

모델 축소법을 이용한 타이어 인터페이싱 개발

임문수*, 김영배**, 조규종***, 정광영****

A Development of the Tire Interfacing Using the Reduction Method

Lim, M. S.*, Kim, Y. B.**, Cho, K. Z.*** and Jeong, K. Y.****

ABSTRACT

In order to develop the reduced tire modal model for analyzing a full tire model, the Craig-Bampton method is utilized in this paper. When the tire contacts the road, the Abaqus solver extracts the condensed stiffness, coupled mass and mode shape matrix about the node, which contacts the road. The Abaqus full tire model is reduced using the substructure method utilizing Craig-Bampton algorithm. Then, the extracted matrices are interfaced with the superelement, which is fed to the Nastran reduction algorithm. Eventually, the reduced tire model is verified from experiment and various reduction parameters (i.e. modal number, reduction point, etc.) are studied for the effectiveness of the proposed paper.

Key words : Tire, Tyre(타이어), Reduction(축소), Craig-Bampton Method, Guyan Reduction(가이언 축소법), Component Mode Reduction(부분 모드 축소), Substructure, Superelement, Interfacing

1. 서 론

최근 차량의 고급화, 성능화에 따른 사용자들의 요구사항은 차량 메이커들의 꾸준한 차량 생산 기술의 향상과 연구 노력에도 불구하고 점점 더 가속화되고 있다. 현대사회에서 자동차는 움직이는 생활공간으로서 역할이 증대되고 있으며 이는 상품성 특히 차량의 정숙성과 안정성에 대한 즉 소음, 진동에 대한 사용자들의 반응이 민감하게 나타나게 되며 판매량과도 직결되고 있는 실정이다. 일반적으로 주행중인 차량의 주 소음, 진동원은 차량을 구성하고 있는 부품별로 차이가 있지만 엔진이 주된 것이며, 차량과 노면 사이에서 발생하는 것들 또한 주된 원인으로 차지하고 있다. 이중 엔진에 관련된 사항은 엔진 자체에 관련된 것과 흡, 배기계 등 주변 부품들에 대한 소음, 진동 Tuning기술이 많이 Level-Up이 되어 있는 상황이며 노면과 차량에 관련된 Tire 소음, 진동은 상대적으로 약간 뒤떨어져 있는 실정이다. 노면과 차량을 직접적

으로 연결시켜 주는 Tire에 대한 연구는 차량 Maker에서 많이 다루지 못하고 있으며 단지 실험자들에 의한 Feeling평가에 의존하고 있다.

따라서 Tire에 의해 발생하는 여러 가지 형태의 소음, 진동 현상에 대해 좀더 정확하게 정리할 필요가 있으며 이를 바탕으로 Tire 자체 설계변경을 통해 소음, 진동변화 추이를 해석적, 실험적으로 수행해야 할 것이다. 이에 따라 Tire에 의한 정숙성 및 안정성 그리고 소음, 진동을 시뮬레이션 기법을 통해 설계 단계에서부터 해석적으로 검토해 보기 위해서는, Tire 해석 모델의 정확한 개발과 실 Tire의 성능실험을 통해 해석 모델의 신뢰성을 구축하는 것이 우선 과제이다. 또한 국내에서는 Tire 자체 해석을 위한 30,000개 이상의 Node를 지닌 유한 요소용 FE Tire모델은 있지만, Virtual Vehicle에 인터페이싱 시킬 수 있는 축소된 Tire모델은 현재까지 연구되어 있지 않은 상황이다. 축소 기법에 대한 방법들, 예를 들어 Guyan Reduction, CMS(Component Mode Synthesis), Submodeling 등 다양한 방법들 및 적용 사례들이 제시되어 있지만 복합체로 구성되어 있는 Tire에 대해서는 국내외로 많이 진전되어 있지 않은 실정이다. 따라서 본 연구에서는, 첫째, Tire FEM 해석 모델을 개발하고, 둘째, 실 Tire의 정칙해석을 통해 FEM 해석 모델에 대해 검증은 하고,

*전남대 기계공학과(원)

**장희원, 전남대 기계공학과

***전남대 기계공학과

****공주대 기계공학과

- 논문투고일: 2002. 10. 09

- 심사완료일: 2003. 04. 23

셋째, Tire 해석 결과와 Modal Analysis를 이용한 실험 결과와의 비교, 검증을 수행하고자 한다. 그러기 위해서는 해석된 Tire 모델을 축소화 시키는 방법과 축소화된 모델을 서스펜션(휠)에 인터페이스링 시키는 방법을 중점적으로 개발한다.

2. 연구 내용 및 방법

2.1 모델 축소 방법

Tire 모델의 축소방법으로서 1965년 Robert Guyan 이 AIAA Journal에 발표한 Guyan Reduction법을 사용하였다^[1]. Tire 모델은 총 엘리먼트 숫자가 30000 개 이상 되는 대형 모델이므로 Tire의 NVH특성을 추출하기 위해서는 Reduction이 필수적이다. 본 연구에서는 Guyan Reduction법을 사용하여 Tire 모델을 축소하였다. ABAQUS에 축소된 모델을 사용하기 위하여 Retained Nodal DOFs 함수를 사용하였다.

Guyan Reduction의 일반적 FEM의 식은 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} K_{oo} & K_{ao} \\ K_{oa} & K_{aa} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} U_o \\ U_a \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} P_o \\ P_a \end{Bmatrix} \quad (1)$$

여기서 subscript "a"는 축소해서 kept될 노드를 의미하고 "o"는 축소되어서 없어질 노드를 의미한다. 여기서 외력 $P_o=0$ 이므로, $U_o = -K_{oo}^{-1}K_{oa}U_a$ 가 되고 위의 식은 다음과 같이 쓸 수 있게 된다.

$$\begin{Bmatrix} U_o \\ U_a \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & \\ -K_{oo} & K_{oa} \\ & I_{aa} \end{bmatrix} U_a \quad (2)$$

따라서 천이 행렬 T_{Guyan} 은 다음과 같이 정의 된다.

$$T_{Guyan} = \begin{bmatrix} -1 & \\ -K_{oo} & K_{oa} \\ & I_{aa} \end{bmatrix} \quad (3)$$

위 식에서 축소된 모델을 사용할 수 있다. 단, 여기서 U_a 의 노드 개수는 축소될 노드의 개수와 일치시킨다.

2.2 인터페이스링

축소된 Tire 모델과 사시의 일부분인 휠과의 인터페이스링을 위해서 Craig-Bampton 방법 중 하나인 Substructure 기법을 사용하였다^[2]. 1968년 Roy R. Craig Jr. and Mervyn C. C. Bampton이 AIAA

Journal에 발표한 Craig-Bampton Method는 Guyan Method와 같이 모델 축소를 시킬 수 있을 뿐 아니라, 경계 점의 모드를 포함시켜 축소 시키므로 훨씬 효과적이다. 이 방법은 ABAQUS에서 Substructure의 개념으로 사용된다. Tire 인터페이스링을 위해서는 모델 축소뿐 아니라 각 Part별로 결합시켜 전체 결합된 모델의 해석이 가능해야 하므로 본 연구에서는 Substructure 기법을 이용하였다. Tire의 고유진동수는 NVH와 밀접한 관계가 있으므로, 본 substructuring 방법을 이용하여 자동차 서스펜션부와 인터페이스링시켜 모드 정보를 전달 시킬 수 있는 장점이 있다.

댐핑을 무시한 Tire의 모델을 다음과 같이 표현한다고 하면,

$$[M_{AA}]\{\dot{u}_A\} + [K_{AA}]\{u_A\} = \{F(t)\} \quad (4)$$

단, 여기서 $[M_{AA}]$, $[K_{AA}]$ 는 각각 질량과 강성 행렬을 의미하며, $\{u_A\}$ 는 각 노드 점에서의 변위 $\{F(t)\}$ 는 각 노드 점에서 외력을 의미한다.

Substructuring 방법의 하나인 Craig-Bampton법은 노드 변위를 다음과 같이 둘로 분할시킬 수 있다.

$$\{u_A\} = \begin{Bmatrix} u_b \\ u_L \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} I & 0 \\ \phi_R & \phi_L \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_b \\ q \end{Bmatrix} \quad (5)$$

여기서 u_b , u_L , ϕ_R , ϕ_L , q 는 각각 경계 점의 변위, 내부 점의 변위, 강체벡터, 모드 벡터와 모드 집을 의미한다. 위의 식 (5)를 식 (4)을 대입한 후 $[\phi_{rB}]$ 를 곱해주어서 정리하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} & \phi_{CB}^T [M_{AA}] \phi_{CB} \begin{Bmatrix} u_b \\ \dot{q} \end{Bmatrix} + \phi_{CB}^T [K_{AA}] \phi_{CB} \begin{Bmatrix} u_b \\ q \end{Bmatrix} \\ & = \phi_{CB}^T \begin{Bmatrix} F_b \\ F_L \end{Bmatrix} \end{aligned} \quad (6)$$

Craig-Bampton 행렬을 다음과 같이 정의하면

$$[M_{CB}] = \phi_{CB}^T [M_{AA}] \phi_{CB} = \begin{bmatrix} M_{bb} & M_{bq} \\ M_{qb} & M_{qq} \end{bmatrix} \quad (7)$$

$$[K_{CB}] = \phi_{CB}^T [K_{AA}] \phi_{CB} = \begin{bmatrix} K_{bb} & 0 \\ 0 & K_{qq} \end{bmatrix} \quad (8)$$

최종적으로 다음 식을 얻을 수 있다.

$$\begin{bmatrix} M_{bb} & M_{bq} \\ M_{qb} & M_{qq} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{u}_b \\ \dot{q} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} K_{bb} & 0 \\ 0 & K_{qq} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_b \\ q \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F_b \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (9)$$

즉, 위의 식에서 전체 reduced 된 DOF는 경계 점

에서의 노드와 보드점을 갖는 것으로 축소됨을 알 수 있다. Tire 모델의 경우 Guyan을 사용하여 1차 축소된 모델을 다시 Criag-Bampton을 사용하여 2차 축소 시점과 동시에 모드 정보를 같이 전달하여 준다.

3. 유한요소법을 이용한 Tire 구조해석

3.1 Tire 모델

본 연구에서 이용되는 Tire로는 승용차용 레이디얼 Tire인 205/60R15을 사용하였다. 총 30840개의 Element와 36361개의 Node로 구성되어 있으며, Rim은 Rigid element인 MPC element로 구성하였다. 동방성 재료인 고무와 직교 이방성 재료인 Cacass Ply, Belt Ply와 같이 Cord와 고무의 복합재료를 구성되었으며, 국내 Tire 회사에서 제공받은 물성치를 입력하였다. 또한, Belt, Ply, Fullcap으로 구성된 복합체의 방향성을 고려하기 위해서 Local Coordinate를 사용하

였다. Tire 모델링은 2D draw에서 Man mesh작업으로 2D mesh를 구성하였으며, Sweep기능을 이용하여 다음 Fig. 1과 같은 Tire 모델을 구성하였다.

3.2 정적 강성 검증

Tire의 연직강성이 작용되어 반경방향의 변형을 일으킬 때와 횡방향의 하중이 작용하여 횡방향의 변형이 일으킬 때의 강성을 우선적으로 검토해 보기 위해 Tire 회사로부터 제공된 물성치를 그대로 입력하여 FEM해석을 수행하였다.

Fig. 2에서는 Tire에 30psi 내압이 가했을 때 최대 변위가 반경방향 및 Bead부위에서 일정하게 발생하는 것을 볼 수 있으며, Fig. 3에서는 Bead부위에서 Shear strain이 최대로 나타남을 알 수 있으며, 한편으로 Belt와 Sidewall 연결부위에서 비교적 큰 전단응력이 발생함을 볼 수 있다.

Fig. 5에서 보인 연직강성의 결과는 Fig. 4의 Force

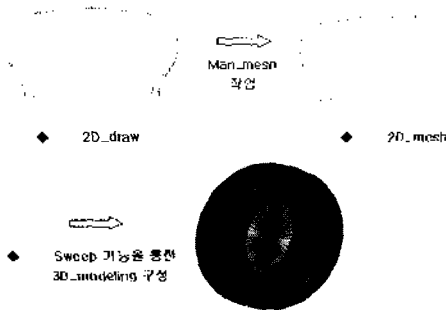


Fig. 1. Tire modeling.

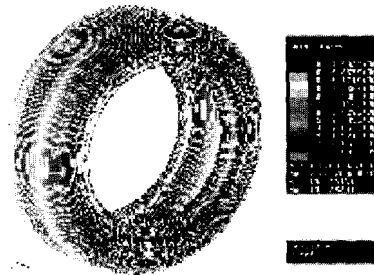


Fig. 2. Max. displacement at inflation (30psi).

Table 1. Material properties of elastomer

Component	E (N/m ²)	C_{10} (N/m ²)	C_{01} (N/m ²)	Density (Kg/m ³)
Apex	1.186E7	1.581E6	0.395E6	2.934
Bead	8.607E9	1.148E9	0.287E9	25.908
Inner	4.137E6	0.552E6	0.138E6	3.072
Side	3.930E6	0.524E6	0.131E6	2.851
Tread	6.895E6	0.919E6	0.230E6	3.017

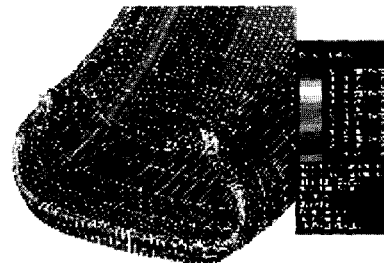


Fig. 3. Max. shear strain at inflation (30psi).

Table 2. Material properties of orthotropic

Component	E_1 (N/m ²)	$E_2=E_3$ (N/m ²)	$\nu_{12}=\nu_{13}$	ν_{23}	$G_{12}=G_{13}$ (N/m ²)	G_{23} (N/m ²)	Ang (°)	Density (Kg/m ³)
Belt 1,2	2.301E10	1.455E7	0.47	0.49	1.793E7	1.648E7	± 21	6.939
Ply 1,2	0.799E9	2.689E7	0.46	0.49	2.130E7	2.130E7	± 90	2.785
Fullcap	0.697E9	5.626E7	0.44	0.49	2.806E7	1.882E7	0	29.59

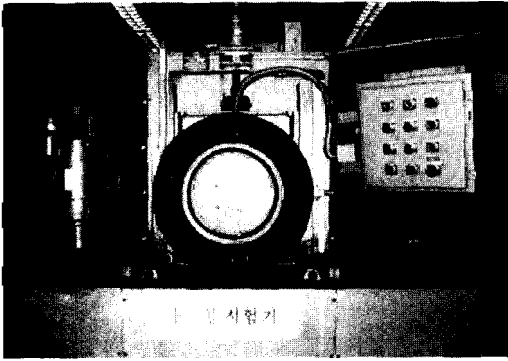


Fig. 4. Force & Moment Experiment System.

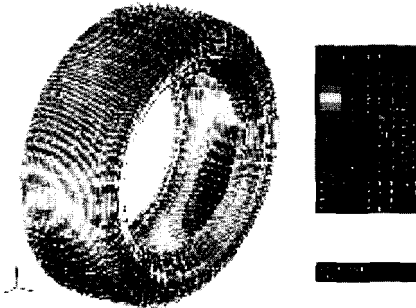


Fig. 5. Max. displacement at vertical load.

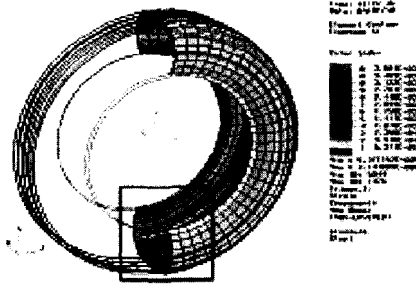


Fig. 6. Max. displacement at lateral load.

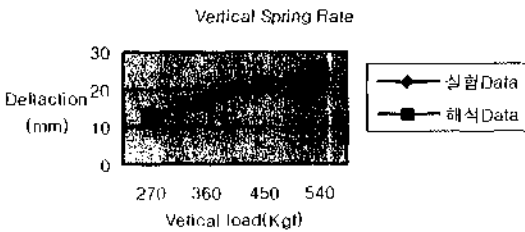


Fig. 7. Vertical spring rate.

& Moment 시험기로부터 측정된 실험치와 비교해 볼 때 Fig. 7에서와 같이 5%이내의 정확도를 나타내었

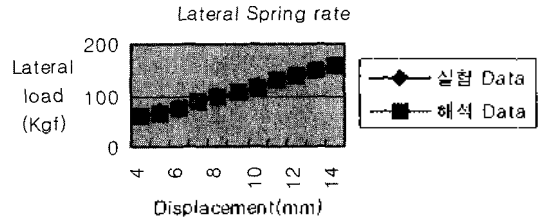


Fig. 8. Lateral spring rate.



Fig. 9. Retained nodal DOFs at modal tire.

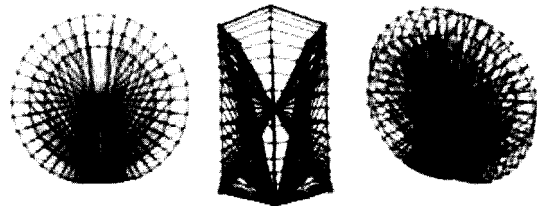


Fig. 10. Modal tire (Reduced Tire Model).

다. 또한 Fig. 8은 횡강성 측정치와 해석결과값을 비교해 본 것인데 3%이내의 정확도를 나타내었다.

4. 유한요소법을 이용한 Tire 동적 해석

4.1 Modal Tire (Guyan Reduction)

Guyan Reduction을 이용한 축소 Tire 모델(Modal Tire) 구성시 축소될 Node인 Retained Nodal DOFs를 뽑아내기 위하여 본 연구에서는 Tread 및 Sidewall 부분에서 Fig. 9에서와 같이 총 411개의 Node를 선정하였다. Fig. 10은 411개의 Retained Nodal DOFs로 이루어진 Modal Tire이다.

4.2 Interfacing (Craig-Bampton Method)

4.2.1 Free 상태에서의 Modal Analysis

우선 내압이 들어가기 전의 Modal Tire model을 검증하기 위하여 내압이 없는 상태에서 ABAQUS의 Substructure기법을 이용하여 Modal Analysis를 하였다.

Table 3은 FE Tire 모델과 보탈 Tire의 모드해석 결과값을 서로 비교해 놓은 Table이다. Table 3에서와 같이 ABAQUS로 FE Tire 모델을 해석한 모드 값과

Table 3. Modal analysis comparisons

Mode. No.	Abaqus	Substructure	Error
1	7.408	7.408	0.00
2	11.097	11.097	0.00
3	11.097	11.097	0.00
4	22.310	22.313	0.01
5	22.310	22.317	0.03
6	22.420	22.423	0.01
7	22.420	22.428	0.04
8	23.186	23.191	0.02
9	23.186	23.192	0.03
10	23.981	24.713	2.96

Table 4. Modal analysis comparisons

Mode. No.	Abaqus	Substructure	Error
1	35.83	34.65	3.31
2	43.47	42.98	1.13
3	44.76	43.13	3.65
4	44.76	43.13	3.65
5	58.04	57.23	1.40
6	58.04	57.23	1.40
7	77.42	75.40	2.62
8	77.42	76.18	1.61
9	77.66	76.20	1.89
10	77.67	79.71	2.64

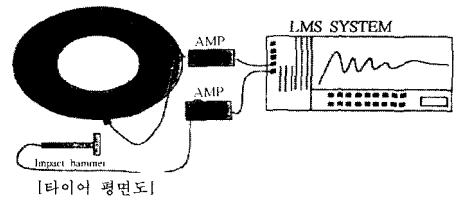
Substructure를 사용하여 해석한 결과값이 고차 모드인 10차를 제외하고는 거의 일치함을 보이고 있다.

4.2.2 Inflation 상태에서의 Modal Analysis

아래의 Table 4는 내압이 들어간 상태에서 FE Tire 모델과 Substructure를 사용한 Modal Tire를 모두 해석한 결과값을 보여주고 있다. Tire 내부에 들어간 상태에서 Retained Nodal DOFs를 외곽부분만 잡아주었기 때문에 위와 같이 좀 더 큰 에러가 발생하지 않았나 한다. 저차 모드나 고차모드에 상관없이 거의 동일한 값을 추출한다는 것을 살펴 볼 수 있다.

4.2.3 Inflation 상태에서의 해석과 실험

위의 Fig. 11은 FRF를 추출하기 위한 Tire 시험 장치를 보여주고 있다. 실험의 정확성을 위해 Radial 방향으로 Sensor를 8지점으로 바꾸어 실험을 하였다. 위의 Table 5에서와 같이 FE해석과 실험간의 에러는 Tire가 비선형적인 물성치를 지닌 복합체로 구성되어 있을 뿐 아니라 댐핑 요소를 고려하지 않았기 때문에



□ 실험조건: 공기압 30 psi

Fig. 11. Tire experiment (FRF Experiment System).

Table 5. Modal analysis & experiment comparisons

Radial Mode No.	주파수(Hz)		Error
	해석	실험	
1	58.01	68.3	15.07%
2	77.67	87.9	11.64%
3	98.43	111.3	11.56%
4	120.6	138.7	13.05%
5	143.6	169.9	15.48%

해석과 실험 비교

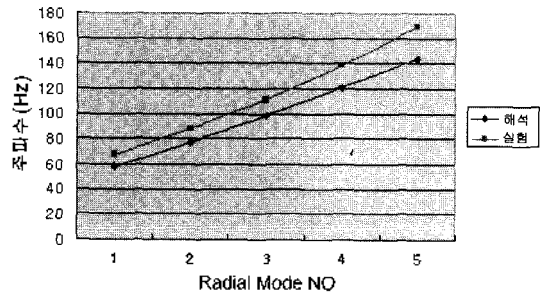


Fig. 12. Frequency comparison at radial mode.

15%내외의 에러가 발생하지 않았나 고려된다.

5. 결 론

본 연구에서는 복합체로 구성된 Tire를 축소시켜 실제 차량에 인터페이스 시키는 기법을 검증하기 위하여 Guyan Reduction 및 Craig-Bampton Method를 사용하였다. 이에 따라 FE Tire Model을 개발하였고, 모델에 대한 검증을 하기 위해 FE Tire 모델과 실제 Tire의 정적해석을 통해 모델의 신뢰성을 검증하였다.

Tire 모델을 축소하기 위해 Guyan Reduction을 통한 모델 축소를 하였고, 전체 차량에 연결되어 해석이 가능하도록 Tire 모델을 대표할 수 있는 축소된 Node set를 뽑아내어 모달 Tire를 구성하였다. Tire가 Inflation이 되었을 때 모드 해석을 통해 FE Tire Model과 Substructure 기법을 통한 모달 Tire의 모드 해석 결과값을 비교함으로써 모달 Tire에 대한 신뢰성을 얻을 수 있었다. 이를 통해 향후 Full-Vehicle 해석 시 Substructure로 구성된 모달 Tire 모델은 유용한 자료로 사용될 수 있을 것이다.

감사의 글

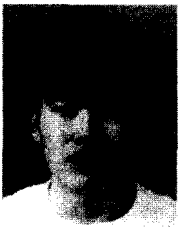
본 논문은 현대자동차(주) 지원으로 수행 되었으며, 실험 데이터를 제공해 준 금호타이어(주), 한국타이어(주)에게 감사를 드립니다.

참고문헌

1. Guyan, R. J., "Reduction of Stiffness and Mass

Matrices." *AIAA Journal*, Vol. 3, No. 2, 1965.

2. Craig Roy R. Jr., Merbvn, C. and Bampton, C., "Coupling of Substructure of Substructure for Dynamic Analysis," *AIAA Journal*, Vol. 6, No. 7, July 1968.
3. Takayama, M. and Yamagishi, K., "Simulation Model of Tire Vibration," *TST*, Vol. 11, Nos. 1-4, January-December, pp. 50-63, 1984.
4. Hibbitt, R., Karlsson, Y. and Sorensen, C., "Sub-Structures and Submodeling with ABAQUS," Seminar Note, pp. L1.2-L7.23, 2001.
5. Friswell, M. I., Garvey, S. D. and Penny, J. E. T., "Model Reduction Using Dynamic and Iterated IRS Techniques," *Journal of Sound and Vibration*, pp. 311-323, 1995.
6. 박석주, "Substructure Synthesis Method using Dynamic Reduction, 한국박용기관학회지, pp. 82-87, 2000.
7. O'Callahna, J. C., "A Procedure for an Improved Reduced System (IRS)," *Proceedings of the 7th International Modal Analysis Conference*, pp. 17-21, February 1992.



임 문 수

2001년 전남대학교 기계공학과 학사
2003년 전남대학교 기계공학과 석사
2003년~현재 전남대학교 자동차설계교육센터 연구원



조 규 종

1974년 전남대학교 기계공학과 학사
1976년 KAIST 기계공학과 석사
1987년 전북대학교 기계공학과 박사
1978년~현재 전남대학교 교수
1999년~현재 전남대학교 기계과 BK21 단장



김 영 배

1980년 서울대학교 기계설계과 학사
1982년 KAIST 기계공학과 석사
1990년 Texas A&M 기계공학과 박사
1993년 삼성종합기술원 연구원
1993년~현재 전남대학교 기계공학부 교수



정 광 영

1980년 서울대학교 기계과 학사
1982년 KAIST 기계공학과 석사
1991년 Univ. of Iowa 기계공학과 박사
1991~1993년 삼성중공업 연구원
1993년~현재 공주대학교 기계공학부 교수