

## Maplet을 이용한 미적분학 교수-학습 방법

한 동 승<sup>1)</sup>

본 논문에서는 학교 미적분학 교육에서 maple 패키지인 maplet의 활용 가능성에 대하여 연구하였다. 컴퓨터나 계산기를 수학교육에 사용하는 것에 대하여 많은 논란이 있었지만, 컴퓨터를 효과적으로 활용하고 수학적 이미지를 시각화하여, 학생들의 흥미를 유발할 수 있을 뿐만 아니라 수학적 개념을 귀납적, 직관적으로 전달할 수 있다. Maple은 현재 대학교육에서 많이 활용되고 있지만, maplet이라는 maple 패키지를 이용하여 maple application을 활용한다면 중등 교육에서도 좋은 멀티미디어 교구가 될 것이다. 본고에서는 Maplet의 사용법을 알아보고, 미적분학에서 활용할 수 있는 몇 가지 application을 제작·소개하였다.

주요용어 : 미적분학교육, maple, maplet, 교수-학습 방법

### I. 서론

미분적분학 교육은 제 7 차 교육과정에 의하면 중등교육과정에서 선택과정 중 수학1과 미분과 적분에서 다루어지고 있고, 대학의 기초 수학과정에서 통상적으로 이루어지고 있다. 하지만 현재 미분적분학은 연산 위주, 시험위주의 학습만 이루어지고 있다. 이에 많은 보고서 등에서 미적분학 교육의 위기에 대해 우려를 나타내고 있다. 즉 대부분의 학생들이 미적분학을 정상적으로 이수하지 못하고 있으며, 미적분학의 지식이 피상적인 경우가 많고, 정형화된 계산 문제를 해결하는 기능만을 습득하는 것으로 지적하고 있다. 또한 미분개념의 이해에 관한 많은 선행연구들은 학생들이 미분개념을 매우 어려워하고 많은 오개념을 갖고 있음을 보여주고 있다(최나영, 2001; 김혁재, 2000). 예를 들어 영국의 16-22세 학생 110명을 대상으로 미적분학의 기본 개념에 대한 이해 정도를 조사한 Orton은 학생들이 도함수와 부정적분을 계산하는 알고리즘은 상당히 능숙하게 구사하지만 도함수에 대해서는 거의 직관적인 이해도 하지 못한다고 한다. 따라서 학생들은 도함수를 계산하는 절차적인 수행능력은 상대적으로 높은 반면에 도함수의 기하학적(그래프적) 또는 물리적인 표현과 같은 수행능력은 상당히 제한적이다. 현재 우리나라의 고등학교 교과서에서 미적분이 차지하는 지도 시간의 비율은 37%로 그 중요성에 알맞게 많은 시간이 배정되어 있다. 그러나 미적분은 그 개념이 추상적이기 때문에 학생들이 이해하기 어렵다. 많은 학생들이 미적분에 대한 개념을 완전히 이해하지 못한 채, 그들의 미적분 문제를 해결하고, 자신들의 문제 해결과정에서 장

1) 전주대학교 수학과(hands@jeonju.ac.kr)

애가 발생하여 미적분에 대하여 어려움을 느끼고, 오 개념과 오류가 발생한다(김혁재, 2000).

미국의 NCTM(1989)에서는 수학 수업에서 계산능력의 하락을 초래하지 않는 범위에서 공학적 도구의 사용을 강조하며, 문제를 탐구하고 해결하기 위해 그리고 정보를 처리하고 계산을 수행하는 도구로서 컴퓨터를 언제나 사용할 수 있어야 한다고 하였다. 또한 제 7차 교육과정에서도 학습자의 활동을 중시하고 수학적 흥미와 자신감을 갖게하기 위해 계산기와 구체적 조작물의 적극적 활용을 권장하고 있다. 이러한 문제에 대하여 컴퓨터를 활용한 수학 수업 방법 연구, 컴퓨터 소프트웨어를 활용한 수업연구, 컴퓨터 소프트웨어를 활용한 교수학습자료 및 매체의 개발 등 여러 해결책이 논의되고 있다(김효형, 2000; 김응환외, 2001, 전명일, 2003). 하지만 이러한 논의들은 아직도 현장 교육으로 전환되지 못하고 실험적으로 운영되고 있다. 하지만 미적분학의 위기를 바라볼 때 교육과정에 대한 전면적인 개편이 시급하다. 특히 대학의 경우는 대학입학 자원의 부족, 이공계 기피현상의 가속화 등으로 기초수학교육에 대한 심도 깊은 논의가 더욱 필요하다. 외국의 경우에도 이미 미적분학 교육과정의 개혁에 많은 노력을 기울였고 그에 대한 성과가 나타나고 있다. 국내에서도 대한수학회를 중심으로 이러한 논의가 2-3년 전부터 시작되었다(김영국, 2000; 한동승, 2002).

본고에서는 이러한 노력의 일환으로 미적분학 교육의 문제점 및 현황에 대하여 알아보고, Maple 패키지인 maplet에 대하여 소개하고, 미적분학 교육에 maplet을 활용하여 얻을 수 있는 효과에 대하여 알아보려 한다. maplet은 Maple의 모든 명령어들을 사용할 수 있는 인터페이스를 제공하여 줌으로써 교사가 학생들의 학업 능력과 학습목표에 맞추어 인터페이스를 설계하고, 학생들은 Maple 명령어를 모르더라도 탐구활동을 할 수 있다. 이러한 장점을 이용하여 maplet이 수학교육에 어떻게 효과적으로 응용될 수 있는지를 제시하고자 한다.

## II. 미적분학 교육

미적분학 교육이 학교수학에서 중점적으로 논의되기 시작한 것은 20세기초이다. 수학 교육 개혁 운동을 주도한 Perry는 지력을 개발하고 정서를 함양하며 자연의 신비를 파헤치는 정신적 도구로서 미적분 지도의 중요성을 강조하였다. 또한 Klein은 수학적 사고의 심장이요 혼이라고까지 주장한 함수적 사고의 개발을 위해 미적분이 학교수학의 본질적인 부분이 되어야 한다고 주장하였다(우정호, 1998). 따라서 많은 나라에서 미적분을 학교수학에 도입하였고, 미국에서는 50년대 말에 이르러 미적분학과 해석기하를 하나의 강좌로 결합하여 대학 1학년에서 소개하였다. 그 후 새수학 운동에서는 학교수학의 현대 수학화 라는 정신에 따라 미적분학도 엄밀하게 지도하게 되었다. 이러한 경향은 1970년대 중반에 최고점에 달하였으나, 그 후 새수학 운동에 반대하는 경향이 나타났다. 즉, 권위주의적인 연역적 전개와 엄밀성을 포기하고 직관성과 단순화를 강조하여 문제해결과 수학의 응용을 보다 강조하자는 주장이 강해졌다.

이후 미적분학 개선을 위한 국부적인 노력들이 계속되었으며, 이로 인해 변화의 움직임이 일어나기 시작했다. Douglas(1986)는 수학 교육과정에서 미적분학이 중심적인 위치를 수호해야 한다고 주장하며, 미적분학 개정 운동을 전개하였다. 미적분학 개정 운동은 수학개념의 의미와 문제분석을 위한 수학적 방법의 사용과 함께 수치적, 그래프적, 대수적 관점에서 체계적으로 탐구할 것을 강조하고 있다. 또한 미적분 개념과 방법을 동기화하고 응용하는 수

단으로서 수학적 모델링과 실제적인 문제상황에서 접근할 것을 주장하고 있다.

학교수학에서 컴퓨터와 그래픽 계산기를 이용하면 수치적, 동적 그래프적, 기호 조작적인 다중표현 방법으로 미적분학이 교수-학습 될 수 있다. 극한에 대한 약식 접근으로부터 미적분의 원리로 이끄는 컴퓨터를 이용한 그래프적 접근은 학생들에게 미적분개념을 탐구할 수 있는 상호 작용적 상황을 제공한다. 따라서 학생들에게 미적분의 추상적 개념을 이해하는데 필요한 경험을 제공할 수 있고, 이러한 경험은 학생들에게 추상적인 개념이 형성될 수 있는 인지적 기초를 제공해준다. 또한 컴퓨터를 이용한 그래프적 접근을 통하여 학생들은 변화율에 대한 기하학적 개념을 이해할 수 있으며, 수학적 이론을 이해하는데 직접적인 도움을 얻을 수 있다. 이와 같이 테크놀로지를 이용하면 학생들은 미적분을 형식적 수준에서 학습하는 것이 아니라, 체계적이고 비 형식적인 방법으로 탐구할 수 있으며, 수치적, 그래프적, 기호적인 다중표현 방법으로 미적분 개념의 심층구조를 학습할 수 있다.

정은정(2003)은 대학 1학년생의 인터뷰를 통하여 고등학교 미적분학 교육 현황을 알아보았다. 그에 의하면, 학생들이 입시위주의 문제풀이 학습만 했다는 것을 알 수 있다. 제 6차 교육과정의 의하면 2학년 때 수학 I, 3학년 때 수학 II를 배워야 하지만, 입시위주로 수업을 진행되기 때문에 2학년 때 수학 I, 수학 II를 시험에 주로 출제되는 부분을 중심으로 학습하였다. 또한 학생들은 미분 학습 초기에는 학습이 계산 알고리즘 중심으로 이루어졌기 때문에 학습이 매우 쉬웠고 미분은 개념보다 계산으로만 생각하고 있었다. 다음은 한 학생의 인터뷰 내용이다.

Q. 학교 때 수학을 고등학교 1학년 때 공통수학, 2학년 때 수 I, 3학년 때 수 II를 배웠겠네?

A. 아뇨. 저런 그렇게 안 하구요. 수능 때까지는 다 끝내야 하니까 빠른 시간 안에 이과는 두 권을 해야만 했거든요. 그래서 2학년 때 수 I을 시작하고 빠른 시간 안에 두 권을 하려고 중간 중간에 안 쓰는 부분은 불필요한 부분은 빼고 배웠어요.

Q. 진도를 빨리 끝내려고?

A. 네

Q. 그때, 교재는 교과서로만 공부했어? 혹시 문제집이나 다른 교재는?

A. 교과서만 했구요. 다른 교재는 없었어요.

Q. 미분을 처음 접했을 때, 너의 느낌이 어땠어?

A. 처음에 수 I에서 배울 때는 미분이 지수가 내려오고, 또 그 지수에서 1을 빼서 쓰는 걸로 알고 (손바닥에다 직접 손가락으로 적으면서) 금방금방 하니까 쉬웠는데요, 뒤로 들어가서 삼각함수, 지수함수 로그함수가 나오니까 그때부터 머리가 아팠어요.

이와 같이 현실 교육은 미적분학의 개념에 대한 논의는 전무한 채 계산과 문제풀이만 교육하고 있다. 즉 우리나라의 미적분학 교육의 현실은 여전히 대수적 접근법을 지나치게 강조함으로써 학생들은 개념을 이해하지 못하고 기계적으로 미분하고 적분하는 형식주의에 빠져있다. 그러므로 학생들의 미적분학에 대한 기본적인 개념을 발전시키고 이해를 향상시킬 수 있는 교수-학습 방법이 필요하며, 미적분학은 수학적 모델링과 실제적인 문제상황에서 접근하여 미적분 개념과 방법을 동기화하고 응용해야 한다. 또한 테크놀로지를 통한 다중표현 방법으로 미적분 개념의 심층구조를 학습할 수 있는 기회를 제공해야 한다.

Maple이나 Mathematica와 같은 컴퓨터 대수체계를 이용한 수학교육에 대한 논의는 많이 있었다(성시영외, 1995; 박성은, 1998; 김향숙, 2001; 한동승 2001). 컴퓨터 대수 체계를 이용하면 미적분학 교육과정에서 나타나는 영향력은 참여자의 수준, 교육과정의 편성에 따라 많은 차이점이 있지만 일반적으로 다음과 같은 변화를 가져온다(한동승, 2002).

- ① 미적분학 교육과정이 양적으로 풍부해진다. 많은 시간을 투여하였던 방정식의 해를 구하고, 적분값을 구하는 등의 과정은 일반적이고 쉬운 과제가 되고, 다루기 힘들었던 리만 합과 급수의 유한 합을 구하는 과제들이 가능해진다.
- ② 미적분학을 시각화 할 수 있다. 예를 들어 최대 최소점의 존재성이나 근사적인 위치를 보여줄 수 있고, 역함수의 그래프를 만들어내고, 테일러 전개와 오차를 학습할 수 있다. 수열이나 함수열의 수렴성, 3차원에 놓인 곡선이나 곡면을 직접 그려 확인할 수 있다.
- ③ 미적분학 교육과정의 변화가 일어난다. 이차 곡면, 원뿔 곡선과 같은 곡선과 곡면의 매개 표현, 미분방정식 등의 응용문제 해결을 위한 테일러 급수의 이용 등이 더욱 중요해지고, 적분의 방법이나 원뿔곡선의 자세한 성질, 그래프 그리기 등은 그 중요성이 격감된다.
- ④ 문제 해결력을 기를 수 있다. Maple을 이용하면 문제의 모델링, 문제풀이 전략, 계산 결과의 분석 등을 더욱 강조하게 된다. 예를 들어 하나 또는 여러 개의 매개변수에 대한 해의 의존도를 고찰할 수 있고, 한 가지 문제의 다양한 변형을 생각하는 것 등이 가능하게 되었다.
- ⑤ 여러 가지 다양한 문제들을 다룰 수 있다. Maple을 사용할 때는 문제를 변형하여도 거의 같은 명령어에 의하여 해를 구할 수 있다. 그리고 적분 가능성 때문에 문제를 만들 때 고심했던 호의 길이, 곡면의 넓이, 곡률 등에 관련된 예제나 문제 제한할 필요가 없으며, 급수의 수렴성에 관하여 적분판정법이 매우 유용하게 사용된다.
- ⑥ Maple을 처리하기 위한 노력이 필요하다. Maple을 사용할 경우 Maple의 문법, 파일의 저장, 편집, 인쇄 등 Maple을 조작하는 데 시간이 필요하다. 결과적으로 전통적인 교육과정과 비교하여 보면 강조점이 표 1과 같이 변하게 된다.

표 1. CAS로 인한 미적분학 교육의 변화(한동승, 2002 재인용)

증가	감소
개념 위주의 교육	풀이법 위주의 교육
기하적 측면의 강조	대수적 측면의 강조
그래프의 이용	식의 이용
복잡한 해를 갖는 문제	단순하고 간단한 해를 갖는 문제
수치적 해	정확한 해

### III. Maplet을 활용한 교수-학습방법

#### 1. Maplet의 소개

Maple은 1980년대에 캐나다의 University of Waterloo의 K. Geddes와 G. Gonnet 교수에 의하여 처음으로 개발된 기호연산체제로 기호를 포함하는 수식이나 방정식 등을 대수적으로 처리하는 능력을 갖는 획기적인 프로그램이다. Maple은 미적분, 미분방정식, 정수론, 조합론, 행렬 및 행렬식, 통계학, 2D·3D 그래픽스, 애니메이션 등 각종 수학 계산을 위한 명령어 또는 패키지를 제공하고, 계산식 일부 또는 전부를 C, Fortran, LaTeX, HTML, XML, VB

등으로 변환할 수 있다. 수년에 걸쳐 많은 발전을 거듭한 후 1990년에 3D 컬러 그래픽스를 지원하는 Maple V가 출시되었고, 2003년 현재 Maple 9가 전세계적으로 사용되고 있다(박경수의 2001).

Maple 8 이후 버전부터는 Java를 이용한 인터페이스인 Maplet을 제공하고 있다. Maplet은 사용자가 계산을 하고, 그림을 그리는 인터페이스를 직접 만들 수 있도록 해주는 Maple package이다. Maplet을 이용하면 버튼, 체크박스, 콤보박스, 드롭다운 박스, 리스트박스, MathML Viewer, Plotter, 라디오 버튼, 텍스트 박스, 토글 버튼, Slidder bar 등을 윈도우즈 내에 삽입할 수 있고, 메뉴바, 툴바 등이 지원되어, 여러가지 GUI 환경으로 application들을 제작할 수 있다. Maplet 패키지가 나오기 전에, 사용자들의 Maple application과 그 소스의 인터페이스는 오직 Maple worksheet로 제한되어 있었다. 하지만 Maplet이 나오으로써 Maple의 Syntax를 잘 몰라도, 심지어 Maple이 무엇인지 모르는 유저들도 Maplet으로 만든 application을 이용할 수 있다. 그리고 MapleNet이라는 서버용 프로그램을 이용하면 Maple이 없는 사용자들에게도 Maple Application을 제공할 수 있다. maplet은 Java Swing package로부터 GUI element를 호출함으로써 작동하지만, Maplet을 프로그래밍 하기 위해 Java 문법을 알 필요는 없고, 기본적인 Maplet 이용법과 Maple Programming 방법을 이용하여 쉽게 Maplet을 작성할 수 있다. Maplet을 작동하기 위해서는 Maple 8이상의 버전이 필요하고, 또 Windows의 경우는 Java RunTime Environment 1.2.2 이상의 버전이 컴퓨터에 설치되어 있어야 한다(Linux에서는 1.3이상의 버전).

#### 1). Maple application들의 GUI제작 방법

Maplet을 시작하기 위해서는 항상 with(Maplets[Elements]) 실행해야한다. 그리고 윈도우즈에 여러 GUI Elements를 나열할 경우는 리스트 구조를 이용하여 행과 열 구조를 이루게 할 수 있다. 그리고 Maplet을 실행하기 위해서는 Maplets[Display]()를 실행해야한다. 다음에서 간단하게 버튼, Plotter 등을 추가하는 방법을 알아보자.

##### (1) Button 추가하기(그림 1 참조)

```
> restart;
> with(Maplets[Elements]):
> maplet1 := Maplet( [ ["Hello world", Button("OK",
Shutdown())] ] );
Maplets[Display]( maplet1 );
```



그림 1.

##### (2) Plot 추가하기(그림 2 참조)

```
> restart;
> with(Maplets[Elements]):
> maplet2 := Maplet(Window(
> [ ["function", TextField['TF1'](10), "range", TextField['TF2'](4), TextField['TF3'](4)],
> Plotter['PL1']('height'=200, 'width'=200),
> [Button("Plot", Action(Evaluate('PL1' = 'plot(TF1, x=TF2..TF3)')))]
> ]));
> Maplets[Display](maplet2);
```

##### (3) MathML 이용하기(그림 3 참조)

```
> with(Maplets[Elements]):
```

```

> maplet3 := Maplet(Window(
>   ["MathML에 나타낼 수식을 쓰시오:", TextField['TF1']()],
>   MathMLViewer['MMLV1'](),
>   [Button("Display", Evaluate('MMLV1' = 'MathML[Export](TF1)' ) ),
>     Button("OK", Shutdown())]
>   ]));
> Maplets[Display](maplet3);

```

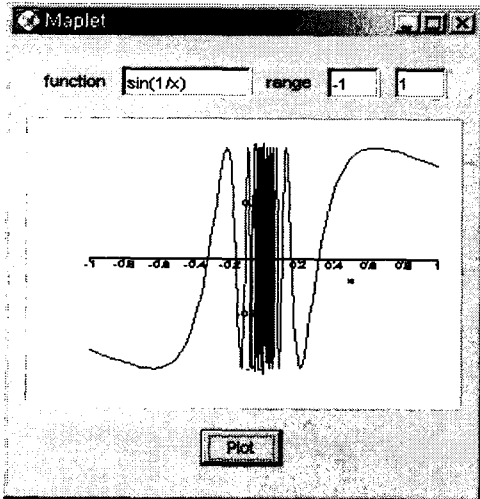


그림 2

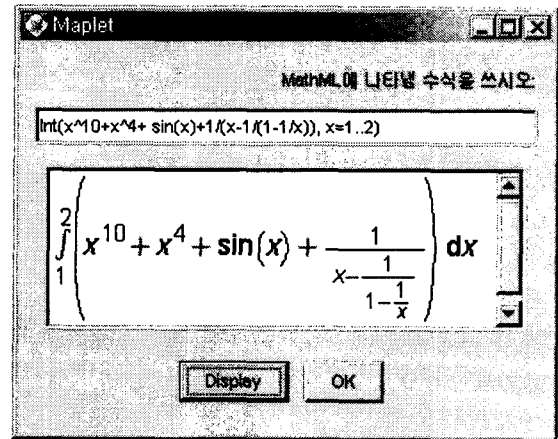


그림 3

(4) 메뉴바의 사용 (그림 4, 5 참조)

```

> with(Maplets[Elements]):
> Maplets[Display](Maplet( Window('title'="메뉴 예제", 'menubar'='MB1',
>   ["수식을 써 넣으시오:", TextField['TF1']()], Button("종료", Shutdown()))),
>   MenuBar['MB1'](
>     Menu("파일", MenuItem("Close", Shutdown())),
>     Menu("명령어",
>       MenuItem("적분", Evaluate('TF1' = 'int(TF1, x)'),
>       MenuSeparator(),
>       MenuItem("미분", Evaluate('TF1' = 'diff(TF1, x)'))
>     )
>   )
> );

```

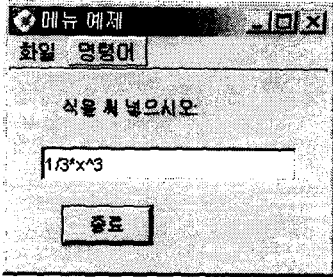


그림 4

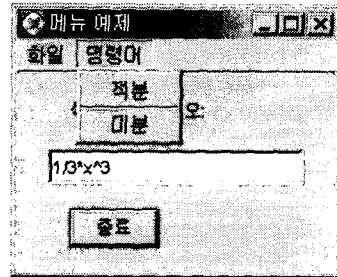


그림 5

(4) 툴바의 사용 (그림 6 참조)

```
>Maplets[Display]( Maplet(
> Window('toolbar'='TB1', [TextField['TF1'](),
> Button("OK", Shutdown(['TF1'])),
> Toolbar['TB1'](
> ToolbarButton("적분", Evaluate('TF1' = 'int(TF1, x)'),
> ToolbarSeparator(),
> ToolbarButton("미분", Evaluate('TF1' = 'diff(TF1, x)'))
> )
> ));
```

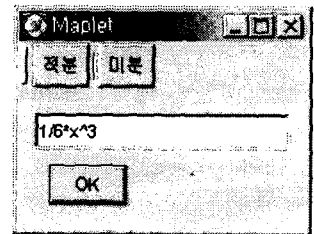


그림 6

그외의 내용은 Maple의 Help에서 RoadMap to Learning Maplet을 이용하면 쉽게 배울 수 있다(Monagan, 2002).

## 2. Maplet을 활용한 미적분학 교육

현재 미적분 교육은 전술한 바와 같이 개념의 이해보다는 주어진 함수의 미분과 적분값을 구하는 기능 위주에 초점을 두고 있다. 이는 학생들의 인지 수준에 맞는 엄밀한 지도법을 택할 수 없으며, 미적분 개념에 들어 있는 극한 및 무한 개념을 지필 환경으로 설명하기가 곤란하기 때문이다. Maplet과 같은 도구를 활용하면 이를 해결할 수 있다. 방승진(1999)은 멀티미디어 교수 학습 자료를 강의형, 참고형, 요약형, 실험형, 실습형, 문제풀이형, 게임형으로 구분하여 연구하였다. Maplet은 실험형, 실습형, 문제풀이형, 게임형 등에 적합한 도구로서 다음과 같이 미적분학 교육에 활용될 수 있다.

- ① 컴퓨터의 시각적인 기능을 이용하면, 미분계수와 정적분 등의 개념을 좀 더 직관적으로 이해시킬 수 있다. 특히 줌 기능이나 그래프 변환기능을 이용하면 학생들에게 이해시키기 어려운 미분계수나 정적분의 기본 정리와 같은 개념을 이해시킬 수 있다.
- ② 그래프를 마음대로 그리고 미적분과 관련된 모든 계산을 수행할 수 있게 됨으로써 종래의 계산 및 기능 위주의 교육에서 벗어나 역동적인 그래프 조작을 통한 실험 탐구적인 환경에 초점을 둘 수 있다.

학생들에게 기계적인 계산보다는 각 개념의 본질적인 의미를 좀더 강조하기 위한 방법으로 컴퓨터를 이용한 그래프적 접근법을 보완적으로 도입하는 문제를 생각할 수 있다. 이 방법은 풍부한 예와 반례를 탐구할 수 있는 상호작용 상황을 제공함으로써 학생들에게 추상적 개념을 이해하는 데 필요한 경험을 제공해 주고, 시각적 자료를 통해 의미를 보다 분명하게 보여줌으로써 도함수와 적분의 의미를 보다 쉽게 내면화할 수 있다. 또한 도함수와 정적분

을 알고리즘을 통해 구하기 전에 그에 대한 통찰을 기를 수 있고, 귀납적인 방법을 이용하여 도함수와 적분의 공식을 유도할 수 있도록 도와주며, 두 개념의 역관계를 보다 쉽게 받아들일 수 있다.

다음은 Maple 프로그램을 이용하여 함수의 그래프를 관찰하는 window이다.

그림 7은 함수  $f(x) = x^3 - x$ 에 대한 구간  $[0,1]$ 에서의 그래프이고 왼쪽의 그림은 slider bar를 이용하여  $x=1/2$ 의 가까이 있는 부분을 확대하여 보여준 그래프이다. 이 slider bar를 오른쪽으로 끌수록 그래프는  $x=1/2$ 의 가까이 있는 부분이 더욱더 확대되어 곡선이 사실상 직선처럼 보이게 된다. 따라서 이 그래프를 통해 접선의 기울기는 그래프를 원하는 만큼 충분히 확대한 그래프의 기울기와 거의 같음을 시각적으로 제시할 수 있다.

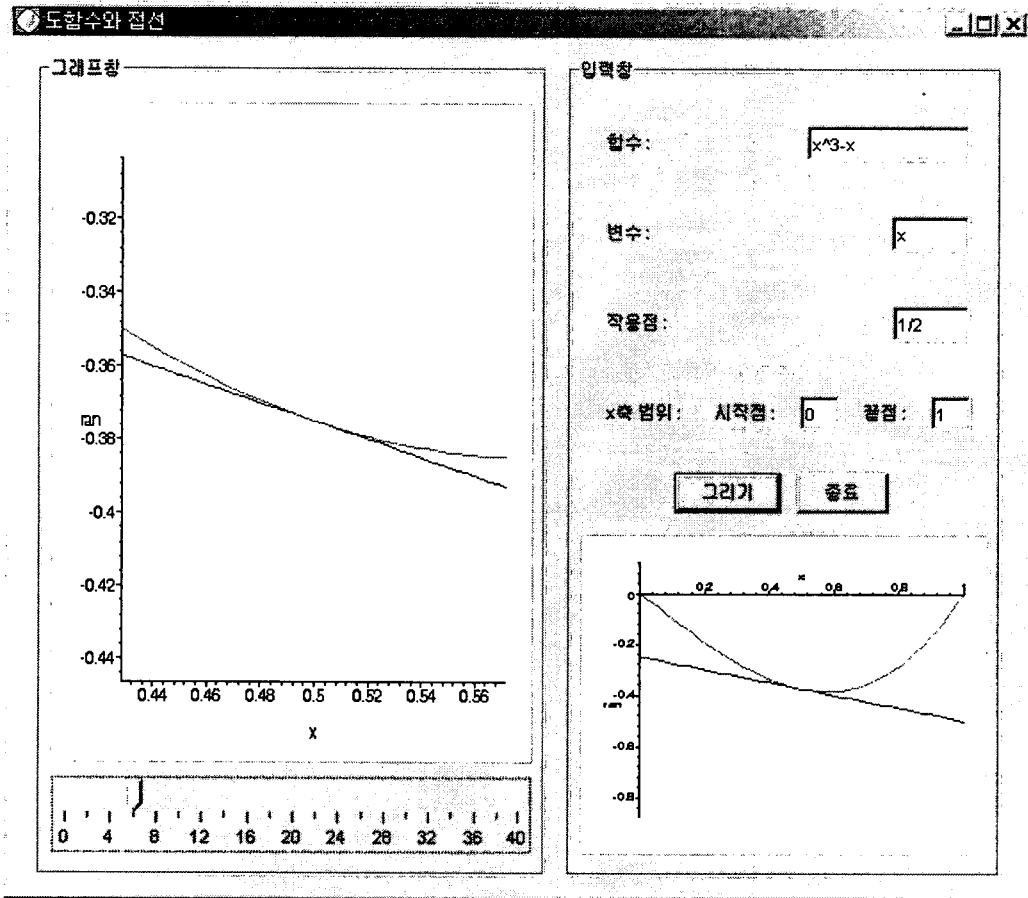


그림 7

또한 그림 8은  $f(x) = |x|$ 와 같이  $x=0$ 에서 미분불가능한 함수에 대하여  $x=0$  근방에서 함수의 그래프를 아무리 확대하여도 그래프가 직선처럼 보이지 않는다는 것을 보여준다. 이는 학생에게 미분가능성이란 무엇인가를 이론적인 뒷받침 없이 시각적으로 직관적인 이해가 가능하게 해준다.



이러한 접근 방법으로 대다수의 학생들은 어렵게 미적분을 공부하지 않고도 변화율에 관한 기하학적이고 직관적인 개념을 가질 수 있고, 미적분의 기본 개념에 대한 통찰력을 기를 수 있을 것이다. 컴퓨터를 이용한 그래프적인 접근이 형식적인 논리적 전개보다 수준이 낮다고는 할 수 없다. 오히려 이것은 학생들의 직관적인 통찰력을 길러줌으로써 미적분의 개념의 핵심적인 의미를 내면화시키고 관계적 이해를 도우며 이러한 개념과 관련된 문제 상황을 수학적으로 조직하는 것을 도와줄 수 있다. 또한 이러한 그래프적인 접근은 기존의 지필에 의한 미적분 교수법이 계산의 복잡함 때문에 미루어 왔던 보다 복잡한 함수에 대해서도 다양한 통찰을 갖게 하여 미적분에 대한 이해를 더 깊게 할 수도 있다.

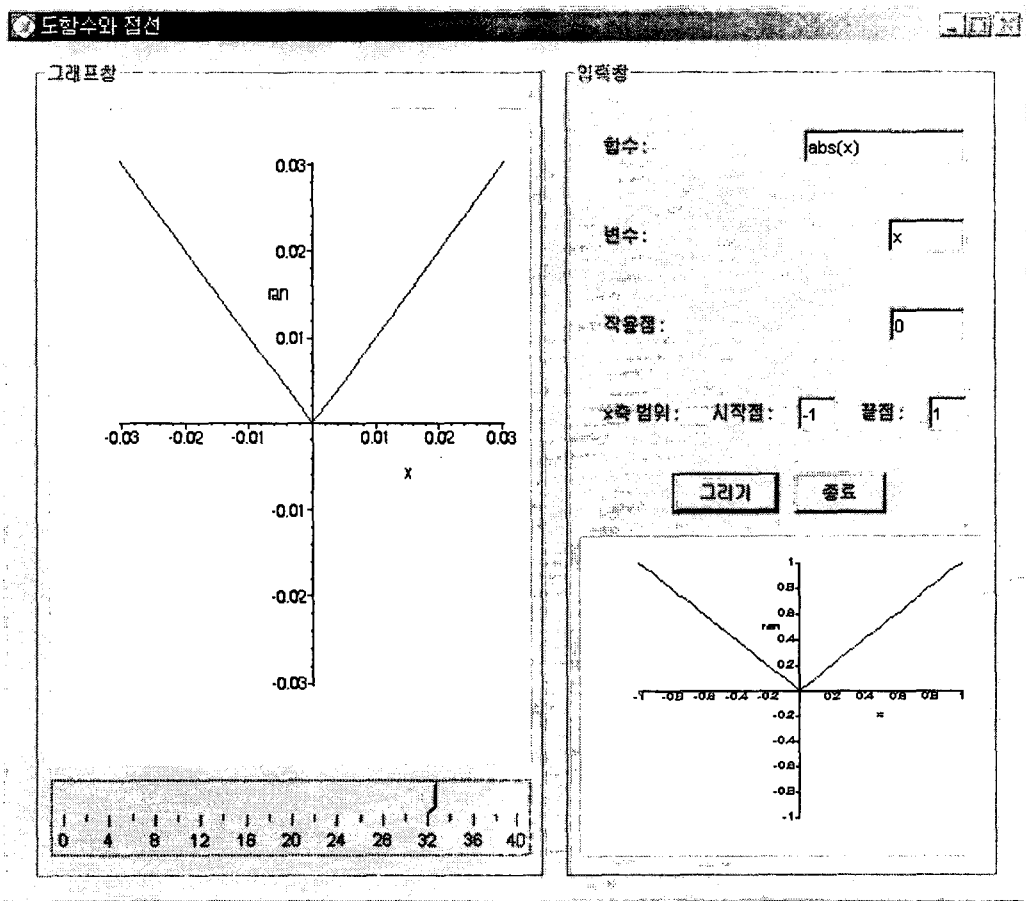


그림 8

또한 부록에서 제시한 바와 같이 정적분의 개념에 대한 ICT 지도안을 이용하여 Maplet 프로그램을 학생들에게 제시한다면, 학생들 스스로 문제를 해결해 감으로써 정적분에 대한 개념을 이해하게 될 것이다. 이인엽(2003)에 의하면 부록과 같은 Maplet 탐구 학습지를 활용한 후 학생들에 대한 설문지에서 이와 같은 활용이 미적분 개념을 이해하는데 도움이 되었다가 40%로 부정적인 견해 24% 보다 높게 나타났으며, Maplet 탐구 학습지와 수행 과제와 난이도는 긍정적인 반응이 45%로 부정적인 반응 25%보다 매우 높게 나타났다고 한다. 또

한 Maplet을 이용한 탐구학습이 다른 단원에서도 도입되어야 한다는 설문에 대해서는 긍정적인 견해가 48%로 부정적인 견해 16%보다 매우 높게 나타났다. 이는 기존의 지필 환경에서 경험하지 못하였던 수학 실험 활동이 학생들로 하여금 미적분학에 대한 개념 형성에 도움을 되었음은 물론 수학에 대한 흥미와 관심을 유발토록 하였으며, 수학 교과에서도 컴퓨터를 활용하는 교수-학습 자료의 개발이 무엇보다 중요하고 절실함을 알 수 있었다.

## VI. 결 론

멀티미디어나 컴퓨터의 보급으로 강의가 많이 개혁되고 있기는 하지만 적절한 소프트웨어의 부재, 강의실 환경의 열악, 교수열의 부족 등으로 수학 강의실은 하얀 백묵으로 이미 만들어진 공식에 대입하여 문제를 풀어내느라고 칠판을 뽁뽁하게 채우고 있는 현실이다. 이제 21세기 정보화 시대를 맞아 우리 생활과 밀접한 컴퓨터를 수학 수업의 보조 학습도구로 활용할 수 있어야 하겠다. 컴퓨터를 효과적으로 활용한다면 수학적 이미지를 시각화하여 학생들의 흥미를 유발할 수 있을 뿐만 아니라, 수학적 개념을 귀납적, 직관적으로 전달할 수 있다. 물론 지금까지 많은 멀티미디어 교수-학습 도구들이 개발되어왔다. 하지만 이들은 수학적 정확성이 보장되지 않거나, 수정이 힘들거나, 전문적인 프로그래밍 기법을 숙달해야 하는 난점들이 존재하였다. 하지만 Maplet은 기존에 Java 애플릿, Flash, 프로그램 언어 등을 사용하여 멀티미디어 교수-학습 도구를 개발하였던 것과는 비교가 될 수 없을 정도로 간단하게 application 프로그램을 작성할 수 있고, 교사가 학생들의 수준과 학습 목적에 따라 자유롭게 수정할 수 있기 때문에 그 활용성이 높다. 또한 앞의 예제에서와 같이 Maple과 같이 학생이 영어나 Maple 명령어 때문에 프로그램을 실행하는 데 어려움을 느끼지도 않기 때문에 중고등학교 과정에서도 그 활용성이 높다.

## 참 고 문 헌

- 곽성은 (1998). Maple을 통한 수학교육의 향상, 한국수학교육학회지 시리즈 E, 수학교육 프 로시딩, 제 7집, pp. 315-326.
- 김영국 (2000). 대학 미적분학 교육의 국제적인 경향, 대한수학회 소식지, N073 pp. 10-14
- 김용환, 김승동, 변두원 (2001). 미분적분학의 대학콘텐츠 개발, 한국학교수학회논문집, vol 4 number 2, pp. 143-155 .
- 김혁재 (2000). 고등학생의 미분에 대한 이해와 오개념 및 오류에 관한 연구, 아주대학교, 석 사학위 논문.
- 김향숙 (2001). 평면변환기하에 있어서 Mathematica를 이용한 교수-학습방법, J. Korean Soc. Math. Ed. Ser. A, Vol 40 No 1, 93-102.
- 방승진, 류희찬, 예홍진 (1999). 중학교 수학과와 WWW에서 멀티미디어를 이용한 교수-학 습 자료 개발 연구. 한국 교원대학교 부설 교과 교육 공동 연구소.
- 박경수, 한동승 (2001). Maple VI-미적분학을 중심으로, 경문사.
- 성시영, 윤복식 (1995). 수학교육에서의 Mathematica의 활용, 대한수학교육학회 논문집, 제

5권, 제 1호, pp. 157-168.

우정호 (1998). *학교수학의 교육적 기초*, 서울대학교 출판부.

이인엽 (2003). *Maplet 프로그램 개발 적용을 통한 미적분 개념 형성에 관한 연구*, 제41회 현장교육연구대회 보고서.

전명일 (2003). *미분개념 지도를 위한 학습자료 개발 및 적용*, 한국교원대학교 교육대학원 석사학위 논문.

정은정 (2003). *미분 교육에 관한 질적인 사례연구*, 전주대학교 교육대학원 석사 학위 논문.

최나영 (2001). *미분개념에 대한 오류와 오 개념에 관한 연구*, 이화여자대학교, 석사학위 논문.

한동승 (2002). *대학 미적분학 교육과 Maple*, 수학교육 포럼, Vol1 No2, pp. 135-159, 대한수학회.

한동승, 유홍상 (2001). *Maple을 이용한 삼각함수의 이해*, 한국학교수학회논문집, Vol 4 No 2, pp. 1-11.

Monagan, M., Gebbes, K., etc (2002). *Maple 8 Introductory Programming Guide*, Waterloo Maple inc.

## Teaching-Learning Method for Calculus Education with Maplet

Han, Dong-Soong<sup>1)</sup>

### Abstract

In this paper we study the usefulness of Maple in school calculus education. The use of computer and calculator is debated in many aspect in mathematics education. By the computer visualization of mathematical image and proper use of computer we can teach inductively and intuitively the mathematical concept and give rise to the students' interest. Maple is very popular in college but is not in middle school because of language. Maple application which is made by Maplet is very useful multimedia teaching-learning tools. We introduce the use of Maplet and some application of the calculus course which we made.

Key words : Calculus Education, maple, maplet, Case study

---

1) Math. Dept. Jeonju Univ.(hands@jeonju.ac.kr)

<부록> 정적분의 정의에 관한 교안

교 과	수학1	학년	2	활동유형	정보탐색하기, 협력연구하기
내용영역	정적분의 정의			환경 및 자료	교사용 컴퓨터 1대, 프로젝션 TV 모둠별(4-5명) 컴퓨터 1대
학습목표	<ul style="list-style-type: none"> <li>● 구분구적법을 통하여 정적분의 뜻을 알수 있다.</li> <li>● 정적분의 정의에 의하여 정적분의 값을 구할 수 있다.</li> <li>● 정적분과 미분과의 관계를 이해할 수 있다.</li> <li>● 정적분과 부정적분 사이의 관계를 이해하고, 이를 바탕으로 정적분의 기본정리를 이해할 수 있다.</li> <li>● 정적분의 기본 정리를 이해하고 정적분 값을 구할 수 있다.</li> </ul>				
시간계획	1차시 50분에서 20~25분 활용				
ICT 활용의도	<ul style="list-style-type: none"> <li>● Maplet을 이용하여 분할의 개수에 따른 부분합의 변화를 파악하게 한 후 정적분의 정의를 시각적으로 이해하도록 한다.</li> <li>● Maplet을 이용하여 부분합과 참값(정적분값)을 비교해봄으로써 그 차가 epsilon보다 작게될 때의 분할의 수를 조사토록하여 부분합의 극한이 참값이 됨을 발견하도록 한다.</li> </ul>				

1. Maplet 탐구 학습지 (정적분의 개념 이해)

[실험1] 곡선  $y=x^2$  과 x축,  $x=1$ 로 둘러싸인 도형의 넓이 S를 구하는 Maplet 실험을 통하여 다음 물음에 답하여라.

[실험2] 곡선  $y=1-x^2$  과 x축,  $x=1$ 로 둘러싸인 도형의 넓이 S를 구하는 Maplet 실험을 통하여 다음 물음에 답하여라.

[생각하기1] n 값에 따른 아래의 변화표를 작성하여라.

구분	$y=x^2$ 인 경우			$y=1-x^2$ 인 경우		
	left sum	right sum	두 합외 차	left sum	right sum	두 합외 차
2						
10						
20						
40						
60						
80						
100						
500						

[생각하기2] n값에 따라 left sum, right sum의 값의 증감을 비교하여라.

$y=x^2$ 인 경우	left sum : (증가, 감소)	right sum : (증가, 감소)
$y=1-x^2$ 인 경우	left sum : (증가, 감소)	right sum : (증가, 감소)

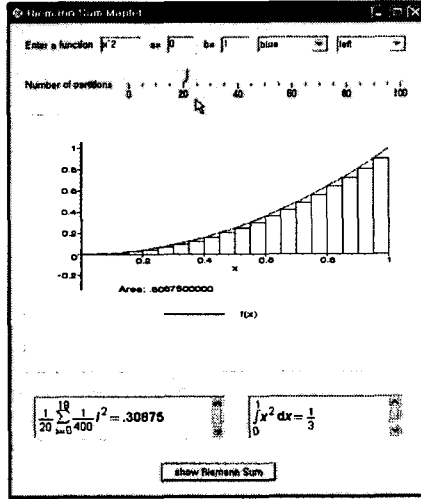
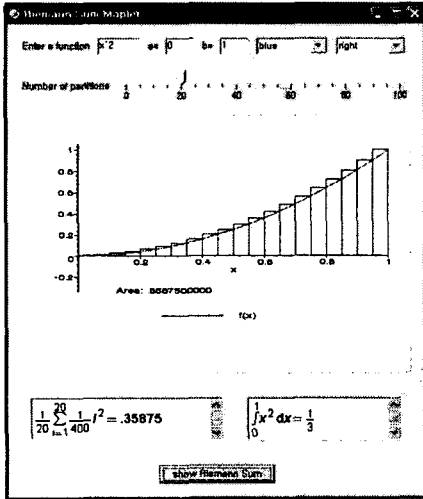
[생각하기3] n값이 커질수록 두값의 차는 어떻게 변화하는지 설명하여라.

[생각하기4] 오차(epsilon)<0.01이 되는 n의 최대값을 구하여라.

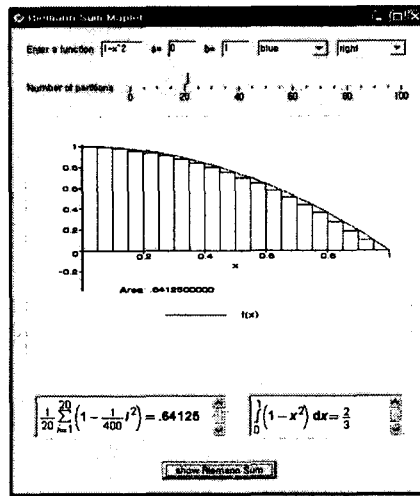
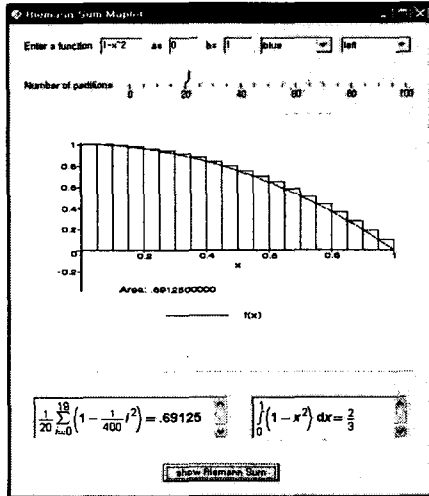
[생각하기5]  $n$ 값이 한없이 커질 때 두 합은 어떤 값에 가까이 갈 수 있는가?

2. Maplet 탐구 학습지 해결 과정 (정적분의 개념 이해)>

(1)  $y = x^2$  인 경우 두 합을 비교하는 Maplet 실험 ( $n=20$ 일 때)



(2)  $y = 1 - x^2$  인 경우 두 합을 비교하는 Maplet 실험 ( $n=20$ 일 때)



## &lt;부록 2&gt; 접선에 관한 Maplet 코드

```

> restart;
> with(Maplets[Elements]):
> tangent:= Maplet(Window ('title'="도함수와 접선",
>   BoxRow(
>     BoxColumn('border' = 'true', 'caption' = "그래프창", 'valign' = 'top',
>       Plotter['PL1'](height=300, width=300),# end Plotter
>       Slider['SL1'](0..40, 0, 'showticks', 'majorticks'=4, 'minorticks'=2,
>         Evaluate('PL1'='student[showtangent](fnt, var=inipoint,
>           var=inipoint-(inipoint-xstart)*1/(SL1+1)..inipoint
>             -(inipoint-xend)*1/(SL1+1),
>             ran=subs(var=inipoint, fnt)-(inipoint-xstart)*1/(SL1+1)..subs(
>               var=inipoint, fnt)-(inipoint-xend)*1/(SL1+1),
>               scaling=constrained)')
>         )# end Slider
>       ), # end BoxColumn
>     BoxColumn('border'='true','caption'="입력창", 'valign'='top',
>       [[Label("함수 :"),TextField['fnt'](value="x^3-x",12)],
>       [[Label("변수 :"),TextField['var'](value="x",5)], [[Label("작용점 :"),
>         TextField['inipoint'](value="1/2",5)],[[Label("x축 범위 :"),
>       [Label("시작점 :")],TextField['xstart'](value="0",3), [Label("끝점 :"),
>       TextField['xend'](value="1",3)], [Button['B1']("그리기",
>         Action(Evaluate('PL1'=' student[showtangent](fnt, var=inipoint,
>           var=xstart..xend, ran=subs(var=inipoint, fnt)-(inipoint-xstart)..
>           subs(var=inipoint, fnt) - (inipoint-xend), scaling=constrained)'),
>         Evaluate('PL2'='student[showtangent](fnt, var=inipoint, var=
>           xstart..xend,ran=subs(var=inipoint,
>           fnt)-(inipoint-xstart)..subs(var=inipoint, fnt)-(inipoint-xend),
>           scaling=constrained)')
>         )
>       ),
>       Button("종료",Shutdown()) ],# end Button
>     Plotter['PL2'](height=200, width=100) ) # end BoxColumn
> )
> ) # end Window
> ): # end Maplet
> Maplets[Display](tangent);

```