

# 비철금속의 절삭성 평가를 위한 카오스 시뮬레이터의 구축

이종대<sup>†</sup> · 윤인식<sup>\*</sup>

경기공업대학 정밀계측과 · \*경기공업대학 메카트로닉스과  
(2003. 4. 18. 접수 / 2003. 8. 7. 채택)

## Construction of Chaos Simulator for Cutting Characteristics Evaluation of Non-Ferrous Metals

Jong-Dae Lee<sup>†</sup> · In-Sik Yun<sup>\*</sup>

Department of Precision Measurement, Kyonggi Institute of Technology

\*Department of Mechatronics, Kyonggi Institute of Technology

(Received April 18, 2003 / Accepted August 7, 2003)

**Abstract :** This study proposes the construction of chaos simulator for cutting characteristics evaluation of non-ferrous metals. Also this paper aims to find the optimal cutting conditions of diamond turning machine by measuring surface form and roughness to perform the cutting experiment of non-ferrous metals, which are aluminum, with diamond tool. As well, according to change cutting conditions such as feed rate, using diamond turning machine to perform cutting processing, by measuring cutting force and surface roughness and according to cutting conditions the aluminum about cutting properties, Trajectory changes in the attractor indicated a substantial difference in fractal characteristics. Constructed chaos simulator in this study can be used for cutting characteristics evaluation of non-ferrous metals.

**Key Words :** chaos, attractor reconstruction, fractal dimension, lyapunov dimension, diamond turning machine, non-ferrous metal, time series data

### 1. 서 론

산업자원부에서 현재 추진 중에 있는 MCT 2010(부품·소재기술을 2010년까지 세계 10대 강국화하는 국가적프로젝트)에 있어서 정밀기계, 전기, 전자, 반도체, 광학 관련 기기를 비롯한 영상, 정보 및 항공 우주 산업 등의 구성 부품들에 고정밀 가공의 중요성이 증대되고 있다. 초정밀 절삭가공은 1962년 미국의 Union carbide사가 다이아몬드(diamond) 절삭 가공기술을 계획하고 프랑스의 Du pont사와 협동으로 고정도 기계를 개발하여 1966년 M.T.D.R.에 발표한 것이 최초이다<sup>1)</sup>. CIRP에서 1983년에 Taniguchi<sup>2)</sup>가 제창한 후, 1984년에 Loewen<sup>3)</sup>, 1987년에는 McKeon<sup>4)</sup>이 각각 의견을 발표한 바 있으며, 초정밀 공학의 중요성을 제기하였다. 우리나라 1990년 초부터 이 분야에 관심을 갖기 시작하여<sup>5,6)</sup> 산업현

장에서 초정밀절삭 가공기술에 의해 생산되어지는 제품으로는 VCR드럼, 레이저빔 (laser beam), 프린터의 폴리곤 미러(polygon), 자기디스크, 복사기 드럼, 광학용품 등으로 이들 부품의 재료로서는 전자 산업과 정보 산업의 발달로 인하여 고정밀도가 필요하게 된 알루미늄, 구리, 무전해 나켈 등의 비철금속 및 플라스틱, 실리콘, 게르마늄 등의 비금속 등 대부분 연질재료가 사용되고 있으며, 이런 재료들은 연삭 가공으로는 높은 정밀도를 내기가 어렵다. 이와 같은 단점을 해소하기 위해 최근에는 고정밀도, 고 강성을 지닌 초정밀 가공기와 내마모성이 큰 다이아몬드 공구를 이용한 초정밀절삭 가공기술이 급속히 발전하고 있다. 앞으로 사용범위가 점차 확대되고 더욱 엄격해지는 가공정도를 만족시키기 위하여 다이아몬드 공구를 이용한 비철금속의 초정밀절삭 과정의 해석을 위한 체계적인 연구가 요망된다.

따라서, 본 연구에서는 비철금속인 알루미늄합금

<sup>†</sup>To whom correspondence should be addressed.  
jongdae@kinst.ac.kr

을 초정밀가공기로 절삭하여, 초정밀 절삭조건에 따른 절삭특성을 분석하기 위하여 카오스 시뮬레이터(어트랙터 재구성, 프랙탈차원, 리아프노프지수 평가기)를 구축하고자 하였다<sup>7,8)</sup>. 이를 위하여 가공시 획득한 주분력 시계열 데이터로부터 그 특성을 파악하고, 시계열 데이터에 의한 전체 과정으로부터 위상공간상의 기하학적 구조를 나타내는 프랙탈 차원, 리아프노프 지수, 어트랙터 사분면 구조 등의 결과로부터 절삭성을 평가 할 수 새로운 방법<sup>9,10)</sup>에 대하여 제시하고자 한다.

## 2. 카오스이론

### 2.1. 어트랙터 재구성

어트랙터 시뮬레이터의 구축을 위해서는 어트랙터의 재구성과 프랙탈 차원을 구하는 것이 필요하다. 임베딩 차원과 시간 지연에 의한 어트랙터의 재구성으로 프랙탈 외적 구조를 평가하게 된다. 어트랙터 재구성이란 시계열 신호를 위상공간으로 표현하는 것을 말하며, 어트랙터 재구성 방법은 Takens<sup>11)</sup>의 시간지연 방법을 사용하였다. 즉,  $i$ 개의 데이터가 주어졌을 때, 식(1)과 같이 주어지는  $m$ 차원 벡터  $\bar{X}(i)$ 를 위상공간에서 순서대로 연결시킴으로서 어트랙터를 재구성하게 된다.

$$\left. \begin{array}{l} \bar{X}(1) = [x\{1\}, x\{1+\tau\}, \dots, x\{1+(m-1)\tau\}] \\ \bar{X}(2) = [x\{2\}, x\{2+\tau\}, \dots, x\{2+(m-1)\tau\}] \\ \vdots \\ \bar{X}(i) = [x\{i\}, x\{i+\tau\}, \dots, x\{i+(m-1)\tau\}] \end{array} \right\} \quad (1)$$

여기서  $x(i)$ 는 주어진 시계열 데이터이며,  $m$ 은 임베딩 차원(embedding dimension: 해석대상의 시스템차원)을,  $\tau$ 는 시간 지연(time delay)을 나타낸다.

### 2.2. 프랙탈 차원

재구성된 어트랙터로부터 프랙탈 차원을 구하기 위하여 Grassberger와 Procassia<sup>12)</sup>가 제안한 식(2)를 이용한 상관적분 방법을 사용하였다.

$$C(r) = \frac{1}{N^2} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \Theta\{r - |\bar{X}(i) - \bar{X}(j)|\} \quad (2)$$

여기서,  $\Theta$ 는 계단함수(step function)이며,  $\bar{X}(i)$ 와  $\bar{X}(j)$ 는  $I$ 와  $j$ 번째 어트랙터를 구성하는 점이다. 또한,  $N$ 은 데이터의 수,  $r$ 은 전체원상의 반지름,  $|\bar{X}(i) - \bar{X}(j)|$ 는 두 점사이의 유clidean 거리를 나타낸다. 또한  $\Theta(t)$ 의 조건으로는 식(3)과 같이 나타낼 수 있다.

$$\Theta(t) = \begin{cases} 1 & (t \geq 0) \\ 0 & (t < 0) \end{cases} \quad (3)$$

이 방법은 어트랙터상의 각 점에서 상관 적분을 계산함으로서 프랙탈 차원을 결정하게 된다. 어트랙터상의 한 점을 중심으로 반지름이  $r$ 인 구를 그리고 구 내부점의 수를 구하는 과정을 어트랙터 상의 각 점에서 반복하여 구한 값들에 대하여 평균을 한다.

어트랙터상의 특성이 결정되는 것으로부터 식(4)와 같은  $\log r$  대  $\log C(r)$ 을 변수로 하는 직선 회귀선을 구하여 프랙탈 차원( $v$ )으로 나타낸다.

$$v = \frac{\log_2 C(r)}{\log_2 r} \quad (4)$$

### 2.3. 리아프노프지수

리아프노프 지수는 재구성된 어트랙터의 발산 또는 수렴에 대한 평균 지수율로서 0보다 큰 양수일 경우에는 신호가 카오스적이며, 0보다 작을 경우에는 신호가 주기적임을 알려준다.

리아프노프 지수를 구하는데 있어서는 Wolf<sup>13)</sup>의 방법을 사용하였으며, 계산은 다음과 같은 다섯 가지 과정으로 세분된다.

첫째, 어트랙터의 기준궤적으로부터  $L(t_0)$ 만큼 멀어져 있는 최근접 이웃 점을 정한다. 둘째,  $\Delta t$ 이후의  $t_1$ 에서 기준궤적 위의 점과 이웃궤적 사이의 거리를  $L'(t_1)$ 이라 하고,  $L(t_0)$ 와  $L'(t_1)$ 의 지수 비를 구한다. 셋째,  $t_1$ 에서의 최근접 이웃 점을 찾아 거리  $L(t_1)$ 을 계산한다. 넷째,  $\Delta t$ 시간이 지난  $t_2$ 에서 둘째 과정을 반복하여 지수 비를 구한다. 다섯째, 위와 같은 과정을  $M$ 번 반복하여 평균 지수율을 계산하며, 최종적인 리아프노프 지수  $\lambda$ 는 식(5)와 같다.

$$\lambda = \frac{1}{M\Delta t} \sum_{k=1}^M \log_2 \frac{L'(t_k)}{L(t_{k-1})} \quad (5)$$

여기서,  $M$ 은 반복 횟수,  $\Delta t = t_{k-1} - t_k$ 이다. 이렇

계 구해진 리아프노프 지수는  $M$ 이 커짐에 따라 하나의 값으로 수렴하게 된다.

### 3. 실험 시스템의 구성

선삭가공시 절삭력을 측정하기 위하여 구성한 실험시스템은 Fig. 1과 같으며, 초정밀 가공기(DTM)에 공구동력계를 장착 할 수 있도록 지그(Jig)를 설계 제작하여 부착하였다. 실험은 단결정 Diamond 공구로  $\Phi 40 \times 20$  크기의 알루미늄을 단면절삭방법으로 절삭실험을 실시하였다. DTM에 설치된 Fig. 2와 같은 압전형 공구동력계(Kistler 9257B)를 이용하여 얻은 아날로그 3축 절삭력 신호는 증폭한 후 A/D변환기를 통하여 PC로 전송하여 데이터 처리하였다. 초정밀 가공기 자체의 특성파악을 위하여 가공을 하지 않는 상태에서 주축회전수에 따른 공구동력계의 신호를 측정한 결과, 1500rpm부근에서 안정적인 경향을 보여서 이송에 대한 절삭력 측정을 1500rpm에서 실시하였다. 회전수에 따른 비谗금속의 표면거칠기를 측정하고, 이송속도 변화에 대한 알루미늄의 절삭력을 분석하였으며, 절삭가공 후 절삭조각에 따른 가공면의 표면거칠기는 WYKO사의 비접촉식 표면거칠기 측정기인 NT2000으로 측정하였다.

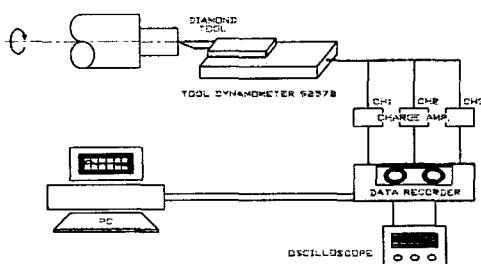


Fig. 1. Experimental device of setup of the DTM

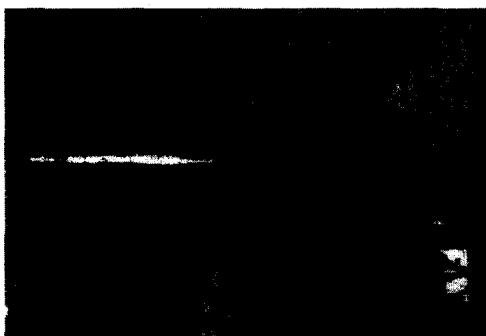


Fig. 2. Tool dynamometer

본 실험은 단결정 Diamond 공구로 가공이 가능한  $\Phi 40 \times 20$  크기의 알루미늄 7075를 사용하였다.

실험에 사용된 공구재료는 천연다이아몬드이며, 공구의 기하학적 형상 및 크기는 경사각  $0^\circ$ , 여유각  $10^\circ$ 와 선단반경 2mm로써 국내 다이아몬드 공구 제작사((주)세진정밀)에 의뢰하여 제작하였다.

### 4. 실험결과 및 고찰

#### 4.1. 알루미늄합금의 시뮬레이션

알루미늄합금에 대하여 회전수 1500rpm, 절삭깊이  $10\mu\text{m}$ 의 조건하에서 이송속도의 변화에 따른 동적상태의 절삭력을 나타낸 결과는 Fig. 3과 같다. 이 송에 따른 절삭력의 경향을 보면, 이송 클수록 절삭력이 크게 나타나는데, 이는 이송이 클수록 절삭면적이 증가하기 때문이다. 각 분력의 비를 보면, 약간의 분력의 기울기 차이는 있으나 이송속도가 2.5mm/min 이상에서 비례적으로 증가하고 있다.

이송에 따른 표면거칠기를 파악하고자 하였으며, Fig. 4는 이에 대한 결과를 나타낸다. 이송이 커짐에

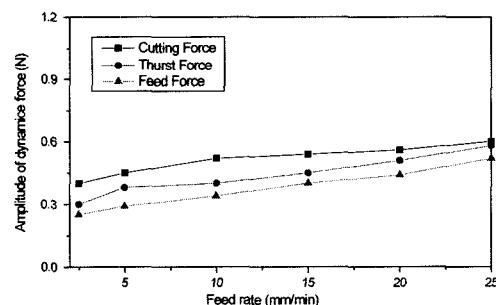


Fig. 3. Dynamic cutting force of Al-alloy according to feed rate(spindle rotational speed : 1500rpm, depth of cut :  $10\mu\text{m}$ )

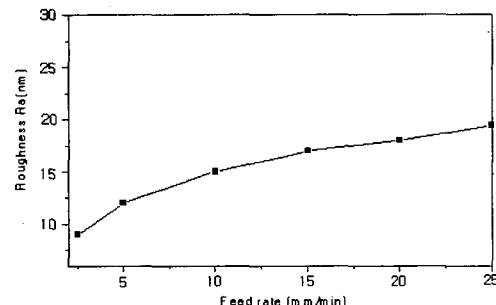


Fig. 4. Surface roughness( $\text{Ra}$ : nm) corresponding of non-ferrous metal to feed rate(spindle rotational speed: 1500rpm, depth of cut :  $10\mu\text{m}$ )

따라 표면거칠기가 커지게 되는데, 이는 재질에 따른 조직과 불순물의 함유량 때문으로 생각된다. 회전수 1500rpm, 이송 2.5mm/min, 절입 10 $\mu\text{m}$ 에서 9nmRa의 표면거칠기를 나타내었다.

#### 4.2. 카오스 시뮬레이터의 구축 및 평가

카오스 시뮬레이터의 구축을 위하여 로렌츠 아트랙터 모델을 도입하였으며, 이에 대한 기존의 결과들과 비교를 하면서 본 논문에서 프로그래밍화 한 아트랙터 시뮬레이터를 검증하였다. 프로그램은 Matlab 버전 4.2c1이상에서 시뮬레이션할 수 있도록 Matlab으로 프로그래밍하였으며, 획득 데이터에 대하여 최대 20,000개까지 처리할 수 있도록 하였다. 데이터의 인터페이스는 로딩시킨 데이터 파일명(확장자명 제외), 대상 데이터의 시작 점, 대상 데이터의 전체 길이, 시간지연, 플로팅 형식(점 또는 선)의 순서로 하여 아트랙터를 구성할 수 있도록 하였다. 확장 카오스 시뮬레이터 구축을 위한 샘플로 로렌츠 아트랙터를 고려하면, 이것은 외부 입력이 없는 3자유도의 자율계로써 운동방정식(비선형 진동)은 다음의 식(6), (7), (8)로 나타낼 수 있다.

$$\frac{dx}{dt} = F_1(x, y, z) = 10(x - y) \quad (6)$$

$$\frac{dy}{dt} = F_2(x, y, z) = -y + (28 - z)x \quad (7)$$

$$\frac{dz}{dt} = F_3(x, y, z) = -\frac{8}{3}z + xy \quad (8)$$

위의 방정식들로부터 해의 데이터를 얻어 그 플로팅하면 Fig. 5, 6과 같은 로렌츠 아트랙터를 얻을 수 있다.

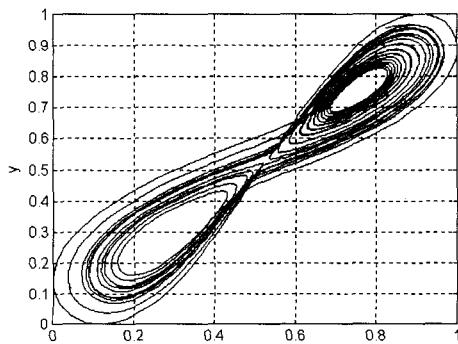


Fig. 5. Two dimensional attractor

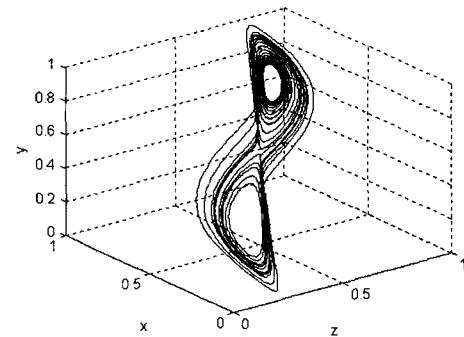


Fig. 6. Three dimensional attractor

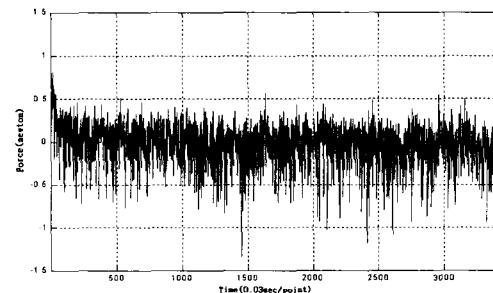


Fig. 7. Time series data in cutting force

Fig. 5는 로렌츠 아트랙터의 2차원적 구조, Fig. 6은 로렌츠 아트랙터의 3차원적 구조를 나타낸다.

본 논문에서는 이상에서 구축한 아트랙터 시뮬레이터를 절삭가공시에 주요인자로 작용하는 주분력의 특성평가에 적용하였다.

알루미늄에 대한 특수가공시 관여하는 주요인자인 주분력과 이에 대한 절삭특성에 대하여 아트랙터 해석을 하고자 하였으며, Fig. 7은 주분력에 대한 시계열 데이터(1 포인당 0.03초, 샘플링 : 총 3400)를 나타낸다.

Fig. 8은 획득한 시계열에 대한 2차원적 아트랙터 재구성을 나타낸다. 횡축은 상대힘(절삭력에 대한 데이터 플로팅), 종축은 상대힘과 시간지연을 인자로 하며, 밖에서 안으로 휘돌아 가는 형상을 나타내고 있다. 아트랙터 재구성에 관계되는 시간지연과 임베딩차원은 아트랙터 시뮬레이터에 획득 데이터를 입력하면 자동으로 설정되도록 하였다.

전체 4000샘플 중에 결합 신호와 무관한 구간은 샘플을 적절히 조절하여 3,400샘플씩을 적용하였으며, 2차원과 3차원의 두가지 경우가 모두 전반적으로 높은 에너지를 갖는 부분에서 변화를 동반하면서 커다란 궤적을 그리며 안정한 상태를 이루고 있으며, 이는 알루미늄의 절삭에 대한 궤적특성을 나

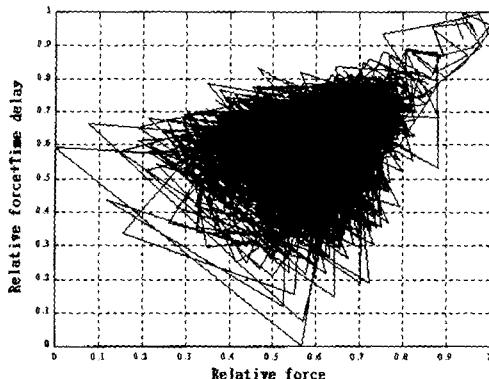


Fig. 8. Two dimensional attractor(cutting force)

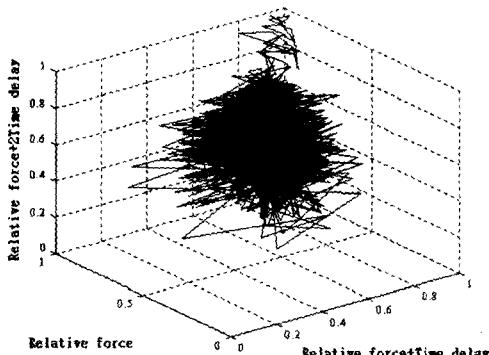


Fig. 9. Three dimensional attractor(cutting force)

타낸다고 볼 수 있다. 시계열 데이터에서는 10개정도의 링링(ringing: 진동형의 과정)이 나타났으나, 2차원과 3차원 어트랙터를 재구성하였을 경우의 궤적은 무차원화한 최대값을 기준으로 좌측 하단과 우측 상단에 대부분이 나타났다. 또한 2개 이상의 궤적에 대해서는 심한 변화를 동반하며, 안쪽으로 휘돌아 들어가는 형상을 나타내고 있다.

2차원 어트랙터는 대상 데이터의 고유 특징을 나타내어 주는 것은 사실이나 어트랙터의 형상을 가장 저차원으로 보여 주게 되며, 따라서 어트랙터의 차원을 높여 고찰하는 것이 필요하다.

Fig. 9와 같이 구성한 3차원 어트랙터는 2차원과는 다른 형상을 나타내고 있으며, 이러한 형상특징은 2차원 어트랙터에 대한 평가만으로 부족한 부분을 한차원 높게 해석 및 평가를 할 수 있게 된다.

재구성된 어트랙터의 기하학적 형태는 프랙탈 차원으로 규정할 수 있으며, 시스템의 내재된 특성을 나타내어 주므로, 결합 신호의 카오스적인 정도에 따라 프랙탈 차원이 달라진다. Fig. 10은 용접부의

기공 결합에 대하여 스피어-카운팅(sphere counting)으로 프랙탈 차원을 계산한 결과로서, 프랙탈 차원은 반지름  $r$ 이 증가할수록 선형적으로 증가하며 커지게 되고 일정 한계에 도달하면 더 이상 증가하지 않고 포화하게 된다. 따라서 반지름  $r$ 의 증가와 함께 나타난 직선 구간을 직선 회귀시켜 기울기와  $y$ 절편을 구하였으며, 이렇게 하여 구한 프랙탈 차원은 2.087,  $y$ 절편 값은 5.76으로 나타났다.

Fig. 11은 위상 공간상에서 이웃한 궤도의 발산 정도를 평가하는 리아프노프 지수의 결과를 나타내고 있다.

이때 사용한 파라미터로서  $\Delta t$ 는 5샘플,  $M$ 은 280으로 설정하였으며, 계산된 값들을 기준으로 최종적인 리아프노프 지수는 수렴되어지는 마지막 데이터들 중 10개씩을 평균하여 결정하였다.

전체 시뮬레이션 결과, 0.41로 나타났으며, 따라서 이러한 카오스 특징을 이용함으로서 알루미늄 7075의 절삭 주분력 시계열 데이터의 해석에 대한 정밀도를 높일 수 있다고 생각된다.

이상에서의 고찰 결과로부터 비선형성을 나타내는 알루미늄 7075 가공시 절사 주분력에 대한 시계열 신호는 시스템이 갖는 고유한 성질에 자배되며, 이러한 거동은 결정론적인 카오스 특성으로 나타나게 된다. 따라서 이러한 특성들로부터 본 연구에서는 4가지의 카오스 특징들을 추출하였으며, 그 구체적인 결과는 Table 1과 같다.

이러한 4가지 특징들은 알루미늄의 절삭가공 시에 카오스적 특성과 절삭특성에 대한 상관관계를 나타낸다고 할 수 있으며, 이로부터 알루미늄의 절삭성을 평가할 수 있다.

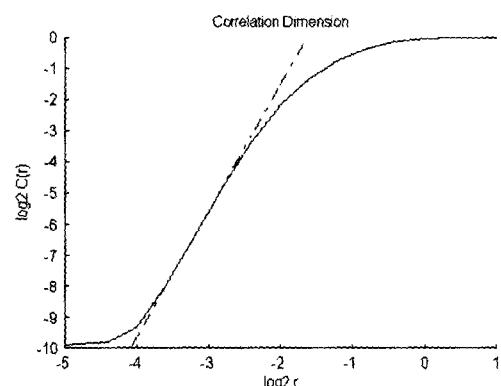


Fig. 10. Fractal dimension

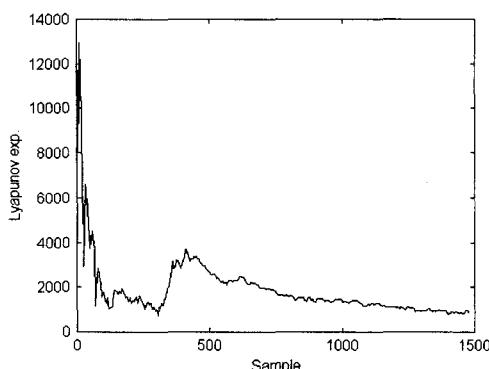


Fig. 11. Determination of lyapunov exponent

Table 1. Results of chaos analysis for Al 7075

Chaos analysis and evaluation				Material
Fractal dimension	Attractor quadrant	Y-value	Lyapunov exp.	
2.087	0.53-1.0	5.76	0.41	Al 7075

따라서 이러한 카오스적 특징을 이용함으로써 알루미늄 절삭 시에 실시간 데이터의 획득으로부터 절삭성에 대한 상태를 정량적으로 평가하는 것이 가능하다.

본 논문에서는 알루미늄의 절삭성을 평가하는데 있어서 획득한 주분력 시계열 데이터를 이용하여 카오스 시뮬레이터 구축에 의한 정량적이고도 정밀도 높은 해석을 하고자 하였다.

카오스 시뮬레이터 구축은 저자들이 카오스 이론 중에 포함되어 있는 상관차원(프랙탈 차원), 어트랙터 사분면 구성, 리아프노프지수 등의 부분을 절삭성 평가 분야에 접목을 시도한 것으로 현재의 카오스 이론이 갖는 실시간적 데이터처리 및 평가의 개선 등에 대한 부분이 지속적으로 연구되어 보완된다면, 공학 해석의 분야에 있어서 그 위력을 발휘할 것으로 생각한다.

## 5. 결 론

본 논문에서는 초정밀가공에서 비철금속인 알루미늄의 절삭력 실험으로 가공에 미치는 영향을 파악하기 위하여 최근 데이터 해석분야에서 각광을 받는 카오스 시뮬레이터를 구축하고자 하였으며, 다음과 같은 결론을 얻을 수 있었다.

- 1) 어트랙터 사분면, 프랙탈차원, 리아프노프지수

특정 추출에 의한 결과로부터 알루미늄의 절삭성을 평가하는 최초의 카오스 시뮬레이터를 구축하였다.

2) 구축한 카오스 시뮬레이터로 알루미늄의 주분력에 대한 고유특성값으로 프랙탈차원 2.087, 리아프노프지수 0.41, 어트랙터 사분면 053~1.0을 제시하였다.

3) 비철금속인 알루미늄을 초정밀 가공기에서 평면절삭을 하여 절삭력을 측정하고 분석한 결과, 주분력, 배분력, 이송분력 순서의 크기로 나타나는 것을 알 수 있다.

4) 회전수1500rpm, 이송 2.5mm/min, 절 입 10 $\mu$ m 일 때 알루미늄은 9nmRa로 나타났으며, 초정밀가공 시의 적정 회전수로는 1500rpm 정도에서 표면거칠기가 양호한 경향을 보였다.

5) 카오스 특징 추출 과정에서 임베딩 차원, 시간지연,  $\Delta t$ , M 그리고 추출구간 설정 등으로 주어지는 파라미터의 영향이 초음파 형상 인식에 영향을 주므로 향후 적절한 파라미터 선정 기준이 필요하다고 본다.

## 참고문헌

- 1) L.G.Whitten, T.G.Lewis, "Machining and Measurement to Submicron Tolerance" Proc. M.T.D.R., Programon Press, pp. 491, 1966.
- 2) N. Taniguchi, "Current Status in. and Future Trends of. Ultraprecision Machining and Ultrafine Materials Processing" Annals of the CIRP. Vol. 32, No. 2, pp. 573~582, 1983.
- 3) E.G.Loewin, "Perceived Limitations on Future Advances in Ultraprecision Machining" Annals of the CIRP. Vol. 32, No. 2, pp. 413~415, 1984.
- 4) P. A. McKeown, "The role of Precision Engineering in Manufacturing of the Future" Annals of the CIRP. Vol. 36, No. 2, pp. 495~501, 1987.
- 5) 김정두, "천연 다이아몬드 인선태에 의한 Al 합금의 경면절삭에 관한 연구", 대한기계학회논문집, 제14권, 제6호, pp. 1515~1522, 1990.
- 6) 이경호, 윤영식, 이상조, "다결정 다이아몬드 공구를 사용한 Al-Si합금의 선삭과정에서 절삭특성에 미치는 Si 함량의 영향", 한국정밀공학회지, 제12권, 제6호, pp. 20~26, 1995.
- 7) 이 원, 정의섭, 유영철, "신경회로망을 이용한 초음파 에코의 예측 및 평가", 대한기계학회 논문집, 제21권, 제4호, pp. 586~595, 1997.

- 8) 이 원, “산업체 적용을 위한 초음파검사 기술 개발에 관한 연구”, 한국정밀공학회지, 제14권, 제8호, pp. 49~56, 1997.
- 9) 이병재, “카오스 특징 추출에 의한 용접 결함의 초음파 형상 인식”, 한국정밀공학회지, 제15권, 제6호, pp. 167~174, 1998.
- 10) 이 원, “초음파와 신경망을 이용한 오스테나이트계 스테인리스강 304 용접부의 결함검출 분류 최적화”, 대한용접학회지, 제16권, 제3호, pp. 192~201, 1998.
- 11) F. Takens, “Dynamical Systems and Turbulance”, Lecture Notes in Mathematics, Vol. 898, pp. 266, 1981.
- 12) W. Liebert and H. G. Schuster, “Proper Choice of The Time Delay for The Analysis of Chaotic Time Series”, Physics Letters A, Vol. 142, pp. 107~111, 1989.
- 13) P. Grassberger and I. Procaccia, “Characterization of Attractors”, Physics Letters A, Vol. 50, No.5, pp. 346~349, 1983.