

◎ 논문

무딘 물체의 노즈 반지름이 비평형 유동의 공력 가열에 미치는 영향

이 창 호^{*1}, 박 승 오^{*2}

Effects of Nose Radius of Blunt Body on Aerodynamic Heating in Thermochemical Nonequilibrium Flow

Chang Ho Lee and Seung O Park

The effect of nose radius on aerodynamic heating is investigated by using the Navier-Stokes code extended to thermochemical nonequilibrium airflow. Spherical blunt bodies, whose nose radius varies from 0.003048 m to 0.6096 m, flying at Mach 25 at an altitude of 53.34 km are considered. Comparison of heat flux at stagnation point with the solution of Viscous Shock Layer and Fay-Riddell are made. Results show that the flow for very small radius is in a nearly frozen state, and therefore the heat flux due to diffusion is smaller than that due to translational energy. As the radius becomes larger, the portion of heat flux by diffusion becomes greater than that of heat flux by translational temperature and approaches to a constant value.

Key Words: 극초음속 유동(Hypersonic flow), 정체점 열전달(Stagnation point heat transfer), 열화학적 비평형 유동(Thermochemical nonequilibrium flow)

1. 서 론

극초음속 비행체에서 공력가열의 심각한 영향을 받는 부분은 선두부와 날개 또는 조종면의 앞전 등으로 구분할 수 있다. 이와 같은 부분들은 서로 특성길이가 다르므로 극초음속 유동에서 중요한 상사변수인 Knudsen 수, Damköhler 수, Reynolds 수 등도 크게 다르게 된다. 이러한 변수들과 특성길이의 관계를 살펴보면 다음과 같다. Reynolds 수는 $Re = \rho_{\infty} V_{\infty} L / \mu_{\infty}$ 에서 특성길이 L 에 비례한다. Knudsen 수는 분자간 평균 자유거리와 특성길이의 비, $Kn = \lambda_{\infty} / L$,로 나타

내며, $Kn \ll 1$ 이면 연속체 영역, $Kn \gg 1$ 이면 희박기체 영역, 대략 $0.01 < Kn < 10$ 을 천이영역이라고 한다. 따라서 유동의 분자간 평균자유거리가 같아도 특성길이가 다르면 Knudsen 수는 서로 다르게 된다. 즉 특성길이가 작으면 Knudsen 수는 커져서 자유류 밀도가 감소하는 것과 같은 영향을 준다. 천이영역의 Knudsen 수에서는 높은 고도의 공기밀도가 낮은 영역에서 발생하는 저밀도 효과(low density effect)가 나타나는데, 이때는 충격파가 불연속으로 존재하는 것이 아니고 넓게 퍼지고 매우 두꺼워진다. Damköhler 수는 유동의 특성시간(τ_f)을 화학반응 특성시간(τ_c)의 비, $Da = \tau_f / \tau_c$,로 정의된다. Damköhler 수와 특성길이의 관계는 다음에서 볼 수 있다. 예로서 산소원자의 정상상태(steady state) 화학종 방정식을 자유류 유동변수 및 특성길이로 무차원화하면 Damköhler 수는 다음과 같이 표현된다.

* 2003년 9월 22일 접수

*1 정희원, 한국항공우주연구원 스마트무인기개발사업단

*2 정희원, 한국과학기술원 항공우주공학과

$$Da = \frac{M_o}{M_{O_2} M_m} k_f(T) \bar{\rho}_{O_2} \bar{\rho}_m \frac{\rho_\infty L}{V_\infty} \quad (1)$$

이식으로부터 Damköhler 수는 특성길이와 비례 관계가 있음을 알 수 있다. $Da \rightarrow \infty$ 이면 화학반응의 특성시간은 유동의 특성시간에 비해 매우 작아서 기체의 화학적 상태는 유동의 변화에 대해 순간적으로 결정되는 평형(equilibrium) 상태가 되고, $Da \rightarrow 0$ 이면 화학적 특성시간이 유동의 특성시간에 비해 매우 커서 유동이 바뀌어도 화학적 상태는 변화하지 않는 동결(frozen) 상태가 된다. 유동의 특성시간과 화학반응 특성시간이 비슷한 크기이면 화학적 비평형 상태가 된다. 이상과 같이 자유류 유동조건은 동일하더라도 유동의 특성길이 변화에 따라 Damköhler 수, Knudsen 수, Reynolds 수의 값도 달라지므로, 유동의 열적, 화학적 상태와 열전달도 매우 다르게 될 수 있다.

본 연구에서는 열적, 화학적 비평형 Navier-Stokes 방정식의 수치해석을 통하여 극초음속 유동에서 특성길이의 변화가 벽면 열전달에 미치는 영향을 분석하였다. 자유류 조건은 고도 53.34 km, 비행 Mach 수 25로 일정하며, 반구(hemisphere) 형상의 무딘 물체에 대해 유동의 특성길이로서 반지름의 크기를 변화시키며 계산하였다. 또한 계산결과에서 비행체 반지름의 크기 변화에 따른 정체점에서의 벽면 열전달률을 Gupta et al. [1]의 Viscous Shock Layer 코드 결과 및 Fay-Riddell 식 결과와 비교하였다.

2. 지배방정식 및 물리적 모델

본 연구에서 다루는 기체는 5개 화학종 공기 모델로써 질소분자 N_2 , 산소분자 O_2 , 산화질소 NO , 질소원자 N , 산소원자 O 등으로 구성되어 있다. 기체의 내부에너지 모드에서 병진 및 회전 에너지 모드는 평형으로 가정하여 병진온도 T 로 나타내고, 진동에너지 모드는 비평형으로써 진동온도 T_v 로 나타낸다. 이와 같은 열적, 화학적 비평형 시스템을 다루기 위해 확장된 형태의 Navier-Stokes 방정식은 다음과 같다.

$$\frac{\partial \rho_s}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho_s u_j + \rho_s v_{sj}) = w_s \quad (2)$$

$$\frac{\partial \rho u_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho u_i u_j + p \delta_{ij} + \tau_{ij}) = 0 \quad (3)$$

$$\frac{\partial \rho E}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} [(\rho E + p) u_j + \tau_{ij} u_i + q_j] = 0 \quad (4)$$

$$\frac{\partial \rho E_v}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho E_v u_j + q_{vj}) = w_v \quad (5)$$

여기서

$$\rho_s v_{sj} = -\rho D_s \frac{\partial c_s}{\partial x_j} \quad (6)$$

$$\tau_{ij} = -\mu \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) + \frac{2}{3} \mu \frac{\partial u_k}{\partial x_k} \delta_{ij} \quad (7)$$

$$q_j = -(k_t + k_r) \frac{\partial T}{\partial x_j} - k_v \frac{\partial T_v}{\partial x_j} - \sum_{s=1}^{ns} \rho_s v_{sj} h_s \quad (8)$$

$$q_{vj} = -k_r \frac{\partial T_v}{\partial x_j} - \sum_{s=1}^{nd} \rho_s v_{sj} e_{vs} \quad (9)$$

기체 내부에너지는 진동에너지만이 비평형으로 간주하여 분자의 진동에너지를 동차 진동자 모델로 나타내고, 각분자의 진동온도가 모두 같다고 가정하면 혼합기체의 단위 체적당 진동에너지는 다음과 같다.

$$\rho E_v = \sum_{s=1}^{nd} \rho_s e_{vs} = \sum_{s=1}^{nd} \rho_s \frac{R_u}{M_s} \frac{\theta_{vs}}{\exp(\theta_{vs}/T_v) - 1} \quad (10)$$

혼합기체의 압력은 Dalton의 분압법칙에 의해 다음과 같이 계산한다.

$$p = \sum_{s=1}^{ns} p_s = \sum_{s=1}^{ns} \rho_s \frac{R_u}{M_s} T \quad (11)$$

동결음속 (frozen speed of sound)은 다음과 같이 유도된다.

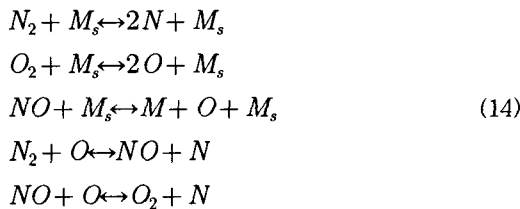
$$a^2 = \left(1 + \frac{R_m}{c_v}\right) R_m T \quad (12)$$

여기서 R_m 은 혼합기체상수로써 다음과 같다.

$$R_m = \sum_{s=1}^{ns} c_s \frac{R_u}{M_s} \quad (13)$$

혼합기체의 점성계수, 열전도계수, 확산계수는 다음과 같은 방법으로 결정한다. 먼저, 각 화학종의 점성계수는 Blottner의 curve fit식으로 계산하고 혼합기체의 점성계수는 Wilke 혼합식으로부터 구한다[2]. 화학종의 병진, 회전 및 진동온도에 대한 열전도계수는 Eucken식으로 계산한다. 혼합기체의 병진, 회전, 진동 온도에 대한 열전도계수는 Wilke의 혼합식으로 계산한다[2]. 질량확산계수는 모든 화학종에 대해 동일한 것으로 가정하고, Schmidt 수를 0.5로 가정하여 계산한다.

공기의 화학반응모델은 이온화가 없는 것으로서 5개 화학종에 대해 다음과 같은 화학반응식으로 구성된다.



M_s 은 Collision partner로써 5개 화학종이 된다. 따라서 전체 반응식은 17개이며, 각 화학종의 질량 생성률은 다음과 같이 결정된다.

$$w_s = M_s \sum_{m=1}^{nr} (\nu'_{s,m} - \nu''_{s,m}) \left[k_{f,m} \prod_{r=1}^{ns} \left(\frac{\rho_r}{M_r}\right)^{\nu'_{r,m}} - k_{b,m} \prod_{r=1}^{ns} \left(\frac{\rho_r}{M_r}\right)^{\nu''_{r,m}} \right] \quad (15)$$

여기서 반응률계수 k_f, k_b 는 Two-temperature 모델[3]을 사용하여 계산한다. 이 모델에서 화학 반응 m 에 대한 전방 반응률 계수는 다음과 같은 수정 Arrhenius 식으로 표현된다.

$$k_{fm} = C_m T^{-n_m} \exp(\theta_m/T_a) \quad (16)$$

Park[3]은 기체분자의 진동에너지 여기가 분자 해리반응에 주는 영향을 고려해 주기 위한 모델로써, 온도를 병진온도와 진동온도의 기하학적 평균온도, $T_a = T^q T_v^{1-q}$ 를 사용하였다. 여기서 q 는 0.5-0.7 사이의 값으로써, q 값이 0.5이면 병진온도와 진동온도는 해리반응에 같은 비중의 영향을 주게 되고, q 값이 커지면 상대적으로 진동온도의 비중은 줄어들게 된다. 본 연구에서는 $q=0.7$ 을 사용하였다. 후방 반응률계수는 전방 반응률 계수와 평형상수의 관계를 이용하여 계산한다. 본 연구에서 채택한 Park의 모델은 기체분자의 진동에너지와 해리반응의 상호작용(vibration-dissociation coupling)을 고려하는 모델중 가장 간단하고 CFD 코드에 적용하기 쉬운 것이다. 진동에너지-해리반응 상호작용 현상이란 분자의 진동에너지가 여기된 상태에서는 해리반응이 쉽게 일어나고, 또한 분자들의 해리 반응은 분자수를 감소시키므로 전체 진동에너지는 감소하는 것을 뜻하는 것으로, Marcheret and Rich[4]은 기체운동이론에 근거한 모델을 제시하였으며, 이외에도 여러가지 모델들이 발표되었다[5,6]. 그러나 이와 같은 모델들은 복잡하여 CFD에 적용하기가 어려우며, 발표된 결과를 보면 Park의 모델과 별로 차이를 보이지는 않는다. 단 밀도가 매우 낮은 영역의 유동해석에서는 Park의 모델보다 Marcheret and Rich의 모델이 물리적으로 타당한 결과를 주는 것으로 발표된 바 있다[5].

진동에너지 생성항은 Landau-Teller 모델로 표현되는 진동-병진에너지 상호작용에 의한 에너지 전달과 진동-해리에 의한 에너지 전달을 포함하여 다음과 같이 표현된다.

$$w_v = \sum_{s=1}^{nd} \frac{e_{vs}^{eq} - e_{vs}}{\tau_{vs}} + \sum_{s=1}^{nd} w_s e_{vs} \quad (17)$$

여기서 e_{vs}^{eq} 와 e_{vs} 는 각각 화학종 s 의 평진 및 진동온도에 대한 진동에너지를 의미한다. 화학종 s 의 진동이완시간은 Park[3]이 제안한 수정 Millikan and White 식을 사용한다.

유동이 화학적 비평형인 경우에 벽면의 촉매 성질은 벽면으로 전달되는 열전달에 큰 영향을 끼친다. 경계층 내부의 유동이 화학적으로 비평형일 때 벽면에 충돌한 원자들이 분자로 재결합되는 현상이 발생하는데, 이때 충돌 원자들의 재결합 화학반응은 발열반응이므로 벽면으로 전달되는 열전달은 증가하게 된다. 본 연구에서는 Gökçen[7]이 사용한 모델을 벽면 촉매조건에 적용하였다.

3. 수치해석기법

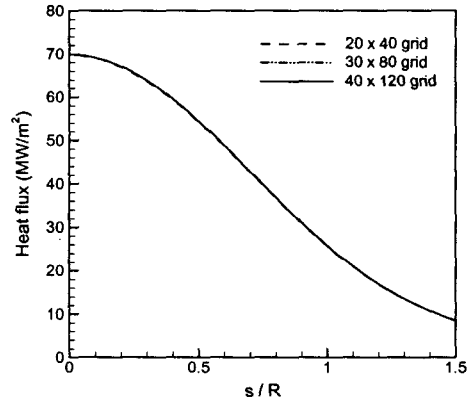
열적, 화학적 비평형 시스템에 대한 2차원/축대칭 Navier-Stokes 방정식을 자유류 유동변수와 비행체 반지름으로 무차원화하여 직교좌표계에서 보존형태의 벡터식으로 쓰면 다음과 같다.

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial(F - F_v)}{\partial x} + \frac{\partial(G - G_v)}{\partial y} + \alpha(H - H_v) = W \quad (18)$$

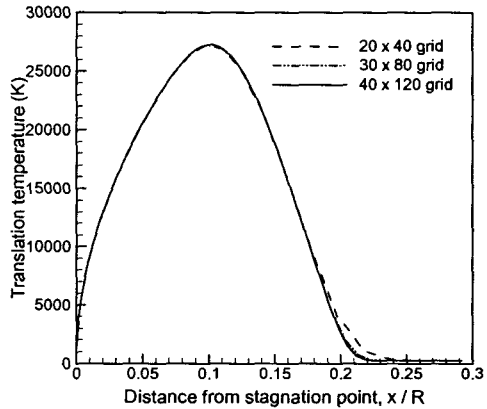
식 (18)에서 각항의 벡터들에 대한 자세한 설명은 참고문헌 8에서 찾아볼 수 있다. 식 (18)을 일반곡선 좌표계 (ξ, η) 로 변환하여 셀 중심 유한체적법을 적용하면 다음과 같은 이산화 식을 얻을 수 있다. 이때 ξ 는 벽면과 평행한 방향이고, η 는 벽면과 수직방향이다.

$$\left(\frac{1}{J} \frac{\partial Q}{\partial t}\right)_{i,j} + (\bar{F} - \bar{F}_v)_{i+1/2,j} - (\bar{F} - \bar{F}_v)_{i-1/2,j} + (\bar{G} - \bar{G}_v)_{i,j+1/2} - (\bar{G} - \bar{G}_v)_{i,j-1/2} + \alpha \frac{1}{J} (H - H_v)_{i,j} - \frac{1}{J} W_{i,j} = 0 \quad (19)$$

식 (19)에서 상첨자 \sim 는 셀 경계면에서 수치적 근사 플럭스 (numerical flux)를 의미한다. 비점성 수치플럭스 \bar{F}, \bar{G} 의 계산에는 Modified Low-diffusion flux-splitting scheme[8]을 사용하였다. 그리고 고차의 공간정확도는 셀간의 내삽을 통하여 경계면 좌우의 상태변수를 결정하는



(a) Heat flux distributions along the wall



(b) Translational temperature

Fig. 1 Results of grid refinement test for fully catalytic wall

MUSCL 기법을 사용하여 계산하였다. 내삽에는 원시변수, $w = (\rho, c_s, u, v, p, E_v)$ 를 사용하였으며 충격파에서의 진동을 막기 위하여 Van Albada 제한자 함수를 사용하였다.

비평형 화학반응이 존재하는 유동을 외재적 (explicit) 시간적분법으로 수렴된 해를 구하기는 거의 불가능하며, 화학적 생성항을 내재적으로 처리하여야 stiffness 문제를 해결할 수 있다. 본 연구에서는 정상상태 해를 구하기 위한 내재적 시간적분법으로 point SGS 기법[9]을 사용하였다.

4. 계산 및 결과

극초음속 유동에서 비행체의 크기에 따른 유동변화와 열전달 특성을 파악하기 위하여 Gupta

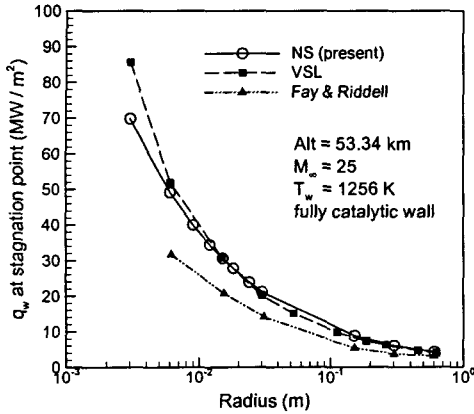


Fig. 2 Heat flux at stagnation point vs body radius for fully catalytic wall

et al.[1]이 Viscous Shock Layer 코드로 계산한 문제를 대상으로 계산하였다. 비행체는 구형으로 반지름이 0.003048 m - 0.6096 m (0.01 ft - 2 ft) 까지 변하며, 비행 Mach 수는 25, 비행고도는 53.34 km 이다. 벽면온도는 1256 K로 일정하고, 비축매 및 완전축매 벽면조건을 고려하였다.

먼저 계산결과와 격자의존도를 파악하기 위해 반지름 0.003048 m, 완전축매 벽면조건일 때 20×40, 30×80, 40×120의 세가지 격자계에 대해서 계산을 수행하였다. Fig. 1에서는 격자 테스트 결과로써 벽면을 따른 열전달 분포와 정체 유선에서의 병진온도 분포를 도시한 것이다. 결과를 보면 벽면 열전달은 세가지 격자계에서 거의 차이가 없지만, 온도분포는 격자계에 따라 충격파의 위치가 다소 차이를 보인다. 가장 적은 수의 격자계 20×40에서 충격파의 위치는 다른 두가지 격자계보다 벽면에서 멀리부터 시작되고 있다. 따라서 이후의 계산에서는 모두 30×80 격자계를 사용하였다.

Fig. 2는 완전축매 벽면조건일 때 반지름 크기에 따른 정체점의 열전달 변화를 도시한 것이다. 본 Navier-Stokes 결과는 반지름이 매우 작은 경우를 제외하고는 참고문헌 1의 VSL 결과와 잘 일치하고 있다. 그리고 Fay and Riddell 식은 열전달을 Navier-Stokes 보다 작게 예측하며, 비행체의 반지름이 작아지면서 그 차이는 커지고 있는데, 그 원인은 비행체 주위의 유동장이 Fay and Riddell 식이 성립하기 위한 조건에서 벗어나기 때문이다.

한편 반지름이 가장 작은 경우, 즉 0.003048 m

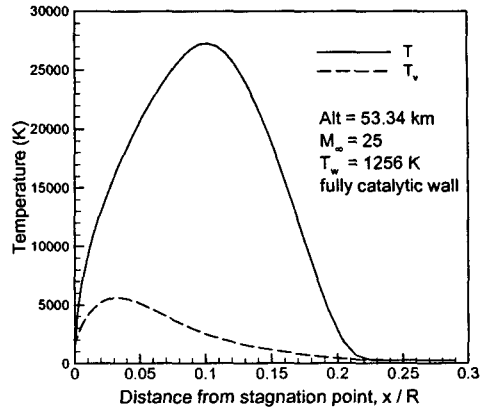


Fig. 3 Temperature profiles for a sphere of 0.003048m radius

일때, Navier-Stokes와 VSL의 결과는 차이가 크게 나타나므로, 이때의 유동구조를 살펴보기 위하여 Fig. 3에 Navier-Stokes의 결과중에서 정체 유선의 온도분포를 도시하였다. 온도분포 결과를 보면 이때의 충격파 모양은 극초음속 유동에서 전형적으로 나타나는 분리 구형 충격파와는 매우 다른 것을 볼 수 있다. 병진온도는 충격파를 지나면서 급격한 불연속이 아닌 완만한 분포를 보이며, 벽면근처에서 경계층의 구분도 찾을 수 없다. 또한 벽면부터 충격파까지의 충격파층에서 진동온도는 병진온도보다 훨씬 낮은 값을 갖고 평형에 도달하지 못하는 열적 비평형상태임을 볼 수 있다. 이와 같은 결과를 토대로 Navier-Stokes와 VSL의 결과차이 원인을 설명할 수 있다. VSL에서는 충격파를 불연속 경계면으로 가정하고 Rankine-Hugoniot 관계식으로 계산한다. 하지만 Fig. 3에서 나타난 것과 같은 충격파에 Rankine-Hugoniot 식을 적용하는 것은 부적절하다. 또한 참고문헌 1의 VSL 코드에서는 열적 평형조건을 가정하고 있지만 Navier-Stokes의 결과로부터 열적 비평형 상태에 있음을 알 수 있다. 따라서 이와 같은 요인들이 작은 크기의 반지름을 갖는 경우에 Navier-Stokes와 VSL의 결과차이를 유발하는 것으로 판단된다.

Fig. 4는 벽면 경계조건이 비축매 일때와 완전축매 일때의 정체점 열전달률을 비율로 나타낸 것이다. 결과를 보면 반지름이 0.01 m - 0.03 m 부근에서 비축매 벽면의 열전달률이 완전축매 벽면의 열전달률의 50% 이하가 되며, 따라서 비행체가 이 영역의 크기일 때 벽면 축매 효과가

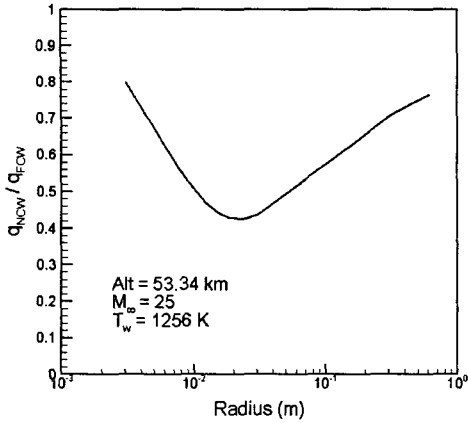


Fig. 4 Heating ratio of noncatalytic wall to fully catalytic wall at stagnation point vs body radius

가장 두드러짐을 알 수 있다.

Fig. 5는 완전촉매 벽면인 경우에 비행체의 크기에 따라 병진온도에 의한 열전달률과 확산에 의한 열전달률을 전체 열전달률의 비율로 나타낸 것이다. 결과를 보면 반지름이 약 0.02 m 까지는 확산에 의한 열전달률 비율은 증가하고 병진온도에 의한 열전달률의 비율은 감소하여 거의 일정해진다. 또한 반지름이 약 0.01 m 인 점을 기준으로 두 값은 서로 교차하고 있다. 즉 반지름 0.01 m 이하에서는 확산에 의한 열전달 보다는 병진온도에 의한 열전달이 큰 기여를 하며, 이것은 반지름이 작을수록 커진다. 하지만 반지름 0.01 m 이상에서는 확산에 의한 열전달 기여가 병진온도에 의한 것보다 크며, 그 차이는 반지름의 크기 증가와 무관하게 거의 일정한 경향을 보인다. 이와 같은 결과의 원인은 비행체가 작아지면 유동의 특성길이는 작아져 Damköhler 수가 작아지므로 기체의 화학반응은 감소하는 화학적 동결상태로 접근하기 때문이다. 비행체의 크기가 커지면 유동은 화학적 평형상태로 된다. 하지만 Fig. 5의 결과를 보면 확산에 의한 열전달률은 감소하지 않고 거의 일정한 값을 보이는데 이것은 경계층내에서는 비평형 영역이 존재하여 확산 열전달이 여전히 큰 비중을 차지하는 것을 의미한다.

5. 결론

열적, 화학적 비평형 Navier-Stokes 방정식을

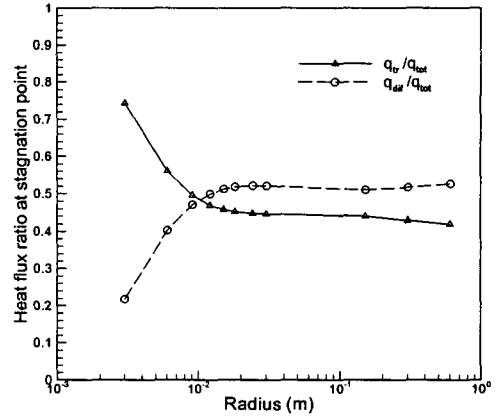


Fig. 5 Translational heating ratio and diffusion heating ratio vs body radius for fully catalytic wall

이용하여 극초음속 유동에서 무딘 물체의 크기 변화에 따른 열전달률의 변화를 분석하였다. 계산 결과 비행체의 크기가 작을때는 화학반응은 감소하는 화학적 동결로 접근하여 확산에 의한 열전달률이 병진온도에 의한 열전달률보다 작았다. 비행체 크기가 증가하면서 기체의 화학반응은 증가하여 확산에 의한 열전달률은 병진온도에 의한 열전달률보다 비중이 커졌으며, 전체 열전달률에 대한 확산 열전달률의 비율과 병진 열전달률의 비율은 거의 일정한 값을 보였다.

참고문헌

- [1] Gupta, R.N., Zoby, E.V., and Lee, K.P., "Viscous Shock-Layer Analysis of Two-Dimensional and Axisymmetric Flows," *Journal of Thermophysics and Heat Transfer*, Vol.8, No.3, (1994), p.494-499.
- [2] Candler, G.V., and MacCormack, R.W., "Computation of Weakly Ionized Hypersonic Flows in Thermochemical Nonequilibrium," *Journal of Thermophysics and Heat Transfer*, Vol.5, No.3, (1991), p.266-273.
- [3] Park, C., "Review of Chemical-Kinetic Problems of Future NASA Missions, I: Earth Entries," *Journal of Thermophysics and Heat Transfer*, Vol.7, No.3, (1993), p.385-398.

- [4] Macheret, S.O., and Rich, J.W., "Nonequilibrium Dissociation Rates Behind Strong Shock Waves: Classical Model," *Chemical Physics*, Vol.174, (1993), p.25-43.
- [5] Boyd, L.D., Candler, G.V., and Levin, D.A., "Dissociation Modeling in Low Density Hypersonic Flows of Air," *Physics of Fluids*, Vol.7, No.7, (1995), p.1757-1763.
- [6] Olejniczak, J., and Candler, G.V., "Vibrating Energy Conservation with Vibration-Dissociation Coupling: General Theory and Numerical Studies," *Physics of Fluids*, Vol.7, No.7, (1995), p.1764-1774.
- [7] Gökçen, T., "Effects of Freestream Nonequilibrium on Convective Heat Transfer to a Blunt Body," *Journal of Thermophysics and Heat Transfer*, Vol.10, No.2, (1996), p.234-241.
- [8] Lee, C.H., and Park, S.O., "Computations of Hypersonic Flows over Blunt Body using a modified Low-Diffusion Flux-Splitting Scheme," *CFD Journal*, Vol.10, No.4, (2002), p.490-500.
- [9] Lee, C.H., and Park, S.O., "Comparison of Time Implicit Symmetric Gauss-Seidel Iterative Scheme for Computation of Hypersonic Nonequilibrium," *KSAS International Journal*, Vol.2, No.1, (2001), p.1-11.