다변량 시스템 공정능력지수(SCpsk)

- A New Multivariate System Process Capability Index -

조 남 호 *
Cho Nam Ho
이 용 훈 **
Lee Yong Hoon

Abstract

As we understand it, Process Capability indices are intended to provide single-number assessments of ability to meet specification limits on quality characteristics of interest.

As a consequence of the varied ways in which PCIs are used, there have been two natural lines of research work : ① studies on the properties of PCIs and their estimators in many different environments;② construction of new PCIs purporting to have better properties in certain circumstances.

The most of existing process capability indices are concerned with the single variable. But, in many cases, a quality characteristic is composed with several factors. In that case, we want to know the integrated process capability of a quality characteristic not those of each factor. [1)]

In this paper, we proposed a new multivariate system process capability index called MSPCI:SC_{psk} which is the geometric mean of performance measure C_{psk}.'s , and will be used as the criterion to assess multiple response process designs. Numerical illustration is done for SC_{psk}, $\overline{C_p}(f)$, *Cp, Cpk, Cpm,* and *Cpsk.*

key-word : SCpsk(System Process Capability Index)

1. 서 론

글로벌화가 가속화되어 경쟁이 심화됨에 따라 기업이 과거의 성공에만 의존하여 생존하는 것은 점점 어려워져 가고 있다. 기업은 끊임없는 기술혁신과 제품개발을 요구받고 있으

* 건국대학교 산업공학과 박사과정
** 건국대학교 산업공학과 명예교수

며, 소비자의 요구가 다양해짐에 따라 개별 제품의 품질 보증보다는 공정 자체에 대한 품질의 척도로 공정능력지수(Process Capability Index)의 사용이 증대하고 있다.
과거 20년에 걸쳐 발전을 거듭해온 공정능력지수는 1990년도 후반부터 미국에서 6 시그마 품질운동의 전개로 인하여 제조업체뿐만 아니라 서비스 업체 분야에서도 프로세스의 능력을 평가하기 위해 다양하게 사용되고 있다.
지금까지의 공정능력에 관한 연구는 주로 단일변량 공정능력지수에 치우쳐 왔으며, 다변량 공정능력 지수에 관한 연구는 아직 활발하지 못한 편이다. 그러나 산업현장의 실제 공정능력의 경우 현실적으로 단일변량 보다는 다변량의 특성을 지니고 있음은 부인할 수 없는 사실이다.

따라서 현실적으로 산업현장에서 요구하는 공정능력을 보다 정확히 파악하기 위해서는 비용적인 측면에서 보다 적은 시료수로 원하는 신뢰수준을 유지하면서, 공정능력을 보다 정확히 파악하기 위한 다변량 공정능력 지수의 개발이 요구된다.
따라서 본 논문에서는 다변량의 품질특성치를 갖는 공정에서 개개의 품질특성치에 대한 평균에 의한 척도인 정확도, 산포에 의한 척도인 정밀도, 목표치와 공정평균이 일치하지 않는 경우 공정이 목표치로부터 변화하는 경우 방향에 관계없이 공정의 목표치로부터의 변화정도까지 고려한 공정능력지수인 C_{psk} 를 기준으로 시스템 공정능력 지수 SC_{psk} 를 제시하고 수치실험을 통해 분석하였다.

2. 단일변량 공정능력지수

단일변량 공정능력지수중 정규공정에 관한 공정능력지수는 Benson [4]이 발표한 C_{psk} 로 Cp, Cpk, Cpm, Cpmk 등 모든 공정능력지수를 나타낼 수 있다. 그는 Cp, Cpk, Cpmk를 각각 제 1, 2, 3 세대 공정능력지수라고 명명하고 C_{psk}를 제 4 세대 공정능력지수(Fourth-Generation Process Capability Indices)라고 명명하였다. C_{psk} 는 다음의 식 (1)으로 나타낼 수 있다.

$$C_{psk}(u,v,w) = \frac{\min(USL-\mu-|\mu-T|,\ \mu-LSL-\mu-T)}{3\sqrt{\sigma^2+(\mu-T)^2}}$$

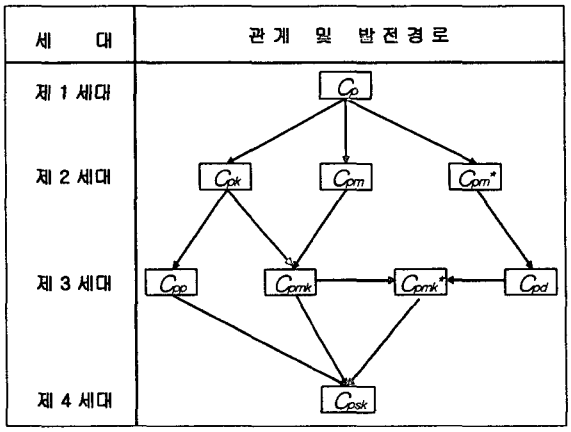
$$= \frac{d-u|\mu-M|-w|M-\mu|}{3\sqrt{\sigma^2+v(\mu-T)^2}} \quad \text{.....(1)}$$

여기에서, T=target Value, μ=공정평균, $d=\frac{(USL-LSL)}{2}$, $M=\frac{(USL+LSL)}{2}$

$C_{psk}(u,v,w)$에서 u는 공정 평균의 규격중앙에 대한 치우침을 고려하는 파라미터이며, v는 목표치와의 거리를 고려하는 파라미터이고, w는 평균의 목표치에 대한 치우침을 고려하는 파라미터로 모두 0 또는 1의 조합을 가진다. 따라서 지금까지 개발된 공정능력지수인 $C_p, C_{pk}, C_{pm}, C_{pmk}$ 는 모두 $C_{psk}(u,v,w)$의 특별한 경우로 볼 수 있으며 이를 (u, v, w)의 조합으로 정리하면 다음의 <표 1>과 [그림 1]과 같다.

<표 1> 정규공정의 각종 공정능력지수의 계산식 비교

공정능력지수 $C_{psk}(u,v,w)$		일반식
C_p	$C_{psk}(0,0,0)$	$\frac{USL-LSL}{6\sigma}$
C_{pk}	$C_{psk}(1,0,0)$	$\min\left(\frac{USL-\mu}{3\sigma}, \frac{\mu-LSL}{3\sigma}\right)$
C_{pm}	$C_{psk}(0,1,0)$	$\frac{(USL-LSL)}{6\sqrt{\sigma^2+(\mu-T)^2}}$
C_{pmk}	$C_{psk}(1,1,0)$	$\frac{\min(USL-\mu,\mu-LSL)}{3\sqrt{\sigma^2+(\mu-T)^2}}$
C_{psk}	$C_{psk}(1,1,1)$	$\frac{\min(USL-\mu-\lvert\mu-T\rvert,\mu-LSL-\mu-T)}{3\sqrt{\sigma^2+(\mu-T)^2}}$



[그림 1] 공정능력지수의 관계 및 발전경로

3. 다변량 공정능력 지수의 개요

Alt, F.B 와 N. D. Smith[3]는 현재 이용되고 있는 다변량 공정관리 기법들을 정리한 연구결과를 발표하였으며, Samuel Kotz 와 Norman L. Johnson[11] 는 다변량 공정능력지수의 발전과정을 정리한 연구결과를 발표하였다. 또한 Robert D. Plante[10]는 다변량의 제품 및 공정설계 능력으로 구성되는 공정능력에 관한 최근의 연구를 정리하였다. 다변량 공정능력 분석과 공정능력지수에 관한 연구들은 주로 1990년대 이후부터 발표되기 시작하였으며, 실질적인 다변량 해석을 통한 벡터 공정능력지수에 관한 연구[9][15][7][12]와 다변량 공정능력을 단일변량으로 변환한 공정능력지수에 관한 연구[5][6][8]로 분류할 수 있다. 본 논문에서는 전자의 경우를 다변량 공정능력 지수(Multivariate Process Capability Index)로 명명하고 후자의 경우를 시스템 공정능력 지수(System Process Capability Index)로 구분한다.

(1) 다변량 공정능력 지수(Multivariate Process Capability Index)

실질적인 다변량 해석을 통한 다변량 공정능력지수에 관한 연구는 벡터 공정능력지수에 관한 연구를 중심으로 이변량 자료를 바탕으로 벡터 추정량들의 확률분포함수와 통계적 추정을 중심으로 진행되어 왔으나 계산과정이 너무 복잡한 관계로 제한된 연구결과만이 발표되고 있는 실정이다. 따라서 현재 시점에서 현장에 적용하기에는 아직은 많은 한계점이 있다.

Kocherlakota, S 와 Kocherlakota, K[9] 는 가장 간단한 형식인 이변량 정규분포 $BN(\mu_x, \mu_y, \sigma_x^2, \sigma_y^2, \rho)$하에서 공정능력지수의 추정량인 $\widehat{C_{px}}$ 와 $\widehat{C_{py}}$ 의 결합 확률분포함수를 계산하고 통계적 추론 방향을 제시하였으며, Shahriari et al. [12]는 Hotelling의 T^2 통계량을 이용하여 실질적인 다변량 공정능력지수를 발표하였다. 또한 국내에서는 박병선, 이충훈, 조중재[1]는 이를 기초로 2차원 벡터 공정능력 지수 C_{pk} 의 추정량과 관련된 극한분포 결과를 유도 증명하고, 이를 기초로 두 벡터 공정능력지수 C_p 와 C_{pk}에 대한 근사적인 신뢰영역을 설정하였으며, 모의실험을 실시하였다. 그러나 벡터 공정능력 지수에 관한 연구는 계산의 복잡성으로 인하여 주로 이변량 공정능력 지수에 관한 연구로 진행되고 있으며 현장 적용에는 아직은 많은 제한점을 나타내고 있다.

(2) 시스템 공정능력 지수(System Process Capability Index)

반면에 다변량 공정능력을 단일변량으로 변환한 공정능력지수에 관한 연구인 시스템 공정능력 지수에 관한 연구는 비교적 활발하게 진행되었다. Chen et al.[5]은 다변량 공정능력 지수인 MC_p를 개발하였으며, Wang et al. [14]은 Chen et al.[5]의 MC_p를 3차원으로 확장시킨 $MPCI$ 의 다변량 공정능력 지수를 발표하였다. Veever[13] 형상공정영역의 체적(volume of specification region)에 대한 수정공차영역의 체적(volume of window of opportunity)의 비율에 근거한 다변량 공정능력지수(Multivariate Process Capability Index)와 유사한 다변량 능력지수(Multivariate Capability Index) V_p를 발표하였다.

또한 Robert D. Plante[10]는 다변량의 제품 및 공정설계 능력으로 구성되는 하위의 공정능력을 하나의 상위 개념의 공정능력지수인 MC_{pk} 와 MC_{pm} 으로 나타내었으며, 이도경[1]은 다변량 능력지수의 일종인 다변량 공정능력지수평균(MPCM ; Multivariate Process Capability Mean)을 제시하였다.

4. 시스템 공정능력 지수의 설계

품질특성치가 여러 항목에 의해 구성되고 이들 구성 항목들의 물리적 단위가 동일하지 않은 경우 f개의 품질특성치로 구성되어 있는 경우 이도경[1]은 개별 항목의 공정능력지수를 $C_p(i)$로 나타내고, f개의 변량에 의해 구성되는 다변량 공정능력지수 평균

$\overline{C_p}(f) = \sum_{i=1}^{f} a_i C_p(i)$을 제시하였다.

여기에서, ai 는 공정 i 의 가중치로서 $\sum_{i=1}^{f} ai = 1$이며, 모든 공정이 불량항목에 관련된 사항이라면 $ai = 1/f$ 가 된다.

이도경이 제시한 다변량 공정능력지수 평균 $\overline{C_p}(f)$는 f개의 개별 항목의 $C_p(i)$ 들에 의한 가중평균으로 표현되기 때문에 그 식의 표현이나 개념이 매우 단순한 장점을 가지고 있다. 그러나 $\overline{C_p}(f)$는 C_p 와 C_{pk}에 근거하여 계산되었기 때문에 평균에 의한 척도인 정확도와 산포에 의한 척도인 정밀도의 두 가지 척도는 고려하였으나 개별 공정의 공정평균과 공정의 목표치 T에 대한 고려는 하지 못한다는 단점이 있다. 따라서 본 논문에서는 이러한 개념을 모두 도입한 공정능력지수인 C_{psk} 를 개개의 공정능력에 도입한 다변량 공정능력지수를 개발하고자 한다.

반면에 Robert D. Plante[10] 는 다단계 공정의 제품공정설계를 통한 다변량 공정능력을 평가하기 위한 시스템 공정능력 지수(System Process Capability Index)를 개발하였다. 그는 최종 공정능력인 상위 공정능력은 측정효율(Performance Measure)이라고 불리는 여러개의 하위 공정능력으로 인해 결정된다고 보고 개별적인 하위 공정능력인 측정효율을 통합하여 전체의 공정능력지수의 단위로 나타냈다.

하위공정능력을 나타내는 i 번째 측정효율의 규격상한과 규격하한을 USL_i 과 LSL_i 이라 하고, 각각의 하위 공정능력의 공정능력지수를 C_{pk} 라고 하면, m개의 하위공정으로 구성되는 최종 공정능력을 평가하는 공정능력지수를 시스템 공정능력 지수(System Process Capability Index) SC_{pk} 라고 정의하고, 시스템 공정능력지수(SC_{pk})를 하위 공정능력지수인 C_{pk} 의 기하평균(Geometric Mean) 으로 보면 SC_{pk}는 설계인자 $X=(X_1, X_2, \ldots, X_n)$ 의 함수로 다음과 같이 나타낼 수 있다.[10]

$$SC_{pk} = [\Pi_{i=1}^{m} Min\left(\frac{USL_i - \mu_i}{3\sigma_i}, \frac{\mu_i - LSL_i}{3\sigma_i}\right)]^{1/m} \quad \text{.....(2)}$$

위의 식의 SC_{pk}를 구성하는 개개의 C_{pk}의 곱을 최대화하기 위한 비선형 계획법(nonlinear programming)은 다음과 같이 모형화할 수 있다.

$$Maximize\ X: \quad \Pi_{i=1}^{m} C_{pk}(i) \qquad (3)$$

subsect to

$$\frac{\mu_i - LSL_i}{3\sigma_i} \geq C_{pk}(i) \quad , \quad i = 1, 2, \ldots, m \qquad (4)$$

$$\frac{USL_i-\mu_i}{3\sigma_i} \geq C_{pk}(i) \quad , \quad i=1,2,\ldots,m \qquad (5)$$

$$C_{pk}(i) \geq 0 \quad , \quad i=1,2,\ldots,m \qquad (6)$$

and

$$LR_j \leq X_j \leq UR_j \quad , \quad j=1,2,\ldots,n \qquad (7)$$

식 (4)와 (5)는 하위의 공정능력지수인 i 번째 측정효율은 일반적으로 제시되는 자연공차인 표준편차의 3배인 규격상한이나 규격하한은 반드시 만족해야 함을 의미하며, 식 (6)는 하위 공정능력 지수는 비음의 조건을 만족해야 한다. 또한 식 (7)는 LR_j와 UR_j는 j번째 설계인자의 하한과 상한 제약범위를 의미한다.

Robert D. Plante 는 위의 모형을 풀이하기 위한 시스템 공정능력 지수(System Process Capability Index) SC_{pk} 를 다음과 같이 제시하였다.

$$SC_{pk} = (\Pi_{i=1}^{m} C_{pk}(i))^{1/m}$$

$$= [\Pi_{i=1}^{m} \; Min\left(\frac{USL_i-\mu_i}{3\sigma_i}, \; \frac{\mu_i-LSL_i}{3\sigma_i}\right)]^{1/m} \qquad (8)$$

Robert D. Plante 역시 이도경이 제시한 공정능력지수평균 $\overline{C_p}(f)$과 유사하게 C_{pk}에 근거하여 시스템 공정능력지수인 SC_{pk}를 제시하였으므로 평균에 의한 척도인 정확도와 산포에 의한 척도인 정밀도의 두 가지 척도는 고려하였으나 공정평균과 시스템 공정능력을 결정하는 개개의 공정능력의 공정평균과 공정의 목표치 T에 대한 고려는 하지 못한다는 단점이 존재한다.

따라서 본 논문에서는 평균에 의한 척도인 정확도, 산포에 의한 척도인 정밀도, 목표치와 공정평균이 일치하지 않는 경우 공정이 목표치로부터 변화하는 경우 방향에 관계없이 공정의 목표치로 부터의 변화정도까지 고려한 공정능력지수인 C_{psk} 를 기준으로 본 시스템 공정능력 지수 SC_{psk} 를 다음과 같이 제시한다.

$$SC_{psk} = (\Pi_{i=1}^{m} C_{psmk}(i))^{1/m}$$

$$= [\Pi_{i=1}^{m} \; \frac{d_i-u_i|\mu_i-M_i|-w_i|M_i-\mu_i|}{3\sqrt{\sigma_i^2+v_i(\mu_i-T_i)^2}}]^{1/m} \qquad (9)$$

여기에서, T_i= i 번째 하위공정의 목표값(target Value)

μ_i= i 번째 하위공정의 공정평균

$$d_i = \frac{(USL_i - LSL_i)}{2},\quad M_i = \frac{(USL_i + LSL_i)}{2}$$

u_i = 공정 평균의 규격중앙에 대한 치우침을 고려하는 파라미터(0 또는 1)

v_i = 목표치와의 거리를 고려하는 파라미터(0 또는 1)

w_i = 평균의 목표치에 대한 치우침을 고려하는 파라미터(0 또는 1)

동일한 방법으로 SC_p, SC_{pm}, SC_{pmk} 에 대한 시스템 공정능력 지수를 다음과 같이 제시한다.

$$SC_p = [\Pi_{i=1}^m \frac{UCL_i - LCL_i}{6\sigma_i}]^{1/m} \tag{10}$$

$$SC_{pm} = (\Pi_{i=1}^m C_{pm}(i))^{1/m}$$
$$= [\Pi_{i=1}^m Min\left(\frac{USL_i - \mu_i}{3\sqrt{\sigma_i^2 + (\mu_i - T_i)^2}},\ \frac{\mu_i - LSL_i}{3\sqrt{\sigma_i^2 + (\mu_i - T_i)^2}}\right)]^{1/m} \tag{11}$$

$$SC_{pmk} = (\Pi_{i=1}^m C_{pmk}(i))^{1/m}$$
$$= [\Pi_{i=1}^m \frac{d_i - |\mu_i - M_i|}{3\sqrt{\sigma_i^2 + (\mu_i - T_i)^2}}]^{1/m} \tag{12}$$

이상 Robert D. Plante가 제시한 시스템 공정능력 지수인 SC_{pk}와 본 논문에서 제시한 SC_{psk}, SC_{pmk}, SC_{pm}, SC_k 을 표로 정리하면 <표 3>과 같다.

<표 3> 단일변량 공정능력지수와 시스템 공정능력 지수의 비교

	$C_{psk}(u,v,w)$	단일변량 공정능력지수 (정규공정)	시스템 공정능력지수 (정규공정)
C_p	$C_{psk}(0,0,0)$	$\frac{USL - LSL}{6\sigma}$	$[\Pi_{i=1}^m \frac{USL_i - LSL_i}{6\sigma_i}]^{1/m}$
C_{pk}	$C_{psk}(1,0,0)$	$\min\left(\frac{USL-\mu}{3\sigma},\ \frac{\mu - LSL}{3\sigma}\right)$	$[\Pi_{i=1}^m Min\left(\frac{USL_i-\mu_i}{3\sigma_i},\ \frac{\mu_i - LSL_i}{3\sigma_i}\right)]^{1/m}$
C_{pm}	$C_{psk}(0,1,0)$	$\frac{(USL - LSL)}{6\sqrt{\sigma^2 + (\mu - T)^2}}$	$[\Pi_{i=1}^m Min\left(\frac{USL_i-\mu_i}{3\sqrt{\sigma_i^2+(\mu_i-T_i)^2}},\ \frac{\mu_i - LSL_i}{3\sqrt{\sigma_i^2+(\mu_i-T_i)^2}}\right)]^{1/m}$
C_{pmk}	$C_{psk}(1,1,0)$	$\frac{\min(USL-\mu, \mu - LSL)}{3\sqrt{\sigma^2 + (\mu - T)^2}}$	$[\Pi_{i=1}^m \frac{d_i - \lvert\mu_i - M_i\rvert}{3\sqrt{\sigma_i^2 + (\mu_i - T_i)^2}}]^{1/m}$
C_{psk}	$C_{psk}(1,1,1)$	$\frac{\min(USL-\mu-\lvert\mu-T\rvert, \mu - LSL - \mu - T)}{3\sqrt{\sigma^2 + (\mu - T)^2}}$	$[\Pi_{i=1}^m \frac{d_i - u_i\lvert\mu_i - M_i\rvert - w_i\lvert M_i - \mu_i\rvert}{3\sqrt{\sigma_i^2 + v_i(\mu_i - T_i)^2}}]^{1/m}$

5. 수치실험 및 분석

수치실험 및 분석을 위해서 붓 스트랩 방법을 사용하여 모의실험을 실시하였다. 모집단을 정규공정으로 가정하였으며, Minitab 의 Random Data를 이용하였다. 하위공정은 3개로 가정하였으며, 각 공정별로 붓 스트랩에서 요구하는 최소 샘플인 20~40개를 초과하는 50개의 랜덤 샘플을 발생시켰다.

하위공정 1, 2, 3 의 기본 정보인 시료수, USL_i, LSL_i, μ_i 는 <표 4>에 정리하였다.

<표 4> 하위공정 1, 2, 3의 기본 정보

분포	하위공정 1	하위공정 2	하위공정 3
정규	50	50	50
USL	97	104	111
LSL	103	116	129
μ	100	110	120
T	101	112	122

하위공정 1 의 난수발생을 위한 기본정보인 μ_1 = 100, σ=1로 설정하였으며, 하위공정 2는 μ_2 = 110, σ=2로, 하위공정 3은 μ_3 = 120, σ=3으로 설정한 후 각가 n=50개의 난수를 발생시켰다.

<표 5 >에서 <표 11>에 하위공정 1, 2, 3 에 대한 단일변량 공정능력지수 Cp, Cpk, Cpm, Cpsk를 각각 구하였으며, 본 논문에서 제시한 시스템 공정능력지수와 이도경의 공정능력지수 평균을 구한 후 비교 분석하였다.

분석결과 시스템 공정능력지수는 이도경의 공정능력지수 평균에 비하여 전반적으로 공정능력 지수 평균에 비하여 공정의 능력을 보다 엄격하게 평가하는 것으로 분석되었다. 따라서 다수의 하위 공정으로 이루어진 시스템 공정을 보다 엄격하게 평가할 수 있는 것으로 분석되었다. 또한 Robert D. Plante가 제시한 시스템 공정능력 지수인 SC_{pk}는 공정의 목표치가 규격의 중심과 일치한다는 가정하에 시스템 공정능력 지수를 구했으나 본 논문에서 주장한 시스템 공정능력 지수인 SC_{pks}는 목표치가 공정의 중심과 일치하지 않는 경우까지 고려한 다변량으로 구성된 시스템 공정을 평가할 수 있는 척도이다.

<표 5>

공정능력지수 $C_{psk}(u,v,w)$		단일변량공정능력지수			다변량 공정능력지수			
		공정1	공정2	공정3	시스템 공정능력지수		공정능력 지수평균	
C_p	$C_{psk}(0,0,0)$	0.95	1.01	0.98	SC_p	0.970	$\overline{C_p(f)}$	0.980
C_{pk}	$C_{psk}(1,0,0)$	0.92	0.97	0.95	SC_{pk}	0.921	$\overline{C_{pk}(f)}$	0.940
C_{pm}	$C_{psk}(0,1,0)$	0.93	1.07	0.88	SC_{pm}	0.936	$\overline{C_{pm}(f)}$	0.960
C_{psk}	$C_{psk}(1,1,1)$	0.93	1.07	0.88	SC_{psk}	0.936	$\overline{C_{psk}(f)}$	0.960

T1=100, T2=110, T3=120, USL1=96, LSL1=103,USL2=116, LSL2=94, USL3=129, LSL3=111,
μ_1 = 100 μ_2 = 110, μ_3 = 120, σ_1=1, σ_2=2 , σ_3=3

<표 6>

공정능력지수 $C_{psk}(u,v,w)$		단일변량공정능력지수			다변량 공정능력지수			
		공정1	공정2	공정3	시스템 공정능력지수		공정능력 지수평균	
C_p	$C_{psk}(0,0,0)$	1.02	0.93	0.93	SC_p	0.939	$\overline{C_p}(f)$	0.906
C_{pk}	$C_{psk}(1,0,0)$	0.68	0.91	0.87	SC_{pk}	0.734	$\overline{C_{pk}}(f)$	0.820
C_{pm}	$C_{psk}(0,1,0)$	0.72	0.87	0.94	SC_{pm}	0.767	$\overline{C_{pm}}(f)$	0.843
C_{psk}	$C_{psk}(1,1,1)$	0.60	0.87	0.94	SC_{psk}	0.700	$\overline{C_{psk}}(f)$	0.803

T1=101, T2=110, T3=120, USL1=96, LSL1=103,USL2=116, LSL2=94, USL3=129, LSL3=111,
μ_1 = 100 μ_2 = 110, μ_3 = 120, σ_1=1, σ_2=2 , σ_3=3

<표 7>

공정능력지수 $C_{psk}(u,v,w)$		단일변량공정능력지수			다변량 공정능력지수			
		공정1	공정2	공정3	시스템 공정능력지수		공정능력 지수평균	
C_p	$C_{psk}(0,0,0)$	0.99	1.06	1.06	SC_p	1.055	$\overline{C_p}(f)$	1.037
C_{pk}	$C_{psk}(1,0,0)$	0.93	0.66	1.04	SC_{pk}	0.799	$\overline{C_{pk}}(f)$	0.877
C_{pm}	$C_{psk}(0,1,0)$	0.99	0.66	1.10	SC_{pm}	0.848	$\overline{C_{pm}}(f)$	0.917
C_{psk}	$C_{psk}(1,1,1)$	0.99	0.55	1.10	SC_{psk}	0.774	$\overline{C_{psk}}(f)$	0.880

T1=100, T2=112, T3=120, USL1=96, LSL1=103,USL2=116, LSL2=94, USL3=129, LSL3=111,
μ_1 = 100 μ_2 = 110, μ_3 = 120, σ_1=1, σ_2=2 , σ_3=3

<표 8>

공정능력지수 $C_{psk}(u,v,w)$		단일변량공정능력지수			다변량 공정능력지수			
		공정1	공정2	공정3	시스템 공정능력지수		공정능력 지수평균	
C_p	$C_{psk}(0,0,0)$	1.03	0.94	0.96	SC_p	0.964	$\overline{C_p}(f)$	0.977
C_{pk}	$C_{psk}(1,0,0)$	1.00	0.94	0.69	SC_{pk}	0.805	$\overline{C_{pk}}(f)$	0.877
C_{pm}	$C_{psk}(0,1,0)$	1.11	0.99	0.75	SC_{pm}	0.908	$\overline{C_{pm}}(f)$	0.850
C_{psk}	$C_{psk}(1,1,1)$	1.11	0.99	0.58	SC_{psk}	0.978	$\overline{C_{psk}}(f)$	0.893

T1=100, T2=110, T3=122, USL1=96, LSL1=103, USL2=116, LSL2=94, USL3=129, LSL3=111,
μ_1 = 100 μ_2 = 110, μ_3 = 120, σ_1=1, σ_2=2 , σ_3=3

<표 9>

공정능력지수 $C_{psk}(u,v,w)$		단일변량공정능력지수			다변량 공정능력지수			
		공정1	공정2	공정3	시스템 공정능력지수		공정능력 지수평균	
C_p	$C_{psk}(0,0,0)$	1.33	0.86	0.85	SC_p	0.986	$\overline{C_p}(f)$	1.013
C_{pk}	$C_{psk}(1,0,0)$	0.80	0.51	0.84	SC_{pk}	0.585	$\overline{C_{pk}}(f)$	0.717
C_{pm}	$C_{psk}(0,1,0)$	0.72	0.60	0.90	SC_{pm}	0.624	$\overline{C_{pm}}(f)$	0.740
C_{psk}	$C_{psk}(1,1,1)$	0.60	0.50	0.90	SC_{psk}	0.520	$\overline{C_{psk}}(f)$	0.667

T1=101, T2=112, T3=120, USL1=96, LSL1=103,USL2=116, LSL2=94, USL3=129, LSL3=111,
μ_1 = 100 μ_2 = 110, μ_3 = 120, σ_1=1, σ_2=2 , σ_3=3

<표 10>

공정능력지수 $C_{psk}(u,v,w)$		단일변량공정능력지수			다변량 공정능력지수			
		공정1	공정2	공정3	시스템 공정능력지수		공정능력 지수평균	
C_p	$C_{psk}(0,0,0)$	1.08	1.06	0.88	SC_p	1.004	$\overline{C_p}(f)$	1.007
C_{pk}	$C_{psk}(1,0,0)$	0.71	1.04	0.69	SC_{pk}	0.714	$\overline{C_{pk}}(f)$	0.813
C_{pm}	$C_{psk}(0,1,0)$	0.73	1.05	0.77	SC_{pm}	0.768	$\overline{C_{pm}}(f)$	0.850
C_{psk}	$C_{psk}(1,1,1)$	0.61	1.05	0.60	SC_{psk}	0.620	$\overline{C_{psk}}(f)$	0.753

T1=101, T2=110, T3=122, USL1=96, LSL1=103, USL2=116, LSL2=94, USL3=129, LSL3=111,
μ_1 = 100 μ_2 = 110, μ_3 = 120, σ_1=1, σ_2=2 , σ_3=3

<표 11>

공정능력지수 $C_{psk}(u,v,w)$		단일변량공정능력지수			다변량 공정능력지수			
		공정1	공정2	공정3	시스템 공정능력지수		공정능력 지수평균	
C_p	$C_{psk}(0,0,0)$	1.12	0.96	1.14	SC_p	1.107	$\overline{C_p}(f)$	1.073
C_{pk}	$C_{psk}(1,0,0)$	1.06	0.59	0.87	SC_{pk}	738	$\overline{C_{pk}}(f)$	840
C_{pm}	$C_{psk}(0,1,0)$	1.16	0.65	0.87	SC_{pm}	810	$\overline{C_{pm}}(f)$	893
C_{psk}	$C_{psk}(1,1,1)$	1.16	0.54	0.68	SC_{psk}	653	$\overline{C_{psk}}(f)$	793

T1=100, T2=112, T3=122, USL1=96, LSL1=103, USL2=116, LSL2=94, USL3=129, LSL3=111,
μ_1 = 100 μ_2 = 110, μ_3 = 120, σ_1=1, σ_2=2 , σ_3=3

<표 12>

공정능력지수 $C_{psk}(u,v,w)$		단일변량공정능력지수			다변량 공정능력지수			
		공정1	공정2	공정3	시스템 공정능력지수		공정능력 지수평균	
C_p	$C_{psk}(0,0,0)$	1.03	0.97	0.87	SC_p	0.932	$\overline{C_p}(f)$	0.957
C_{pk}	$C_{psk}(1,0,0)$	0.78	0.65	0.74	SC_{pk}	0.613	$\overline{C_{pk}}(f)$	0.723
C_{pm}	$C_{psk}(0,1,0)$	0.85	0.71	0.82	SC_{pm}	0.703	$\overline{C_{pm}}(f)$	0.793
C_{psk}	$C_{psk}(1,1,1)$	0.71	0.59	0.64	SC_{psk}	0.518	$\overline{C_{psk}}(f)$	0.647

T1=101, T2=112, T3=122, USL1=96, LSL1=103, USL2=116, LSL2=94, USL3=129, LSL3=111, μ_1 = 100 μ_2 = 110, μ_3 = 120, σ_1=1, σ_2=2 , σ_3=3

6. 결 론

본 연구에서는 최근 20년간의 공정능력지수의 발전과정을 다변량 공정능력지수를 중심으로 고찰한 후 다변량 공정능력지수를 다변량 공정능력 지수(Multivariate Process Capability Index)와 시스템 공정능력 지수(System Process Capability Index)로 구분하였다. 그리고 기존의 다변량공정능력지수나 시스템 공정능력지수가 주로 Cp나 Cpk에 근거하여 개발되었으나 본 연구에서는 평균에 의한 척도인 정확도, 산포에 의한 척도인 정밀도, 목표치와 공정평균이 일치하지 않는 경우 공정이 목표치로부터 변화하는 경우 방향에 관계없이 공정의 목표치로 부터의 변화정도까지 고려한 공정능력지수인 C_{psk} 에 근거하여 새로운 시스템 공정능력 지수 SC_{psk} 를 제시하였다. 또한 수치실험을 통해 새로운 시스템 공정능력지수는 기존의 공정능력지수보다 더욱 정확히 다변량의 공정능력을 파악할 수 있었다. 추후 보다 구체적인 연구를 통하여 시스템 공정능력지수에 관한 상세 특성 파악에 관한 연구가 필요하다고 본다.

7. 참 고 문 헌

1. 박병선, 이충훈, 조중재, " 2차원 벡터 공정능력지수 Cp 와 Cpk 의 근사 신뢰영역, 품질경영학회지, 제 30권 제 4호, pp.44-57, 2002년
2. 이도경, "공정능력지수개발, 금오공과대학 연구논문집, 제 20권, pp.153-160, 1999
3. Alt, F.B and N. D. Smith, " Multivariate Process Control, Handbook of Statistics, Vol. 7, NorthHolland, Amsterdam, pp.333-351, 1988
4. Benson, E. D., *Statistical Properties of a System of Fourth-Generation Process Capability Indices Cpsk (u, v, w)*, Dissertation, University of Maryland, 1994
5. Chan, L. K., Cheng, S. W., and Spring, F. A.,"A Multivariate Measure of Poecess Capability", International Journal of Modeling and Simulation, Vol.11, pp. 1-6, 1991

6. Hellmich, M. and Wolff, H., "A New Approach for Describing and Controlling Process Capability for a Multivariate Process", Proceedings of the ASA Section on Quality and Productivity, pp. 44-48, 1996
7. Hubele, N. F., and Shahriari, H. and Cheng, C. S., "A Bivariate Process Capability Vector", Statistical Process Control in Manufacturing edited by J. B. Keats and D. C. Montgomery, Marcel Dekker, New York, pp.299-310, 1991
8. Karl, D. P., Morisette, J. and Taams, W., "Some Applications of a Multivariate Capability Index in Geometric Dimensioning and Tolerancing", Quality Engineering 6, pp.649-665, 1994
9. Kocherlakota, S and Kocherlakota, K, "Process capability indices : Bivariate Normal distribution, *Communication in Statistics : Theory and Methods,* Vol. 20, pp. 2529-2547
10. Robert D. Plante, "Process capability : a criterion for optimizing multiple response product and process design", IIE Transactions, Vol. 33, pp. 497-509, 2001
11. Samuel Kotz and Norman L. Johnson, "Process Capability Indices-A Review, 1992-2000", Journal of Quality Technology, Vo.34, No.1, pp.2-19, 2002
12. Shahriari, H., Hubele, N. F. and Lawrence, F. P., "A Multivariate Process Capability Vector", Proceedings of the 4th Industrial Engineering Research Conference, Nashvill, TN, pp.303-308
13. Veevers, A., "A Capability Index for Multiple Response", *CSIRO Mathematics and Statistics Report DMS-095,* Australia
14. Wang, F. K. and Hubele, N. F., Lawrence, F. P., Miskulin, J. A. O, and Shariari, H., "Comparison of Three Multivariate Process Capability Indices", Journal of Quality Technology Vo.32, pp.263-275, 2000
15. Wierda, S. J., "A multivariate process capability index, *Proceedings 9th International Conference; Israel Society of Quality Assurance,* Jerusalem, Israel, pp. 517-522, 1992

저 자 소 개

조남호 : 한양대학교 산업공학과를 졸업하고 한양대학교 산업공학과에서 석사,박사학위를 취득하였다.
건국대학교 공과대학장, 품질경영학회 회장, 한국품질관리기사협회 회장을 역임하였으며 건국대학교 산업공학과에서 정년퇴임후 명예교수로 강의중이다.

이용훈 : 인하대학교 산업공학과를 졸업하고 건국대학교 산업공학과에서 석사학위를 취득하고 박사과정을 수료 하였다.
(주)정글북,(주)에스게임의 이사로 재직하면서, 명지전문대학 산업시스템경영과 겸임조교수로 강의중이다.
주요 관심분야는 품질관리, 공급망관리, 서비스시스템경영, 전산관련 평가지표개발이다.