

# 실수코딩 유전알고리즘을 이용한 비틀림 축계의 최적설계

최명수<sup>†</sup> · 문덕홍 · 설종구

부경대학교

## Optimum Design of Torsional Shafting Using Real-Coded Genetic Algorithm

Myung-Soo CHOI, Deok-Hong MOON and Jong-Ku SEOL

Pukyong National University

### Abstract

It is very important to minimize the weight of shaft from the viewpoint of economics and manufacture. For minimizing effectively the diameter of shaft in torsional shafting, authors developed computer program using the real-coded genetic algorithm which is one of optimizing techniques and based on real coding representation of genetic algorithm. In order to confirm the accuracy and effectiveness of the developed computer program, the computational results by the developed program were compared with those of conventional strength, stiffness and vibration designs for a generator shafting.

Key words : optimum design(최적설계), real coding(실수코딩), genetic algorithm(유전알고리즘), machine design(기계설계), torsional shafting(비틀림 축계), critical speed(위험 회전수)

### 서 론

공학분야에서의 설계는 궁극적으로 제약조건을 만족하면서 목적함수를 최대 또는 최소로 하는 설계변수를 찾는 최적화 문제로 귀착된다.

최근 컴퓨터의 비약적인 발전 및 보급과 함께 다양한 최적화 방법들이 개발되어 많은 공학분야에 적용되고 있다<sup>1),2)</sup>. 최적화방법은 크게 구배기반기법(gradient-based technique)과 직접탐색기법(direct search technique)으로 나눌수 있다<sup>3)</sup>. 구배기반기법은 기율기 정보를 사용하므로 계산 속도가 빠르다는 장점이 있지만 국부 최적해에 수렴할 가능성이 크고 기율기를 구하기 어려운 문제에 대해서는 적용이 곤란하다는 단점이 있다. 반면에 직접탐색기법

은 계산 속도가 느리다는 단점은 있지만 전역 최적해를 구할 가능성이 높고 기율기 정보를 필요로 하지 않으므로 다양한 최적화 문제에 적용하기 편리하다.

직접탐색기법의 하나인 유전알고리즘(Genetic Algorithm)은 유전적인 계승과 생존경쟁이라는 자연현상을 최적화에 도입한 확률론적인 탐색기법으로서 최근까지도 활발하게 연구가 진행중이다<sup>4-7)</sup>. 설계변수를 이진스트링(binary string)으로 표현하는 이진코딩 유전알고리즘에서 기본적인 연산은 부호공간(coding space)에서 이루어지지만, 적합도를 평가하기 위해서는 설계변수를 해공간(solution space)으로 변환해야 하는 번잡함이 있다. 따라서 염색체를 실수 값으로 표현하는 실수코딩을 이용하면 부호공간과 해공간의 변환이 필요 없으므로 탐색속도가 개선

<sup>†</sup>Corresponding author : vibsound@hanmail.net

되고, 복잡한 제약조건을 다루기가 용이해진다. 그리고 해공간의 가까운 두 점이 이진코딩으로 표현된 부호공간에서는 급격한 비트 차이가 발생할 수 있다. 이를 해밍절벽(hamming cliff)이라 하고, 이 현상 때문에 해가 비전역 최적해에 수렴해버리는 문제점이 생기게 된다. 그리고 이진코딩에서는 탐색구간을 확대하게 되면 염색체 길이가 길어지고 매우 큰 탐색공간을 만들어 해를 찾는데 많은 시간을 요구한다. 따라서 실수코딩 유전알고리즘(real-coded genetic algorithm)<sup>7)</sup>을 이용하면 상기 문제들을 크게 개선할 수 있다.

선박, 자동차의 동력전달장치와 일반 회전기계에서 비틀림 축계의 설계에 경제성 및 제작의 용이성 등을 고려하여 축계를 최소화하는 일은 대단히 중요하다. 본 연구에서는 실수코딩 유전알고리즘을 이용하여 비틀림 축계의 설계에 강도, 강성 및 진동의 측면에서 안정성을 유지하면서 동시에 축의 질량을 최소화하는 최적설계 전산 프로그램을 작성하고 발전기 축계를 대상으로 수치실험을 수행한 후, 기존의 강도 설계, 강성설계 및 진동설계를 수행한 결과와 비교·검토하여 개발된 전산프로그램의 신뢰성 및 유용성을 확인한다.

## 해석 알고리즘

### 1. 실수코딩 유전알고리즘

Fig. 1은 본 연구에서 도입한 유전알고리즘<sup>7)</sup>의 흐름도이다. 실수로 표현된 개체들로 구성된 초기 모집단(initial population)을 생성한 후, 모집단의 우수한 개체가 차세대에 영향을 미칠 수 있도록 적합도(fitness)를 평가한다. 그리고 적합도를 바탕으로 재생산(reproduction)한 후, 교차(crossover), 돌연변이(mutation) 과정을 통하여 차세대 모집단을 생성해 나간다.

초기 세대의 모집단에 초우량 개체, 즉 상대적 적합도가 큰 개체가 출현하면 재생산 과정에서 이 개체가 여러 번 복제되고 궁극적으로 집단을 지배하게 되어 지역 최적점에 수렴하는 문제가 발생할 수 있다. 그리고 후기 세대에서는 일반적으로 개체들이 최적점 주위로 군집되며, 이때 적합도의 분별력이 낮아지므로 최적 개체를 선택하기 어려울 수 있다. 그러므로 초기 세대에서는 다양한 유전자가 존재하도록 개체간의 적합도의 편차를 줄이도록 스케일링

(scaling)하고, 후기 세대에서는 역으로 적합도의 편차가 증가하여 최적점에 잘 수렴되도록 적합도를 스케일링할 필요가 있다.

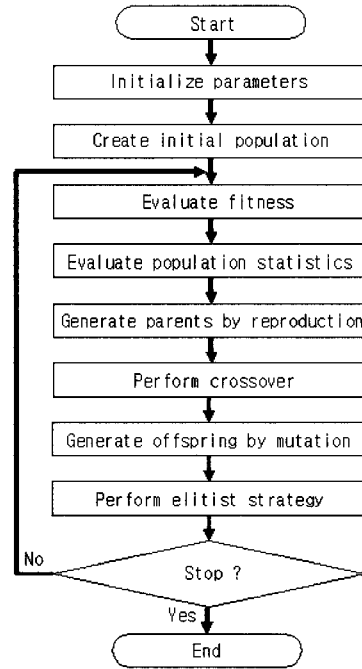


Fig. 1. Flowchart of genetic algorithm.

재생산 과정에서 확률적 속성 때문에 한 세대의 최적 개체가 다음 세대에서 선택되지 못할 수도 있다. 엘리트 전략(elitist strategy)은 모집단 내에서 세대별 최적 개체가 다음 세대에 무조건 생존하도록 보장함으로써 계산의 효율성을 높일 수 있다.

교배는 개체의 정보를 교환하는 역할을 하며, 실수코딩 유전알고리즘에 사용될 수 있는 수정단순교배(modified simple crossover)는 두 부모 염색체에 대해 임의의 교배점으로 선택된 요소만 일차결합을 통해 새로운 요소를 생성하고 교배점 이후의 요소들은 서로 교환한다. 돌연변이는 개체의 정보를 변경하는 역할을 한다. 실수코딩 유전알고리즘에 사용될 수 있는 동적돌연변이(dynamic mutation)는 돌연변이 확률에 의해 선택된 개체를 세대에 따라 조절되는 탐색영역 내에서 임의로 발생된 실수로 교체한다. 일반적으로 탐색영역은 세대가 증가할수록 좁아지므로 최적해의 정밀도를 높일 수 있다.

제약조건(constraint)을 갖는 최적화 문제는 설계 변수가 제약조건을 만족하는 유용해 영역과 그렇지 않은 불용해 영역으로 구분된다. 유전알고리즘이 불용해 영역을 탐색하게 될 때 별점을 부과하고 이 별점을 평가함수 계산에 반영함으로써 제약조건이 있는 최적화 문제를 제약조건이 없는 최적화 문제로 변환할 수 있다.

2. 비틀림모멘트를 받는 축계의 설계

비틀림모멘트가 작용하는 축계를 설계할 경우 피로나 안전율, 응력집중 등을 고려하여 충분한 강도(strength)를 갖도록 설계해야 한다. 허용응력이  $\tau_a$  인 원형단면 중실축에 비틀림모멘트  $T$ 가 작용할 경우, 중실축의 최소 직경은 다음식과 같다.

$$d = \sqrt[3]{\frac{16}{\pi} \frac{T}{\tau_a}} \dots\dots\dots(1)$$

축에 작용하는 비틀림모멘트가 복잡하게 변동하거나 충격적으로 작용할 경우, 축이 충분한 강도를 갖기 위해서는 설계 시에 축의 직경을 다음 식과 같이 적절히 보정해 주어야 한다.

$$d = \sqrt[3]{\frac{16}{\pi} \frac{C_t T}{\tau_a}} \dots\dots\dots(2)$$

여기서  $C_t$ 는 축의 종류 및 충격의 크기에 따른 동적 효과를 나타내는 계수로서 주로 1~3의 값을 갖는다<sup>8)</sup>.

비틀림모멘트와 동력( $P$ ) 그리고 축의 각속도( $\omega$ ) 사이의 관계는 다음 식과 같다.

$$T = P / \omega \dots\dots\dots(3)$$

식(3)을 식(2)에 대입한 식(4)로부터 주어진 동력과 각속도를 이용하여 축의 직경을 계산할 수 있다.

$$d = \sqrt[3]{\frac{16}{\pi} \frac{C_t P}{\tau_a \omega}} \dots\dots\dots(4)$$

축에 비틀림모멘트가 작용하면 축은 비틀리게 되고, 이때 변형량인 비틀림 각이 너무 커지게 되면 치차(gear)의 이가 파손되거나 동력전달장치에서 여러 가지 문제가 발생한다. 따라서 축이 적절한 강성을 갖도록 설계해야 한다. Fig. 2의 길이  $L$ , 횡탄성계수가  $G$ 인 원형단면 중실축에 비틀림모멘트가 작용할 때, 축의 비틀림각  $\theta$ 는 다음식과 같다.

$$\theta = \frac{32}{\pi} \frac{TL}{Gd^4} \dots\dots\dots(5)$$

일반적으로 축의 비틀림각은 축의 길이 1m에 대하여 0.25°이하로 제한되고 있다<sup>8)</sup>. 따라서 강성설계를 고려한 중실축의 최소직경은 식(3)과 식(5)로부터 다음 식과 같이 구할 수 있다.

$$d = \sqrt[4]{\frac{32 \times 180}{0.25 \pi^2} \frac{P}{G\omega}} \dots\dots\dots(6)$$

축계에 비틀림모멘트가 작용하면 이는 기진원이 되어 축계는 강제진동을 하게된다. 비틀림모멘트의 진동수가 축계의 고유진동수와 일치하거나 비슷할 경우, 축은 탄성한도를 넘어서 파괴되거나 수명이 크게 줄어들 수 있다. 축계의 고유진동수와 일치하는 비틀림모멘트의 진동수를 분당 회전수 단위로 나타낸 것이 위험회전수(critical speed)이다. 위험회전수를 기준으로  $\pm 25\%$  범위에서 축계를 운전할 경우 축계의 안정성에 문제를 일으킬 수 있으므로 축계의 상용회전수가 이 범위를 벗어날 수 있도록 축계를 설계해야 한다<sup>9)</sup>.

복잡한 축계의 위험회전수는 유한요소법<sup>10)</sup>, 전달렬법<sup>11)</sup>, 전달강성계수법<sup>12)</sup> 등의 진동해석기법을 이용하여 구할 수 있고, 간단한 축계인 경우에는 기계설계 관련 문헌<sup>8),9)</sup>으로부터 구할 수 있다.

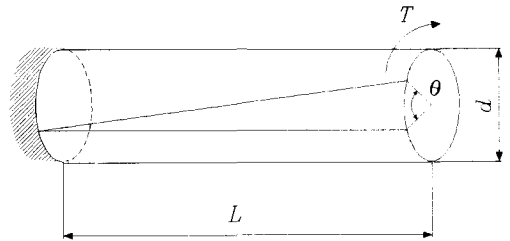


Fig. 2. Torsional moment and angle of twist.

계산 결과 및 고찰

실수코딩 유전알고리즘을 이용하여 비틀림 축계를 최적설계하는 전산 프로그램을 만든 후, 발전기 축계를 대상으로 수치 계산을 수행하였고, 그 결과를 기존의 강도설계, 강성설계 및 진동설계를 통한 수치 계산 결과와 비교·검토하였다.

### 1. 계산 모델

3기통 300마력 2사이클 다젤 엔진과 플라이 휠일 그리고 발전기 회전자 순서로 구성된 발전기를 계산 모델로 선정하였다. 계산모델은 발전기 회전자와 플라이 휠일 사이의 연결 축을 중심으로 발전기를 2개의 회전체를 갖는 비틀림 축계로 Fig. 3과 같이 모델링하였다.

좌측 회전체의 관성모멘트  $J_1$ 의 값은 발전기 중 플라이 휠일의 관성모멘트( $23,250kg \cdot m^2$ )와 실린더부의 관성모멘트( $238kg \cdot m^2$ )를 합한  $23,488kg \cdot m^2$ 이고, 우측 회전체의 관성모멘트  $J_2$ 는 발전기 회전자와 관성모멘트로서  $27,425kg \cdot m^2$ 이다. 축은 원형 단면을 갖는 중실축이고, 길이  $L$ 는  $1.395m$ , 재료의 횡단성계수  $G$ 는  $8.134 \times 10^{10}N/m^2$ , 엔진의 상용회전수는  $150rpm$ 이다.

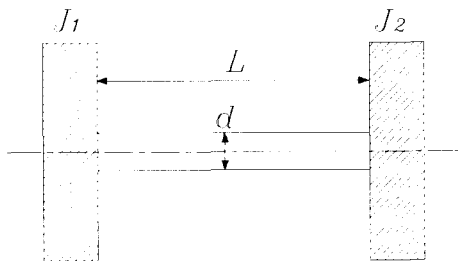


Fig. 3. Computational model.

### 2. 목적함수 및 제약조건

축의 직경  $d$ 를 설계변수로 두었고, 목적함수는 경제성 및 제작의 용이성을 고려하여 축의 질량을 최소화하는 것으로 하였다. 최적화된 축의 직경을 구하기 위한 직경의 탐색 범위는  $0.01m$ 에서  $0.5m$ 까지로 설정하였다. 축계의 강도설계, 강성설계 및 진동설계를 고려한 제약조건은 다음과 같이 설정하였다.

강도설계 측면에서, 키이홈을 갖는 회전축이 엔진의 행정 중 폭발로 인한 충격하중을 받으므로 동적효과계수  $C_f$ 를 2.5로 하였고, 축의 허용 비틀림응력  $\tau_a$ 를  $4.116 \times 10^7 N/m^2$ 로 하였다<sup>8)</sup>. 강성설계 측면에서, 축의 비틀림각을 축의 길이  $1m$ 당  $0.25^\circ$ 이하가 되도록 제한하였다. 진동설계 측면에서, 비틀림 축계의 상용회전수가 위험회전수의  $\pm 25\%$  범위에 들지 않도록 제한하였다.

### 3. 최적설계 계산 결과

수치 계산에 사용된 유전알고리즘의 파라메타는 Table 1과 같다.

Table 1. Setting of parameters

Population size	30
Maximum generation	50
Crossover probability	90%
Mutation probability	10%

Fig. 4는 각 세대별 모집단의 분포도로서 최적화되는 과정을 보여준다. 20세대를 전후로 분산되어 있던 개체들이 최적해에 수렴해가고 있음을 볼 수 있다. 50세대에서는 모집단 개체들 즉, 설계변수인 축의 직경이  $163.15mm$ 에 수렴하였고, 이 때 목적함수인 축의 질량은  $228.9kg$ 이었다.

Fig. 5에는 각 세대별로 제약조건을 만족시키는 개체 중에서 축의 질량이 가장 작은 우수개체의 질량 값과 직경 값을 나타내었다.

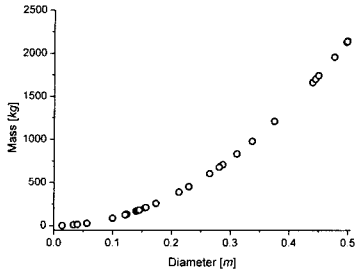
### 4. 고 찰

유전알고리즘을 이용한 최적설계 계산결과의 신뢰성을 확인하기 위하여, 기존의 설계방법인 세분화된 축의 직경별로 강도설계, 강성설계 및 진동설계를 각각 수행한 후, 양 방법의 결과들을 비교·검토하였다.

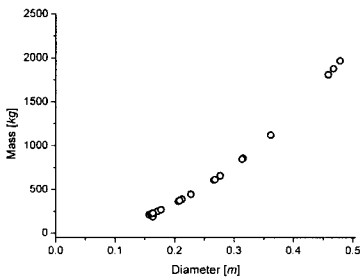
식(4)를 이용하여 축의 강도설계를 수행한 결과, 축의 최소 직경은  $163.15mm$ 이었다. Fig. 6은 직경의 변화에 따라 축에 발생하는 비틀림 응력을 보여준다. 그림에서  $\circ$ 는 유전알고리즘을 이용하여 구한 축의 최적 직경을 나타낸다. 최적설계 계산 결과가 강도설계 결과에 만족되고 있음을 알 수 있다.

단위 길이당 비틀림 각을  $0.25^\circ/m$ 로 제한하고, 식(6)을 이용하여 축의 강성설계를 수행한 결과, 축의 최소 직경은  $141.67mm$ 이었다. Fig. 7은 직경의 변화에 따라 축의 단위 길이당 비틀림 각을 보여준다. 그림에서  $\circ$ 는 유전알고리즘을 이용하여 구한 축의 최적 직경을 나타낸다. 최적설계 계산 결과가 강성설계 결과에 만족되고 있음을 알 수 있다.

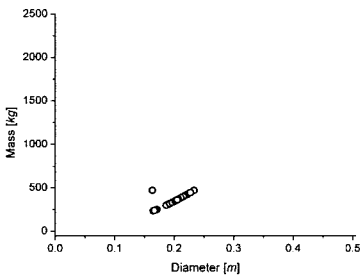
3기통 2사이클 엔진은 1회전에 3회의 폭발이 일어나므로 축이 받는 주위험회전수(major critical speed)는  $150 \times 3 = 450rpm$ 이다<sup>13)</sup>. 그러므로 비틀림



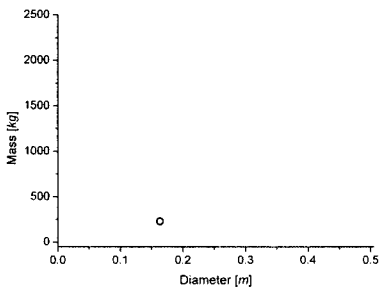
(a) Population of initial generation



(b) Population of 10 generation

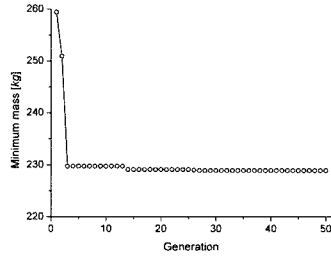


(c) Population of 20 generation

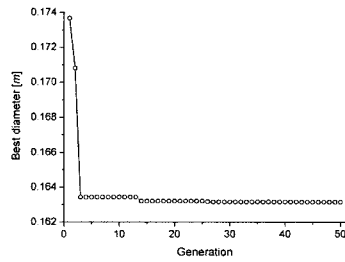


(d) Population of 50 generation

Fig. 4. Population of each generation.



(a) Minimum mass of each generation



(b) Best diameter of each generation

Fig. 5. Minimum mass and best diameter of each generation.

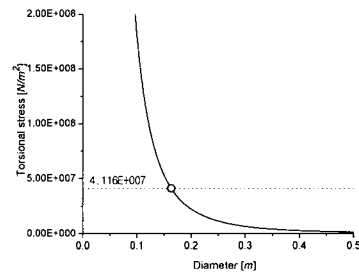


Fig. 6. Change of torsional stress.

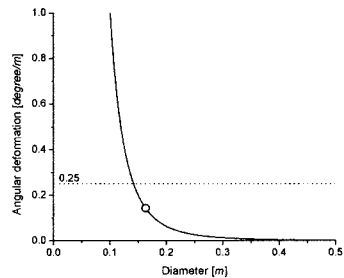


Fig. 7. Change of angle of twist per unit length.

축계의 위험회전수가 450rpm을 중심으로  $\pm 25\%$  범위인 337.5rpm에서 562.5rpm의 범위에 들어오지 않도록 축의 직경을 설계해야 한다.

계산모델과 같은 비틀림 진동계에서, 축의 직경과 위험회전수 ( $n_{cr}$ )와의 관계식은 다음과 같다<sup>8)</sup>.

$$d = 4 \sqrt{\frac{32L}{\pi G} \left( \frac{\pi}{30} n_{cr} \right)^2 \frac{J_1 J_2}{J_1 + J_2}} \dots \dots \dots (7)$$

따라서 식(7)로부터 축의 직경은 229.22mm 이하 또는 295.93mm 이상이어야 한다.

Fig. 8은 직경의 변화에 따라 축계의 고유진동수를 보여준다. 그림에서 ○는 유전알고리즘을 이용하여 구한 축의 최적 직경을 나타낸다. 최적설계 결과가 주위험회전수의 범위를 벗어나 있음을 알 수 있다.

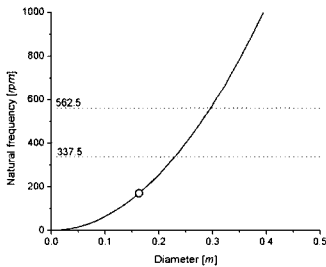


Fig. 8. Change of natural frequency.

강도설계, 강성설계, 그리고 진동설계 결과를 종합적으로 나타낸 것이 Fig. 9이다. 빗금친 부분은 강도설계, 강성설계 그리고 진동설계 결과를 모두 만족시키는 축의 직경이다. 여기서 목적함수인 축의 질량 최소화를 고려할 경우, 최적해에 상당하는, 축의 최적 직경은 163.15mm가 된다. 따라서 기존의 강도설계, 강성설계 그리고 진동설계를 종합적으로 수행한 결과와 유전알고리즘을 이용한 최적설계 계산 결과가 잘 일치하고 있음을 알 수 있다.

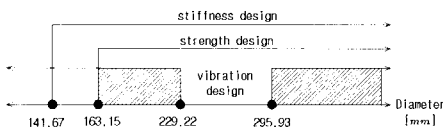


Fig. 9. Feasible region of design variables.

## 결론

선박, 자동차의 동력전달장치와 일반 회전기계에서 비틀림 축계의 설계시에 경제성 및 제작의 용이성 등을 고려하여 축계를 최소화하는 일은 대단히 중요하다. 저자들은 실수코딩 유전알고리즘을 이용하여 비틀림 축계의 설계 시에 강도, 강성 및 진동의 측면에서 안정성을 유지함과 동시에 축의 질량을 최소화하는 최적설계 전산 프로그램을 개발하였다. 발전기 축계를 대상으로 수치실험을 수행한 결과, 실수코딩 유전알고리즘을 이용한 최적설계 계산결과가 기존의 세분화된 강도, 강성, 진동설계를 동시에 만족하면서 질량을 최소화하는 최적화된 직경을 편리하게 구해준다는 것을 확인할 수 있었다.

## 참고 문헌

- 1) Rao, S. S.(1996) : Engineering Optimization, John Wiley & Sons.
- 2) Haug, E. J. and Arora, J. S.(1979) : Applied Optimal Design, John Wiley & Sons.
- 3) Rajan, S. D.(2001) : Introduction to Structural Analysis & Design, John Wiley & Sons, 495-565.
- 4) Kobayashi, Y. and Aiyoshio, E.(2003) : The Next Generation Type of a Nuclear Reactor Management System by Using Genetic Algorithms, Systems Control and Information, 47(6), 278-283.
- 5) 이종수(2002) : 보강된 복합재 패널의 최적설계를 위한 유전알고리즘의 연구, 대한기계학회논문집 A권, 24(5), 1193-1202.
- 6) 김윤식 · 김종현 · 이종수(2002) : 유전 알고리즘과 반응표면을 이용한 천음속 익형의 최적설계, 대한기계학회논문집 A권, 26(12), 2556-2564.
- 7) 진강규 · 주상래(2000) : 실수코딩 유전알고리즘에 관한 연구, 제어 · 자동화 · 시스템공학 논문지, 6(4), 268-275.
- 8) 박영조(1998) : 기계설계, 보성문화사, 186-210.
- 9) 정선모 · 최환 · 황평 · 심재기 · 한길영(2002) : 기계설계학, 진영사, 253-260.
- 10) Rao, J. S.(1991) : Rotor Dynamics, New Age International Publishers., 45-57.
- 11) 양보석(2002) : 회전기계의 진동, 인터비전,

- 389-555.
- 12) 문덕홍 · 최명수 · 심재문, (1997) : 동강성계수의 전달을 이용한 축계의 비틀림진동 해석, 한국동력기계공학지, 1(1), 91-97.
- 13) 전효중 · 김의간(1999) : 기계역학, 효성출판사, 201-202.
- 
- 2003년 9월 5일 접수  
2003년 9월 25일 수리