

지반-구조물 상호작용을 고려한 철도 교량하부 말뚝 기초의 내진 안정성 평가

An Evaluation on the Seismic Stability of a Railway Bridge Pile Foundation Considering Soil-Structure Interaction

이기호¹, 신민호²

Ki-Ho Lee, Min-Ho Shin

Keywords : Soil-Structure Interaction, SASSI, Numerical Analysis

Abstract

In this study, the three dimensional pile-soil dynamic interaction analysis of the railway bridge pile foundation was performed using SASSI 2000 program and the applicability of SASSI 2000 about an evaluation of the seismic stability of a pile foundation was examined. The numerical analysis was executed on the two site of actual construction and input properties such as the acceleration of bedrock were estimated by one dimensional seismic response analysis using the Pro-SHAKE.

Consequently, all the piles of the subject of investigation showed that displacement occurred within a permitted limit and the shear force and moment largely occurred at the point where the soil stiffness varied rapidly.

1. 서 론

1999년 8월 17일 발생한 터키 Izmit 지진과 1999년 9월 21일 발생한 대만 921 Chi-Chi 지진은 우리 나라에 지진에 대한 대비를 한층 촉진하는 계기가 되었다. 최근까지 지진에 의한 피해가 심하지 않았던 국내에서는 지진에 대한 대책이나 예측이 매우 미비한 실정이다. 그러나, 구조물이나 사회기반 시설에 대한 내진 대책 계획 및 지침방향이 최근에 수립되는 등 내진에 있어서 초보적인 단계이기는 하지만 내진 대책에 관한 관심이 높아지는 것 또한 최근의 경향이다.

지금까지 대안 설계시 철도 교량하부 말뚝 기초의 내진 안정성 평가를 하고자 하는 시도는 있었으나, 그다지 신뢰할 수 없는 해석 결과를 나타내고 있는 실정이다. 이번 연구는 지반-구조체 동적 상호 작용을

3차원으로 가장 정밀하게 평가할 수 있는 것으로 알려진 SASSI 2000 프로그램을 이용하여, 총 2곳의 실제 시공 사례를 대상으로 철도 교량하부 말뚝 기초의 3차원 말뚝-지반 동적 상호 작용 해석을 실시하고, 철도 교량하부 말뚝 기초 동적 해석에 대한 SASSI 2000의 적용 가능성을 평가하였다.

2. 해석이론

SASSI는 U.C. Berkeley의 J. Lysmer 교수에 의해 개발된 상용 FEM 해석 프로그램이다. 선형탄성해석 이론을 적용하여 주파수 영역에서 해석을 수행하며, 등가선형해석기법을 적용하여 지반의 비선형성을 고려할 수 있다. 또한, 지반과 구조체를 각 부분구조로 나누어 해석한 후 전체시스템의 결과를 구하는 부분구조법을 적용하고 있다.

¹ 정회원, 서울대학교 지구환경시스템공학부, 계약교수

² 정회원, 철도기술연구원 시설연구본부, 본부장

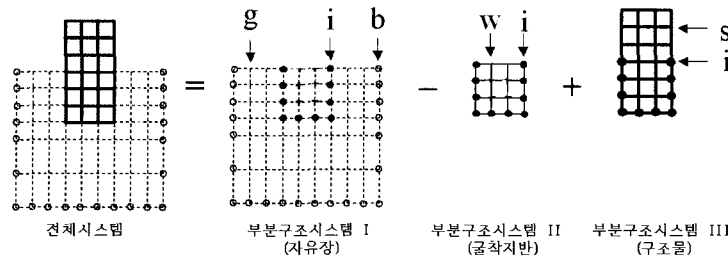


Fig. 1 부분구조제거법의 부분구조시스템

2.1 부분구조법

지반-구조물 상호작용 문제는 집중질량해석법이나 직접법과 같은 동적해석방법으로 해석할 수 있으나, 부분구조법을 사용하여 보다 간단하게 해석할 수 있다. 부분구조법은 선형 지반-구조물 전체 시스템을 몇 개의 좀 더 간단한 부분구조 시스템으로 나눈 다음 각각의 부분구조 시스템을 따로따로 해석하고 해석의 마지막 단계에서 중첩의 원리를 이용하여 그 결과들을 결합하여 지반-구조물 전체 시스템의 해를 구하는 방법이다. 지표면위에 놓인 구조물의 경우 부분구조법은 상대적으로 간단하며, 많은 해석방법들을 이용할 수 있다. 반면 기초가 지반에 근입되어 있는 구조물의 경우 부분구조법은 상당히 복잡해지는데, 이런 문제를 해석하는 방법들은 개념적으로 지반과 구조물 사이의 경계면에서 상호작용을 어떻게 처리하는냐에 따라 4가지 방법 강성경계법, 유연경계법, 유연부피법, 그리고 부분구조제거법으로 나눌 수 있다. 여기에서는 4가지 방법 중 본 해석에 사용한 부분구조제거법에 대해 설명하겠다.

2.2.1 부분구조제거법

부분구조제거법에서는 지반-구조물 전체 시스템을 그림 2와 같이 자유장, 굴착지반, 그리고 구조물의 3개의 부분구조 시스템으로 나눈다. 그러나 부분구조제거법에서 지반-구조물 상호작용은 단지 부분구조 시스템 사이의 공통경계면, 즉 구조물 기초의 경계에서만 일어난다고 가정한다. 그림 1의 지반-구조물 부분구조 시스템에 대한 운동방정식은 다음 식(1)과 같다.

$$[M]\{\hat{U}\} + [K]\{\hat{U}\} = \{\hat{Q}\} \quad (1)$$

여기서, $[M]$ 과 $[K]$ 는 각각 질량행렬과 강성행렬이고, $\{\hat{U}\}$ 는 절점에서의 전체변위벡터, $\{\hat{Q}\}$ 는 외부에서 가해진 동적하중 또는 지진하중에 의한 하중벡터이다. 주파수 ω 에서 조화운동에 대해 하중벡터와 변위벡터는 다음 식(2)~식(3)과 같다고 가정할 수 있다.

$$\{\hat{Q}\} = \{Q\} \exp(i\omega t) \quad (2)$$

$$\{\hat{U}\} = \{U\} \exp(i\omega t) \quad (3)$$

여기서 $\{Q\}$ 와 $\{U\}$ 는 각각 주파수 ω 에서의 복소 외력벡터와 복소변위벡터이다. 따라서 각각의 주파수에 대한 운동방정식은 식(4)와 같이 표현할 수 있다.

$$[C]\{U\} = \{Q\} \quad (4)$$

여기서, $[C]$ 는 주파수에 영향을 받는 복소 동적 강성행렬로 $[C] = [K] - \omega^2[M]$ 이다. 전체 시스템의 운동방정식은 식(5)와 같다.

$$\begin{bmatrix} C_{ii}^{III} - C_{ii}^{II} + X_{ii} & -C_{iw}^{II} & C_{is}^{III} \\ -C_{wi}^{II} & -C_{ww}^{II} & 0 \\ C_{si}^{III} & 0 & C_{ss}^{III} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} U_i \\ U_w \\ U_s \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} X_{ii}U_i \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (5)$$

여기서, 아래첨자 b, i, w, g, s, 그리고 f는 각각 전체 시스템의 경계, 지반과 구조물사이의 경계, 굴착지반내, 자유장의 남은 부분, 구조물의 남은 부분, 그리고 굴착지반전체에서의 절점을 나타내며, 위 첨자 I, II, 그리고 III은 각각 자유장, 굴착지반, 그리고 구조물의 부분구조 시스템을 의미한다. 또한 위 식에서 복소동적강성행렬은 단순히 자유장과 구조물의 동적 강성에서 굴착지반의 질량과 강성을 뺀 것을 의미한

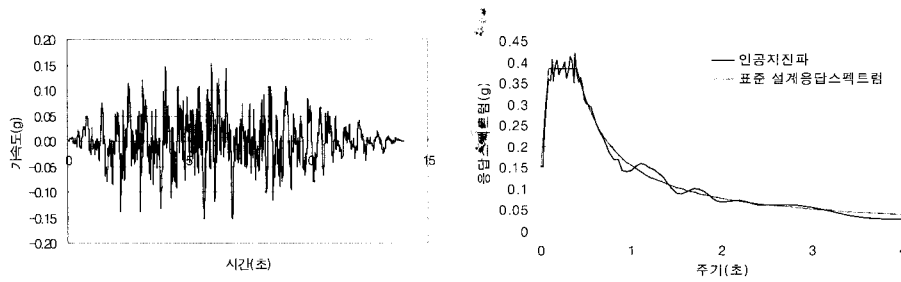


Fig. 2 인공 지진파의 가속도 시간이력 및 표준설계 응답스펙트럼과 인공 지진파의 응답스펙트럼의 비교 (감쇠비 5%)

다. 그리고 $[X_{ff}] = \begin{bmatrix} X_{ii} & X_{iw} \\ X_{wi} & X_{ww} \end{bmatrix}$ 는 임피던스행렬로 자유장 부분구조시스템으로부터 계산할 수 있고,

$(U_i) = \begin{pmatrix} U_i \\ U_w \end{pmatrix}$ 는 자유장 부분구조 시스템의 상호작용 절점에서의 자유장 운동으로부터 계산할 수 있다.

2.2.2 해석 단계

앞에서 구성한 운동방정식을 기초로 지진하중을 받는 지반-구조물 연계 시스템을 지반-구조물 상호작용을 고려하여 주파수 영역에서 해석할 수 있다. 해석 단계는 다음과 같다.

- ① 자유장 해석
자유장 모델에 대한 고유치 문제를 풀어 자유장의 상호작용 절점에서의 자유장 변위, $\{U_i\}$ 를 계산한다.
- ② 임피던스 해석
자유장 모델에서 한 절점에 작용하는 단위조화하중에 의해 상호작용 절점에서 발생하는 동적변위를 계산하여 유연도행렬을 구성한다. 이 유연도행렬로부터 자유장의 상호작용 절점에서의 임피던스행렬, $[X_{ff}]$ 를 계산한다.
- ③ 하중벡터 구성
- ④ 복소 동적강성행렬 구성
- ⑤ 선형운동방정식의 구성 및 계산
부분구조제거법은 식(5)를 이용하여 해를 구한다.

3. 해석단면 및 해석조건

3.1 해석단면

해석단면은 연약층 심도가 깊고, 교각 상부에 작용하는 하중이 커서 내진 안정성을 검토할 필요성이 큰 대표적인 단면 2곳을 선정하였다. 선정된 해석단면은 XX대교 교각 P22 단면, XX교 교대 A2 단면이다.

XX대교 교각 P22의 하부지층은 매립층 하부에 두께 48m의 두꺼운 실트층인 점토층이 존재하며, 풍화암은 약 57m 깊이에 나타난다. 말뚝은 길이가 66m인 강관말뚝이고, 6×7열의 균말뚝으로 시공되어 있다. 교각 상부에 작용하는 하중은 817.16 tonf이다.

XX교 교대 A2의 하부지층은 점토층, 모래층인 자갈 그리고 실트층인 모래층이 혼재하고 있으며, 풍화암은 42m의 깊이에서부터 나타난다. 말뚝은 길이가 42.5m인 강관말뚝이고, 7×3열의 균말뚝으로 시공되어 있다. 교대 상부에 작용하는 하중은 수평력 314.243 tonf, 수직력 891.206 tonf이다.

3.2 설계 지진파 및 해석 조건

본 연구에서는 「항만 및 어항시설의 내진설계표준서(해양수산부, 1999)」에서 제시된 바와 같이 표준설계 응답스펙트럼 기준을 만족하는 인공지진파를 이용하여 해석을 수행하였다. 본 구조물은 지진 I구역인 XX시에 위치하고 지진재현주기 1,000년인 내진 1등급 붕괴방지 수준으로 설계되어야 하므로, 기반암 노두에서 정의되는 최대 설계 가속도 크기는 0.154g이다. 본 과정을 통하여 결정된 설계 지진파는 기반암 노두의 가속도이므로, 동적수치해석의 지반내 기반암 위

치에 적용하기 위해 지진응답해석을 수행하여 기반암에서의 운동으로 바꾸어 해석하였다. 1차원 지진응답 프로그램(Pro-SHAKE)으로 지반조사결과에 기초하여 부지고유의 지진응답해석을 수행한 결과는 표 1과 같이, 지층 내부 기반암에서의 최대 가속도 크기는 0.107g와 0.135g로 나타났다. SASSI 해석에 필요한 기반암 가속도 시간이력과 지반의 입력물성값은 이러한 지진응답해석에서 얻은 결과를 바탕으로 결정하였다.

SASSI 해석에 필요한 지반물성값은 S파와 P파 속도, 포와송비, 탄성계수 그리고 지반감쇠비 등이 있고, 말뚝의 입력물성값은 말뚝의 휨강성, 단면적 그리고 단위중량 등이 있다. 지반 물성값은 1차원 지진응답해석을 통해 구했으며, 말뚝의 입력 물성값은 현장 데이터를 이용하여 구하였다.

Table 1 기반암가속도(입력지진가속도)의 최대크기

단면	최대가속도(g)	
	노두	기반암
XX대교 P22	0.154	0.135
XX교 A2	0.154	0.107

4. 해석결과

4.1 개요

말뚝은 말뚝중심간 간격에 따른 횡방향 균말뚝 효과를 고려할 수 있는 말뚝요소로 모델링하였고, 하부 지반은 고체요소로 모델링하였다. 상부 교각은 보요소로 모델링한 후 교각상단에 작용하는 수직하중을 등가 집중질량으로 환산하여 나타내었다. XX교 교대 A2의 경우, 동적토력을 등가의 집중질량으로 치환하여 고려하였다. 본 해석에서는 설계지진파가 각각 교축방향과 교축직각방향으로 작용하는 경우에 대하여 해석하였다. 해석결과로부터 지진시 말뚝두부와 교각상단에서의 가속도 시간이력과 변위시간이력, 그리고 지진시 말뚝에 추가적으로 발생하는 말뚝깊이에 따른 최대 축력, 최대 전단력 그리고 최대 모멘트 분포도를 이용하여 분석하였다.

4.2 XX대교 교각 P22 단면

본 단면의 말뚝은 7×6 균말뚝으로, 말뚝 한 본당 직경 800mm, 두께 15mm인 강관말뚝이다. 그림 3은

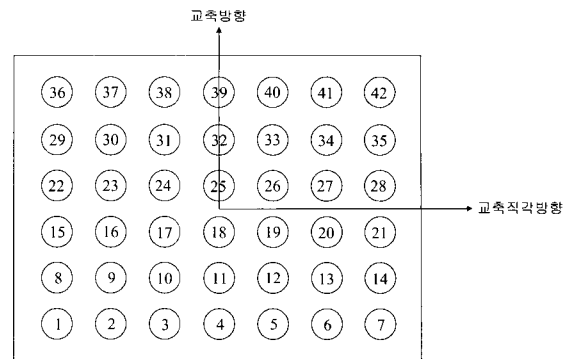


Fig. 3 XX대교 P22 단면의 평면도 및 말뚝 번호

모델링에 이용된 말뚝의 평면도 및 말뚝번호이고, 본 단면의 해석에 사용된 격자망은 그림 4에 나타내었다. 가속도 및 변위 시간 이력은 중앙 말뚝인 18번 말뚝 상단과

교각 상단에 대해 정리하였고, 말뚝은 중앙에서 축대칭으로 거동하게 되므로 부재력 해석결과는 부재력이 가장 크게 발생한 모서리 말뚝인 1번 말뚝과, 중앙의 18번 말뚝에 대해서만 정리하였다.

4.2.1 교축 방향 진동

지진파가 교축방향으로 작용할 경우에는 말뚝상단에서의 최대가속도는 0.17g이고 교각상단에서의 최대가속도는 0.24g로 나타났다(그림 5). 말뚝상단에서는 기반암에서의 최대가속도 0.135g에 비해 1.3배 증폭되었으며, 교각상단에서는 1.8배 증폭되었다. 또한, 말뚝상단에서의 최대변위는 5.74mm로 지진시 말뚝의 허용 변위기준인 22.5mm 이내로 발생하였고, 교각상단에서의 최대변위는 8.82mm가 발생하였다(그림 6). 그림 7은 1번 말뚝과 18번 말뚝에 대해, 지진시 추가적으로 발생하는 말뚝의 부재력을 깊이별로 나타낸 것이다. 최대 축력의 경우 최대값은 1번 말뚝의 기반암 부근에서 45kN이 발생하였다. 최대 전단력은 상부 매립층과 하부 실트층인 점토층의 경계부인 약 8m 부근에서 발생하였으며, 최대 전단력과 최대 모멘트는 1번 말뚝에서 각각 1.0kN, 3kN·m가 발생하였다. 이것은 지반 내 강성이 변하는 곳에서 전단변형을 차이가 발생하여 이곳에서 전단력과 모멘트가 최대가 되기 때문이다.

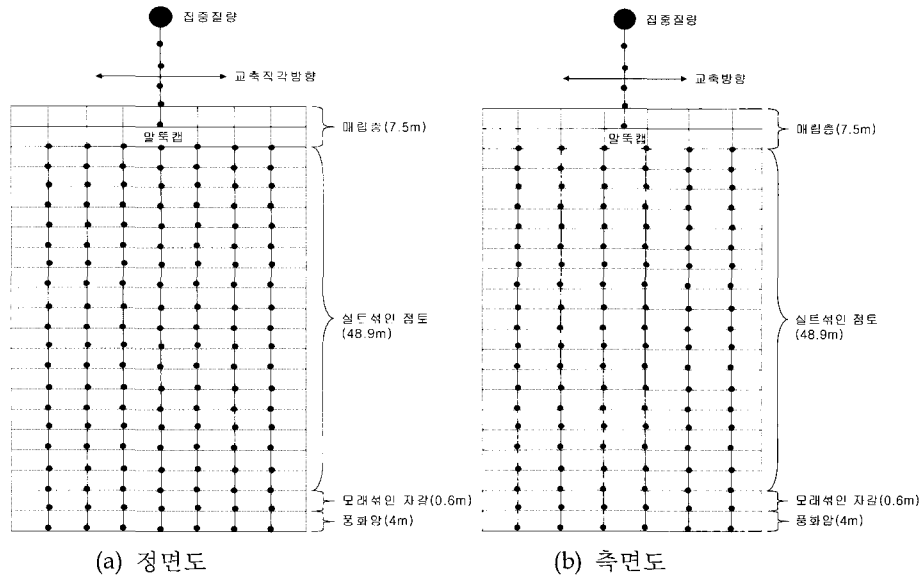


Fig. 4 XX대교 P22 단면의 격자망

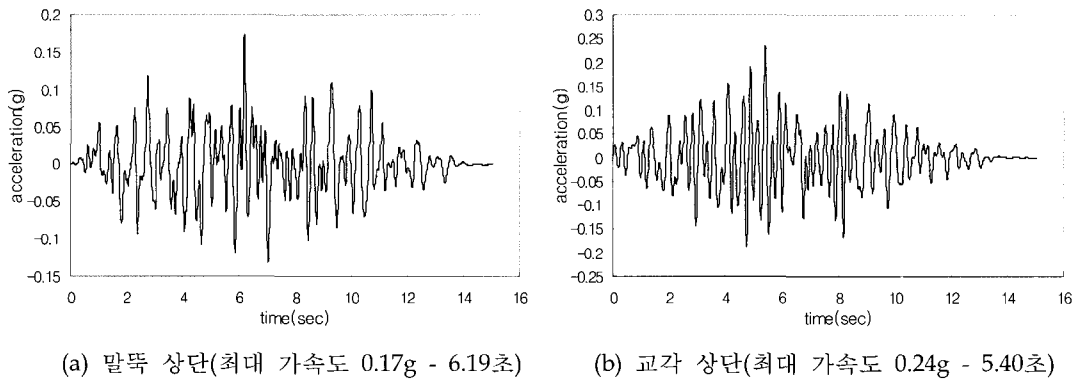


Fig. 5 가속도 시간 이력

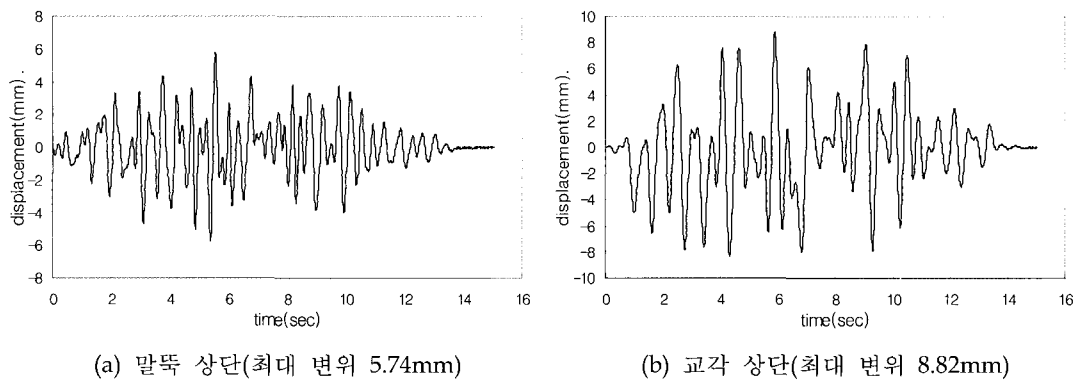
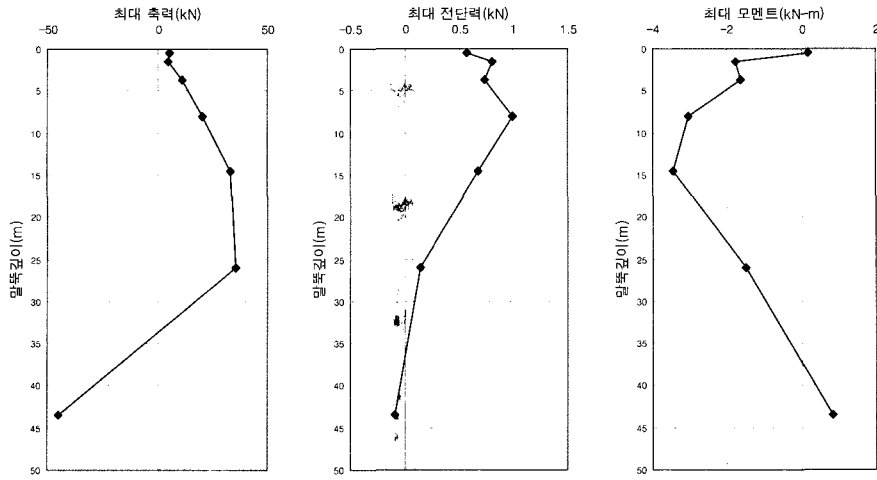
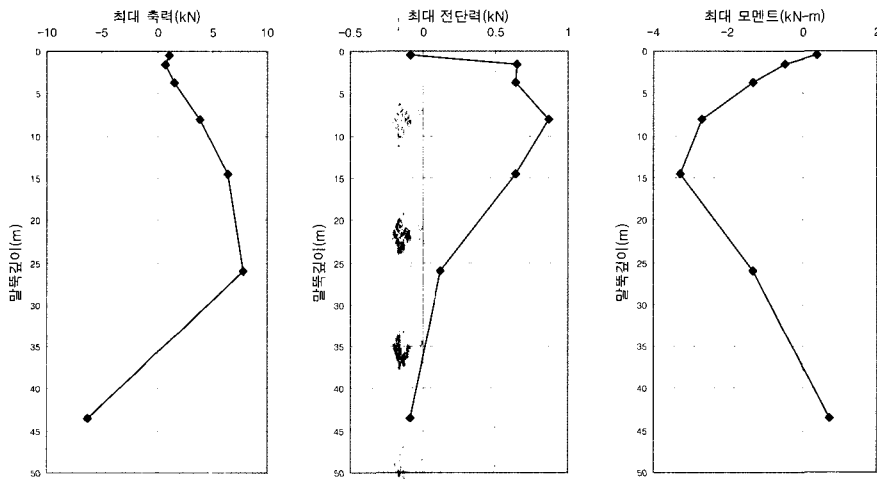


Fig. 6 변위 시간 이력

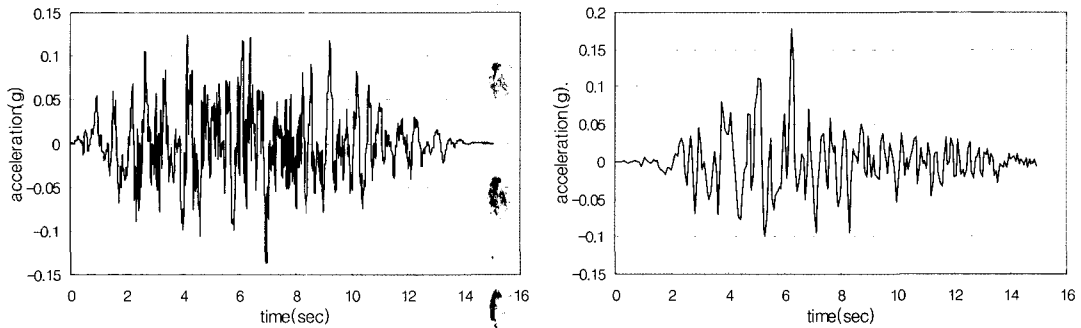


(a) 1번 말뚝 부재력 (최대 축력 45kN, 최대 전단력 1kN, 최대 모멘트 3kN-m)



(b) 18번 말뚝 부재력 (최대 축력 8kN, 최대 전단력 1kN, 최대 모멘트 3kN-m)

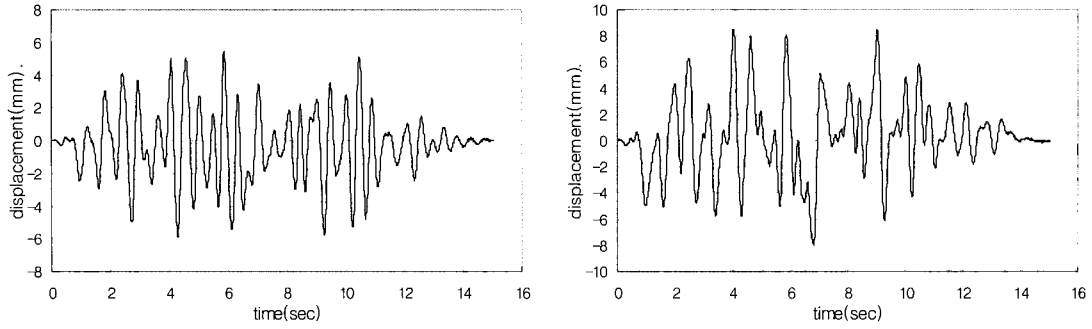
Fig. 7 깊이별 말뚝 최대 부재력



(a) 말뚝 상단(최대 가속도 0.14g - 4.08초)

(b) 교각 상단(최대 가속도 0.18g - 6.26초)

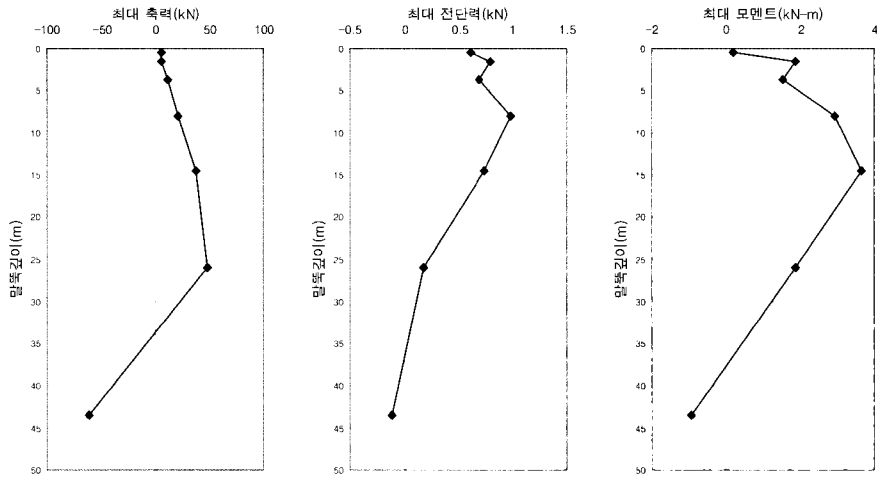
Fig. 8 가속도 시간 이력



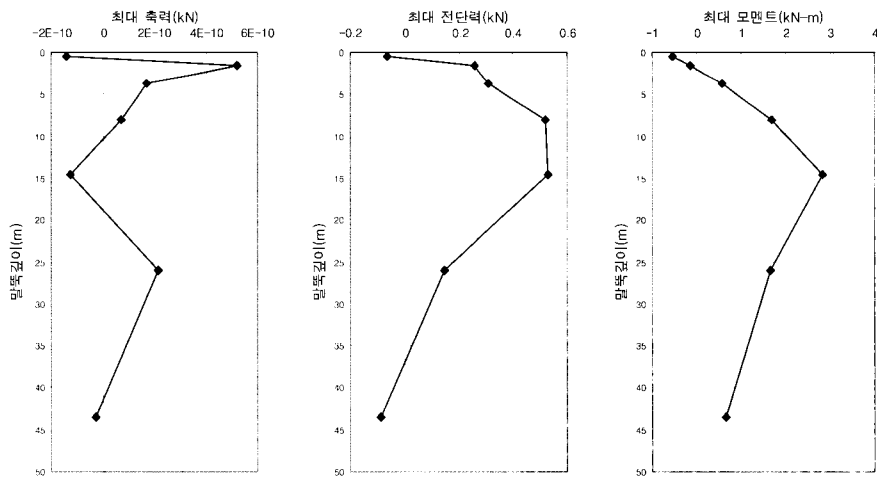
(a) 말뚝 상단(최대 변위 5.92mm)

(b) 교각 상단(최대 변위 8.49mm)

Fig. 9 변위 시간 이력



(a) 1번 말뚝 부재력 (최대 축력 61kN, 최대 전단력 1kN, 최대 모멘트 4kN-m)



(b) 18번 말뚝 부재력 (최대 축력 0kN, 최대 전단력 1kN, 최대 모멘트 3kN-m)

Fig. 10 깊이별 말뚝 최대 부재력

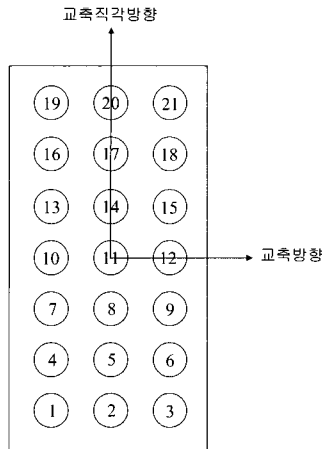


Fig. 11 XX교 A2 단면의 평면도 및 말뚝 번호

4.2.2 교축 직각 방향 진동

지진파가 교축 직각방향으로 작용할 경우에는 말뚝 상단에서의 최대가속도는 0.14g이고 교각 상단에서의 최대가속도는 0.18g로 나타났다(그림 8). 말뚝 상단에서는 기반암에서의 최대가속도 0.135g에 비해 거의 증폭되지 않았으나, 교각 상단에서는 1.3배 증폭되었다. 또한, 말뚝 상단에서의 최대변위는 5.92mm로 지진 시 말뚝의 허용 변위기준인 22.5mm 이내로 발생하였고, 교각 상단에서의 최대변위는 8.49mm로 발생하였다(그림 9). 지진시 추가적으로 발생하는 말뚝의 부재력을 살펴보면(그림 10), 최대 축력의 경우 최대값은 1번 말뚝의 기반암 부근에서 61kN이 발생하였다. 18번 말뚝의 최대축력이 0에 가까운 원인은 지진파가 교축 직각방향으로 작용할 때 18번 말뚝이 구조체 회전의 중심부에 있으므로 축방향 변형이 거의 발생하지 않았기 때문이다. 최대 전단력과 최대 모멘트의 경우 실트쉬인 점토층 내부인 약 15m 깊이부근에서 발생하였으며, 최대 전단력과 최대 모멘트는 1번 말뚝에서 각각 1kN과 4kN·m가 발생하였다.

4.3 XX교 교대 A2단면

본 단면의 말뚝은 7×3 균말뚝으로, 말뚝 한 본당 직경 609.6mm, 두께 13mm인 강관말뚝이다. 그림 11는 모델링에 이용된 말뚝의 평면도 및 말뚝번호이고, 본단면의 해석에 사용된 격자망은 그림 12에 나타내었다. 가속도 및 변위 시간 이력은 중앙 말뚝인 11번 말뚝 상단과 교각 상단에 대해 정리하였고, 말뚝은

축대칭으로 거동하게 되므로, 말뚝의 부재력은 대표 말뚝인 1번 말뚝과 11번 말뚝에 대해서만 정리하였다.

4.3.1 교축 방향 진동

지진파가 교축방향으로 작용할 때의 해석 결과, 말뚝 상단에서의 최대가속도는 0.23g이고 교각 상단에서의 최대가속도는 0.29g로 나타났다(그림 13). 말뚝 상단에서는 기반암에서의 최대가속도 0.107g에 비해 2.2배 증폭되었으며, 교각 상단에서는 2.7배 증폭되었다. 말뚝 상단에서의 최대변위는 7.53mm로 말뚝의 지진시 허용 변위기준인 22.5mm 이내로 발생하였으며, 교각 상단에서의 최대변위는 20.25mm가 발생하였다(그림 14). 지진시 추가적으로 발생하는 깊이별 말뚝의 부재력을 살펴보면(그림 15), 최대 축력의 경우 최대값은 11번 말뚝의 하부 실트쉬인 모래층인 약 30m 부근에서 47kN이 발생하였다. 최대 전단력과 최대 모멘트의 경우 11번 말뚝의 상부 말뚝 두부 근처에서 발생하였으며 최대 전단력과 최대 모멘트는 각각 5.9kN과 4.9kN·m이 발생하였다.

4.3.2 교축 직각 방향 진동

지진파가 교축 직각방향으로 작용할 경우의 해석 결과, 말뚝 상단에서의 최대가속도는 0.24g이고 교각 상단에서의 최대가속도는 0.27g로 나타났다(그림 16). 말뚝 상단에서는 기반암에서의 최대가속도 0.107g에 비해 2.2배 증폭되었으며, 교각 상단에서는 2.5배 증폭

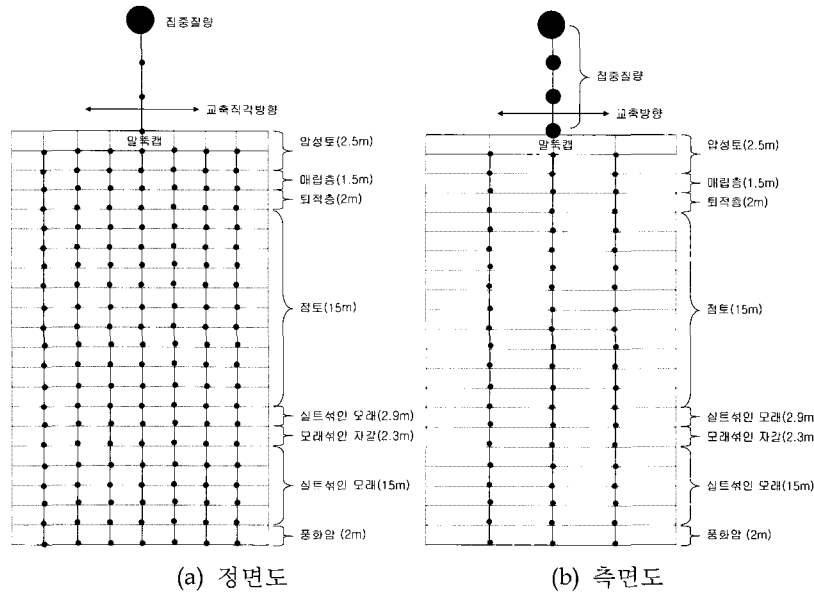


Fig. 12 XX교 A2 단면의 격자망

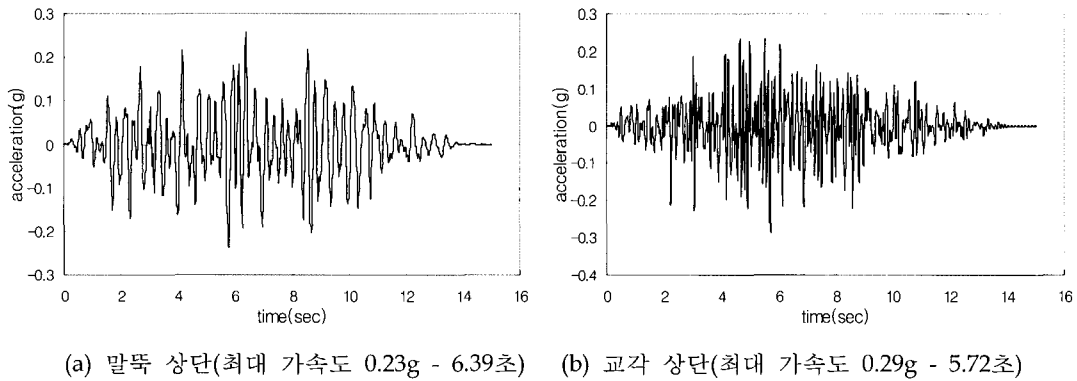


Fig. 13 가속도 시간 이력

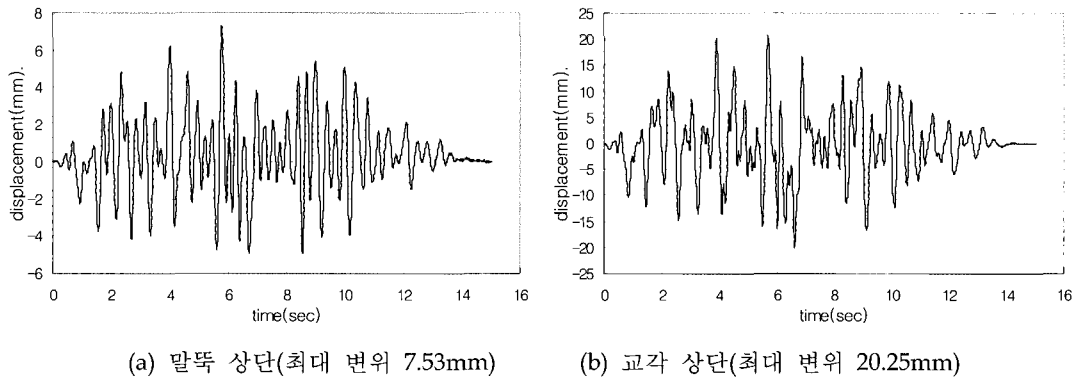
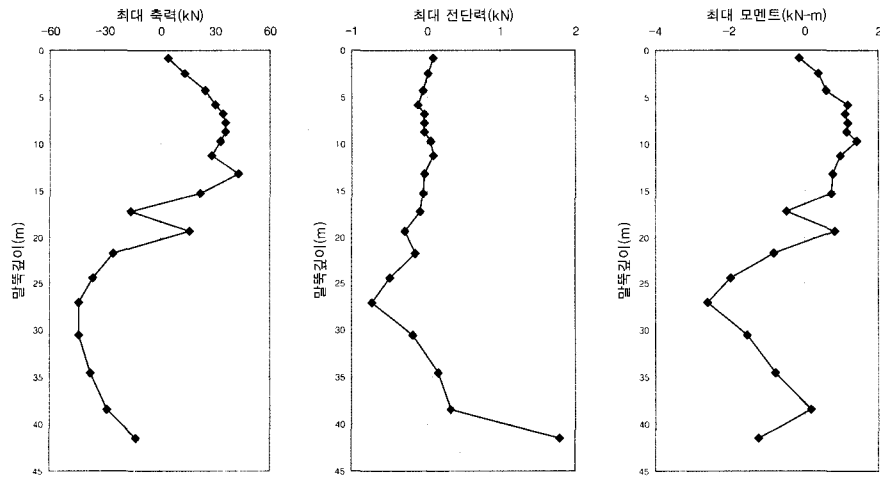
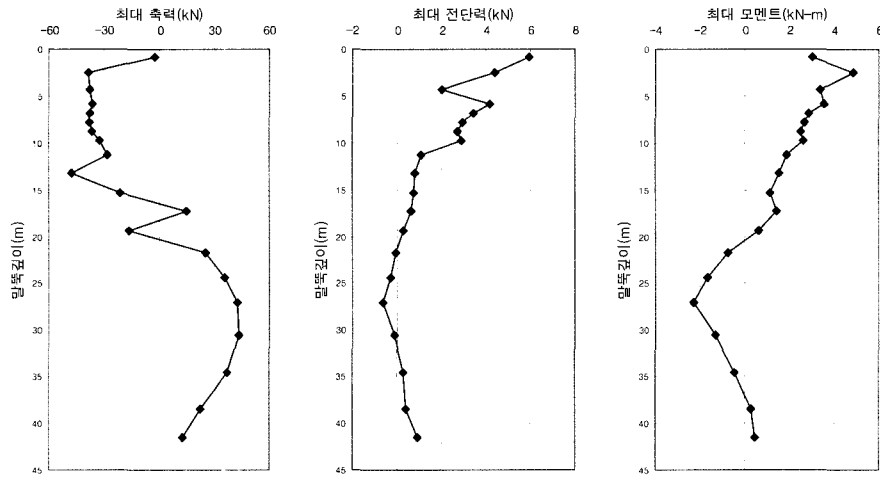


Fig. 14 변위 시간 이력

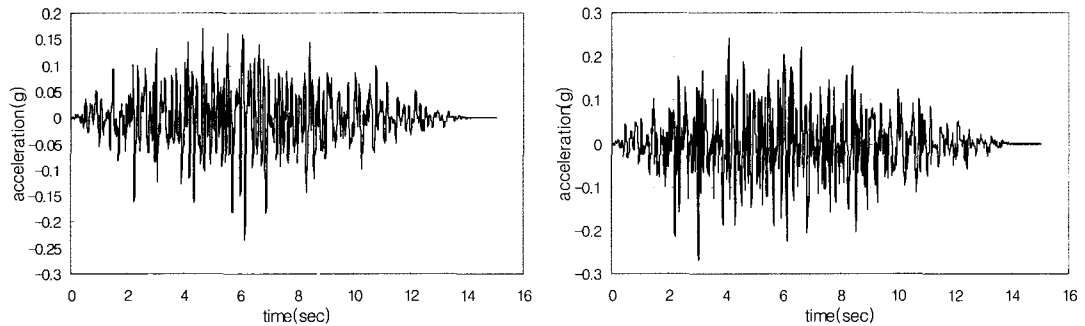


(a) 1번 말뚝 부재력 (최대 축력 44kN, 최대 전단력 1.8kN, 최대 모멘트 2.6kN-m)



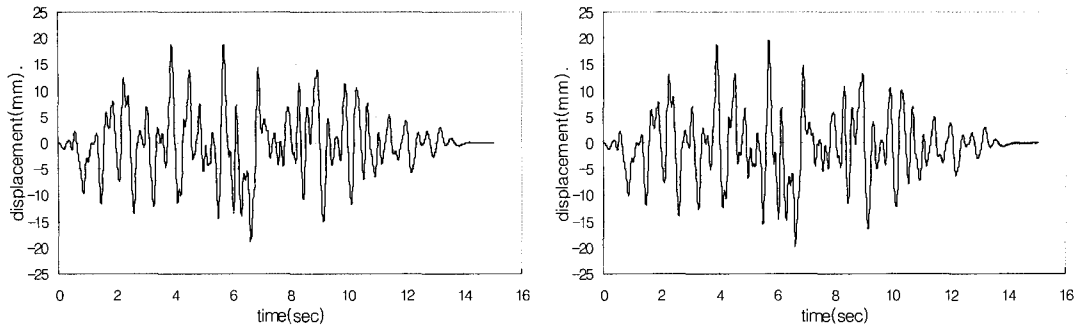
(b) 11번 말뚝 부재력 (최대 축력 47kN, 최대 전단력 5.9kN, 최대 모멘트 4.9kN-m)

Fig. 15 깊이별 말뚝 최대 부재력



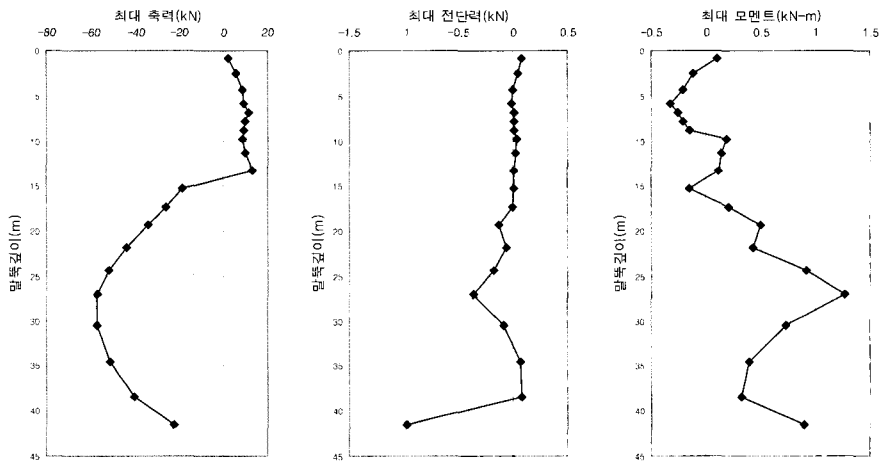
(a) 말뚝 상단(최대 가속도 0.24g - 6.29초) (b) 교각 상단(최대 가속도 0.27g - 3.12초)

Fig. 16 가속도 시간 이력

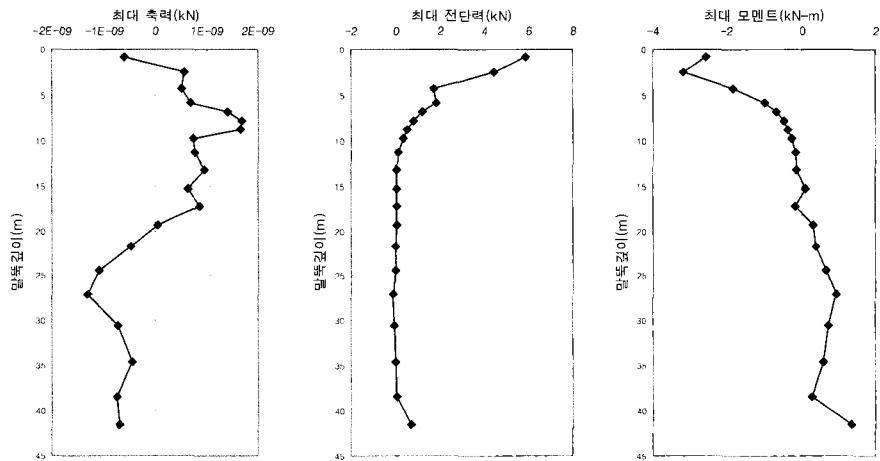


(a) 말뚝 상단(최대 변위 18.13mm) (b) 교각 상단(최대 변위 19.89mm)

Fig. 17 변위 시간 이력



(a) 1번 말뚝 부재력 (최대 축력 57kN, 최대 전단력 1.0kN, 최대 모멘트 1.3kN-m)



(b) 11번 말뚝 부재력 (최대 축력 0kN, 최대 전단력 5.9kN, 최대 모멘트 3.2kN-m)

Fig. 18 깊이별 말뚝 최대 부재력

되었다. 말뚝 상단에서의 최대변위는 18.13mm로 지진시 허용 변위기준인 22.5mm 이내로 발생하였고, 교각 상단에서의 최대변위는 19.89mm가 발생하였다(그림 17). 지진시 추가적으로 발생하는 깊이별 말뚝의 부재력을 살펴보면(그림 18), 최대 축력의 경우 최대값은 1번 말뚝에서 실트층인 모래층인 약 30m 깊이부근에서 57kN이 발생하였다. 11번 말뚝의 최대축력이 0에 가까운 것은 지진파가 교축 직각방향으로 작용할 때 11번 말뚝이 구조체 회전 중심부에 있으므로 축방향 변형이 거의 발생하지 않기 때문이다. 최대 전단력과 최대 모멘트의 경우 11번 말뚝의 말뚝 두부 근처에서 발생하였으며 최대 전단력과 최대 모멘트는 각각 5.9kN과 3.2kN·m가 발생하였다.

5. 결론

본 연구에서는 지반-구조물 상호작용을 고려하여 해석할 수 있는 SASSI 2000 프로그램을 이용하여, 철도 교량하부 말뚝 기초의 내진 안정성을 평가하였다. 본 연구로부터 얻어진 결론은 다음과 같다.

i) 상부 구조물 하중이 크고, 연약층의 깊이가 큰 XX대교 교각(P22)과 XX교 교대(A2), 총 2곳을 검토 단면으로 선정하였으며, 이상의 구조물은 지진 I구역인 XX시에 위치하고 지진재현주기 1,000년인 내진 1등급 붕괴방지 수준으로 설계되어야 하므로, 기반암 노두에서의 최대 설계 가속도 크기는 0.154g이다. 1차원 지진응답프로그램(Pro-SHAKE)으로 지반조사결과에 기초하여 부지 고유의 지진응답해석을 수행한 결과 XX대교 P22 단면의 지층 내부 기반암에서의 최대 가속도 크기는 0.135g, XX교 A2 단면의 기반암에서의 최대 가속도 크기는 0.107g로 나타났다.

ii) 해석결과 각 단면 교각 상단에서의 가속도는 중앙 말뚝 상단에서의 가속도에 비해, 크게 증폭되었으며, 각 단면 중앙 말뚝 상단에서의 최대변위는 모두 말뚝의 동적 허용 변위기준인 22.5mm보다 작았으며, 따라서 말뚝이 설계지진에 대하여 안전한 것으로 판단된다.

iii) 말뚝 본체에 발생한 동적 부재력은 축력의 경우 구조체의 회전거동에 의하여 강성이 큰 기반암 부근에 축응력이 집중되어 크게 발생하였고, 지반내의 지층강성이 크게 변하는 곳에서 전단력과 모멘트가 크게 발생하는 것을 잘 모사하여, 철도 교량하부 말뚝 기초의 내진 안정성 평가에 대한 SASSI 2000의 적용 가능성을 확인하였다.

참고문헌

1. Kaynia, A. et al (1982), "Dynamic Stiffness and Seismic Response of Pile Groups," Research Report R82-03, Dept of Civil Engineering, Massachusetts Institute of Technology.
2. Lysmer, J., Kuhlemeyer, R.L. (1969), "Finite dynamic model for infinite media," Journal of Engineering Mechanics Division, ASCE, Vol. 95, No. Em4, 859-877
3. Lysmer, J., Ostadan, F., Chih Cheng Chin(1999), 'SASSI 2000 - Theoretical Manual'
4. Ostadan, F. (1983), "Dynamic Analysis of Soil-Pile-Structure Systems," Ph.D. Dissertation, University of California, Berkeley.
5. Ostadan, F., Lysmer, J. (1986), "Simplified Dynamic Analysis of Soil-Pile-Structure Systems," 5th International Symposium & Exhibition on Offshore Mechanics and Arctic Engineerin, Tokyo, Japan.