Journal of the Korea Concrete Institute
Vol.15, No.5, pp. 679~688, October 2003

프리스트레스트 콘크리트 박스 거더의 종방향 프리스트레싱에 의한 슬래브의 횡방향 응력

양인환 [1)*]

[1)] 대림산업(주) 기술연구소

(2003년 3월 6일 원고접수, 2003년 8월 20일 심사완료)

Transverse Stress of Slabs due to Longitudinal Prestressing in Prestressed Concrete Box Girders

In-Hwan Yang [1)*]

[1)] Technical Research Institute, Daelim Industrial Co., Ltd., Seoul, 110-732, Korea

(Received March 6, 2003, Accepted August 20, 2003)

ABSTRACT

For box girders in which the longitudinal tendon is profiled in the inclined webs, longitudinal prestressing force will induce transverse effects as well as longitudinal ones. In this paper, the method to estimate transverse effects induced by longitudinal prestressing is proposed. The concept of transverse equivalent loading which is calculated through longitudinal prestressing analysis is developed. The transverse stress in slabs of box girders due to longitudinal prestressing are investigated. The comparison of numerical results of the proposed method and those of folded plate method represents that the method is reasonable. Numerical analyses are carried out depending on the parameters such as web inclination and ratio of girder length to tendon eccentricity. Analysis results show that when only prestressing are considered the magnitude of transverse stress in slabs of box girder is not so large. However, if the other stresses due to dead and live load et al. are superposed on these stresses, it may be that the longitudinal prestressing effects are significant.

Keywords : ***box girder, longitudinal prestressing, transverse stress, slabs, web inclination***

1. 서 론

국가기간 산업의 확충으로 인한 도로교 및 철도교의 건설에 따라 프리스트레스트 콘크리트 박스 거더 교량의 건설이 증가하고 있는 추세이다. 박스 거더의 거동을 평가하기 위한 해석기법은 3차원 해석기법과 2차원 평면해석으로 대별된다. 3차원 해석기법은 주로 곡선형 박스 거더의 거동을 평가하기 위해서 개발되어 왔으며, 대표적인 기법으로써 접판법 (folded plate method)[1,2] 및 유한대판법 (finite strip method)[3,4] 등이 제안되었다. 그러나, 3차원 해석방법은 구조물을 모델링하기가 복잡하고 시간적으로 비경제적인 단점이 있다. 특히 접판법은 해석기법상 하중을 Fourier 급수를 이용하여 계산을 하는 번거로움이 있다. 이러한 3차원 해석의 실제적 적용의 어려움 때문에 직선형 박스 거더의 해석을 위하여 종방향 뼈대 구조계와 횡방향 뼈대 구조계로 분리하여 해석을 수행하는 기법이 발전되어 왔다[5~7]. 종방향 해석은 구조물의 중심선을 따라 뼈대요소로 모델링하여 구조해석이 이루어지며, 횡방향 해석은 단위길이를 갖는 뼈대요소로 모델링하여 거더의 횡방향 거동을 예측한다(Fig. 1).

한편, 프리스트레스트 콘크리트 (PSC) 박스 거더의 단면형상은 대부분 사다리꼴의 모양을 갖는다. 복부가 상하부 슬래브에 대해 수직일 때 보다 경사져 있을 때, 박스 거더 교량은 미적 측면에서 수려하다고 평가된다. 또한, 복부가 경사져 있을 경우, 하부슬래브의 폭이 감소함에 따라 교각 코핑부의 폭도 감소하는 잇점이 있다. 박스 거더의 종방향 텐던이 경사 복부에 곡선 형상으로 배치될 때, 프리스트레싱에 의해 연직하중 성분뿐만 아니라 수평하중 성분도 유발된다. 이에 따라 종방향 프리스트레스는 거더의 종방향 거동뿐만 아니라 횡방향 거동에도 영향을 미칠 수 있다. 직선형 박스 거더의 종방향 해석시 프리스트레스 효과를 고려하기 위한 프리스트레싱 해석 기법은 다수

* Corresponding author
Tel : 02-2011-8270 Fax : 02-2011-8067
E-mail : ypower@dic.co.kr

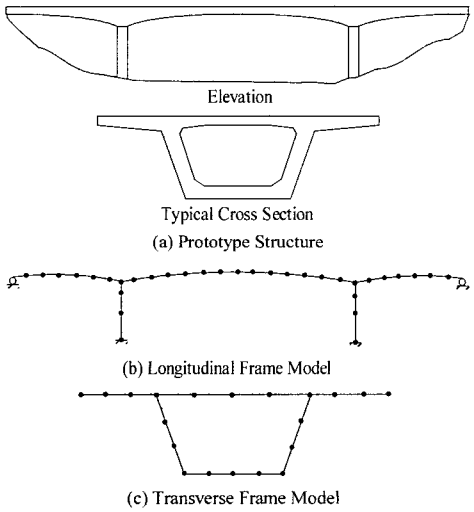


Fig. 1 Structural modeling of box girders

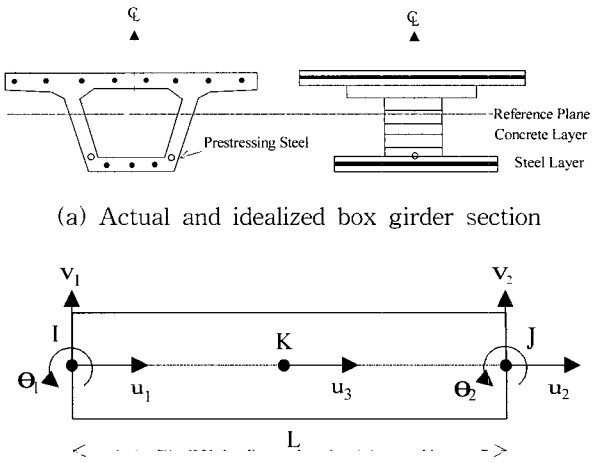


Fig. 2 Geometry of concrete frame element

제안되었으나, 상대적으로 횡방향 거동 예측시에 종방향 프리스트레스의 영향을 고려할 수 있는 기법은 미비한 실정이다. Shushkewich[8]는 막구조(membrane structures)를 이용하여 연직복부를 갖는 박스 거더 슬래브의 활하중과 고정하중에 대하여 횡방향 축력을 산정할 수 있는 기법을 제안하였다. 또한, Shushkewich[9]는 후속 연구에서 복부의 경사각도에 의한 하중성분을 산정하여 경사 복부를 갖는 박스 거더의 횡방향 거동을 평가하기 위하여 접판법과 횡방향 뼈대해석을 조합한 방법을 제안한 바 있으나, 프리스트레싱 효과를 고려하지 않았다.

본 논문에서는 경사 복부를 갖는 박스 거더에서 종방향 프리스트레스에 의한 횡방향 거동 효과를 평가할 수 있는 실제적인 기법을 제안하였다. 먼저, 박스 거더의 종방향 유한요소 정식화 및 프리스트레싱 해석을 통하여 프리스트레스 분포를 산정한다. 프리스트레스 분포를 이용하여 횡방향 등가하중을 산정하며, 등가하중을 이용하여 박스 거더의 횡방향 거동을 예측한다. 또한, 제안 기법을 이용하여 여러 가지 경우의 복부 경사 각도 및 텐던 배치 형상 조건에서 수치예제를 통해 종방향 프리스트레싱이 박스 거더 슬래브의 횡방향 응력에 미치는 영향을 분석하였다.

2. 박스 거더의 유한요소 정식화

박스 거더 교량의 거동을 표현하기 위하여 뼈대 요소를 사용하며, 이때 각 요소는 Fig. 2와 같이 여러개의 콘크리트층과 철근층으로 구성된 적층 단면으로 고려하며, 콘크리트층과 철근층은 각 층의 면적과 기준면으로부터의 거리로 정의한다. 뼈대요소는 절점당 x축 방향 변위, y축 방향변위 및 회전각 등 3개의 자유도를 갖는 것으로 규정할 때, 절점변위의 모든 성분은 벡터 $\underline{u}$, $\underline{v}$ 및 $\underline{\theta}$ 로 각각 나타낸다.

$$\underline{u} = \begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{Bmatrix} \quad \underline{v} = \begin{Bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{Bmatrix} \quad \underline{\theta} = \begin{Bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \end{Bmatrix} \tag{1}$$

여기서, u_3는 요소강성행렬 형성과정에서 응축된다. 요소 임의점에서의 x방향 변위 u를 2차의 형상함수로 나타내고 y방향 변위 v를 3차의 형상함수로 나타낸다.

$$u = \underline{\phi}\,\underline{u} \tag{2a}$$

$$v = \underline{\psi} \begin{Bmatrix} \underline{v} \\ \underline{\theta} \end{Bmatrix} \tag{2b}$$

여기서, $\underline{\phi}$와 $\underline{\psi}$는 형상함수이다. 또한, 변위증분 $\Delta\underline{r}$에 대응하는 변형 증분 Δu, Δv 및 변형률 증분 $\Delta\varepsilon$는 각각 다음과 같다.

$$\Delta u = [\,\underline{\phi} \quad -y\underline{\psi}_{,x}\,]\,\Delta\underline{r} \tag{3a}$$

$$\Delta v = [\,\underline{0} \quad \underline{\psi}\,]\,\Delta\underline{r} \tag{3b}$$

$$\Delta\varepsilon = [\,\underline{\phi}_{,x} \quad -y\underline{\psi}_{,xx}\,]\,\Delta\underline{r} + \frac{1}{2}\,\Delta\underline{r}^T [\,0 \;\; \underline{\psi}_{,x}\,]^T [\,0 \;\; \underline{\psi}_{,x}\,]\,\Delta\underline{r} \tag{3c}$$

식 (3c)의 변형률-변위 관계식은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\Delta\varepsilon = \underline{B}\,\Delta\underline{r} + \frac{1}{2}\,\Delta\underline{r}^T\,\underline{C}^T\underline{C}\,\Delta\underline{r} \tag{4}$$

행렬 $\underline{B}$는 선형 변형률-변위 관계행렬이고, 행렬 $\underline{C}$는 비선형 변형률-변위 관계행렬이다.

$$\underline{B} = [\,\underline{\phi}_{,x} \quad -y\,\underline{\psi}_{,xx}\,] = [\,\underline{B}_a \quad -y \;\; \underline{B}_b\,] \tag{5a}$$

$$\underline{C} = [\,0, \;\; \underline{\psi}_{,x}\,] \tag{5b}$$

평형방정식은 뼈대요소의 변형단계를 변형이 일어나지 않은 초기상태, 현 단계 및 현 단계에서 변위증분 $\Delta\underline{r}$ 과

변형증분 Δu, Δv가 발생한 후의 단계를 고려하여 Lagrangian updating기법에 근거하여 나타내며, 접선평형 방정식은 식 (6)과 같이 표현된다.

$$d\underline{R} = \underline{K}_t \, d\underline{r} \tag{6}$$

여기서, $\underline{R}$은 외력벡터이며, $\underline{K}_t$는 접선강성행렬로서 탄성강성행렬 $\underline{K}_e$와 기하강성행렬 $\underline{K}_g$로 구성된다. 탄성강성행렬 $\underline{K}_e$를 식 (7)과 같이 나타내어 계산할 수 있다.

$$\begin{aligned}\underline{K}_e &= \int_V \underline{B}^T E_t \underline{B} \, dV \\ &= \int_V \begin{bmatrix} \underline{B}_a{}^T E_t \underline{B}_a & -y \, \underline{B}_a{}^T E_t \underline{B}_b \\ -y \, \underline{B}_b{}^T E_t \underline{B}_a & y^2 \, \underline{B}_b{}^T E_t \underline{B}_b \end{bmatrix} dV \\ &= \begin{bmatrix} \underline{K}_{aa} & \underline{K}_{ab} \\ \underline{K}_{ba} & \underline{K}_{bb} \end{bmatrix}\end{aligned} \tag{7}$$

식(7)의 부피적분 중에서 면적에 관한 적분은 요소길이의 중간점에서 층적분에 의해 계산하며, 길이에 대한 적분은 형상함수의 적분에 의해서 계산할 수 있다. 뼈대요소 중앙에서의 기하강성행렬 $\underline{K}_g$도 같은 방법으로 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\begin{aligned}\underline{K}_g &= \int_V \underline{C}^T \sigma \underline{C} \, dV \\ &= \int_A \sigma \, dA \int_0^L \underline{C}^T \underline{C} \, dx \\ &= P \int_0^L \underline{C}^T \underline{C} \, dx\end{aligned} \tag{8}$$

3. 박스 거더의 시간에 따른 거동

콘크리트의 총변형률을 여러요인들에 기인하는 개별 변형률들의 합으로 간주하며, 시간 t에서 콘크리트의 총변형률 $\varepsilon(t)$는 식(9)와 같다.

$$\varepsilon(t) = \varepsilon_{el}(t) + \varepsilon_{cr}(t) + \varepsilon_{sh}(t) \tag{9}$$

여기서, $\varepsilon_{el}(t)$는 탄성변형률, $\varepsilon_{cr}(t)$는 크리프 변형률이고 $\varepsilon_{sh}(t)$는 건조수축 변형률이다. 건조수축 변형률은 하중 재하의 변화에 관계없이 발생하는 변형률로 가정하며, 시간 t에서의 건조수축 변형률 $\varepsilon_{sh}(t)$는 다음과 같이 계산된다.

$$\varepsilon_{sh}(t) = \varepsilon_{s0} f(t, t_s) \tag{10}$$

여기서, ε_{s0}는 최종 건조수축 변형률이며, $f(t, t_s)$는 시간에 따른 건조수축 변형률을 나타내는 함수이며, t_s는 건조수축 초기의 콘크리트 재령이다.

크리프 변형률은 콘크리트에 작용하는 응력에 대해 다음과 같이 적분식으로 나타낼 수 있다.

$$\varepsilon_{cr} = \int_0^t J(\tau, t-\tau) \frac{\partial \sigma(\tau)}{\partial \tau} d\tau \tag{11}$$

여기서, $J(\tau, t-\tau)$는 크리프 컴플라이언스(compliance) 함수이며, $\sigma(\tau)$는 재령 τ 일에서 콘크리트에 작용하는 응력이다. 식(11)의 적분식을 사용하여 현재의 변형률을 계산하기 위해서는 전 단계의 모든 응력이력이 저장되어야 하기 때문에 수치적 어려움이 따른다. 이러한 수치적 어려움을 해결하기 위하여 본 연구에서는 Dirichlet급수를 이용하여 크리프 함수를 다음과 같이 나타내었다.

$$J(t, t-\tau) = \sum_{i=1}^{m} a_i(\tau) \, [1 - e^{(y_i(\tau) - y_i(t))}] \tag{12}$$

위에서 $a_i(\tau)$는 재료변수로서 하중재하시점 τ에 관계되는 크리프 컴플라이언스 계수이다. $y_i(t) = t / \Gamma_i$ 로 정의되며, Γ_i는 지연시간(retardation time)으로 시간의 경과에 따른 크리프 함수의 형상과 관계된다. 식(12)의 크리프 함수를 이용하면 식(11)의 적분식은 다음과 같다.

$$\varepsilon_{cr}(t) = \int_0^t \sum_{i=1}^{m} a_i(\tau) \, [1 - e^{(y_i(\tau) - y_i(t))}] \frac{d\sigma(\tau)}{dy_i(\tau)} \frac{dy_i(\tau)}{d\tau} d\tau \tag{13}$$

크리프 변형률은 식(13)을 수치적분하여 구하며 이를 위하여 시간영역을 필요한 N개로 분할하고 각 시간구간 내에서는 응력 및 재료변수 $a_i(\tau)$에 대하여 적절한 가정을 하게 된다. Ketchum[10]은 각 시간구간내에서 응력과 재료변수가 일정한 경우, 재료변수는 일정한 반면 응력은 선형적으로 변하는 경우 및 응력과 재료변수가 모두 선형적으로 변하는 경우 등 세가지로 가정하였다. 이와 같은 가정을 근거로 하여 임의의 시간단계 t_{n-1}에서 t_n사이의 구간에서 발생하는 크리프 변형률의 증분을 시간단계 t_{n-1}과 t_n에서의 응력이력만을 가지고 구할 수 있는 순환식을 유도할 수 있다. 본 연구에서는 Ketchum이 제안한 순환식을 이용하여 크리프 변형률 증분을 구한다.

4. 프리스트레싱 해석

PS 강선은 뼈대요소의 양절점에 강체에 의해 연결된 직선 트러스 요소로 가정하며, 실제의 곡선형태로 배치된 PS 강선을 각 뼈대요소에 걸쳐있는 직선세그먼트로 이상화한다(Fig. 3). 텐던 세그먼트는 트러스 요소로 표현되므

로, 국부좌표계에서 하나의 자유도를 갖는다. 이 자유도는 전체좌표계에서 6개의 자유도(전체좌표계 절점에서의 변위)로 변환된다. 따라서, 다음과 같이 텐던 세그먼트 요소의 강성행렬 $\underline{K}$는 1행×6열의 변위변환행렬 $\underline{A}$에 의해 국부좌표계에서의 1행×1열의 세그먼트 강성행렬 $\underline{k}$를 변환하여 계산한다.

$$\underline{K} = \underline{A}^T \underline{k} \underline{A} \tag{14}$$

여기서, $\underline{K}$ = 전체 좌표계에서의 강성행렬(6행×6열)
$\underline{k}$ = 국부 좌표계에서의 강성행렬(6행×6열)
$\underline{A}$ = 국부좌표계 변위와 전체좌표계 변위 관계를 나타내는 변위변환행렬(1행×6열)

PS 강선의 강성은 뼈대요소에서와 같이 요소의 중간점에서의 값을 평균치로 가정하여 충적분을 이용해서 구하며, 최종적인 프리스트레스트 콘크리트 뼈대요소의 강성매트릭스는 콘크리트층 및 보강철근의 강성에 PS 강선의 강성을 더하여 구한다.

곡선텐던은 직선 형태로 이상화되어 있으므로 프리스트레스의 마찰손실 계산시의 각변화 α_i는 Fig. 3과 같이 각 텐던 절점에서 이산화되어 있는 각도의 합으로 고려된다.

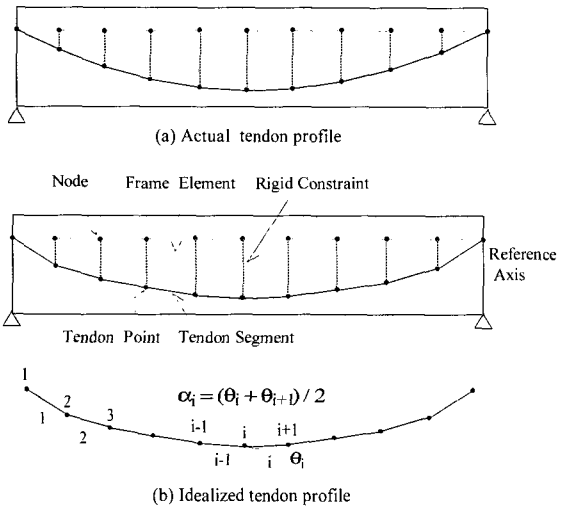


Fig. 3 Tendon idealization

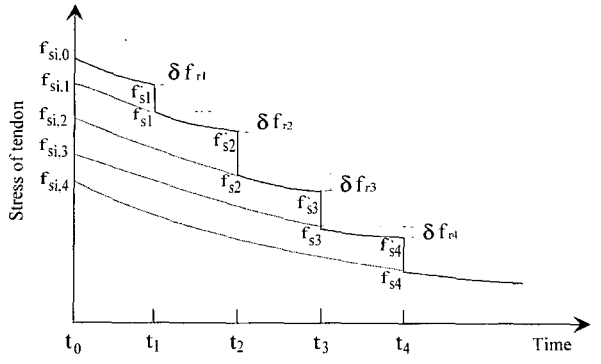


Fig. 4 Tendon stress relaxation

$$\alpha_i = \frac{(\theta_i + \theta_{i+1})}{2} \tag{15}$$

또한, PS 강선을 긴장단에서 정착하는 동안 정착 쐐기의 미끌어짐 현상이 발생된다. 쐐기의 미끌어짐량 Δ_a는 프리스트레스가 감소하는 영역 L_a 구간에서의 변형률 변화의 적분값과 동일해야 한다.

$$\Delta_a = \int_0^{L_a} \Delta\varepsilon \, dx \tag{16}$$

여기서, $\Delta\varepsilon$는 쐐기의 미끌어짐에 의한 텐던 변형률의 감소이다. 윗식을 이용하여 쐐기의 미끌어짐 손실이 발생하는 영역과 긴장력의 분포를 고려한다.

PS 강선의 이완(relaxation)은 Magura 등[11]이 제안한 응력 이완식을 이용하여 계산하였다.

$$\frac{f_s}{f_{si}} = 1 - \frac{\log t}{c}\left(\frac{f_{si}}{f_{sy}} - 0.55\right), \quad \frac{f_{si}}{f_{sy}} \geq 0.55 \tag{17}$$

여기서, f_s=긴장후 시간 t에서의 응력, f_{si}=긴장 직후의 초기 응력, f_{sy}=항복응력, c =보통 강연선일 때 10이고 저이완 강연선일 때 45이다. 식 (17)은 변형률은 일정하고 초기 긴장력만이 가해진 경우에 대한 식이다. 그러나, 실제의 경우에는 시간이 지남에 따라 콘크리트의 크리프와 건조수축 및 외력 때문에 응력에 변화가 생기므로 식 (17)을 직접 적용할 수 없다. Hernandez와 Gamble[12]은 시간에 따른 추가응력 변화를 받는 PS 강선의 응력 이완을 계산하기 위해서 텐던의 모든 비이완 (non-relaxation) 효과가 Fig. 4와 같이 시간단계의 끝에서 발생한다고 가정하였다. 시간 t_0에서 작용한 초기 텐던의 긴장력 f_{si0}는 시간 간격 δt_1동안에 δf_{r1}만큼 이완되어 f_{s1}' 이 된다.

$$\delta f_{r1} = f_{si0} - f_{s1}' \tag{18}$$

시간 t_1에서 외부로부터의 변형률 변화로 인해 텐던의 인장력이 f_{s1}으로 변한다. 시간 간격 δt_2 동안에 응력이완 δf_{r2}를 계산하는데 필요한 가상의 초기 텐던 응력 f_{si1}을 계산하기 위하여 식 (17)을 사용한다. 이때, 초기 텐던 응력으로써 f_{s1}을 가정하고 식 (17)에 적용하여 응력 f_{s2}' 를 계산한다.

$$\delta f_{r2} = f_{si1} - f_{s2}' \tag{19}$$

시간 t_n에서의 텐던의 전체 이완량은 각 시간단계 동안 각 텐던 요소에 이 과정을 반복 적용하여 계산한다.

5. 등가하중 산정

경사진 복부에 곡선 형상의 텐던이 배치되는 프리스트레스트 콘크리트 박스 거더 부재는 Fig. 5 또는 Fig. 6과 같이 연직방향 및 횡방향의 등가하중이 유발된다[13]. 프리스트레스에 의한 등가하중은 구조물의 해석시 분포하중 형태로 고려한다. 텐던을 Fig. 7과 같이 곡선 형태로 배치한 경우, 경간 중앙에서의 최대 모멘트는 등가하중 개념에 의해 분포하중으로 나타낼 수 있다.

$$q = \frac{8He}{l^2} \tag{20}$$

또한,

$$\cos\alpha = \frac{l/2}{\sqrt{(l/2)^2+(2e)^2}} = \frac{1}{\sqrt{1+16(e/l)^2}} \tag{21}$$

긴장단의 프리스트레스 힘을 T라 하면, 프리스트레스의 수평력 H는 다음과 같다.

$$H = T\cos\alpha = T/\sqrt{1+16(e/l)^2} \tag{22}$$

식(22)를 식(20)에 대입하면, 분포하중 q는 다음과 같이 표현된다.

$$q = \frac{8Te}{l^2\sqrt{1+16(e/l)^2}} \tag{23}$$

프리스트레스는 텐던 길이에 따라 변화하며, 식(23)의 등가 분포하중 q도 이러한 변화를 고려하여 산출한다. 텐던의 형상을 포물선 형태로 가정할 때,

$$y = \frac{4e}{l^2}x(l-x) \tag{24}$$

텐던의 긴장단으로부터 x만큼 떨어진 위치에 대하여, 텐던의 최대편심 e'는 다음과 같다.

$$e' = e-y = e-\frac{4e}{l^2}x(l-x) \tag{25}$$

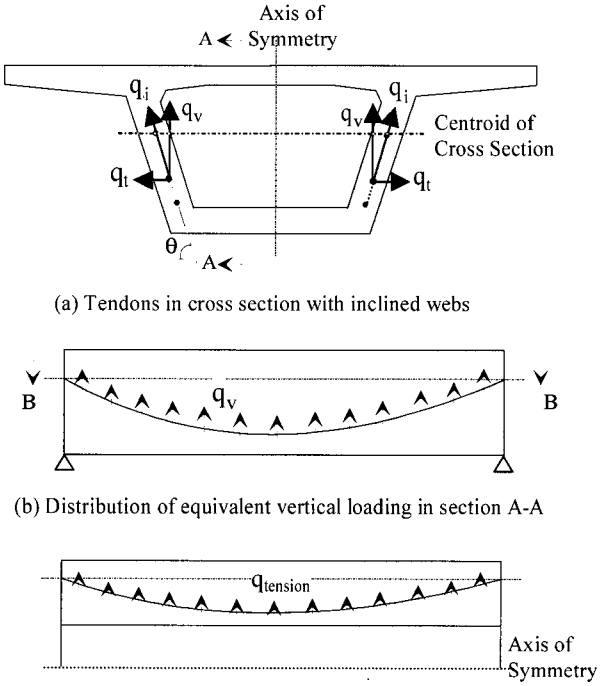
또한, $l' = l-2x$이고

$$\frac{e'}{l'} = \frac{e(l-2x)}{l^2} \tag{26}$$

식(26)을 식(23)에 대입하면,

$$q_x = \frac{8T_x e}{\sqrt{l^4+16e^2(l-2x)^2}} \tag{27}$$

식 (27)을 이용하여 경간중앙에서의 등가하중을 계산해 보면, $q_x = (8T_x e)/l^2$이고 이는 식 (20)과 상응한다.

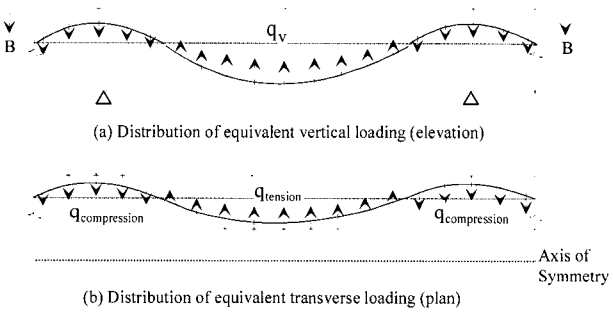


(a) Tendons in cross section with inclined webs

(b) Distribution of equivalent vertical loading in section A-A

(c) Distribution of equivalent transverse loading in section B-B

Fig. 5 Distribution of equivalent loading in single span



(a) Distribution of equivalent vertical loading (elevation)

(b) Distribution of equivalent transverse loading (plan)

Fig. 6 Distribution of equivalent loading in continuous span

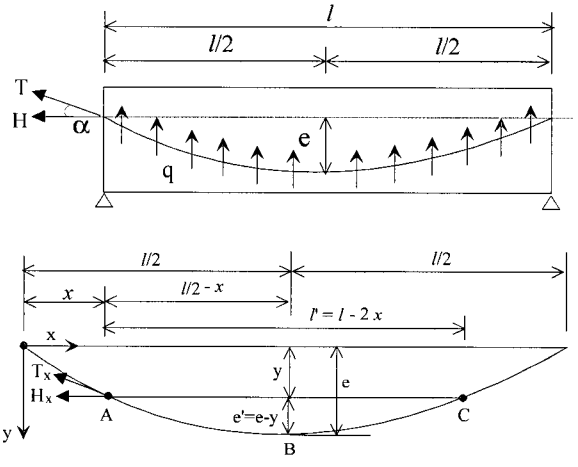


Fig. 7 Tendon profile

텐던의 배치형상을 거더 측면도에 나타낼때 최대편심을 e_v로 하고, 경사진 복부 평면에서의 텐던 최대편심을 e_i라 하면,

$$e_i = e_v / \sin\theta \tag{28}$$

그러므로, 경사진 복부 평면에서의 프리스트레스에 의한 등가하중은 다음과 같이 표현된다.

$$q_{i,x} = \frac{8\, T_x\, e_i}{\sqrt{l^4 + 16\, e_i^2\, (l-2x)^2}} \tag{29}$$

복부 평면에서의 등가하중을 산정하였으므로, 횡방향 등가하중은 다음과 같다.

$$q_{t,x}(x) = q_{xi} \cos\theta \tag{30}$$

6. 수치 예제

6.1 비교 해석

본 연구에서 제안한 기법을 검증하기 위하여 Fig. 8과 같은 박스 거더를 예제로 해석하였다. 거더의 길이=47 m 이고 텐던의 최대편심은 1.47 m이다. 거더의 제원은 참고문헌 14를 참조하였다. 텐던은 복부당 14000 kN으로 긴장하는 것으로 가정하였다. 해석을 위해 거더를 종방향으로 1 m 간격으로 요소분할하여 47개의 요소로 모델링하였다. 해석시 프리스트레싱 효과만을 고려하였다. 또한, 횡방향 해석시 단면은 24개의 뼈대요소로 모델링하였다. 제안 기법에 의한 해석결과와 Scordelis와 Chan[2]이 제안한 접판법에 의한 해석결과를 비교하였다. 접판법에 의한 해석시 박스 거더는 상부슬래브, 복부 및 하부슬래브의 판으로 구성된 구조계로 모사된다. 또한, 하중은 조화함수(harmonic function)를 이용한 급수로 표현되며, 각 하중효과를 더하여 최종해석결과를 얻게 된다. Fig. 9에 박스 거더의 슬래브에 발생하는 응력의 방향을 나타내었다. Fig. 9에서 σ_x는 종방향 응력을 나타내고 σ_y는 횡방향 응력을 나타낸다. Fig. 10에 박스 거더 상부슬래브 및 하부슬래브의 중앙선 위치에서의 횡방향 인장응력을 경간 위치별로 나타내었다.

상부슬래브의 최대응력은 긴장단에서 발생하며, 하부슬래브의 최대응력은 텐던이 최대 편심을 갖는 단면에서 발생한다. 텐던의 위치는 긴장단에서 경간 중앙으로 향할수록 편심이 증가하여 하부슬래브에 가까워진다. 따라서, 텐던의 위치가 하부슬래브에 가까울수록 하부 슬래브에 대한 영향이 증가하며, 응력도 증가한다. 반면에, 상부슬래브의 응력 분포는 하부슬래브 인장응력 분포의 반대 경향을 나타낸다. 상부슬래브의 응력은 긴장단(거더의 단부)에서 최대값을 나타내며, 텐던이 최대편심을 갖는 단면에서 최소값을 나타낸다. 이러한 현상은 긴장단에서 경간 중앙으로 향할수록 텐던이 상부슬래브로부터 멀어지므로 프리스트레싱의 영향이 작아지기 때문이라고 사료된다.

상부슬래브의 최대 인장응력은 접판법에 의한 해석결과보다 18%정도 크게 나타났다. 하부슬래브의 최대 인장응력은 접판법에 의한 해석결과보다 19%정도 크게 나타났다. 따라서, 상부 및 하부 슬래브 해석결과의 차이 정도는 일관성 있게 나타났다. 또한, 본 기법에 의한 해석결과의 최대값은 접판법에 의한 해석결과에 비해 약간 크게 나타나고 있으나, 전체적으로 거의 유사한 예측의 정도를 나타내고 있다. 접판법에서는 전체 거더를 3차원적으로 응력을 예측하는 반면에, 제안 기법은 2차원 평면 뼈대해석에 토대를 두고 응력을 예측하기 때문에 약간의 해석결과의 차이가 나타나는 것으로 사료된다. 따라서 본 기법에 의해 거더 슬래브의 프리스트레싱 효과를 효율적으로 예측할 수 있다고 판단된다.

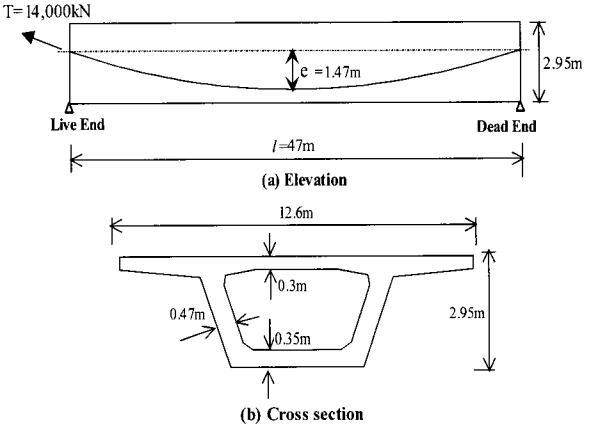


Fig. 8 Box girder for numerical example

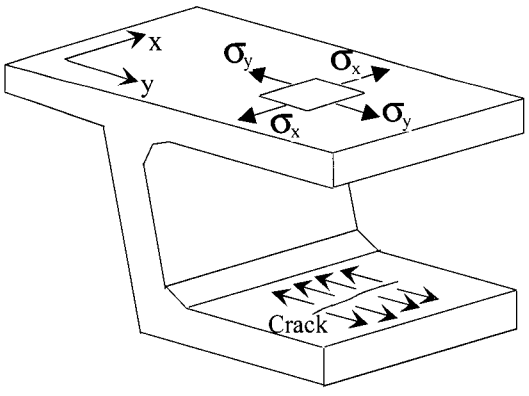
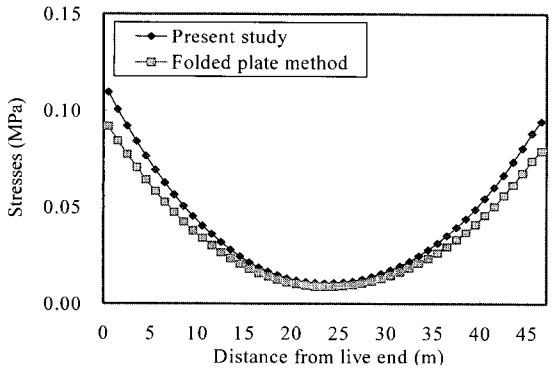
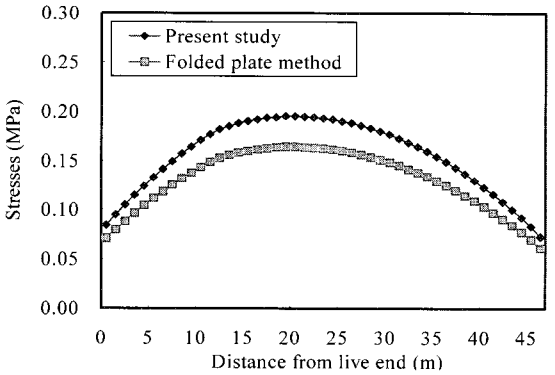


Fig. 9 Sign convention for stress and possible crack in slab



(a) Stresses of top slab



(a) Stresses of bottom slab

Fig. 10 Comparison of stress distribution in slabs

6.2 박스 거더의 슬래브 거동 특성

전체 경간에 따라 거더 슬래브에 인장응력이 유발되는 앞절의 검증 예제의 거더에 대하여 텐던의 배치형상과 복부 경사각을 주요 파라미터로 설정하여 횡방향 거동에 미치는 영향을 분석하였다. 유한요소 해석을 위하여 거더를 1 m 간격으로 요소를 분할하였으며, 단면은 15개의 층으로 모델링하였다. 먼저, 부재의 길이 l을 44 m로 하여 l/e의 비가 30이고, 복부의 경사각이 60° 인 경우를 고려한다. 프리스트레스 도입후 텐던 길이에 따른 프리스트레스힘의 분포를 Fig. 11에 나타내었다. 또한, 프리스트레스 도입후 10,000일 동안 시간에 따른 해석을 수행하여 콘크리트의 건조수축과 크리프 및 PS 강선의 릴렉세이션에 의한 프리스트레스의 감소를 산정하였다. 시간에 따른 해석시 시간 구간을 10구간으로 구분하여 상용로그 규모로 증분시켰다. 프리스트레스 도입후 10,000일 후의 프리스트레스 힘의 분포를 Fig. 11에 나타내었다. 등가하중은 10,000일 후의 프리스트레스 분포를 이용하여 산정하였으며, 박스 거더의 상부슬래브와 하부슬래브에 유발되는 콘크리트의 인장 응력을 산정하였다. 프리스트레싱은 실제적으로 복부와 슬래브에 각각 영향을 미칠수 있으나, 본 논문에서는 슬래브의 영향을 분석하는 것으로 국한한다.

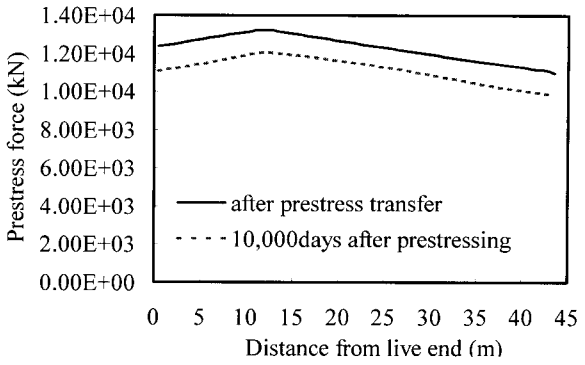
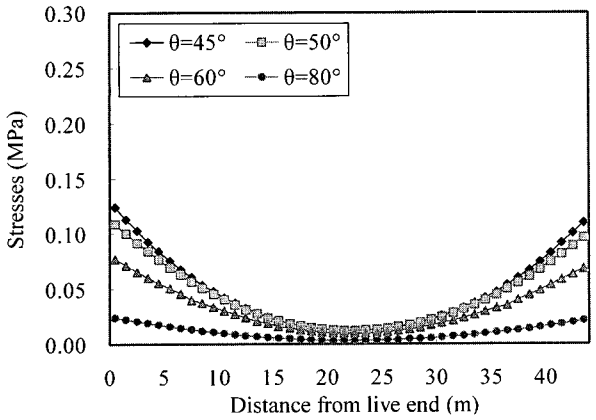


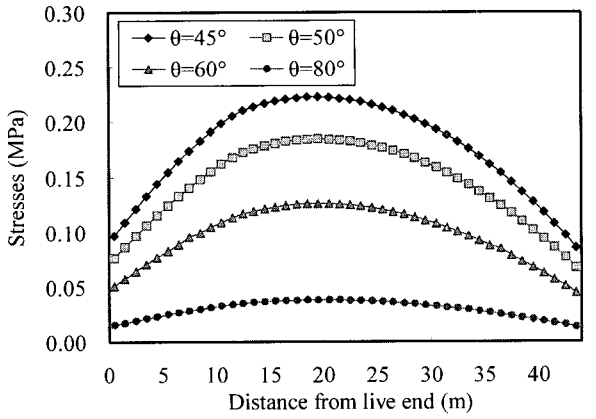
Fig. 11 Prestress force variation

복부의 경사각을 45° ~90° 까지 변화를 주어, 복부 경사각의 변화에 의한 응력의 영향을 파악하고자 하였다. Fig. 12에 복부 경사각이 45° , 50° , 60° 및 80° 일 때 경간 위치마다 상부슬래브 및 하부슬래브의 중앙선 위치에 따른 횡방향 인장응력을 나타내었다. Fig. 12(a)에서 상부슬래브의 최대응력은 거더 단부에서 발생하며, 복부 경사각이 작아짐에 따라 응력은 증가한다. Fig. 12(b)에서 하부슬래브의 최대응력은 텐던이 최대편심을 갖는 위치에서 발생한다. 하부슬래브의 응력은 복부 경사각이 작아짐에 따라 응력은 증가한다. 각도 변화에 따른 하부슬래브의 최대응력을 Fig. 13에 나타내었다. 복부경사각이 90° 에서 45° 로 변함에 따라 응력은 급격하게 증가한다. 특히, 경사각이 60° 보다 큰 구간에서의 응력 증가률보다 경사각이 60° 보다 작은 구간에서의 응력증가률은 크게 나타난다. 텐던의 배치 형상에 따른 영향을 알아보기 위하여 부재의 길이 l을 47 m, 44 m, 41 m 및 38 m로 하여 거더 슬래브의 응력을 분석하였다. 텐던의 편심이 e=1.47 m 일 때 l/e 비는 각각 26, 28, 30, 32이다. Fig. 14에 복부 경사각이 60° 일 때, 텐던 배열 형태별 즉, l/e에 따른 슬래브의 응력을 나타내었다. l/e의 값이 작아짐에 따라 슬래브의 응력은 증가하고 있다. 이를 정량적으로 분석하기 위하여 텐던 편심에 대한 텐던 길이의 비(l/e)에 따른 하부슬래브의 최대응력을 Fig. 15에 나타내었다. 복부 경사각이 45° 일 때, l/e가 32에서 30으로 감소할 때 응력은 14.3 % 증가하며, l/e가 30에서 28로 감소할 때 응력은 15.3 % 증가한다. 또한, l/e가 28에서 26으로 감소할 때 응력은 16.5 % 증가하고 있다. 따라서, l/e가 감소할수록 응력이 증가하는 비율은 약간씩 증가하고 있다.

실제로 설계되는 대부분의 박스 거더 복부의 경사각은 60° 에서 80° 범위에 있다. 본 연구의 수치해석결과는 복부경사각이 60° 에서 80° 범위일 때 프리스트레스에 의한 교량 슬래브의 응력은 크지 않은 것으로 나타난다. 따라서, 종방향 프리스트레싱의 횡방향 영향은 일반적인 설계단면에서 무시할 만하다고 사료된다.



(a) Stresses of top slab



(b) Stresses of bottom slab

Fig. 12 Stress distribution according to web inclination

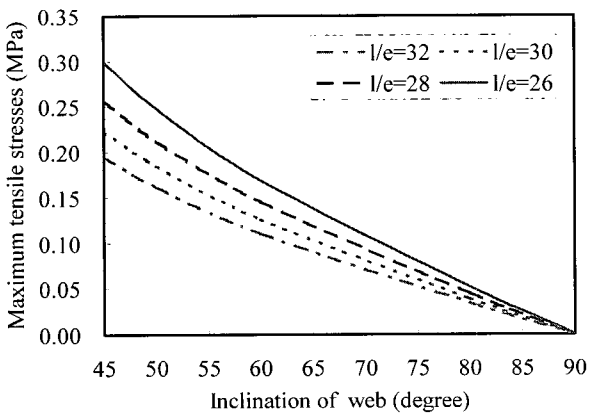
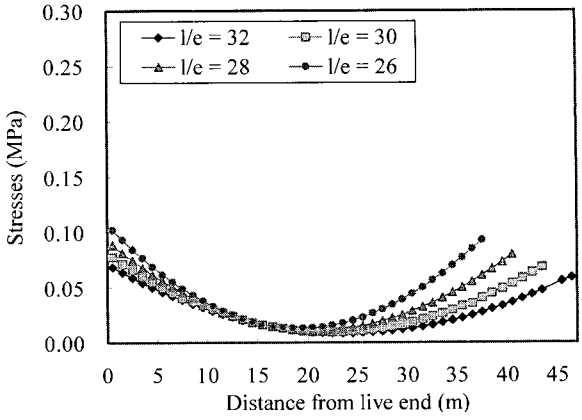
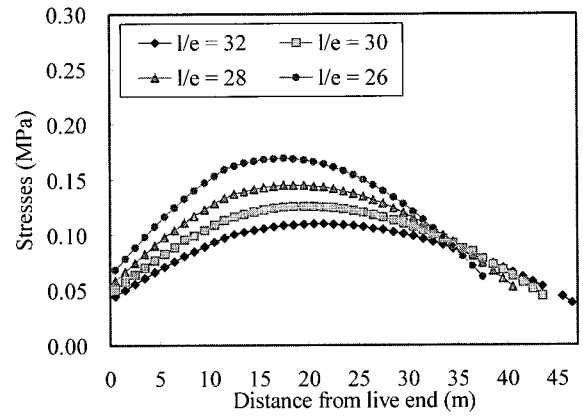


Fig. 13 Stress variation of bottom slab according to inclination of web



(a) Stresses of top slab



(b) Stresses of bottom slab

Fig. 14 Stress distribution according to ratio l/e

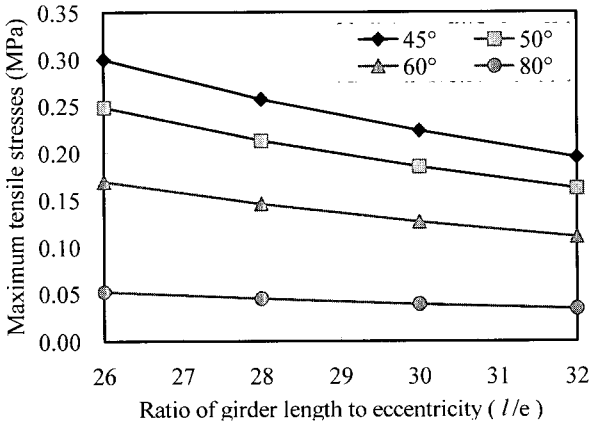


Fig. 15 Stress variation according to ratio of span length to tendon eccentricity

하지만, 복부의 경사각을 60° 이하로 작게 할 경우에는 프리스트레스에 의한 영향을 고려할 필요가 있다고 판단된다. 또한, 횡방향 설계시 활하중, 고정하중에 의한 응력에 종방향 프리스트레스에 의한 응력이 추가되면 콘크리트의 인장강도를 초과할 가능성이 있으며, 과도한 횡방향 인장응력은 Fig. 9와 같이 슬래브에 종방향 균열을 발생시킬 수 있다고 사료된다. 박스 거더의 횡방향 설계시 극한강도 검토뿐만 아니라 허용응력에 근거하여 슬래브의 인장균열을 예측하는 경우가 증가하는 추세이다. 이러한 관점에서 복부 경사각이 통상적인 범주를 벗어나는 경우

와 텐던 형상비 l/e가 과도하게 작은 경우에는 프리스트레스에 의한 횡방향 효과를 고려하여야 한다고 사료된다. 또한, 거더의 종방향 설계시 텐던의 편심을 크게 하는 것은 종방향 거동 측면에서는 유리할지라도 이로 인해 슬래브의 횡방향 응력은 오히려 증가할 수 있는 측면을 인지하고 있어야 한다고 사료된다.

7. 결 론

본 연구에서는 경사 복부를 갖는 콘크리트 박스 거더 교량 해석시 종방향 프리스트레스에 의한 슬래브의 횡방향 거동을 산정할 수 있는 기법을 제안하였다. 거더의 종방향 프리스트레스 분포를 산정하기 위하여 마찰손실, 정착쐐기의 미끌어짐 손실뿐만 아니라, 콘크리트의 크리프와 건조수축 효과 및 PS 강선의 릴렉세이션 효과를 고려하였다. 종방향 프리스트레스 분포를 이용하여 박스 거더 경사 복부에서의 횡방향 등가하중을 산정할 수 있으며, 횡방향 해석에 의해 박스 거더 슬래브의 거동을 예측할 수 있다.

수치해석을 통한 해석결과는 기존의 접판법에 의한 해석결과와 거의 일치하고 있다. 제안 기법을 적용하여 여러 단면 조건에서의 콘크리트 박스 거더 교량 슬래브의 횡방향 응력을 평가하였다. 대부분의 박스 거더 형상 조건에서 슬래브에 발생되는 응력은 작은 것으로 나타나 그 영향이 크지 않다고 판단된다. 하지만, 복부 경사각이 60 ° 이하로 작은 경우와 텐던의 형상비가 작은 경우에는 프리스트레싱에 의한 영향을 고려하여야 한다고 판단된다. 또한, 본 연구에서 제안한 기법을 박스 거더의 해석에 적용하면 횡방향 응력을 효율적으로 산정할 수 있다고 사료된다.

참고문헌

1. Meyer, C. and Scordelis, A. C., "Analysis of Curved Folded Plate Structures," *Journal of Structural Division, ASCE*, Vol.97, No.10, 1971, pp.2459~2480.
2. Scordelis, A. C., Chan, E. C., Ketchum, M. A., and van der Walt, P. P., "*Computer Programs for Prestressed Concrete Box Girder Bridges*," UCB/SESM Report No.85-02, University of California, 1985.
3. Kabir, A. F. and Scordelis, A. C., "*Computer Programs for Curved Bridges on Flexible Bents*," UCB/SESM Report No.74-10, University of California at Berkely, 1974.
4. Abdullah, M. A. and Abdul-Razzak, A. A., "Finite Strip Analysis of Prestressed Box-Girders," *Computers and Structures*, Vol.36, No.5, 1990, pp.817~822.
5. Kang, Y. J., "*SPCFRAME-Computer Program for Nonlinear Segmental Analysis of Planar Concrete Frames*," UCB/SESM Report No. 89/07, University of California at Berkeley, 1989.
6. Bishara, A. G. and Papakonstantinou, N. G., "Analysis of Cast-In-Place Concrete Segmental Cantilever Bridges," *Journal of Structural Engineering*, ASCE, Vol.116, No.5, 1990, pp.1247~1269.
7. Cruz, P. J. S., Mari, A. R., and Roca, P., "Nonlinear Time-Dependent Analysis of Segmentally Constructed Structures," *Journal of Structural Engineering*, ASCE, Vol.124, No.3, 1998, pp.278~287.
8. Shushkewich, K. W., "Membrane Forces Acting on a Box Girder Bridge," *Journal of Structural Engineering*, ASCE, Vol.112, No.8, 1986, pp.1900~1907.
9. Shushkewich, K. W., "Approximate Analysis of Concrete Box Gider Bridges," *Journal of Structural Engineering*, ASCE, Vol.114, No.7, 1988, pp.1644~1657.
10. Ketchum, M. A., "*Redistribution of Stresses in Segmentally Erected Prestressed Concrete Bridges*," UCB/SESM Report No.86-07, University of California at Berkeley, 1986.
11. Magura, D. D., Sozen, M. A., and Siess, C. P., "A Study of Stress Relaxation in Prestressing Reinforcement," *PCI Journal*, Vol.9, No.2, 1964, pp.13~57.
12. Hernandez, H. D. and Gamble, E. L., "*Time Dependent Prestress Losses in Pretensioned Concrete Construction*," Structural Research Series No.417, Civil Engineering Studies, University of Illinois at Urbana, 1975.
13. Nilson, A. H., "*Design of Prestressed Concrete*," John Wiley & Sons, 1978, pp.142~149.
14. 도로설계실무편람, "PC 박스 거더교 설계," 한국도로공사, 1996, pp.9-1~10-161.

요 약

종방향 텐던이 경사진 복부에 배치되는 박스 거더의 경우 프리스트레스 힘은 종방향 뿐만 아니라 횡방향 거동에도 영향을 미친다. 본 논문에서는 종방향 프리스트레싱에 의해 유발되는 횡방향 효과를 산정하는 기법을 제안하였다. 박스 거더의 유한요소 정식화 및 종방향 프리스트레싱 해석에 의해 프리스트레스 분포를 산정한 후, 이를 이용하여 횡방향 등가하중을 산정한다. 제안기법에 의한 수치해석결과와 기존의 접판법에 의한 수치해석결과는 유사하며, 이는 본 기법이 합리적임을 나타낸다. 제안기법을 이용하여 박스 거더 슬래브의 횡방향 거동을 분석하였다. 수치분석은 복부경사각, 텐던 편심에 대한 경간 길이비 등과 같은 주요 변수를 통해 수행되었다. 전형적인 단면 조건에서 종방향 프리스트레싱 효과만을 고려할 때, 박스 거더 슬래브의 횡방향 응력은 크지 않은 것으로 나타난다. 그러나, 복부 경사각이 50도 이하로 과도하게 작아지거나 텐던 편심에 대한 경간 길이비가 28이하로 작아지는 경우에는 교량 설계시 횡방향 응력의 크기를 고려할 필요가 있다고 사료된다.

핵심용어 : 박스 거더, 종방향 프리스트레싱, 횡방향 응력, 슬래브, 복부 경사각