

# Poisson-Type 기동표적의 시스템 모델링 오류에 대한 추적 필터의 성능 해석

## Performance Analysis of the Tracking Filter for a Maneuvering Target of Poisson-Type Subject To System Modeling Error

오상병\*, 김상진\*, 임상석\*

Sang-Byung Oh\*, Sang-Jin Kim\* and Sang-Seok Lim\*

### 요 약

근래에 Poisson 형의 점프 프로세스를 이용하여 표적의 기동 운동을 모델링하고 이것을 이용한 반복형 최소 분산 선형 필터가 제안되었다. 이 필터에서는 기동 표적의 모델링에 사용한 점프의 상태전이 파라미터가 미리부터 필터에 알려져 있다고 가정하였는데 실제로는 이것을 모르는 경우가 많다. 본 논문에서는 이러한 기동 추적 과정에 수반되는 모델링 오류가 제안된 추적필터의 성능에 어떤 영향을 미치는지 고려한다. 정성적인 분석을 위해서 상태전이 파라미터를 실제와 다른 값을 사용하고, Monte-Carlo 시뮬레이션을 통해 필터의 성능을 해석한다.

### ABSTRACT

Recently Lim has proposed a linear, recursive, unbiased minimum variance filter for a maneuvering target based on the maneuver dynamics modeled as a jump process of Poisson-type. In the proposed filter it was assumed that the state transition parameters of the jump used for target maneuver modeling are a priori known to the filter. However, in most cases they are not known in practice. In this paper, we consider the influence of system (target) modeling error on the performance of the proposed tracking filter arising from the maneuver tracking. For qualitative analysis Monte-Carlo simulations are carried out against employing the maneuver model with different state transition parameters from the actual values.

Key words : maneuvering target, modeling error, tracking filter, Poisson process.

### I. 개 요

칼만 필터는 움직이는 표적의 상태를 예측하는 방법 중 최선의 방법 중 하나로 받아들여져 왔다 ([1]-[4]). 이 필터는 선형 모델을 위한 것이지만 선형화 기법을 통해 비선형 모델을 위한 차선의 필터로

도 여러 분야에서 많이 사용하고 있다. Singer [5]가 1970년에 처음으로 유인 기동 표적의 추적을 논문에 발표한 이래 차선으로서의 칼만 필터를 이용한 표적의 추적에 대한 논문들이 다수 발표되었다.

Thorp[6]은 표적 운동방정식에서 2진수의 랜덤 변수를 제안했고, 기동 검출 가능성의 비율에 의존하

\* 한국항공대학교 대학원 항공전자공학과(Dept. of Avionics, Graduate School, Hankuk Aviation University)

· 논문번호 : 2003-2-16

· 접수일자 : 2003년 12월 8일

는 가중치를 추측하는 두 칼만 필터의 가중치 합산에 의해 만들어지는 추정기를 개발하였다. 그러나, 이것은 무 기동 상태 동안 성능의 감소를 초래하고 또한 이는 추정기를 발산시키는 경향이 있는데, 특히 비선형 방정식을 테일러급수로 근사시킬 때 그러하다.

Bar-Shalom과 Birniwal[7]에 의해 제안된 가변차원(Variable dimension(VD)) 알고리즘의 경우, 추적 필터는 기동이 없을 때는 정상모드로 동작하지만 일단 기동이 검출되면 필터는 다른 상태 모델을 사용한다. VD 알고리즘은 개념상 간단하지만 실제로 실시간 적용이 어렵다. Bogler[8]에 의해 지적된 바와 같이 기동 검출시 초기화를 다시 수행해야 하는데 이것은 매우 어려운 문제를 야기시킨다. Blom[9]과 Bar-Shalom[10]이 제안한 Interacting Multiple Model (IMM)은 각각의 모델에 적용되는 필터, 모델 확률 계산기 및 출력단에서 가중치를 사용한 추산치의 합산으로 구성된다. 각각의 필터는 매 사이클마다 혼합 추정치를 사용한다.

Chan [11]은 비확률적 표적 기동을 보상하기 위한 입력 추정(IE) 기법을 제안하였다. 표적의 기동입력 파라미터 즉, 가정된 직선 경로로부터 벗어나는 표적에 의해 야기되는 필터 바이어스를 제거하기 위한 기동의 크기는 오차평균의 자승 방식으로 추산한다. IE 알고리즘은 Bogler[12]에 의해 1차원 칼만 필터의 경우를 위해 개량되었다. 정보형 칼만 필터의 구조 특성을 이용하여 Farooq[13]는 Chan의 개념을 개선하여 상관계수 분석에 기초한 분리된 필터를 구함으로써 계산상 부담을 얼마간 개선하였다.

Moose[14]와 Gholson[15]은 기동 명령을 나타내기 위해 시불변 이산값을 갖는 집합의 상태사이에서 준 마르코프 상태천이에 기초한 기동 모델을 제안했다. 준 마르코프 개념을 Bayesian 방법에 통합시킴으로써 적응 상태추정기를 개발하였다. Richer와 Williams[16]도 이와 유사한 방법을 제안하였다. Moose에 의한 접근 방법은 잠수함의 기동을 추적하는데 성공적이었다. 그러나 그의 방법의 주요 결점은 비행기처럼 빠른 기동을 포함하는 표적 추적에는 지나치게 계산량이 증가하여 추적이 거의 불가능하다는 점이다. Moose가 제안한 표적 모델과 같은 것을 사용하여 Demirbas[17]는 양자화 다중 가설 검증 및 비선형 관측을 선형화 하

지 않고 차선의 디코딩 알고리즘을 사용하여 상태를 예측하는 접근법을 제안했다. 종합항해시스템의 핵심 요소인 Loran-C와 Omega 측정치에서 얻어지는 신호에서 급격한 변화는 Ahmed와 Lim[18], 그리고 Dabbous[19]에 의해 Poisson형의 순수 점프 프로세스로서 모델링 되었다.

표적의 갑작스런 기동을 효과적으로 모델링하기 위해 표적의 가속도 항에 포함된 불연속적인 특성을 점프 프로세스로 표현하고 이에 합당한 필터가 Lim[20]에 의해 제안되었다. 이 논문에서는 Poisson 형태의 점프 프로세스로 설계된 기동 표적 모델을 사용하여 표적의 기동(조종사 명령)을 효과적으로 나타냄으로써 이산 상태의 집합으로부터 값들을 취하는 확률적 상태 방정식으로 모델링하였다. 이 새로운 기동 모델과 측정 방정식을 사용하여 구조적으로 간단하고 실시간 적용이 가능한 선형 최소 분산 필터를 개발하였다. 이 필터는 조종사 기동 명령을 위해 점프 프로세스를 채용하기 때문에 필터 이득이나 공분산 행렬을 계산하기 위한 복잡한 과정이 필요 없어서 계산 시간이 작게 요구되고 빠른 표적의 기동을 효과적으로 추적할 수 있다. 제안된 필터의 성능은 Monte Carlo 시뮬레이션을 통한 수치적인 결과를 통해 확인하였다. 그러나 이 논문에서는 기동 표적의 모델링에 사용한 점프의 상태천이 파라미터가 미리부터 필터에 알려져 있다고 가정하였는데 실제의 경우에는 모르는 경우가 많다. 본 논문에서는 이러한 기동의 추적 과정에 수반되는 모델링 오류가 추적 필터의 성능에 어떤 영향을 미치는지 고려하고자 한다. 해석을 위해서 필터에 사용된 표적의 기동에 결정적인 영향을 미치는 상태천이 파라미터를 실제와 다른 경우를 사용하고 Monte-Carlo 시뮬레이션을 통해 검증한다.

이 논문은 다음과 같이 구성되어있다. 제 2절에서는 비확률적인 기동 입력을 위해 점프 프로세스를 사용한 새로운 표적 모델을 정의한다. 제 3절에서는 이 표적과 관측 모델에 기초한 최소분산을 갖는 최적 선형 이산 필터를 기술한다. 제 4절에서는 이러한 점프 프로세스에 수반될 수 있는 시스템 (표적) 모델링 오류가 기동 추적 필터의 성능에 미치는 영향을 시뮬레이션으로 검증한다. 끝으로 제 5절에서 결론을 맺는다.

II. 시스템 모델링

여기에서는 기동 표적을 나타내기 위한 점프 프로세스와 이에 대응한 표적의 기동 모델과 이산형 측정 모델을 기술한다.

2-1 표적 모델

$w_x(t), w_y(t), w_z(t)$ 는 평균이 영인 백색 가우시안 잡음 벡터  $w(t)$ 의 각 성분을 나타내고  $u_x(t), u_y(t), u_z(t)$ 는 각각 시간  $t$ 에서의  $x, y, z$  방향의 미지의 기동 명령 벡터  $u(t)$ 의 각 성분을 나타낸다고 하자. 적교좌표에 대한 기동 표적의 운동 방정식은 아래와 같이 특성화할 수 있다.

$$\ddot{x}(t) = -a \dot{x}(t) + w_x(t) + u_x(t), \quad (1)$$

$$\ddot{y}(t) = -a \dot{y}(t) + w_y(t) + u_y(t), \quad (2)$$

$$\ddot{z}(t) = -a \dot{z}(t) + w_z(t) + u_z(t), \quad (3)$$

여기서  $a$ 는 점성 저항 계수이고 변수 위의 한 점(또는 두개의 점)은 시간  $t$ 에 대한 일차(또는 이차) 미분을 나타낸다. 조종사 기동 명령은 그림 1과 같은 점프 프로세스로 나타낼 수 있는데 그 특성은 그림 2와 같이  $2n + 1$ 개의 상태를 갖는 점프 마르코프 프로세스로 나타낼 수 있다. 그림 1에서  $\gamma_i$ 는 인접한 두 상태간의 점프 크기를 나타내는 파라미터이며 양의 수이고 미리 아는 값이라고 가정한다. 이 프로세스  $u_i(t)$ 는 다음의 확률론적 미분방정식의 해로 나타낼 수 있다.

$$du_i(t) = \gamma_i \left\{ \mathbf{1}[u_i(t_-) = -n\gamma_i] N_{1,2}^i(dt) + \sum_{j=2}^{2n} \mathbf{1}[u_i(t_-) = (j-n-1)\gamma_i] (N_{j,j+1}^i(dt) - N_{j,j-1}^i(dt)) - \mathbf{1}[u_i(t_-) = +n\gamma_i] N_{2n+1,2n}^i(dt) \right\}, \quad i = x, y, z, \quad (4)$$

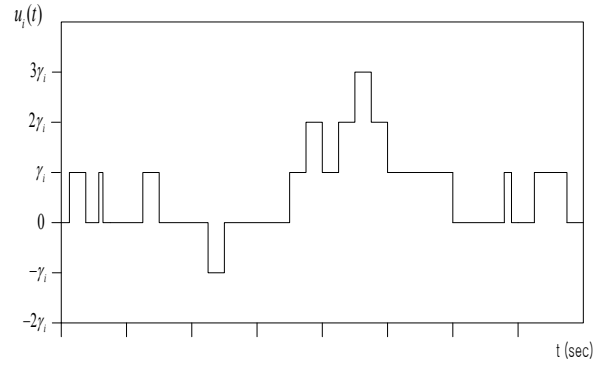


그림 1. 조종사 기동 명령  $u_i(t)$ .

Fig.1. The pilot command  $u_i(t)$ .

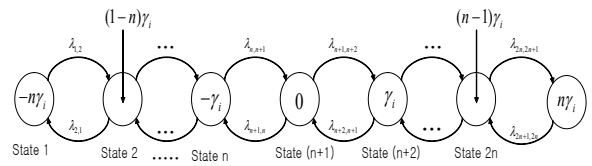


그림 2.  $u_i(t)$ 의 상태 천이도.

Fig. 2. State transition diagram of  $u_i(t)$ .

여기서  $\mathbf{1}[s]$ 는 특성함수이며 그 특성은

$$\mathbf{1}[s] \equiv \begin{cases} 1 & \text{사건}[s]가 진실일 경우,} \\ 0 & \text{기타의 경우,} \end{cases} \quad (5)$$

이다.  $N_{j,j+1}^i, N_{j+1,j}^i; j=1,2,\dots,2n; i=x,y,z$ 는 충분히 작은 샘플링 간격  $\Delta$ 에 대해  $E[N_{j+1,j}^i(\Delta)] \cong \lambda_{j+1,j}^i \Delta$ 와  $E[N_{j,j+1}^i(\Delta)] \cong \lambda_{j,j+1}^i \Delta$ 에 의해 정의되는 천이율  $\lambda$ 를 갖는 독립적인 Poisson 프로세스이다. 그러므로  $u_i(t)$ 는 집합  $\Gamma_i = \{-n\gamma_i, (1-n)\gamma_i, (2-n)\gamma_i, \dots, 0, \gamma_i, 2\gamma_i, \dots, n\gamma_i\}$ ,  $i = x, y, z$ 에서 값을 취하는 제차형 점프 프로세스이다. 집합은 그림 2와 같이 상태 천이도로 나타낼 수 있다. 프로세스  $u_i(t)$ 는  $2n + 1$ 상태중 하나에 머물 것이라는 것을 보여주며 점프 프로세스  $u(t)$ 의 특성은 [20]에 상세히 기술되어 있듯이 주변의 상태중 하나로 불규칙하게 이동한다. 시스템 상태 벡터  $X(t)$ 를  $X = (x, y, z, \dot{x}, \dot{y}, \dot{z}, u_x, u_y, u_z)'$ 로 정의하고 Wiener 프로세스를  $W = (W_x, W_y, W_z)'$ 로 나타내자. 또 Poisson 프로세스를  $N = (N_x, N_y, N_z)'$ 로 정의한다. 그러면 표적의 방정식은 확률론적 미분방정식에 의해 다음과 같이 나타낼 수 있다:

$$dX(t) = A X(t) dt + B dW(t) + C N(dt), \quad (6)$$

여기서,

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -a & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -a & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -a & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ \gamma_x & 0 & 0 \\ 0 & \gamma_y & 0 \\ 0 & 0 & \gamma_z \end{bmatrix} \quad (7)$$

이며, 방정식 (6)의 해는 아래와 같이 나타낼 수 있다.

$$X(t) = \Phi(t, t_0)X_0 + \int_{t_0}^t \Phi(t, s) B dW(s) + \int_{t_0}^t \Phi(t, s) C N(ds) \quad (8)$$

이때, 천이행렬  $\Phi(t, s)$  는

$$\Phi(t, s) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & a_1 & 0 & 0 & b_1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & a_1 & 0 & 0 & b_1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & a_1 & 0 & 0 & b_1 \\ 0 & 0 & 0 & a_2 & 0 & 0 & a_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & a_2 & 0 & 0 & a_1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & a_2 & 0 & 0 & a_1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (9)$$

여기서,

$$a_1 \equiv \frac{1}{a} \{1 - e^{-a(t-s)}\}, \quad a_2 \equiv e^{-a(t-s)}, \\ b_1 \equiv \frac{1}{a^2} \{a(t-s) e^{-a(t-s)} - 1\} \quad (10)$$

실제로 측정 프로세스는 일반적으로 이산형으로 주어지는 것이 보통이므로 방정식 (6)의 연속적인 방정식을 이산형으로 쓰는 것이 필터 전개에 편리하다. 다음의 식 (11)을 샘플링 간격  $\Delta = |t_{k+1} - t_k|$  를 갖는 구간  $[t_0, t_T]$ 의 부분이라고 하자.

$$t_0 \leq t_1 \leq t_2 \leq \dots, t_k, \dots \leq t_T \quad (11)$$

그러면 방정식 (8)로부터 다음 식이 얻어진다.

$$X(t_{k+1}) = \Phi(t_{k+1}, t_k)X(t_k) + \int_{t_k}^{t_{k+1}} \Phi(t_{k+1}, s) B dW(s) + \int_{t_k}^{t_{k+1}} \Phi(t_{k+1}, s) C N(ds), \quad (12)$$

따라서  $t_k, k = 0, 1, 2, 3, \dots$  를 표시하기위해  $k$ 로 나타내고 표현을 간단히 하기위해  $\Phi_k \equiv \Phi(t_{k+1}, t_k)$ 를 사용한다. 이제, 방정식 (4)의 점프 프로세스를 위한 이산 모델은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$u_i(k+1) = u_i(k) + \gamma_i \{ \mathbf{1}[u_i(k) = -n\gamma_i] N_{1,2}^i(\Delta) + \sum_{j=2}^{2n} \mathbf{1}[u_i(k) = (j-n-1)\gamma_i] (N_{j,j+1}^i(\Delta) - N_{j,j-1}^i(\Delta)) - \mathbf{1}[u_i(k) = +n\gamma_i] N_{2n+1,2n}^i(\Delta) \}, \quad i = x, y, z \quad (13)$$

변수  $\bar{B}(k) = \Phi_k B, \bar{C}(k) = \Phi_k C, \bar{W}(k+1) = W(k+1) - W(k), \bar{N}(k+1) = N(k+1) - N(k)$  를 정의하면 방정식 (12)로부터 직교 좌표에서의 시스템의 이산 상태 모델을 얻는다:

$$X(k+1) = \Phi_k X(k) + \bar{B}(k)\bar{W}(k+1) + \bar{C}(k)\bar{N}(k+1) \quad (14)$$

여기서  $\bar{W}(k+1)$ 는  $E[\bar{W}(k)\bar{W}'(k)] = \Delta Q(k)$ 를 만족한다. 더구나,  $\bar{N}(k+1)$ 는  $\bar{W}(k+1)$ 와 독립이며 그 구성요소  $\bar{N}_i(k+1), i = x, y, z$ 는 (15)식에 의해 정의된다.

$$\bar{N}_i(k+1) \equiv \mathbf{1}[u_i(k) = -n\gamma_i] N_{1,2}^i(\Delta) + \sum_{j=2}^{2n} \mathbf{1}[u_i(k) = (j-n-1)\gamma_i] (N_{j,j+1}^i(\Delta) - N_{j,j-1}^i(\Delta)) - \mathbf{1}[u_i(k) = +n\gamma_i] N_{2n+1,2n}^i(\Delta), \quad i = x, y, z \quad (15)$$

### 2-2 측정 모델

표적으로부터 얻어지는 측정치는 일반적으로 구좌표의 거리  $r$ , 방위각  $\theta$ , 그리고 고도각  $\phi$ 로 표현된다. 직교 좌표 성분에서 구좌표 성분으로 변환하는 비선형적인 관계는 다음과 같다.

$$r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}, \quad \theta = \tan^{-1}\left(\frac{y}{x}\right), \quad \phi = \tan^{-1}\left(\frac{z}{\sqrt{x^2 + y^2}}\right), \quad (16)$$

표준 칼만필터는 방정식 (14)-(16)에 묘사된 시스템에 직접 적용할 수가 없다. 왜냐하면 i) 레이다 측정치는 좌표값으로 주어지는 반면에 표적 방정식은 직교좌표에서 묘사되기 때문이다. 그리고 ii) 한 좌표 시스템에서 그 시스템을 기술하면 비선형 추정 문제를 초래하게 된다. 따라서 선형 추정 이론을 적용할 수 있는 시스템을 얻기 위해 측정 방정식은 위치  $x_0, y_0, z_0$  (시간  $k+1$ 에서 상태 예측  $\hat{X}(k+1|k)$ 의 구성요소)를 중심으로 전개한 테일러 급수를 통해 근사시키는 것이 보통이다. 이와 같이 측정에 대한 근사화된 선형 모델은 아래와 같다.

$$Y(k+1) = H(k+1)X(k+1) + V(k+1), \quad (17)$$

여기서  $V(k+1) \equiv (V_r(k+1), V_\theta(k+1), V_\phi(k+1))'$ 은 백색 가우시안 잡음 벡터이며  $E\{V(k)V'(k)\} = R(k)$ 를 만족하고  $\bar{N}(k+1)$  및  $\bar{W}(k+1)$ 와는 서로 독립이다. 더욱이,  $H(k+1)$ 은 (18)식에 의해 주어지는 측정 행렬이다.

$$H(k+1) = \begin{bmatrix} h_{11} & h_{12} & h_{13} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ h_{21} & h_{22} & h_{23} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ h_{31} & h_{32} & h_{33} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (18)$$

여기서,

$$\begin{aligned} h_{11} &= x_o/a, \quad h_{12} = y_o/a, \quad h_{13} = z_o/a, \\ h_{21} &= -x_o z_o/b, \quad h_{22} = -y_o z_o/b, \quad h_{23} = c/b^2, \\ h_{31} &= -y_o/c^2, \quad h_{32} = x_o/c^2, \quad h_{33} = 0, \\ a &= \sqrt{x_o^2 + y_o^2 + z_o^2}, \quad b = a^2 c, \quad c = \sqrt{x_o^2 + y_o^2} \end{aligned} \quad (19)$$

### III. 점프 프로세스를 이용한 최소 분산 필터

$F_k^Y \equiv \{Y(i), 0 \leq i \leq k\}$ 를 시간  $k$ 까지 프로세스  $Y$ 에 의해 생성된  $\sigma$ -algebra (또는 측정치의 전체)이

라 정의하고  $F_k^{u_i} \equiv \{u_i(j), 0 \leq j \leq k\}$ 는 시간  $k$ 까지의 프로세스  $u_i$ 의 역사라고 정의하자. 그러면 다음 결과를 얻는다[20].

#### 3-1 정리 1. (선형 최소 분산 필터)

프로세스  $X(k)$ 와  $Y(k)$ 가 각각 방정식 (14)와 (17)을 만족한다고 하자. Poisson 프로세스  $N$ 의 증분  $\bar{N}(k)$ 는 Wiener 프로세스  $W$ 의 증분  $\bar{W}(k)$ 와 독립이라고 가정한다. 그러면 이에 대한 최적 선형 최소 분산 이산형 필터는 충분히 작은 샘플링 간격  $\Delta$ 에 대해 식 (20)-(30)으로 구성된다.

#### 3-2 예측 방정식

$$\hat{X}(k+1|k) = \Phi_k \hat{X}(k|k) + \bar{C}(k) \beta(k+1), \quad (20)$$

$$P(k+1|k) = \Phi_k P(k|k) \Phi_k' + \bar{B}(k) \bar{Q}(k+1) \bar{B}'(k) + \bar{C}(k) \Lambda(k+1) \bar{C}'(k) \quad (21)$$

$$\beta(k+1) \equiv (\beta_x(k+1), \beta_y(k+1), \beta_z(k+1))'. \quad (22)$$

여기서  $\beta_i(k+1)$ 은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \beta_i(k+1) &\equiv \Delta \lambda_{1,2}^i p_1^i(k) - \Delta \lambda_{2n+1,2n}^i p_{2n+1}^i(k) \\ &+ \sum_{j=2}^{2n} \Delta (\lambda_{j,j+1}^i - \lambda_{j,j-1}^i) p_j^i(k), \quad i = x, y, z. \end{aligned} \quad (23)$$

$\Lambda(k+1)$ 은 대각선 행렬이며 성분은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \Lambda^{i,j}(k+1) &\equiv \Theta_1^i(k+1) \lambda_{1,2}^i \Delta + \Theta_{2n+1}^i(k+1) \lambda_{2n+1,2n}^i \Delta \\ &+ \sum_{j=2}^{2n} \Theta_j^i(k+1) (\lambda_{j,j+1}^i + \lambda_{j,j-1}^i) \Delta, \end{aligned} \quad (24)$$

또,  $\Theta_j^i(k+1) \equiv \Pr\{u_i(k+1) = (j-n-1)\gamma_i\}$ ,  $i = x, y, z$ ,  $j = 1, 2, \dots, 2n+1$ 는 확률을 나타내며 충분히 작은  $\Delta$ 에 대해 다음의 식으로부터 반복적으로 계산된다.

$$\Theta_1^i(k+1) \cong (1 - \lambda_{1,2}^i \Delta) \Theta_1^i(k) + (\lambda_{2,1}^i \Delta) \Theta_2^i(k) \quad (25)$$

$$\begin{aligned} \Theta_l^i(k+1) &\cong (\lambda_{l-1,l}^i \Delta) \Theta_{l-1}^i(k) + (\lambda_{l+1,l}^i \Delta) \Theta_{l+1}^i(k) \\ &+ (1 - \lambda_{l,l+1}^i \Delta - \lambda_{l,l-1}^i \Delta) \Theta_l^i(k) \quad (26) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Theta_{2n+1}^i(k+1) &\cong (\lambda_{2n,2n+1}^i \Delta) \Theta_{2n}^i(k) \\ &+ (1 - \lambda_{2n+1,2n}^i \Delta) \Theta_{2n+1}^i(k) \quad (27) \end{aligned}$$

여기서  $l=2, 3, \dots, 2n$  이다.

### 3-3 필터 방정식

$$\begin{aligned} \hat{X}(k+1|k+1) &= \hat{X}(k+1|k) \\ &+ G(k+1) [Y(k+1) - H(k+1)\hat{X}(k+1|k)] \quad (28) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} G(k+1) &= P(k+1|k)H'(k+1) \\ &[\![H(k+1)P(k+1|k)H'(k+1) + R(k+1)]\!]^{-1} \quad (29) \end{aligned}$$

$$P(k+1|k+1) = [I - G(k+1)H(k+1)]P(k+1|k) \quad (30)$$

## IV. Monte Carlo 시뮬레이션

필터의 성능은 일반적으로 시스템 모델링에 크게 영향을 받는다. 이러한 모델링 오류에 대한 필터 성능을 분석하는 것은 매우 중요하다. 시스템 모델링 오차가 필터의 성능에 미치는 영향을 해석하기 위하여 본 절에서는 제 3절의 필터를 사용하여 두 개의 예제에 대해 Monte Carlo 시뮬레이션을 수행하고 그 결과를 비교한다. 첫 번째 예제는 2절에서 소개한 점프 파라미터를 정확히 알고 있는 경우의 표적 모델에 대해 점프형 필터의 성능을 분석한다. 두 번째 예제에서는 기동 모델에 필요한 정확한 점프 파라미터를 모르는 경우 즉, 시스템 모델링에 오류가 있는 경우에 대한 성능해석을 고려한다. RMS 오차는 다음과 같이 정의한다.

$$\begin{aligned} &RMS[X_i(k+1)] \\ &\equiv \sqrt{\frac{1}{k+1} \sum_{j=1}^{k+1} \{X_i(j) - \hat{X}_i(j|j)\}^2} \quad , \quad l=1, 2, \dots, 6. \quad (31) \end{aligned}$$

여기서  $X_l(k+1)$  은 상태 벡터  $X(k+1)$ 의  $l$ -번째 성분이다.

시뮬레이션을 위해 다음과 같은 파라미터들을 사용한다: 저항 계수  $\alpha=0.32$ , 샘플시간  $\Delta=1.0$ 초, 점프 크기  $\gamma_i=100$ , 시스템 및 측정 잡음의 공분산은 각각  $Q = \text{diag.}(25^2, 25^2, 25^2)ft^2$ ,  $R = \text{diag.}(25^2 ft^2, 0.002rad., 0.002rad.)$ . 표적의 초기 상태는  $X(0) = (400, 500, 300, 120, 100, 180)'$ 을 사용한다.

### 4-1 정확한 점프 파라미터를 필터에 사용한 경우

여기서는 그림2의 점프 프로세스  $u_i(t)$ 가 다음과 같이 7개의 상태를 갖는 경우를 고려한다. 파라미터  $\lambda$ 는 정확하게 알고 있다고 가정하며 그 값은 다음과 같다.

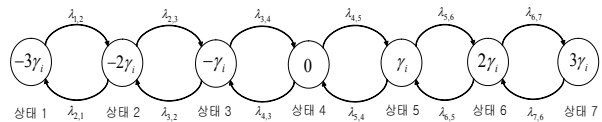


그림 3. 7개의 상태를 갖는 프로세스  
Fig. 3. The Process with 7 states

$$\begin{aligned} &\lambda_{1,2}^i = 0.90, \lambda_{2,3}^i = 0.50, \lambda_{3,4}^i = 0.30, \lambda_{4,5}^i = 0.15, \lambda_{5,6}^i = 0.15, \lambda_{6,7}^i = 0.30, \\ &\lambda_{2,1}^i = 0.30, \lambda_{3,2}^i = 0.15, \lambda_{4,3}^i = 0.15, \lambda_{5,4}^i = 0.30, \lambda_{6,5}^i = 0.50, \lambda_{7,6}^i = 0.90, \quad (32) \end{aligned}$$

조종사 기동 명령은 일곱 개의 이산 상태를 갖는 점프 프로세스로서 그림4에 나타내었다. 정리 1의 필터를 사용하여 상태  $X(k)$ 와 그 추산치  $\hat{X}(k|k)$ 를 위한 50개의 샘플 경로에 대응되는 RMS 오차와 측정치  $Y(k)$ 를 계산하였다. 그림5는 거리측정치를 나타낸다. 이에 대한 필터의 추적 결과는 시뮬레이션으로 얻어지며 그림6-그림8에 나타내었다. 그림 6은  $x$ -방향의 속도에 대한 실제 값과 필터에 대한 추산 값을 나타낸다. 그림 7과 그림 8은 각각 위치 및 속도에 대한 RMS오차를 나타낸다. 이를 결과로부터 다음 사항을 분명하게 확인할 수 있다.

- (i) 추정된 상태  $\hat{X}(k|k)$ 는 추적의 모든 시간에서 실제 상태  $X(k)$ 와 매우 유사하다. 심지어 다른

추적필터에서 일반적으로 성능 감소가 발생하는 급격한 기동 구간에 대해서도 양호한 추적 성능을 보여준다.

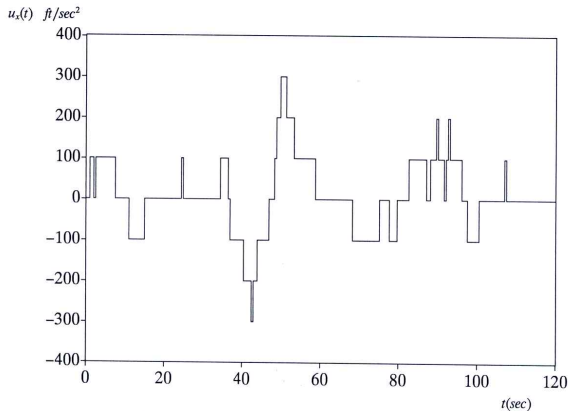


그림 4. x-방향의 조종사 기동 명령.  
Fig. 4. The pilot command in x-direction.

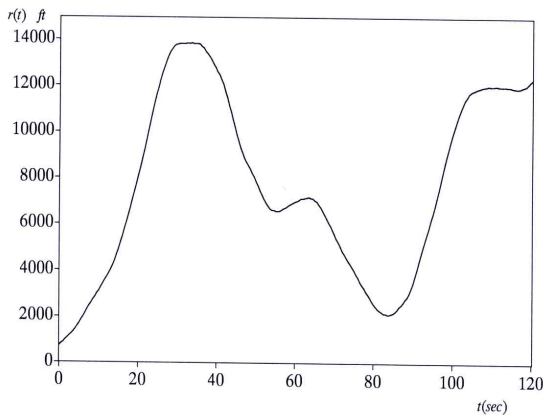


그림 5. 거리 측정치.  
Fig. 5. The range measurement.

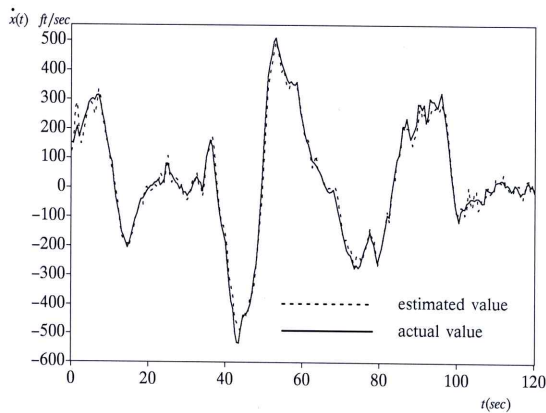


그림 6. x-방향의 속도.  
Fig. 6. The velocity in x-direction.

(ii) 그림 7과 그림 8에 나타난 RMS 오차의 결과를 보면 RMS 값들이 시간에 따라 감소하면서 필터가 정상상태로 수렴한다는 것을 확인할 수 있으며 이는 제안된 필터가 안정하다는 것을 나타낸다.

(iii) 전체적으로 볼 때, 갑작스런 기동 표적에 대해 대체로 양호한 추적 성능을 보여준다. 따라서 빠른 기동 표적에 대해 최적(최소 공분산)의 추산치를 기대할 수 있다.

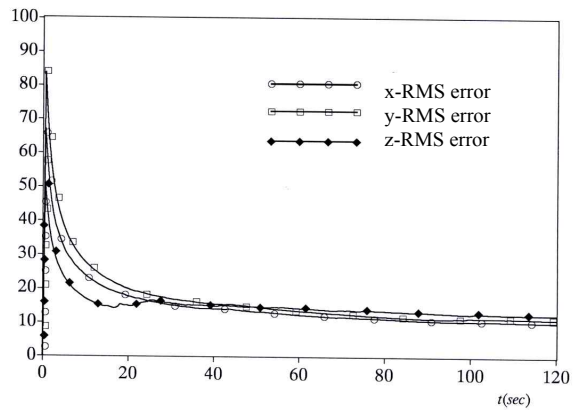


그림 7. 위치 RMS 오차.  
Fig. 7. The position RMS error.

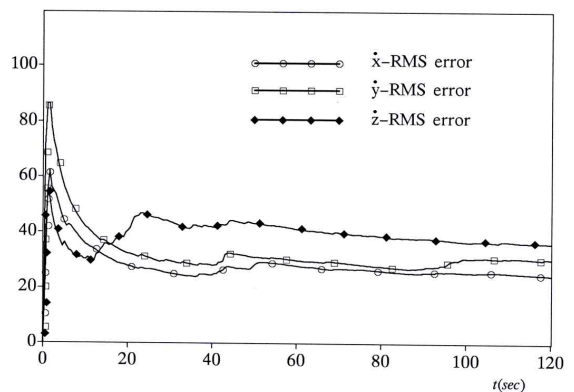


그림 8. 속도 RMS 오차.  
Fig. 8. The velocity RMS error.

#### 4-2 정확한 점프 파라미터를 모를 경우

실제의 프로세스(실제 모델)가 그림 2에 나타난 것과 같이 점프형 기동을 나타낸다고 하더라도 이 모델의 핵심적 파라미터인 상태 천이율을 나타내는  $\lambda$ 의 값을 정확히 모르는 것이 보통이다. 이런 경우 부정확한 파라미터를 사용한 경우에도 정리 1의 필터

가 만족할 만한 수준의 추적성을 나타내는가? 하는 점이다. 부정확한 천이율을 사용하는 경우를 설계모델이라 하고 정확한 파라미터를 사용한 경우를 실제모델이라고 하자. 설계모델에 대해서도 제안된 필터는 여전히 납득할 만한 성능을 보여줄 수 있는가? 이 질문에 답하기 위해 임의로 선택된 조종사 기동 명령에 상응하는 경우에 대해 검토한다.

그림 9에 주어진 실제 모델에 대해 조종사 기동 명령  $u_i(t)$  를 고려한다. 이 조종사 기동 명령은 그들의 상태천이가 임의적이고 따라서 그림 2의 점프 프로세스의 통계적 특성에 지배되지 않도록 의도적으로 선택하였다.  $i = x, y, z$ 에 대해 설계모델에는 다음과 같은 천이율(이것은 그림9와 무관한 값임)을 갖는 점프 프로세스 모델을 사용하여 시뮬레이션 하였다:

$$\begin{aligned} \lambda'_{1,2} &= 0.70, \lambda'_{2,3} = 0.45, \lambda'_{3,4} = 0.30, \lambda'_{4,5} = 0.10, \lambda'_{5,6} = 0.55, \lambda'_{6,7} = 0.55, \\ \lambda'_{2,1} &= 0.55, \lambda'_{3,2} = 0.55, \lambda'_{4,3} = 0.10, \lambda'_{5,4} = 0.30, \lambda'_{6,5} = 0.45, \lambda'_{7,6} = 0.70, \end{aligned} \quad (33)$$

50개의 샘플 경로에 대해 Monte-Carlo 시뮬레이션을 수행하여 상태 추산치  $\hat{X}(k|k)$  와 RMS 오차를 계산하였다.

그림 9는  $x$ -방향의 조종사 기동명령을 나타낸다. 이 경우 이 기동명령은 그림 2의 상태천이도에 나타난 것과 달리 일정한 천이율  $\lambda$ 에 의해 지배되지 않는 것이다. 그림 10은 거리측정치를 나타내며 이에 대한 결과는 그림 11-그림 13에 나타내었다. 그림11은  $x$ -방향의 속도에 대한 실제 값과 필터에 의한 추산치의 비교이다. 그림 12와 그림 13은 각각 위치 및 속도의 RMS오차를 나타낸다. 비록 이 예제에서 조종사 기동 명령 모델이 임의적으로 선택되어지고 그래서 모델링 오류가 필터 알고리즘에 반영되었지만, 그림11-그림13의 결과는 예제 1에서 생성된 결과와 비슷하다. 이는 점프형 기동 모델과 이에 대응되는 필터 알고리즘이 모델링 오류에 대해 크게 민감하지 않다는 것을 나타낸다.

위의 두 가지 경우의 결과를 보면 기존의 다른 전통적인 적응 필터가 효과적으로 추적을 하지 못하는 빠른 기동 표적에 대해 점프형 필터를 사용하면 모델

링 오류가 발생하거나 또는 가정한 점프 파라미터 값이 실제 모델과 정확히 일치하지 않더라도 효과적으로 기동 표적을 추적할 수 있다는 것을 분명히 보여준다.

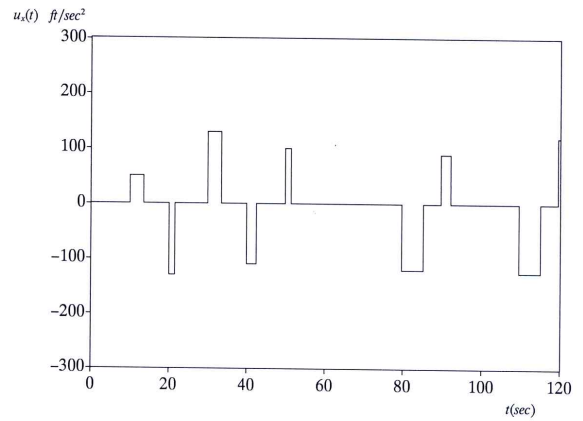


그림 9. x-방향의 조종사 기동 명령.

Fig. 9. The pilot command in x-direction.

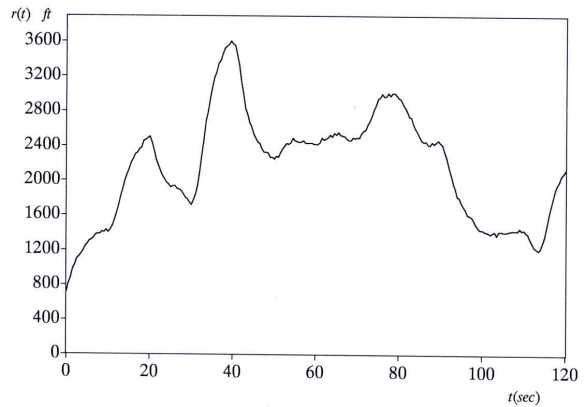


그림 10. 거리 측정치.

Fig. 10. The range measurement.

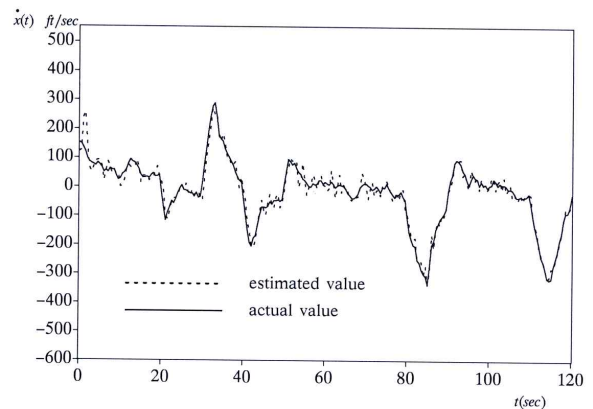


그림 11. x-방향의 속도.

Fig. 11. The velocity in x-direction.



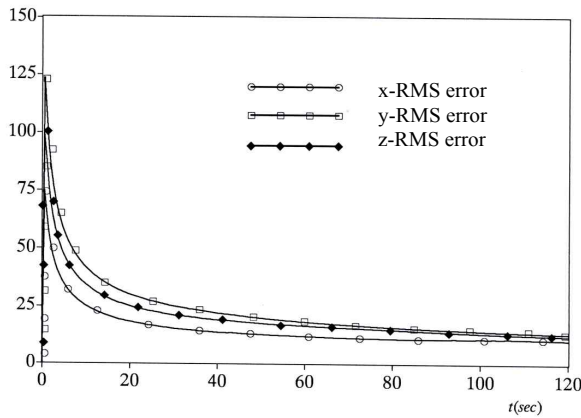


그림 12. 위치 RMS 오차.

Fig. 12. The position RMS error.

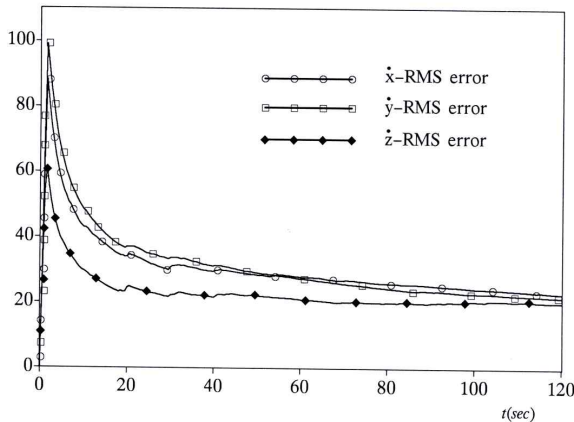


그림 13. 속도 RMS 오차.

Fig. 13. The velocity RMS error.

### V. 결 론

실제의 기동 표적의 운동은 제 2장에서 기술한 점프형 기동모델의 상태천이와 정확히 일치하지는 않는다. 이 경우 모델링 오류가 생기고 이것은 필터의 성능에 영향을 미치게 된다. 본 논문에서는 이러한 시스템 모델링 오류가 기동 표적 추적 필터의 성능에 미치는 영향을 시뮬레이션을 통해 검증하였다. Monte-Carlo 시뮬레이션 결과를 보면 점프형 프로세스와 이에 대응되는 필터[20]를 사용하는 경우 모델링 오류는 큰 문제를 일으키지는 않는 것을 확인하였다. 즉, 점프형 프로세스를 기반으로 하는 필터는 시스템 모델링 오류에 대해 크게 민감하지 않으므로 실제 적용하는 경우에는 모델링 오류가 발생하더라도 안정된 추적 결과를 얻을 수 있다.

### 참 고 문 헌

- [1] Y. Bar-Shalom and T. Fotmann, *Tracking and Data Association*, Academic Press, New York, 1988.
- [2] A.V. Skorohod, *Studies in the Theory of Random Processes*, Addison-Wesley, New York, 1965.
- [3] A.H. Jazwinski, *Stochastic Processes and Filtering Theory*, Academic Press, New York, 1970.
- [4] A. Gelb, *Applied Optimal Estimation*, MIT Press, Cambridge, Mass., 1974.
- [5] R.A. Singer, "Estimating Optimal Tracking Filter Performance for Manned Maneuvering Targets", *IEEE Trans. on Aerospace and Electronic Systems*, AES-6, July.1970, pp.473-483.
- [6] J.S. Thorp, "Optimal Tracking of Maneuvering Targets", *IEEE Trans. on Aerospace and Electronic Systems*, AES-9, July.1973, pp.512-519.
- [7] Y. Bar-Shalom and K. Birniwal, "Variable Dimension Filter for Maneuvering Target Tracking", *IEEE Trans. on Aerospace and Electric Systems*, AES-18, Sept.1982, pp.621-629.
- [8] P.L. Bogler, "Tracking a Maneuvering Target using Input Estimation", *IEEE Trans. on Aerospace and Electric Systems*, AES-23, May.1987, pp.298-310.
- [9] H.A.P. Blom and Y. Bar-Shalom, "The Interacting Multiple-Model Algorithm for Systems with Markovian Switching Coefficient", *IEEE Trans. on Automatin Control*, AC-33, Aug.1988, pp.780-783.
- [10] Y. Bar-Shalom, K.C. Chang, and H.A.P. Blom, "Tracking a Maneuvering Target using Input Estimation versus the Interacting Multiple Model Algorithm", *IEEE Trans. on Aerospace and Electric Systems*, AES-25, Mar.1989, pp.296-300.

- [11] Y.T. Chan, A.G.C. Hu, and J.B. Plant, "A Kalman Filter Based Tracking Schem with Input Estimation", IEEE Trans. on Aerospace and Electric Systems, AES-15, Mar.1979, pp.237-244.
- [12] P.L. Bogler, "Tracking a Maneuvering Target using Input Estimation", IEEE Trans. on Aerospace and Electric Systems, AES-23, May.1987, pp.298-310.
- [13] M. Farooq, and S. Bruder, "Information Type Filters for Tracking Maneuvering Target", IEEE Trans. on Aerospace and Electric Systems, AES-26, 1990, pp.441-454.
- [14] R.L. Moose, H.F. Vanlandingham, and D.H. McCabe, "Modeling and Estimation for tracking maneuvering target problem", IEEE Trans. on Aerospace and Electric Systems, Aes-15, May 1979, pp.448-455.
- [15] N.H. Gholson and R.L. Moose, "Maneuvering Target Tracking using Adaptive State Estimation", IEEE Trans. on Aerospace and Electric Systems, AES-13, May 1977, pp.310-317.
- [16] G.C. Ricker, and J.R. Williams, "Adaptive Tracking Filter for Maneuvering Targets", IEEE Trans. on Aerospace and Electric Systems, AES-14, Jan.1978, pp.185-193.
- [17] Demirbas, "Maneuvering Target Tracking with Hypothesis Tracking", IEEE Trans. on Aerospace and Electric Systems, AES-23, Nov.1987, pp.757-766.
- [18] N.U. Ahmed and S.S. Lim, "Continuation of the study of Discontinuous Jump Processes in Omega and Loran-C Radio Signals", Reports for Defense Research Establishment Ottawa, Department of National Defence, Canada, August, 1987.
- [19] T.E. Dabbous, N.U. Ahmed, J.C. McMillan, and D.F. Liang, "Filtering of Discontinuous Processes Arising in Marine Integrated Navigation Systems", IEEE Trans. on Aerospace and Electric Systems, AES-24, 1988, pp.85-102.
- [20] S.S. Lim, "Tracking Filter Design for a Maneuvering Target using Jump Processes", Journal of Electrical Engineering and Information Science, Vol.3, No.3, June 1998, pp.373-384.

### 오 상 병(吳相炳)



1980년 1월 25일생  
 2003년 2월 : 한국항공대학교  
 항공전자공학과 졸업(공학사)  
 2003년~현재 : 한국항공대학교  
 대학원 항공전자공학과(석사과정)  
 관심분야 : 항행전자 시스템,  
 Target Tracking

### 김 상 진(金相珍)



1976년 5월 30일생  
 2002년 2월: 조선대학교 전자  
 공학과졸업(공학사)  
 2003년~현재 : 한국항공대학교  
 대학원 항공전자공학과(석사과정)  
 관심분야 : Target Tracking,  
 CNS/ATM

### 임 상 석(林尙石)



1976년: 한국항공대학교  
 항공전자공학과(공학사)  
 1984년: Ottawa 대학교 대학원  
 (공학석사)  
 1990년: Ottawa 대학교 대학원  
 (공학박사)  
 1976-1982 : 국방과학연구소  
 1984-1986 : 캐나다 DREO, Surface Radar  
 1990-1992 : Canada Royal Military College  
 1992-1995 : 캐나다 DREO, Surface Radar  
 1995-현재 : 한국항공대학교 항공전자공학과 부교수  
 관심분야 : 항공전자시스템, SVS, CNS/ATM,  
 GPS 응용, filter 설계, Target Tracking.