점이다. 그들의 생각을 좀더 자세히 쓰게 하는 방법을 사용하거나 질문을 통해서 그들이 가지고 있는 개념에 대한 실마리를 얻을 수 있었다면 좀더 정확한 분석을 할 수 있을 것 같다.

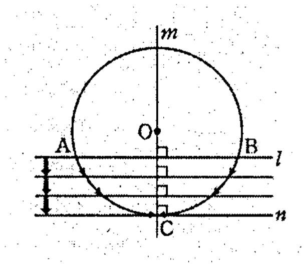
3. 동적 개념에 대한 오개념 처방

동적 개념과 관련된 오개념을 진단하였다면 그것에 대한 처방이 필요할 것이다. 여기에는 컴퓨터, 특히 DGS와 같은 동적 기하 소프트웨어의 활용이 효과적일 수 있다. 동적 개념이 정적 개념과 관련되어 오개념을 가지게 되는 주된 이유 중 하나는 동적 개념을 정의할 때 학습상의 환경이 동적 개념을 제대로 제시하기 어렵기 때문에 대부분 학습자의 상상에 의존하여 정적인 개념으로 변화시켜 학습시키기 때문이다. 만약 동적 기하 소프트웨어를 이용하여 동적 개념을 보여준다면 학습자가 가지고 있는 오개념을 수정하는데 도움이 될 것이다.

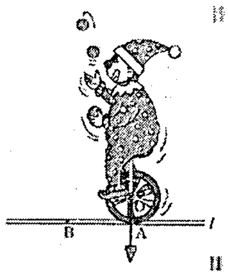
여기에서는 앞에서 진단한 접선과 관련된 처방을 제시한다.

현재 교과과정에서 접선을 학습하는 첫 단원은 원에서의 접선이다. 그리고 뒤에서 등장하는 대부분의 접선을 원에서의 경우와 같은 방식으로 처리하고 있다. 따라서 원에 대한 접선을 어떤 방식으로 지도하고 있는지 살펴보자.

원에 대한 접선을 학습할 때 다음과 같은 상황에 대한 그림을 제시하고 있다.



A 교과서

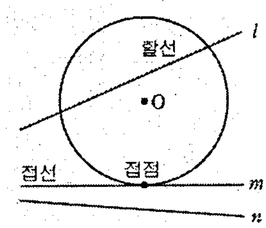


B 교과서

A 교과서의 경우에는 분명히 동적인 개념을 표현하고 있지만 동적인 조작을 그림으로 제시하고

있어 학습자에게 바람직한 동적 조작이라고 할 수 없다. 이것은 학습자가 조절하여 내면화 시켜야하는 단계를 요하게 된다. 이때 동적 조작 환경에 익숙하지 못한 학생들에게는 선의 움직임보다는 "원과 C라는 한점에서 만나는 직선이 접선이다"라는 방식으로 생각하게 될 것이다.

그리고 이러한 오개념은 다음과 같이 위의 그림에 연이어 등장하는 접선과 관련된 몇 가지 성질을 대하면서 확신으로 변하게 되고 굳어지게 된다.

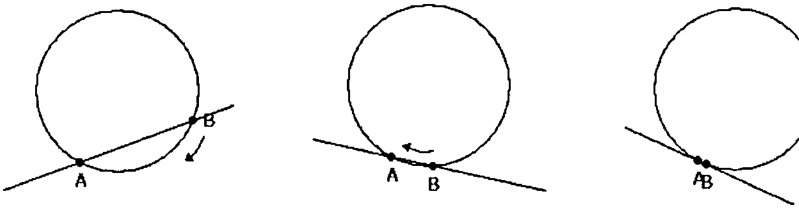


이 그림은 접선이란 원과 한점에서 만나는 직선이라는 개념을 더욱 더 강화한다.

이것은 접선과 관련된 특징적인 성질 중에서 하나를 이용해서 접선을 정의하고 있는 것이다. 이와 같은 방식은 접선이라는 새로운 개념에 대해서 제대로 학습자가 받아들일 수 있는 경험이나 지식이 준비되어있지 않는 상태에서 제시될 가능성이 크기 때문에 학생들은 정적인 개념으로 이해할 수밖에 없다. 즉, 동적 개념을 정적 개념으로 이해하는 오개념이 발생하게 된다.

이와 같은 방식은 Euclid식 기하의 특징적인 방법으로 다른 대부분의 접선도 이와 같은 방식을 따르고 있으며 별다른 정의 없이 접선을 원에서의 그것과 마찬가지로 이미지화 하여 설명하고 있다. 이와 같은 방식은 접선에 대한 정적인 개념이 더욱 더 강화되어 사고의 유연성을 저해시키는 원인이 되며 앞에서 살펴본 접선을 묻는 질문에서 오답을 하게 되는 결정적인 계기가 된다.

이러한 오개념의 발생을 막으려면 무엇보다도 원에 대한 접선을 정의할 때 학생들의 사고방식이 동적으로 받아들일 수 있는 환경이 제시되어야 한다. 따라서 기존의 학습방법에 DGS를 활용한 다음과 같은 학습이 필요하다.



여기에서 접선을 구하고자하는 지점은 A이며 B를 움직일 수 있다. 그리고 직선 AB는 B를 따라 움직이게 되고 A와 B가 일치하게 될 때 접선이 된다고 할 수 있다. 여기에서 정확한 접선을 보여주

는 것은 아니며 접선이 되어가는 과정을 동적으로 보여주는 것이다.

이때 중요한 점은 학습자가 직접 조작할 수 있다는 점이다. 같은 동적 상황이라고 할지라도 직접 조작할 수 있는 것과 단순히 보여지는 것 사이에는 분명한 효과의 차이가 있다. 이것은 구성주의적 관점에서 학습자가 스스로 지식을 발견하고 구성할 수 있다는 것뿐만 아니라 직접 조작할 수 있는 도구는 학습자가 좀더 흥미를 가지고 친숙하게 다가설 수 있는 기회를 제공한다.

4. DGS의 학습에서의 활용

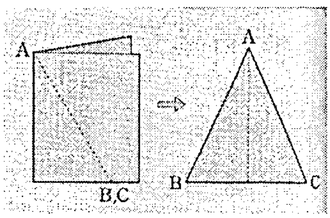
Piaget는 새로운 지식과 관련하여 동화와 조절을 통해서 그 개념을 받아들인다고 보았고 이러한 과정에서 기존의 지식과 새로운 지식사이에 갈등이 형성될 때 정신적 단계의 전이가 발생한다고 보았다.

David Tall은 이러한 과정에서 새로운 개념이 만족할 만큼 조절되지 않을 때 문제가 발생한다고 언급하였다. 즉, 새로운 개념을 조절하기에 바탕이 되는 경험이나 지식이 부족할 경우 오개념이 발생할 수 있다는 의미가 된다.

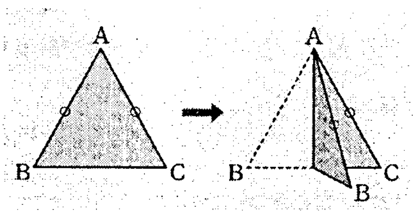
따라서 이러한 오개념이 발생할 가능성이 있는 학습에 대해서는 새로운 개념이 올바르게 조절될 수 있는 학습환경을 제시해주는 것이 중요하다. 이러한 관점에서 볼 때 학습자가 동적 개념을 접했을 때 그 개념을 올바르게 이해하기 위해서는 다양한 동적 상황에 대한 경험이 선행되어야 한다.

또한 이러한 동적 환경이 단순히 제시되는 것이 아닌 학습자가 직접 조작할 수 있는 환경을 제공해야 한다. 기존의 수동적인 학습자세에서 벗어나 학습자가 스스로 지식을 구성하고 발전시켜나간다는 구성주의 관점이 최근 크게 각광받고 있다는 사실을 생각해보면 학습자가 자신의 의지에 따라 조작을 할 수 있는 학습환경이 요구되는 것이다.

예를 들어 이등변 삼각형의 두 밑각은 같다는 내용에 대한 학습에 대해서 살펴보자. 다음은 이등변삼각형의 도입부에 제시되는 그림이다.



가 교과서

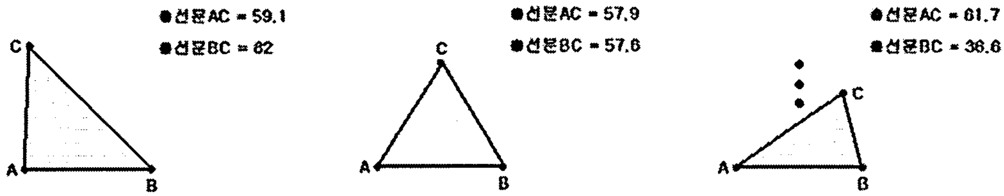


나 교과서

기존의 학습에서는 이등변삼각형의 특징적인 형태를 제시하고 그 특징으로 밑각이 같다는 내용을 소개하고 있다. 여기에서 이등변삼각형의 밑각이 같다는 사실을 증명해야할 명제로 제시하고 있으며

이러한 내용을 찾아볼 수 있는 선행 활동내용이나 학습자료는 거의 찾을 수 없었다. 위에서의 그림과 같이 단원의 첫 부분에 등장하는 삼각형 모양의 종이 접기가 그 유일한 예이다. 아울러 이등변삼각형의 형태자체도 이미 주어지는 것으로 학생들에게 받아들여지고 있다.

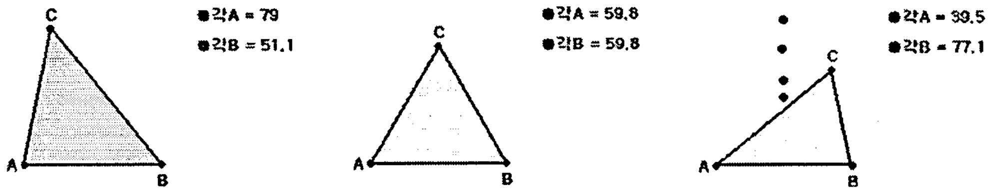
이제 DGS를 이용하여 학습자 스스로 이등변 삼각형에 대한 여러 가지 추측을 하게 할 수 있는 동적 학습 환경을 살펴보자.



위의 그림에서는 점 C를 직접 조작하여 움직일 수 있다. 이때 선분 AC와 선분 BC의 길이가 오른쪽 위에 표시된다. 학생들은 이 길이를 보면서 점 C를 움직이게 된다. 이때 주어지는 활동은 두 선분의 길이가 같을 때에는 점 C의 위치에 흔적을 남기는 것이다. 이렇게 남긴 흔적들을 모은 그림이 세 번째에 있는 그림이다.

이러한 활동을 통해서 학생들은 두 변의 길이가 같은 삼각형이 되도록 점 C를 선택하면 점 C의 위치가 일정한 어떤 형태를 가진다는 사실을 알게 되고 또한 이등변삼각형이 삼각형 중에서 특별한 성질을 만족하는 삼각형이라는 사실을 인지하게 된다.

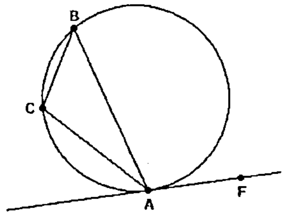
이제 다음과 같은 활동을 더해서 해보자.



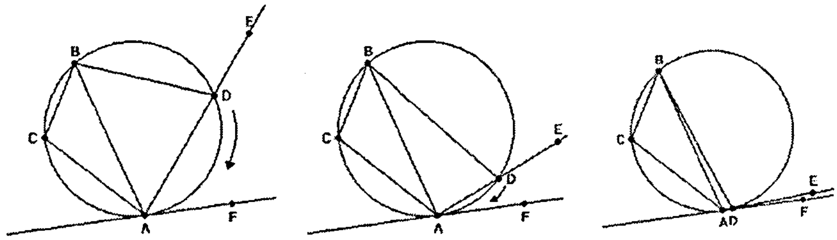
이것은 위와 같은 방식으로 조작할 수 있으며 다른 점은 오른쪽 위에 표시되는 정보가 선분의 길이가 아닌 밑각의 크기라는 점이다. 학습자에게 주어진 활동과제는 각의 크기가 같게되는 점 C의 위치에 흔적을 남기는 것이다.

학습자는 이 두 과정을 거쳐서 이등변 삼각형이 어떤 조건을 만족할 때 성립하는지를 직관적으로 알게 된다. 그리고 밑각이 같다는 사실과 두 변의 길이가 같다는 사실이 같은 조건이 된다는 사실을 추측할 수 있는 것이다. 물론 이러한 과정을 거쳐서 추측하게 한 다음 엄밀한 수학적 증명은 뒤이어 요구될 것이다.

앞에서 살펴본 원의 접선에 관련되어 학습할 수 있는 예도 살펴보자.



각 BCA와 각 BAF의 크기가 같다는 내용을 학습하는 방법으로 다음과 같은 동적 환경을 생각해 보자.



위의 그림에서 각 BCA와 각 BDE가 같다는 사실을 학습자가 인식하고 있다고 가정하자. 이때 점 D를 움직여도 그 사실은 여전히 변함이 없다. 그렇다면 학습자가 점 D를 점 A에 접근시킬 때 선분 DE가 어떻게 변화하는지를 생각해보자.

직관적으로 학습자는 선분 DE가 선분 AF와 겹쳐진다고 추론하게 될 것이다. 또한 각 BCA와 각 BDE가 일치하므로 결국 각 BCA와 각 BAF가 같다는 사실에 대한 심적인 확신을 가지게 될 것이다. 이러한 내용은 수학적으로 엄밀하지는 않지만 학습자가 수학적 내용에 대해서 확신을 가지고 받아들이게 되는 계기가 될 수 있으며 또한 학습대상에 대한 이해를 높이는데 도움이 될 것이다.

이처럼 직접 조작하고 움직이는 동적 환경은 능동적으로 변화와 관련된 사실을 받아들이는 경험을 학습자에게 제공할 수 있다. 그리고 이러한 경험은 접선과 같은 이후에 등장하는 동적 개념에서도 유용하게 작용할 것이다. 또한 이러한 방식을 이용하면 구성주의에 입각한 교육이 가능해질 것이다. 학습자가 수동적으로 정의를 받아들여서 문제에 적용하는 것이 아니라 능동적으로 정의를 발견하고 구성해가면서 학습을 하는 것이 가능한 것이다. 또한 학습 내용이 가지는 의미를 확인하고 이해할 수 있는 계기를 제공할 수 있다.

5. DGS의 활용시 주의점

David Tall(2000)에 따르면 학습 대상을 Process와 Product의 개념으로 나눌 수 있다. Process는

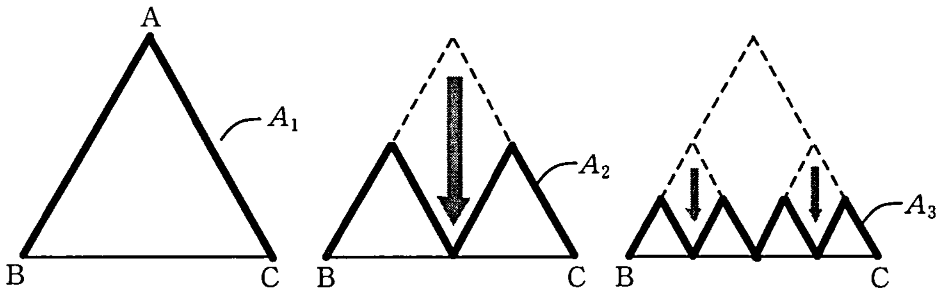
일련의 진행 과정이며 Product는 그 과정에 따른 결과물이다. 즉, 1+2+3이라는 표기는 Process의 입장에서 보면 1, 2, 3을 더하는 연산으로 생각할 수 있다. 하지만 Product의 입장에서 생각하면 이러한 표기는 6을 의미한다.

DGS를 활용한 동적 수학 학습은 Process를 강조한 학습이 될 것이다. 이미 완성된 상태, 즉 Product에 이르기 위해 진행되는 과정을 보여주는 장치로써 DGS가 활용될 수 있는 것이다. 이러한 의미에서 DGS에서의 동적 기하 및 학습자가 직접 조작할 수 있는 환경이 중요하게 다루어진다. 그렇지만 모든 학습상황에 대해서 DGS를 사용한다고 해서 항상 효율적인 학습이 이루어지는 것은 아니며 오히려 오개념이 발생할 수도 있다는 점에 주의해야 할 것이다.

또한 대부분의 동적 개념에는 극한이라는 수학 개념이 포함되어 있다는 사실을 명심해야 할 것이다. 앞에서 살펴본 원의 접선을 보이는 방식과 같이 극한에 대한 개념을 암묵적으로 사용하는 경우가 발생할 것이다. 이때 동적으로 극한적 상황을 취할 때 보존되는 성질이 무엇인지에 대해서 명확하게 인식해야 한다.

박선화[4]에 따르면 학습자가 극한과 관련되어 가지는 오개념 중 하나는 극한적 상황에 대한 부적절한 일반화를 시도하여 부분적으로 성립하는 성질이 극한의 상황에서도 성립한다고 여기는 것이다. 따라서 극한과 관련된 동적 조작을 시도할 경우에는 원하는 결과가 부분적인 상황에서뿐만 아니라 극한의 상황에서도 여전히 성립하는지에 대한 확인이 있어야 할 것이다.

예를 들어 다음과 같은 상황은 '극한은 길이를 보존하지는 못하는 경우도 있다'라는 사실을 보여주고 있다.



여기에서 A_n의 극한은 선분 BC가 되지만 A_n의 길이와 선분 BC의 길이가 일치하지는 않는다.

6. 글을 맺으며

현재의 수학 교육은 대부분 지도 방법으로 정적인 개념의 전달을 선택하고 있다. 지금까지 살펴본 내용에 따르면 이러한 지도 방식이 동적 개념과 관련하여 오개념을 유발할 수 있다는 사실을 짐작할

4) 수학적 극한 개념의 이해에 관한 연구. (1998)

수 있다. 따라서 동적 개념과 관련된 교과과정에는 DGS와 같은 동적 기하 환경을 도입하여 오개념의 발생을 미연에 방지하거나 학습자의 오개념을 보완 및 수정할 수 있도록 하여야 할 것이다. 또한 DGS를 사용하여 학습자가 수학적 지식에 대해 가지는 막연한 느낌을 확실한 신념으로 바꿔줄 수 있다는 사실에 주목하여 암기위주의 수업보다 학습자가 직접 참여하여 자신의 생각을 확인할 수 있는 학습 환경이 가지는 의미를 이해해야 할 것이다.

또한 현재 이루어지고 있는 대부분의 기하증명은 증명해야할 명제를 미리 제시하고 그것을 결과로 유도하기 위해 조작된 증명을 소개하는데 그치고 있다. 앞에서 언급한 이등변삼각형의 두 밑각이 같다는 명제에서 DGS를 활용한 것과 같이 학습자가 명제에 대해 직접 조작해보고 결과를 추론해보는 과정을 거친다면 더욱 더 효과적인 학습이 이루어질 것이다. 따라서 이러한 교과내용에 대한 분석 및 적용방법에 대한 연구가 요구된다.

DGS를 이용한 동적 학습이 의미가 있기 위해서는 무엇보다도 DGS를 이용하는 기하의 내부적인 구성이 어떻게 이루어져있는가 하는 점을 명확하게 인식하고 그 구성에 맞춰서 학습내용을 재구성해야 한다. 이것은 기존의 Euclid 기하에서 다루어지기 어려운 내용을 보완, 설명하기 위한 도구로서 DGS를 생각하는 것이 아니라 DGS만의 장점을 찾고 그것에 맞춰서 교과과정을 재구성해야 한다는 것을 의미한다. 물론 이러한 재구성이 일시에 일어나기는 힘들 것이며 기존의 교과과정에서 미흡한 부분을 점차 보완해나가는 방향을 통해서 DGS의 교과과정 도입을 유도해야 할 것이다.

참 고 문 헌

David Tall (류희찬 · 조완영 · 김인수 역, 2003). 고등수학적 사고, 서울: 경문사.

박선화 (1998). 수학적 극한 개념의 이해에 관한 연구, 교육학박사학위논문.

조한혁 · 최영기 (1999). 정적 동적 관점에서의 순환소수, 대한수학교육학회지 <학교수학> **1(2)**, pp.605-615, 서울: 대한수학교육학회.

박두일 외 4인 (2002). 중학교 수학 8-나. 서울: 교학사.

조태근 외 4인 (2002). 중학교 수학 8-나. 서울: 금성출판사.

양승갑 외 6인(2002). 중학교 수학 9-나. 서울: 금성출판사.

강행고 외 8인 (2002). 중학교 수학 9-나. 서울: 중앙교육진흥연구소.

우정호 (1998). 학교수학의 교육적 기초, 서울: 서울대학교출판부.

David Tall (2000). Cognitive Development In Advanced Mathematics Using Technlogy, *Mathematics Education Research Journal* **12(3)**, pp.210-230.