

원호운동 필렛 엔드밀과 Z-맵 벡터의 교점 계산

맹승렬*, 백낙훈**, 신성용***, 최병규****

Calculation of Intersection between Z-map Vectors and Circularly Moving Filleted-end Mills

Maeng, S. R.*, Baek, N.**, Shin, S. Y.*** and Choi, B. K.****

ABSTRACT

Presented in this paper is a numerical method for calculating the intersection points between Z-map vectors and the tool swept surface for circularly moving filleted-end mills. In numerically controlled(NC) machining simulation for large moulds and dies, a workpiece is frequently approximated as a set of z-axis aligned vectors, called Z-map vectors, and then the machining processes can be simulated through updating the Z-map with the intersection points. Circular motions are typically used for machining the free-form surfaces. For fast computation, we express each of intersection points with a single-variable non-linear equation and calculate the candidate interval in which the unique solution exists. Then, we prove the existence of a solution and its uniqueness in this candidate interval. Based on these properties, we can effectively apply numerical methods to finally calculate the solution of the non-linear equation within a given precision. Experimental results are given for the case of a TV monitor and the hood of a car.

Key words : NC machining simulation, swept surface, Z-map, filleted-end mill

1. 서 론

수치제어(numerically controlled) 절삭가공에 앞서 공구 경로를 검증하는 것이 보통이고, 특히 그래픽 NC 시뮬레이션은 이 때 보편적으로 사용된다^[1]. 대부분의 그래픽 NC 시뮬레이션은 시뮬레이션과 검증의 두 가지 기능을 포함한다^[2]. 전자는 피절삭체가 공구 이동에 의해 절삭되는 과정을 보여주고, 후자는 절삭곡면과 설계곡면을 비교하여 미절삭(uncuts)이나 과절삭(gouges)의 발생 여부를 평가한다. 그래서 NC 시뮬레이션에서는 효율성과 정밀도가 동시에 요구된다.

상용 NC 시뮬레이션 시스템들은 목적과 필요에 따라 효과적으로 시뮬레이션과 검증을 수행할 수 있도록 여러 가지 피절삭체 표현 방법을 지원한다^[6]. 예를 들면, LightWork 사는 Pixecut, Rapidcut, Visicut엔

진을 제공하는데, 이들은 각각 이미지 중심^[3,5], 볼체 중심^[4], 솔리드 중심^[7]으로 피절삭체를 표현한다. CATIA나 Mastercam과 같은 CAD/CAM 패키지들은 이 엔진을 사용한다. 특히, 대규모의 곡면을 3축 가공하는 경우 Z-맵을 포함한 볼체중심 표현 방법이 사용되며, Ford나 Chrysler 사는 자동차 금형을 가공하기 위해 Z-맵 기반의 CAM 시스템을 운용하고 있다^[8].

Z-맵은 xy-평면 상의 격자점들을 지나는 z-축에 평행한 벡터들의 집합으로 피절삭체를 표현하는 방법이 나^[9]. 피절삭체가 Z-맵으로 표현된 경우, 절삭공정은 Fig. 1에서와 같이 공구 케적체에 의한 Z-맵 벡터들의 갱신작업으로 볼 수 있다. 3-축 가공에서와 같이 공구의 중심축이 z-축에 평행할 때에는 Z-맵은 공구 케적체의 밀면, 즉 공구의 절삭용 날에 의해 생성되는 케적면(swept surface)에 의해서만 갱신된다. 따라서, 공구 케적면과 Z-맵 벡터들간의 교점 계산만으로 절삭공정을 시뮬레이션할 수 있다.

일반적으로, 공구 케적면의 표현은 공구의 모양과 공구 운동의 복잡도에 따라 다르다. NC 시뮬레이션에서는 효율성을 위해 공구 경로를 직선으로 근사하거

*한국과학기술원전산학과

**KogSoft

***한국과학기술원전산학과

****한국과학기술원산업공학과

- 논문투고일: 2003. 06. 16

- 심사완료일: 2003. 10. 22

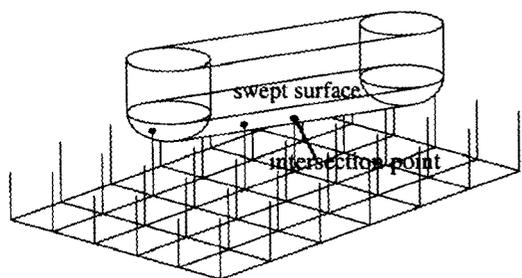


Fig. 1. Z-맵의 생성.

나 공구 궤적면을 다면체로 근사하는 방법을 사용한다^[13]. Oliver 등은 볼 엔드밀이 직선 운동하는 경우 공구 궤적체를 실린더나 구와 같이 간단한 입체로 근사하였고^[14], Chappel 등도 직선 운동을 다루었다^[15]. Jung 등은 직선 운동하는 APT(automatic programming tool) 공구의 궤적면을 다루었다^[16]. Wang 등과 Narvekar 등은 5축 NC 시뮬레이션을 위한 공구 운동을 다루었다^[17]. 이들은 공구 궤적면을 엔벨롭(envelope) 곡면으로 표현하고, 피절삭체를 나타내는 벡터와의 교점을 다차원 Newton 방법으로 계산할 것을 제안하였다. 이 방법을 3축 공구 운동에 효과적으로 적용하기 위해서는 교점의 광역해를 보장하는 초기값 설정 방법이 제시될 필요가 있다. Roth 등은 필렛 엔드밀을 수직단면으로 근사하고, 각 단면의 궤적을 계산하는 방법을 제안하였다^[18].

본 논문에서는 원호 운동하는 필렛-엔드밀을 중심으로 공구의 궤적면과 Z-맵 벡터의 교점을 효과적으로 계산하는 방법을 제안한다. 원호 운동은 직선 경로와 함께 3축 자유곡면 가공에서 흔히 사용되는 공구 경로이며^[19], 원호 경로를 사용하는 경우 직선 경로에 비해 경로의 길이가 1/3로 단축되는 것으로 알려져 있다^[20]. 따라서 3축 공구 경로의 검증은 위해서는 직선 뿐만 아니라 원호에 대한 검증 방법이 필요하다. 원호 운동을 직선으로 근사하여 검증할 수도 있지만, 이 경우 직선 경로로 변환하는 전처리 과정이 필요하고, 경로 수가 증가하므로 비효율적이다. 본 논문에서는 필렛 엔드밀만을 다루지만 볼 엔드밀이나 플랫 엔드밀 등은 필렛 엔드밀의 특별한 형태이므로 본 방법을 쉽게 확장할 수 있다.

필렛 엔드밀의 궤적면을 매개변수형 엔벨롭 곡면으로 표현하고, Z-맵 벡터와의 교점을 단일 변수의 비선형 방정식으로 표현한다. 이 방정식에 대해 해가 존재하는 특정 구간을 계산하고, 그 구간에서 단일 해가 존재함을 보인다. 이러한 성질을 이분법과 같이 반복 계산에 기초한 수치해석 방법에 적용할 때, 불필요한

계산 없이 효과적으로 최적해를 계산할 수 있고^[21], 그 결과는 이전 연구에서 확인할 수 있었다^[22]. 이러한 접근방법은 비교적 빠른 속도로 교점을 계산하고, 허용 오차 범위에서 정밀도를 제어할 수 있다.

2절에서는 필렛 엔드밀과 원호 운동을 매개변수형으로 표현한다. 3절에서는 필렛 엔드밀의 궤적면과 Z-맵 벡터의 교점을 효과적으로 계산하기 위한 조건과 방법을 제시한다. 4절에서는 필렛 엔드밀의 궤적면이 3절에서 제시한 성질을 만족함을 보인다. 5절에서는 제안하는 알고리즘의 구현 방법을 설명하고, 6절에서는 실험 결과와 성능을 분석한다. 마지막으로, 7절에서 결론과 향후 과제를 제시한다.

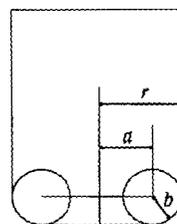
2. 필렛 엔드밀과 원호운동

2.1 필렛 엔드밀의 매개변수형 표현

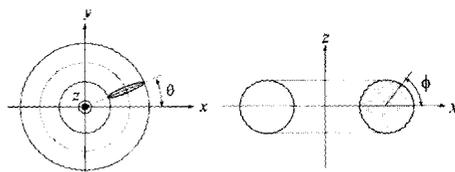
3축 가공에서 주로 사용되는 필렛 엔드밀의 절삭날은 각각 토러스 곡면과 원반 곡면으로 구성된다. Fig. 2(a)는 3개의 매개변수로 정의되는 필렛 엔드밀을 보여주었고^[15,22], Fig. 2(b)는 필렛 엔드밀의 절삭날을 구성하는 토러스 곡면의 매개변수를 보여준다. 토러스 곡면은 반지름 b 인 원을 공구의 중심 축으로부터 a 만큼 이동하여 회전시킴으로써 형성된다. 토러스 곡면을 매개변수형으로 표현하면 다음과 같다.

$$p(\phi, \theta, a, b) = ((a + b\cos\phi)\cos\theta, (a + b\cos\phi)\sin\theta, b\sin\phi) \quad (1)$$

여기서, ϕ 는 반지름 b 인 원을, θ 는 이 원의 회전 위



(a) 필렛 엔드밀 단면



(b) 토러스 곡면 매개변수

Fig. 2. 필렛 엔드밀의 토러스 곡면.

치를 극좌표로 표현하기 위한 변수이다.

2.1 원호의 매개변수형 표현

3-축 가공에서 원호 운동은 xy -평면의 수평 평면과 xz -평면과 yz -평면을 포함하는 수직 평면에서 정의될 수 있다¹¹⁾. 수평 평면에서 원호 운동은 z -성분이 일정하므로, 간단히 궤적면을 계산할 수 있고, 자세한 과정은 부록을 참고하기 바란다. 따라서 지금부터는 수직 평면에서의 원호 운동에 대해서만 다루겠다.

Z -맵 벡터들은 xy -평면상의 격자점을 지나도록 배열하고, 각 벡터의 높이는 피절삭체 곡면의 높이로 설정한다. 필렛 엔드밀이 세계 좌표계(world coordinate system)의 임의의 수직 평면상의 한 점 p_c 를 중심으로 반지름 R 인 원을 따라 시작점 p_s 에서 끝점 p_e 로 등각 속도 운동을 한다고 하자. 그리고 이 수직 평면은 세계 좌표계의 xz -평면으로부터 ϕ 만큼 회전되어 있다고 하자.

원호 운동을 효과적으로 표현하기 위해, 원호의 중심점 p_c 를 원점으로 하는 지역 좌표계(local coordinate system)를 도입한다. 지역 좌표계의 xy -평면과 z -축을 세계 좌표계의 그것들과 평행하도록 설정한다. 이렇게 함으로써 Z -맵을 일관성 있게 유지할 수 있다. 그리고 x -축은 세계 좌표계의 x -축을 ϕ 만큼 회전시켜 설정하고, y -축은 오른손 좌표계를 형성하도록 설정한다. Fig. 3은 한 점 p_c 를 원점으로 하는 지역 좌표계를 보여준다. 여기서 원호의 양의 방향은 z -축을 기준으로 반시계 방향이다. 그러므로 원호는 항상 지역 좌표계 xz -평면에서 정의된다고 가정할 수 있다.

지역 좌표계에서 시간 t 에 대한 필렛 엔드밀의 운동 함수를 $m(t)$ 라고 하자. 필렛 엔드밀이 1회전하는 시간 t 를 정규화하면, $m(t)$ 는 다음과 같이 벡터 함수,

$$m(t) = (R\sin 2\pi t, 0, R\cos 2\pi t), \text{ for } t \in [0, 1] \quad (2)$$

로 표현할 수 있다. 이 때 $2\pi t$ 는 시간 t 에서 회전각

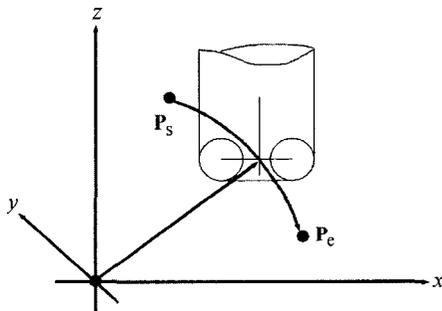


Fig. 3. 지역 좌표계.

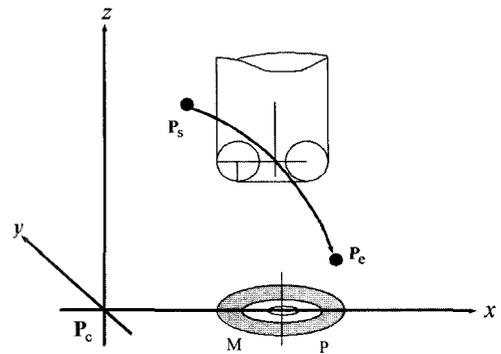


Fig. 4. 토러스 곡면의 투영영역과 궤적면 생성영역.

이고 w 로 표현한다.

NC 시뮬레이션에서 사용하는 필렛 엔드밀의 궤적면은 토러스 곡면에 의해 생성되는 궤적면중 Z -맵을 최소로 갱신하는 곡면이다. 토러스 곡면이 원호 운동할 때 하나 이상의 새로운 궤적면이 생성되고, 이들 중 하나만이 필렛 엔드밀의 궤적면이 된다. 토러스 곡면은 yz -평면에 대해 대칭이므로 토러스 곡면을 xy -평면에 투영하면 투영 이미지는 Fig. 4와 같이 y -축을 중심으로 음의 영역 M 과 양의 영역 P 로 나뉜다. 이 때, M 과 P 영역에 대한 θ 의 범위는 각각 $-\pi/2 < \theta \leq \pi/2$ 와 $\pi/2 < \theta \leq 3\pi/2$ 이다. 그리고 유영으로 표현된 토러스 영역에 대한 ϕ 의 범위는 $3\pi/2 < \phi \leq 2\pi$ 이다. 그런데 토러스 곡면이 회전할 때 회전각 $w=0$, $w=\pi/2$, $w=\pi$, $w=3\pi/2$ 을 중심으로 속도벡터의 방향이 변하고, 서로 다른 토러스 영역에 의해 필렛 엔드밀의 궤적면이 생성된다. 예를 들면, Fig. 4와 같이 회전각 w 가 $0 < w \leq \pi/2$ 범위일 때, M 의 음영부분에 의해 필렛 엔드밀의 궤적면이 생성된다. 따라서 회전각 $w=0$, $w=\pi/2$, $w=\pi$, $w=3\pi/2$ 은 궤적면에 대한 경계각이 된다. 만일 원호의 범위가 이들 경계각을 포함하면 주어진 원호를 이들 경계각 들을 중심으로 여러 개의 원호로 분리하고, 각각의 원호에 대해 궤적면을 계산하여야 한다. 그러므로 원호는 4개의 구간, $0 < w \leq \pi/2$, $\pi/2 < w \leq \pi$, $\pi < w \leq 3\pi/2$, $3\pi/2 < w \leq 2\pi$ 에서 주어진다고 가정할 수 있다. 지금부터는 $0 < w \leq \pi/2$, 즉 $0 < t \leq 1/4$ 범위의 원호만을 다루며, 다른 구간에 대해서는 원호와 토러스 곡면의 대칭성을 이용하여 계산할 수 있다.

교점 계산방법을 논하기 전에 몇가지 예외적인 경우를 제거한다. 토러스의 반지름이 r 일 때 궤적면의 y -좌표는 $0 \leq |y| \leq r$ 이다. 그런데, $\bar{y} = 0$ 일 때 $\theta = \pi$ 이고, $|\bar{y}| = r$ 일 때는 $\theta = \pm\pi/2$ 의 특정 값을 가지므로 교점을 직접 계산할 수 있다. 마찬가지로, $w = \pi/2$

일 때 $\phi = 2\pi$ 에서 궤적면이 형성되므로 교점을 직접 계산할 수 있다. 위의 예외적인 경우들을 제외하고 y -좌표가 $0 < |y| < r$ 인 궤적면에 대해서만 다룬다.

3. 필렛 엔드밀 궤적면과 Z-맵의 교점 계산

토러스 곡면상의 한 점을 $\mathbf{p}(\phi, \theta)$ 라 하면, 시간 t 에서의 토러스 곡면은 $\mathbf{p}(\phi, \theta)$ 를 $\mathbf{m}(t)$ 만큼 이동시킨 것이므로, 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\mathbf{p}(\phi, \theta; t) = \mathbf{p}(\phi, \theta) + \mathbf{m}(t). \quad (3)$$

Fig. 5는 필렛 엔드밀이 시작점 \mathbf{p}_s 에서 끝점 \mathbf{p}_e 로 원호를 따라 이동할 때 형성되는 궤적면(swept surface)을 나타낸다. 필렛 엔드밀이 시작점 \mathbf{p}_s 과 끝점 \mathbf{p}_e 를 지나는 시간을 각각 t_s 와 t_e 라고 할 때, A와 C 부분은 시간 $t = t_s$ 와 $t = t_e$ 에서의 토러스 곡면 $\mathbf{p}(\phi, \theta; t_s)$ 와 $\mathbf{p}(\phi, \theta; t_e)$ 의 일부분에 의해 형성된다. $t_s < t < t_e$ 인 부분에서는 새로운 곡면 B가 형성된다.

원호 절삭가공에서 원호의 직경은 공구의 직경보다 크므로 공구 궤적면은 자체교차(self-intersection)가 발생하지 않고, 직선 운동에 의한 공구 궤적면과 마찬가지로 A, B, C 부분을 xy -평면으로 투영하면 단일하게 대응되는 영역 A', B', C'이 구해진다. A'와 C' 영역에 속하는 Z-맵에 대해서는 $\mathbf{p}(\phi, \theta; t_s)$ 과 $\mathbf{p}(\phi, \theta; t_e)$ 의 교점을 구함으로써 절삭과정을 시뮬레이션할 수 있다. B' 영역에 속하는 Z-맵 부분을 처리하기 위해서는 B 부분에 대한 교점 계산이 필요하고, 이제부터 그 처리 과정을 보이고자 한다. 그런데 B 부분은 자체교차가 발생하지 않으므로 B' 영역에 속하는 Z-맵 벡터와 한 점에서 교차한다.

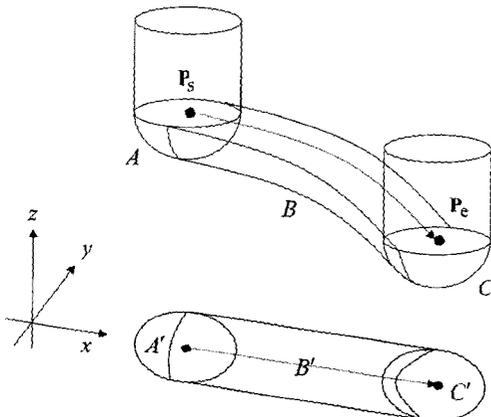


Fig. 5. 궤적면과 투영영역.

식 (3)의 $\mathbf{p}(\phi, \theta; t)$ 는 시간 t 가 $t_s < t < t_e$ 의 조건을 만족시키는 동안에 곡면족(surface family)을 형성하고, 궤적면의 B 부분은 이 곡면족의 엔벨롭(envelope)이 된다²⁾. 이 엔벨롭 상의 한 점은 다음과 같은 실루엣 조건식(silhouette condition)을 만족한다.

$$SC(\phi, \theta; t) = \mathbf{n}(\phi, \theta; t) \cdot \mathbf{v}(t) = 0. \quad (4)$$

여기서, $\mathbf{n}(\phi, \theta; t)$ 는 시간 $t_s < t < t_e$ 에서 토러스 곡면 상의 한 점 $\mathbf{p}(\phi, \theta; t)$ 에서의 법선 벡터이고, $\mathbf{v}(t)$ 는 시간 t 에서 원호 운동의 속도 벡터이다.

점 $(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z})$ 를 식 (4)를 만족시키는 토러스 엔벨롭 곡면과 격자점 (\bar{x}, \bar{y}) 를 지나는 Z-맵 벡터의 교점이라고 하자. 이 점은 토러스 상의 한 점이면서 엔벨롭 조건을 만족해야 하므로, 다음 관계식들을 만족한다.

$$\bar{x} = (a + b\cos\phi)\cos\theta + R\sin 2\pi t \quad (5)$$

$$\bar{y} = (a + b\cos\phi)\sin\theta \quad (6)$$

$$SC(\phi, \theta; t) = \cos\phi\cos\theta\cos 2\pi t - \sin\phi\sin 2\pi t = 0. \quad (7)$$

이 연립 방정식은 3개의 미지수 ϕ, θ, t 에 대한 3개의 식으로 구성된다. 엔벨롭 곡면과 Z-맵 벡터의 교점 $(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z})$ 은 위의 비선형 연립 방정식의 해, ϕ, θ, t 를 구한 후,

$$\bar{z} = b\sin\phi + R\cos 2\pi t$$

의 식으로 \bar{z} 값을 구함으로써 계산할 수 있다.

이제 xy -평면 상의 격자점 (\bar{x}, \bar{y}) 를 지나는 Z-맵 벡터는 비선형 연립 방정식 (5), (6), (7)의 해를 구함으로써 대응되는 엔벨롭 곡면과의 교점으로 수정될 수 있다. 결과적으로, Fig. 5에서 xy -평면 상의 B' 영역에 속하는 모든 격자점에 대해 비선형 연립 방정식 (5), (6), (7)의 해를 구함으로써 절삭 과정을 시뮬레이션할 수 있다. 이제부터, ϕ, θ, t 를 효과적으로 계산하는 방법을 설명하겠다.

식 (5)와 (6)에서 (\bar{x}, \bar{y}) 가 주어졌으므로, ϕ 의 코사인 값과 사인 값, θ 의 코사인 값들은 각각 식 (8), (9), (10)과 같이 시간 t 에 대한 식으로 표현할 수 있다.

$$\cos\phi = \frac{1}{b}[\sqrt{(\bar{x} - R\sin 2\pi t)^2 + \bar{y}^2} - a] \quad (8)$$

$$\sin\phi = \pm\sqrt{1 - \cos^2\phi} \quad (9)$$

$$\cos\theta = \frac{\bar{x} - R\sin 2\pi t}{\sqrt{(\bar{x} - R\sin 2\pi t)^2 + \bar{y}^2}} \quad (10)$$

이 식들은 시간 t 값이 주어질 때 Z-맵 벡터와 교차하는 토러스 곡면상의 한 점을 나타내는 ϕ 와 θ 를 계산할 수 있음을 나타낸다. 코사인 값과 사인 값의 부호는 ϕ 와 θ 의 범위에 따라 결정될 것이다. 식 (8)과 (10)에서 $(a+b) \geq \sqrt{(\bar{x}-R\sin 2\pi t)^2 + \bar{y}^2} \geq (a-b)$ 은 원점으로부터 토러스 곡면상의 한 점까지의 평면 거리를 나타낸다.

마지막으로, 투영 실루엣 곡선으로부터 t 값을 계산하는 과정을 설명한다. 식 (8), (9), (10)을 식 (7)에 대입하면 실루엣 조건식은 다음과 같이 시간 t 만의 비선형 방정식 $\overline{SC}(t)$ 이 된다. 결과적으로, 연립 방정식 (5), (6), (7)을 푸는 대신, 식 (11)으로 표현되는 비선형 방정식으로부터 시간 t 를 계산하여도 Z-맵의 갱신이 가능하다. 식 (11)은 격자점 좌표만을 포함하므로 평면에 투영된 실루엣 곡선으로 생각할 수 있다.

$$\overline{SC}(t) = \frac{1}{b}(\sqrt{(\bar{x}-R\sin 2\pi t)^2 + \bar{y}^2} - a) - \frac{\bar{x}-R\sin 2\pi t}{\sqrt{(\bar{x}-R\sin 2\pi t)^2 + \bar{y}^2}} \cos 2\pi t \pm \sqrt{1 - \frac{1}{b^2}(\sqrt{(\bar{x}-R\sin 2\pi t)^2 + \bar{y}^2} - a)^2} \sin 2\pi t = 0 \quad (11)$$

식 (11)의 해를 효과적으로 계산하기 위해, 해가 존재하는 가능한 최소 구간 $[t_{\min}, t_{\max}]$ 을 먼저 구한다. 투영 실루엣 곡선이 정의되는 xy -평면에서 토러스 곡면은 일정한 크기를 갖고, 토러스 곡면을 정의하는 매개변수 ϕ, θ 도 일정한 범위를 갖는다. 따라서, 주어진 격자점 (\bar{x}, \bar{y}) 는 다음과 같은 관계식을 만족한다.

$$\bar{x} - \text{MAX}[p_x(\phi, \theta)] \leq m_x(t) \leq \bar{x} - \text{MIN}[p_x(\phi, \theta)] \quad (12)$$

여기서, $m_x(t)$ 와 $p_x(\phi, \theta)$ 는 각각 $\mathbf{m}(t)$ 와 $\mathbf{p}(\phi, \theta)$ 의 x -성분을, $\text{MIN}[p_x(\phi, \theta)]$ 와 $\text{MAX}[p_x(\phi, \theta)]$ 는 각각 $p_x(\phi, \theta)$ 의 최소, 최대값을 나타낸다.

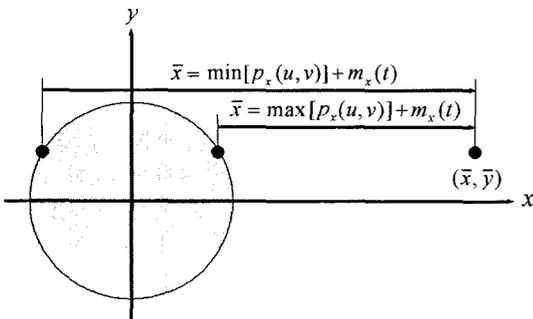


Fig. 6. 격자점에 대한 상하한 값의 계산.

식 (2)에 의해, $m_x(t) = R\sin 2\pi t$, $t \in [t_s, t_e]$ 이므로, 토러스의 크기와 격자점 \bar{x} 에 따라 구간 $[t_{\min}, t_{\max}]$ 를 구할 수 있다. 이 구간은 토러스 단면이 Z-맵 벡터와 교차하는 최소/최대 시간을 나타낸다. Fig. 6은 한 격자점에 대해 t_{\min} 과 t_{\max} 를 기하학적으로 보여준다. 필렛 엔드밀에 대해 $[t_{\min}, t_{\max}]$ 를 계산하는 방법은 다음 절에서 유도한다.

본 논문에서는 필렛 엔드밀로부터 계산된 구간 $[t_{\min}, t_{\max}]$ 에 대해 다음과 같은 성질들을 만족시킴을 보인다.

성질 1: 격자점 $(\bar{x}, \bar{y}) \in B'$ 에 대해, $t_{\min}, t_{\max} \in [t_s, t_e]$ 에서 $\overline{SC}(t_{\min}) \cdot \overline{SC}(t_{\max}) < 0$

성질 2: Fig. 4의 음영 M영역에 대해, 구간 $0 < w < \pi/2$ 에서 $\overline{SC}(t) = 0$ 를 만족하는 해는 오직 하나이다.

성질 1은 구간 $[t_{\min}, t_{\max}]$ 내에 적어도 하나의 해가 존재함을 의미하고, 성질 1을 만족할 때 성질 2는 해당 구간 내에 오직 하나의 해만 존재함을 의미한다. 즉, 성질 1, 2를 모두 만족하는 경우에는 해당 구간 내에 단일 해가 존재한다. 이러한 성질을 이분법과 같이 반복 계산에 기초한 수치해석 방법에 적용할 때, 해가 존재하지 않는 구간들에 대한 탐색을 생략할 수 있으므로 수렴속도를 향상시킬 수 있다²⁾. 또, 성질 2는 수치해석 방법들로부터 구해지는 해가 해당 구간 내에 존재하는 단일 해이므로, 항상 최적해를 찾을 수 있음을 보장한다. 결과적으로, 위의 성질들을 수치해석 방법에 적용하면 항상 최적해를 계산할 수 있고, 임의의 허용오차 범위 이내로 정밀도를 제어할 수 있다. 다음 절에서는 필렛 엔드밀에 대하여, 위의 2가지 성질이 성립함을 보여준다.

4. 필렛 엔드밀의 실루엣 분석

2절에서 살펴본 바와 같이 필렛 엔드밀의 절삭면은 토러스 곡면과 원반곡면으로 이루어진다. 위호의 각이 $0 < w < \pi/2$ 일 때, কে적면은 토러스 곡면, 특히 Fig. 4의 음영 M 영역에 의해서만 생성되므로 이 영역에 대해서 3절의 성질이 성립함을 보인다.

성질 1을 분석하기 위해 구간 $[t_{\min}, t_{\max}]$ 를 계산한다. Fig. 7은 회전각 $0 < w < \pi/2$ 범위에서, Fig. 4의 음영 M부분이 격자점 (\bar{x}, \bar{y}) 를 지나는 최소 시간과 최대 시간을 보여준다. t_{\min} 은 격자점의 y -좌표에 따라 두 가지 경우가 가능한데, $|\bar{y}| < a$ 이면 Fig. 7의 하단과 같이 반지름이 a 인 원이 원점으로부터 x -축 방향

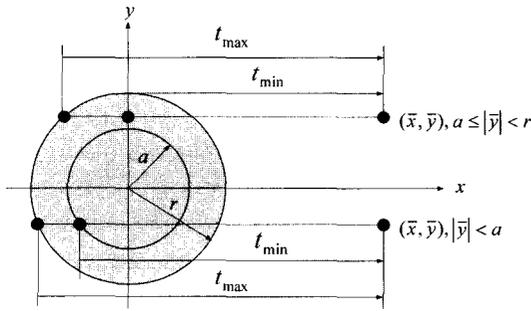


Fig. 7. Fig. 4의 음영 M부분에 대한 교차시간의 상하한.

으로 이동할 때 격자점과 교차하는 시간이며, 이 때 이동거리는 다음과 같이 원의 평행이동식으로부터 계산할 수 있다.

$$(\bar{x} - R\sin 2\pi t)^2 + \bar{y}^2 = a^2$$

$$R\sin 2\pi t = \bar{x} + \sqrt{a^2 - \bar{y}^2}$$

여기서 Fig. 4의 M 영역은 x-좌표가 음이므로 제곱근의 부호는 양이 된다. y-좌표가 $a \leq |\bar{y}| < r$ 이면 최소시간은 Fig. 7의 상단과 같이 $x=0$ 인 직선이 격자점을 지나는 시간이고, x-축 방향의 거리는 위 식에서 $\sqrt{a^2 - \bar{y}^2} = 0$ 인 경우가 되어 \bar{x} 이다. t_{max} 는 반지름 r인 원이 원점으로부터 격자점 (\bar{x}, \bar{y}) 와 교차하는 시간으로, 이동거리는 위 식과 같은 방법으로 계산된다. 따라서, 격자점과 교차하는 최소 시간과 최대 간에서 x-축 방향의 거리는 다음과 같다.

$$R\sin 2\pi t_{min} = \begin{cases} \bar{x} + \sqrt{a^2 - \bar{y}^2}, & \text{if } |\bar{y}| < a \\ \bar{x}, & \text{if } a \leq |\bar{y}| < r \end{cases} \quad (13)$$

$$R\sin 2\pi t_{max} = \bar{x} + \sqrt{r^2 - \bar{y}^2}. \quad (14)$$

식 (13)과 (14)로부터 각각 t_{min} 과 t_{max} 를 계산할 수 있다.

이를 식 (8)에 대입하면 다음과 같이 ϕ 에 대한 코사인 값을 구할 수 있다.

$$\cos \phi_{t_{min}} = \frac{1}{b}(\sqrt{(\bar{x} - R\sin 2\pi t_{min})^2 + \bar{y}^2} - a)$$

$$= \begin{cases} 0, & \text{if } |\bar{y}| < a \\ \frac{\bar{y} - a}{b}, & \text{if } a \leq |\bar{y}| < r \end{cases}$$

$$\cos \phi_{t_{max}} = \frac{1}{b}(\sqrt{(\bar{x} - R\sin 2\pi t_{max})^2 + \bar{y}^2} - a)$$

$$= 1$$

같은 방법으로, 식 (9)의 ϕ 에 대한 사인 값과 식 (10)의 θ 에 대한 코사인 값을 계산하면 다음과 같다.

$$\sin \phi_{t_{min}} = \begin{cases} -1, & \text{if } |\bar{y}| < a \\ -\sqrt{1 - \frac{(\bar{y} - a)^2}{b^2}}, & \text{if } a \leq |\bar{y}| < r \end{cases}$$

$$\sin \phi_{t_{max}} = 0$$

$$\cos \theta_{t_{min}} = \begin{cases} \frac{\sqrt{a^2 - \bar{y}^2}}{a}, & \text{if } |\bar{y}| < a \\ 0, & \text{if } a \leq |\bar{y}| < r \end{cases}$$

$$\cos \theta_{t_{max}} = -\frac{\sqrt{r^2 - \bar{y}^2}}{r}$$

위의 계산 결과들을 식 (7)에 대입하면,

$$\begin{aligned} \overline{SC}(t_{min}) &= \cos \phi_{t_{min}} \cos \theta_{t_{min}} \cos \omega t_{min} \\ &\quad - \sin \phi_{t_{min}} \sin \omega t_{min} \\ &= \begin{cases} \frac{\bar{x} + \sqrt{a^2 - \bar{y}^2}}{R}, & \text{if } |\bar{y}| < a \\ \frac{\bar{x}}{R} \sqrt{1 - \frac{(\bar{y} - r)^2}{b^2}}, & \text{if } a \leq |\bar{y}| < r \end{cases} \\ &> 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \overline{SC}(t_{max}) &= \cos \phi_{t_{max}} \cos \theta_{t_{max}} \cos \omega t_{max} \\ &\quad - \sin \phi_{t_{max}} \sin \omega t_{max} \\ &= -\frac{\sqrt{r^2 - \bar{y}^2}}{r} \sqrt{1 - \frac{(\bar{x} + \sqrt{r^2 - \bar{y}^2})^2}{R^2}} \\ &< 0 \end{aligned}$$

이 얻어진다. 따라서, t_{min} , t_{max} 에 대해 다음과 같이 성질 1이 항상 성립한다.

$$\overline{SC}(t_{min}) \cdot \overline{SC}(t_{max}) < 0. \quad (15)$$

식 (15)는 방정식 $\overline{SC}(t) = 0$ 가 구간 $t \in [t_{min}, t_{max}]$ 에서 1개 이상의 흡수 개의 해가 가짐을 의미한다. 성질 2가 성립함을 보이기 위해, $X = \sin 2\pi t$ 로 치환하면 식 (11)을 다음과 같이 다시 쓸 수 있다.

$$\begin{aligned} &\frac{1}{b^2}(\sqrt{(\bar{x} - RX)^2 + \bar{y}^2} - a)^2 \frac{(\bar{x} - RX)^2}{(\bar{x} - RX)^2 + \bar{y}^2} (1 - X^2) \\ &\quad - \left(1 - \frac{1}{b^2}(\sqrt{(\bar{x} - RX)^2 + \bar{y}^2} - a)^2\right) X^2 = 0 \end{aligned}$$

이 식을 X에 대해 정리하면 X에 대한 8차식을 얻

을 수 있다.

$$a_8X^8 + a_7X^7 + \dots + a_0 = 0. \tag{16}$$

여기서, a_8, a_7, \dots, a_0 는 상수이다. X 의 범위는 $-1 \leq X \leq 1$ 이고, 회전각 w 는 $0 < w \leq 2\pi$ 의 범위를 가진다.

식 (16)은 회전각 $0 < w \leq 2\pi$ 의 원호에 대해 X 의 해가 최대 8개 존재함을 의미한다. 그런데 토러스는 xy -평면에 대해 대칭이고, zx -평면에서 $0 < w \leq 2\pi$ 범위의 원호는 x -축에 대해 대칭이므로 토러스 궤적면도 xy -평면에 대칭이다. 토러스 궤적면의 대칭성에 의해 $0 < w \leq 2\pi$ 범위의 원호를 $-\pi/2 < w < \pi/2$ 와 $\pi/2 < w < 3\pi/2$ 범위의 두 원호로 나눌 수 있다. 주어진 Z-맵 벡터가 $-\pi/2 < w < \pi/2$ 범위의 궤적면과 교차하면, 이 벡터는 역시 $\pi/2 < w < 3\pi/2$ 범위의 궤적면과도 교차한다. 따라서 $-\pi/2 < w < \pi/2$ 범위에서 식 (16)을 만족하는 X 는 최대 4개 존재한다. 또한, 토러스 곡면은 yz -평면에 대해 대칭이고, zx -평면에서 $-\pi/2 < w < \pi/2$ 범위의 원호는 z -축에 대칭이므로, 토러스 궤적면도 yz -평면에 대칭이다. 이제 $0 < w < \pi/2$ 범위의 원호에 대해서만 생각할 수 있고, 이 구간에서도 식 (16)을 만족하는 X 의 해는 많아야 4개 존재한다. 토러스의 모든 매개변수 범위에 대해 X 의 해는 많아야 4개 존재함을 보인 후, Fig. 4의 음영 M 영역에 대해서 오직 하나의 해가 존재함을 보이겠다.

식 (16)은 식 (7)로부터 유도되므로 식 (16)의 해는 식 (7)의 조건을 만족해야 한다. X_0 가 식 (16)의 한 해가 되기 위해서는 식 (7)의 조건, $\cos\phi\cos\theta\cos w - \sin\phi\sin w < 0$ 을 만족해야 한다. 즉 $\cos\phi\cos\theta\cos w$ 의 값과 $-\sin\phi\sin w$ 의 값의 부호가 달라야 한다. 회전각이 $0 < w < \pi/2$ 일 때, $\cos w > 0$, $\sin w > 0$ 이므로 식 (7)의 필요조건을 만족하는 ϕ 의 사인과 코사인, θ 의 코사인 값의 조합은 다음과 같이 네 가지 경우가 존재한다: 1) $\cos\phi > 0$, $\sin\phi > 0$, $\cos\theta > 0$ 인 경우, 2) $\cos\phi > 0$, $\sin\phi < 0$, $\cos\theta < 0$ 인 경우, 3) $\cos\phi < 0$, $\sin\phi < 0$, $\cos\theta > 0$ 인 경우, 4) $\cos\phi < 0$, $\sin\phi > 0$, $\cos\theta < 0$. 이것은 4개의 토러스 매개변수 영역에서 식 (16)의 X 의 해가 존재함을 의미한다. 따라서 Fig. 4의 음영 M 부분, 즉 매개변수 범위 $3\pi/2 < \phi < 2\pi$, $\pi/2 < \theta < 3\pi/2$ 에서는 X 의 해는 오직 하나이고, 결과적으로 성질 2가 성립한다. 구간 $-\pi/2 < w < 0$ 에 대해서도 같은 방법으로 성질 2가 성립함을 보일 수 있다.

5. 구현 알고리즘

앞절에서 공구 궤적면을 이용하여 효과적으로 Z-맵

벡터를 갱신할 수 있음을 보았다. 이제, 불필요한 처리를 피하기 위해 갱신될 Z-맵 벡터의 영역을 구분하는 문제를 다루고자 한다. Fig. 8에서 보는바와 같이 이 영역은 왼쪽과 오른쪽에 원을 포함하는 사각형 영역이다. 이 영역은 반지름 r 인 원이 식 (2)에 주어진 경로를 따라 이동할 때 형성되는 평면상의 궤적으로부터 계산된다. zx -평면에서 원호운동은 xy -평면에서 직선운동하므로 사각형은 대각선 좌표, $(R\sin 2\pi t_s, -r)$ 과 $(R\sin 2\pi t_e, r)$ 로 표현되고, 반지름 r 인 원은 $(R\sin 2\pi t_s, 0)$ 와 $(R\sin 2\pi t_e, 0)$ 에 위치한다.

3절에서 살펴본 바와 같이, 격자점 (\bar{x}, \bar{y}) 가 A' , B' , 그리고 C' 에 포함될 때 각각 시간 t_s 에서 $\mathbf{p}(u, v; t_s)$ 와, 시간 $t_s < t < t_e$ 에서 $\mathbf{p}(u, v; t)$ 와, 그리고 시간 t_e 에서 $\mathbf{p}(u, v; t_e)$ 와 교점이 계산된다. 그리고 실루엣 조건

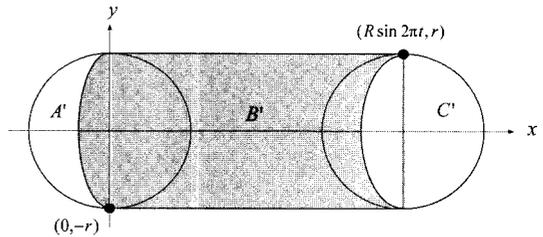


Fig. 8. 이동 궤적면의 투영 이미지.

```

procedure Z-map update begin
  foreach tool movement begin
    calculate the areas  $A'$ ,  $B'$  and  $C'$ 
    (* update for area  $A'$  *)
    foreach point  $\mathbf{p} = (\bar{x}, \bar{y})$  in area  $A'$  begin
      calculate  $\bar{z} = p_z(\phi, \theta, t_s)$ 
      update the Z-map vector using  $\bar{z}$ 
    end
    (* update for area  $C'$  *)
    foreach point  $\mathbf{p} = (\bar{x}, \bar{y})$  in area  $C'$  begin
      calculate  $\bar{z} = p_z(\phi, \theta, t_e)$ 
      update the Z-map vector using  $\bar{z}$ 
    end
    (* update for area  $B'$  *)
    foreach point  $\mathbf{p} = (\bar{x}, \bar{y})$  in area  $B'$  begin
      calculate  $[t_{min}, t_{max}]$ 
       $t_{new} = \text{getIntersectionTime}([t_{min}, t_{max}])$ 
      calculate  $\phi$  and  $\theta$  at  $t_{new}$ 
      calculate  $\bar{z} = p_z(\phi, \theta, t)$ 
      update the Z-map vector using  $\bar{z}$ 
    end
  end
end procedure
  
```

Fig. 9. 제안하는 방법의 Z-맵 갱신 절차.

$\overline{SC}(t)$ 을 이용하면 격자점 (\bar{x}, \bar{y}) 의 영역을 다음과 같이 결정할 수 있다.

$$\begin{aligned} (\bar{x}, \bar{y}) \in A', & \text{ if } \overline{SC}(t_s) < 0 \text{ at } (\bar{x}, \bar{y}) \\ (\bar{x}, \bar{y}) \in B', & \text{ if } \overline{SC}(t_s) > 0 \text{ and } \overline{SC}(t_e) < 0 \\ & \text{ at } (\bar{x}, \bar{y}), \text{ and} \\ (\bar{x}, \bar{y}) \in C', & \text{ if } \overline{SC}(t_e) > 0 \text{ at } (\bar{x}, \bar{y}). \end{aligned}$$

여기서 시간 t_s 와 t_e 에서 실루엣 곡선의 모양이 다를 수 유의해야 한다.

Fig. 9는 전체적인 Z-맵 갱신과정을 보여준다. 격자점 (\bar{x}, \bar{y}) 이 A' 영역과 B' 영역에 포함될 때, 각각 $\mathbf{p}(\phi, \theta, t_s)$ 와 $\mathbf{p}(\phi, \theta, t_e)$ 와 교점 계산이 이루어진다. 영역 B'에 포함되는 격자점에 대해서는 비선형 방정식 $\overline{SC}(t)$ 으로 표현되는 제적면과 교차점이 계산된다. 이 함수는 구간 $[t_{min}, t_{max}]$ 에서 반드시 단일해를 가지므로 수치 해석적 방법으로 효과적으로 해를 계산할 수 있다. 함수 $getIntersectionTime(t)$ 는 하나의 격자점에 대해 교차시간 t 를 계산한다. 해를 계산하기 위해 Newton방법을 사용할 수도 있으나, $\overline{SC}(t) = 0$ 와 $\overline{SC}(t) = 0$ 의 1차 도함수는 매우 복잡하여 실제 구현하기는 곤란하다^[24]. Fig. 10은 실루엣 조건을 이용한 이분법 알고리즘을 보여준다. 이분법은 허용오차 ϵ 에 대해, $|\overline{SC}(t)| < \epsilon$ 조건이 만족될 때까지 반복적으로 중간 해를 계산한다. 따라서, 제안하는 방법은 임의로 ϵ 값을 지정함으로써 최종 해의 정밀도를 제어할 수 있다.

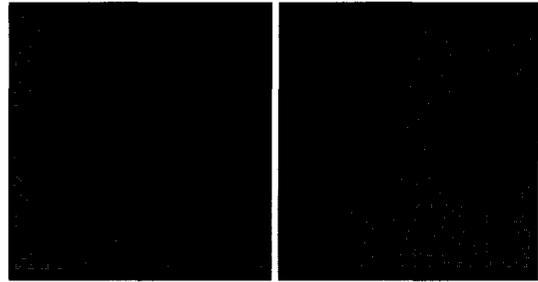
6. 실험 결과

Fig. 11은 TV 모니터 케이스의 금형(mould)을 그

```

function getIntersectionTime( $t_{min}, t_{max}$ ) begin
input: the initial time interval [ $t_{min}, t_{max}$ ]
output: the intersection time
do
 $t_{new} = \frac{t_{min} + t_{max}}{2}$ 
calculate  $\overline{SC}(t_{new})$ 
if  $\overline{SC}(t_{new}) > 0$  then  $t_{min} = t_{new}$ 
else if  $\overline{SC}(t_{new}) < 0$  then  $t_{max} = t_{new}$ 
while  $|\overline{SC}(t_{new})| > \epsilon$ 
return  $t_{new}$ 
end function
    
```

Fig. 10. 실루엣 조건을 이용한 이분법 알고리즘.

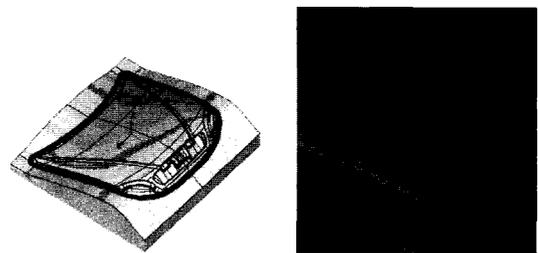


(a) TV 모니터 금형의 전체 가공 결과 (b) 원호 경보에 의한 (a)의 측면면 가공 결과

Fig. 11. TV 모니터 금형의 모의가공 결과.

래픽 시뮬레이션한 결과를 보여준다. 이 실험은 400 Mhz Pentium II에서 C++ 프로그래밍 언어와 Open Inventor를 이용하여 구현되었으며^[24,25]. 실험에서는 FANUC사의 G-코드로 표현된 NC 프로그램을 사용하였다^[18]. 피질삭체의 크기는 600 mm×600 mm×364 mm이고, Z-맵의 해상도는 1.0 mm이다. Fig. 11(a)는 총 7,582개의 직선 G-코드와 원호 G-코드를 포함하는 NC 프로그램을, Fig. 11(b)는 Fig. 12(a)의 측면면으로 1,845개의 원호 G-코드만으로 이루어진 NC 프로그램을 각각 시뮬레이션한 결과이다. 시뮬레이션에서는 직경이 25.0 mm이고, 라운드 반경이 1.4 mm인 필렛 엔드밀을 사용하였다.

Fig. 12는 자동차 후드의 CAD 모델과 시뮬레이션한 결과를 보여준다. 시뮬레이션에서 사용한 NC 프로그램은 5,212개의 직선 G-코드와 7,893개의 원호 G-코드로 구성된다. 이 NC 프로그램은 148,988개의 직선 G-코드로 구성된 NC 프로그램을 오차범위 0.01 mm에서 원호 G-코드로 변환한 것이다. 피질삭체의 크기는 1800 mm×1800 mm×600 mm이고, Z-맵의 해상도는 2.0 mm이다. 그리고 직경이 50.0 mm이고, 라운드 반경이 10.0 mm인 필렛 엔드밀을 사용하였다.



(a) 자동차 후드의 CAD 모델 (b) 자동차 후드 금형 모의가공 결과

Fig. 12. 자동차 후드 금형의 모의가공 결과.

Table 1. TV 모니터의 가공 데이터

허용오차		직선 운동				원호 운동			
		10^{-2}	10^{-3}	10^{-4}	10^{-5}	10^{-2}	10^{-3}	10^{-4}	10^{-5}
경로수	직선	14,994				5,737			
	원호	해당사항 없음				1,845			
B영역 Z-맵 벡터수		666,722				664,240			
반복회수		48×10^5	70×10^5	92×10^5	115×10^5	39×10^5	60×10^5	82×10^5	105×10^5
평균 반복회수		7.29	10.55	13.84	17.26	5.90	9.13	12.44	15.80
계산시간		30.04	31.74	33.25	34.86	17.67	19.62	21.52	23.60
최소오차		0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
최대오차		1.0×10^{-2}	1.0×10^{-3}	1.0×10^{-4}	1.0×10^{-5}	1.0×10^{-2}	1.0×10^{-3}	1.0×10^{-4}	1.0×10^{-5}

Table 2. 자동차 후드의 가공 데이터

허용오차		직선 운동				원호 운동			
		10^{-2}	10^{-3}	10^{-4}	10^{-5}	10^{-2}	10^{-3}	10^{-4}	10^{-5}
경로수	직선	148,988				5,212			
	원호	해당사항 없음				7,893			
B영역 Z-맵 벡터수		10,009,695				9,424,506			
반복회수		87×10^6	118×10^6	148×10^6	179×10^6	64×10^6	92×10^6	120×10^6	150×10^6
평균 반복회수		8.69	11.76	14.76	17.93	6.77	9.77	12.77	15.88
계산시간		621.73	644.79	666.85	690.27	135.47	158.67	181.90	206.25
최소오차		0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
최대오차		1.0×10^{-2}	1.0×10^{-3}	1.0×10^{-4}	1.0×10^{-5}	1.0×10^{-2}	1.0×10^{-3}	1.0×10^{-4}	1.0×10^{-5}

Table 1과 2는 Fig. 11의 TV 모니터와 Fig. 12의 자동차 후드 모델에 대해 각각 직선경로와 원호경로로 시뮬레이션하고, 정밀도와 계산시간 측면에서 비교한 것이다. 정밀도는 식 (11)의 $\overline{\Sigma X}(\tau) = 0$ 의 편차이며, 계산시간은 CPU시간이다. Table 1에서 보는 바와같이 TV 모니터 금형의 경우, 직선경로는 원호경로 경로에 비해 코드 수가 약 2배 많고, 계산시간도 3배정도 더 걸린다. Table 2는 자동차 후드 금형의 경우, 직선경로가 원호경로보다 약 10배 정도 G-코드 수가 많고, 가공시간은 약 4배 정도 더 걸린다. 따라서 원호경로를 직접 검증하는 것이 효과적이고, 제안하는 방법은 원호경로를 검증하는데 효과적임을 알 수 있다. 또한 수치해법을 사용하므로 정밀도를 제어할 수 있으며, 이전 연구에서 보듯이 근의 공식을 이용하는 방법과 비슷한 속도로 검증을 수행할 수 있다¹⁰⁾.

7. 결 론

본 논문에서는 원호운동하는 필렛 엔드밀의 궤적면과 Z-맵 벡터의 효과적인 교점 계산방법을 제안하였

다. 필렛 엔드밀의 궤적면과 Z-맵 벡터의 교점은 단일 변수의 비선형 방정식으로 표현할 수 있다. 본 논문에서는 단일 변수 교점 방정식이 해를 갖는 구간을 계산하고, 그 구간에서 단일해가 존재하는 성질을 분석하였다.

이러한 특성을 수치해석 방법에 적용할 때, 효과적으로 최적해를 계산할 수 있고, 임의의 허용 오차범위 이내로 정밀도를 제어할 수 있다. 제안된 방법을 이분법으로 구현하고, 각각 직선경로와 원호경로에 대해 시뮬레이션 한 결과를 계산속도와 정밀도 측면에서 비교하였다. 결과적으로, 원호경로가 직선경로보다 시뮬레이션 속도가 빠름을 알 수 있다. 따라서 원호경로를 직접 시뮬레이션하는 것이 효과적이다. 실험에서는 균일한 격자점의 Z-맵을 사용하였으나, Drysdale¹⁰⁾의 방법과 같이 비균일 Z-맵을 사용할 수 있고 경사면 가공에서 정밀한 검증이 가능하다.

감사의 글

본 논문의 실험 데이터를 제공해준 한국과학기술원 CAM Lab.의 고기훈씨께 감사드립니다.

참고문헌

1. Wang, W. P. and Wang, K. K., "Geometric Modeling for Swept Volume of Moving Solids," *IEEE Computer Graphics and Applications*, Vol. 6, No. 12, pp. 8-17, 1986.
2. T. Van Hook, "Real-time Shaded NC Milling Display," *SIGGRAPH'86 Proceedings*, Vol. 20, No. 4, pp. 15-20, 1986.
3. Jerard, R. B., Hussaini, S. Z., Drysdale, R. L. and Schaudt, B., "Approximate Methods for Simulation and Verification of Numerically Controlled Machining Programs," *The Visual Computer*, Vol. 5, pp. 329-348, 1989.
4. Oliver, J. H. and Goodman, E. D., "Direct Dimensional NC Verification," *Computer-Aided Design*, Vol. 22, No. 1, pp. 3-10, 1990.
5. Huang, Y. and Oliver, J. H., "Integrated Simulation, Error Assessment, and Tool Path Correction for Five-Axis NC Milling," *Journal of Manufacturing Systems*, Vol. 14, No. 5, pp. 331-344, 1995.
6. see "http://www.lightworkdesign.com/products/machineworks/mw/dl/MW_2001_update.pdf"
7. Hunt, W. A. and Voelcker, H. B., "An Exploratory Study of Automatic Verification of Programs for Numerically Controlled Machine Tools," Production Automation Project, Tech. Memo No.34, University of Rochester, 1982.
8. Byoung K Choi, Dae H Kim and Robert B Jerard, "C-space Approach to Tool Path Generation for Die and Mould Machining," *Computer-Aided Design*, Vol. 29, No. 9, pp. 657-669, 1997.
9. Hsu, P. L. and Yang, W. T., "Realtime 3D Simulation of 3-axis Milling using Isometric Projection," *Computer-Aided Design*, Vol. 25, No. 4, pp. 215-224, 1993.
10. Choi, B. K., Chung, Y. C. and Park, J. W., "Application and Extension of Z-map Model," *Proceedings of the Third Pacific Conference on Computer Graphics and Applications, Pacific Graphics '95*, pp. 363-382, 1995.
11. Choi, B. K. and Kim, Bo H., "Die-cavity Pocketing Via Cutting Simulation," *Computer-Aided Design*, Vol. 29, No. 12, pp. 837-846, 1997.
12. Choi, B. K. and Jerard, R. B., "Computer-Aided Machining - the Z-map Way," Kluwer Academic Publisher, Dordrecht, The Netherlands, 1998.
13. CG Impact Task Force Report, "Application Challenges to Computational Geometry," Technical Report TR-521-96, Princeton University, 1996, available in <http://www.cs.princeton.edu/~chazelle/taskforce/Cgreport.ps.Z>.
14. Chappel, I. T., "The Use of Vectors to Simulate Material Removed by Numerically Controlled Milling," *Computer-Aided Design*, Vol. 15, No. 3, pp. 156-158, 1983.
15. Yun C. Chung, Jung W. Park, Hayong Shin and Byoung. K. Choi, "Modeling the Surfaces Swept by a Generalized Cutter for NC Verification," *Computer-Aided Design*, Vol. 30, No. 8, pp. 587-594, 1998.
16. Ashish P. Narvekar, Yunching Huang and James H. Oliver, "Intersection of Rays with Parametric Envelope Surfaces Representinf Five-axis NC Milling Tool Swept Volumes," *Proceedings of ASME Advances in Design Automation*, D.A. Hochtzel, ed. Vol. 2 pp. 223-230, 1992.
17. D. Roth, S. Bedi, F. Ismail and S. Mann, "Surface Swept by a Toroidal Cutter During 5-axis Machining," *Computer-Aided Design*, Vol. 33, pp. 57-63, 2001.
18. Choi, B. K., Chun, C. S., Yoo, W. S., Pyun, Y. S. and Chung, Y. C., *CAD/CAM Systems and CNC Machining*, SciTech, Seoul, Korea, 2002.
19. Chai, O. H., Wong, Y. S. and Poo, A. N., "An Interpolation Scheme for Tool-radius Compensated Parabolic Paths for CNS," *IIE Transactions*, Vol. 28, pp. 11-17, 1996.
20. Press, W. H., Teukolsky, S. A., Vetterling, W. T. and Flannery, B. P., *Numerical Recipes in C*, Cambridge University Press, 1992.
21. Maeng, S. R., Back, N. H., Shin, S. Y. and Choi, B. K., "A Fast Z-map update Method for Linearly Moving Tools," *Computer-Aided Design*, to be published.
22. Chang, CH and Melkanoff, MA., *NC Machining Programming and Software Design*, New York: Prentice Hall, 1989.
23. Manfredo P. Do Carmo, *Differential Geometry of Curves and Surfaces*, Prentice-Hall, 1976.
24. B. Stroustrup, *The C++ Programming Language*, Addison-Wesley, 1986.
25. J. Wernecke, *The Inventor Mentor*, Addison-Wesley, 1994.
26. R. L. Drysdale, III, R. B. Jerard, B. Schaudt and K. Hauck, "Discrete Simulation of NC Machining," *Algorithmica*, Vol. 4, pp. 33-60, 1989.

부 록

공구가 지역 좌표계에서 xy -평면의 원점을 중심으로 반지름 R 인 원호를 따라 운동한다고 하자. 공구가 2π 만큼 회전하는 시간을 정규화하면, 시간 $t \in [0, 1]$ 에서 공구의 위치는 다음과 같이 백터 함수로 표현할 수 있다.

$$\mathbf{m}(t) = (R\cos\omega t, R\sin\omega t, 0), \text{ for } t \in [0, 1] \quad (\text{A1})$$

식 (1)로 표현되는 도러스 곡면이 식 (A1)의 경로를 따라 이동할 때, 궤적면과 Z-맵 벡터의 교점 $(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z})$ 은 아래의 관계식들을 만족한다.

$$\bar{x} = (a + b\cos\phi)\cos\theta + R\cos 2\pi t \quad (A2)$$

$$\bar{y} = (a + b\cos\phi)\sin\theta + R\sin 2\pi t \quad (A3)$$

$$SC(\phi, \theta, t) = \cos\theta\sin\omega t + \sin\theta\cos\omega t = 0. \quad (A4)$$

여기서, \bar{x} 와 \bar{y} 는 Z-맵 벡터의 x-좌표와 y-좌표로서 상수이다. 식 (A2), (A3) 그리고 (A4)로부터 ϕ , θ 와 t 를 계산하고 다음 식에 대입하여 교점의 z-좌표를 계산할 수 있다.

$$\bar{z} = b\sin\phi. \quad (A5)$$

식 (A4)로부터

$$2\pi t = -\theta$$

이므로, 식 (A2)와 (A3)는 다음과 같이 다시 쓸 수 있다.

$$\bar{x} = (a + b\cos\phi)\cos\theta + R\cos\theta \quad (A6)$$

$$\bar{y} = -(a + b\cos\phi)\sin\theta - R\sin\theta. \quad (A7)$$

위 식으로부터,

$$\cos\phi = \frac{\sqrt{\bar{x}^2 + \bar{y}^2} - (R+a)}{b}$$

이다. 최종적으로 $\sin\phi$ 와 \bar{z} 값을 계산할 수 있다.



맹 승 렬

1984년 충남대학교 자연과학대학 전산학과 학사
 1986년 충남대학교 대학원 전산학과 석사
 2002년~ 한국과학기술원 박사과정
 1992년~ 공주대학교 영상정보공학부 부교수
 관심분야: NC 시뮬레이션, 컴퓨터그래픽스



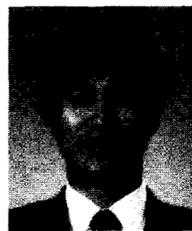
백 낙 훈

1990년 한국과학기술원 선산학과 학사
 1992년 한국과학기술원 전산학과 석사
 1997년 한국과학기술원 전산학과 박사
 2002년~KOG 연구원
 관심분야: 실시간 렌더링, NC시뮬레이션, 계산기하학



신 성 용

1970년 한양대학교 산업공학과 학사
 1983년 Michigan대학교 산업공학과 석사
 1986년 Michigan대학교 산업공학과 박사
 1987년~ 한국과학기술원 전자.전산학과 교수
 관심분야: 성능기반 애니메이션, 실시간 렌더링, 충돌검사



최 병 규

1973년 서울대학교 산업공학과 학사
 1975년 한국과학기술원 산업공학과 석사
 1982년 Purdue대학교 산업공학과 박사
 1983년~ 한국과학기술원 산업공학과 교수
 관심분야: 가상 제조시스템, 자유곡면 모델링, CAPP