

직사각형 단면을 갖는 유체 저장 구조물의 거동에 관한 연구

박 장 호

아주대학교 공과대학 환경도시공학부
(2002. 11. 18. 접수 / 2003. 1. 19. 채택)

A Study on Behavior of Rectangular Liquid Storage Structures

Jang Ho Park

Division of Environmental and Urban Engineering, Ajou University

(Received November 18, 2002 / Accepted January 19, 2003)

Abstract : Dynamic behavior of flexible rectangular liquid storage structures is analysed by the developed method. The rectangular liquid storage structures are assumed to be fixed to the ground and a moving coordinate system is used. The irrotational motion of invicid and incompressible ideal fluid is represented by two analytic solutions. One is the solution of the fluid motion in the rigid rectangular liquid storage structure due to ground motions and the other is the solution of the fluid motion by the motion of the wall in the flexible rectangular liquid storage structure. The motion of structure is modeled by finite elements. The fluid-structure interaction effect is reflected into the coupled equation of motion as added fluid mass matrix. The free surface sloshing motion and hydrodynamic pressure acting on the wall in the flexible rectangular liquid storage structure due to the horizontal ground motion are obtained by the developed method and verified.

Key Words : rectangular liquid storage structure, fluid-structure interaction, analytic solution, sloshing, hydrodynamic pressure, behaviors of structures

1. 서 론

유연성이 있는 벽체로 이루어진 액체 저장 구조물에 지진과 같은 동하중이 작용하게 되면 유체와 구조물의 상호작용으로 인하여 구조물 내부에 저장된 유체의 유동과 구조물의 응답이 큰 영향을 받게 된다. 유체 저장 구조물의 해석 및 설계에는 구조물이 강체로 거동한다고 가정하여 유체동압력을 산출하는 방법들이 초기에는 주로 사용되었다. 이러한 방법들 중에 대표적인 것이 Housner 방법이다¹⁾. 이 방법에서 Housner는 유체동압력을 벽체와 함께 운동하는 유체에 의한 압력성분, 즉 충격성분과 유체 자유수면의 Sloshing 운동과 관련된 압력성분, 즉 대류성분으로 분리하여 산출하는 공식들을 제시하였다. 그러나 1964년 Nigata 지진, 1964년 Alaska 지진,

1966년 Parkfield 지진 등에서 앞에 기술된 방법들에 의해 설계된 유체 저장 구조물들에 큰 피해가 발생하였으며, 그 피해의 원인을 밝히는 과정에서 유체와 유연한 구조물의 상호작용으로 인하여 실제 유체 저장 구조물의 벽면에 작용하는 유체동압력이 강체구조물 모델에서 발생하는 것보다 수배이상 증폭될 수 있음이 밝혀졌다²⁾. 그 이후 유체-구조물 상호작용에 대한 연구가 본격적으로 시작되었으며, 현재까지 이루어지고 있다.

유체 저장 구조물의 형태는 크게 원통형과 직사각형 단면을 갖는 두 가지로 분류할 수 있다. 원통형 유체 저장 구조물의 경우 원유 저장시설 등으로 많이 사용되고 있으며, 이에 대한 연구는 많이 이루어졌다³⁾. 직사각형 단면을 갖는 유체 저장 구조물은 사용 후 핵연료 저장시설과 같이 구조물 내부의 유체 속에 무거운 물체를 저장하기 위하여 건설되는 시설로서 대형 철근콘크리트 구조물의 형태를 취하

jangho@ajou.ac.kr

고 있다. 이러한 특수한 유체 저장 구조물의 경우 구조물의 응답 이외에도 구조물의 벽체에 작용하는 유체동압력과 유체 자유수면의 Sloshing까지도 정확하게 평가될 필요가 있다. 현재까지 직사각형 단면을 갖는 유체 저장 구조물에 대한 연구는 많지 않은 실정이다. 그 대표적인 해석기법으로 경계요소-유한요소 연계법을 이용한 해석기법^{4,5,6)}과 해석적인 방법⁷⁾을 들 수 있다. 해석적 방법의 경우 해석이 편리하며 해석에 소요되는 시간은 짧으나 유체 자유수면의 Sloshing이 고려되지 않았으며, 경계요소-유한요소 연계법의 경우 유체 자유수면의 Sloshing이 고려된 정밀한 해석을 할 수 있으나, 모델링과 해석에 많은 시간이 소요된다.

본 논문에서는 유체의 운동을 해석해로 표현하고, 이를 구조물의 운동을 모델링한 유한요소와 연계함으로써 유체 자유수면의 Sloshing을 고려하고 유체-구조물 상호작용을 편리하게 평가할 수 있는 해석기법을 개발하였다. 유체는 비점성, 비압축성의 이상유체로 가정하여 유체 자유수면의 Sloshing까지 고려한 유체의 운동방정식에 대한 해석해를 구하였으며, 유연한 유체 저장 구조물의 운동은 유한요소를 사용하여 모델링한 후 모드해석을 수행하고 이들을 연계시킴으로서 유체-구조물 상호작용을 고려할 수 있도록 하였다. 본 논문에서 개발한 해석기법은 유체의 유동에 의한 유체동압력 성분과 구조물의 유연성으로 인한 구조물의 변형에 의해 발생하는 유체동압력 성분을 각각 구할 수 있는 장점을 가지고 있다. 개발된 해석기법을 사용하여 해석을 수행하고 그 해석결과들을 경계요소-유한요소 연계법에 의한 해석결과와 비교함으로써 개발된 해석기법의 타당성을 검증하였다.

2. 해석 방법

2.1. 유체의 운동방정식

Fig. 1은 직사각형 단면을 갖는 유체 저장 구조물 모델이다. 좌표계는 Fig. 1에서 나타난 것과 같으며, 지반의 운동과 동일하게 움직이는 이동좌표계를 사용한다.

직사각형 단면을 갖는 유체 저장 구조물 내부 유체의 유동을 비회전, 비압축성, 비점성의 이상유체로 가정하면 유체의 운동은 다음과 같이 정의되는 속도 Potential $\phi(x, y, z, t)$ 에 의하여 나타낼 수 있다.

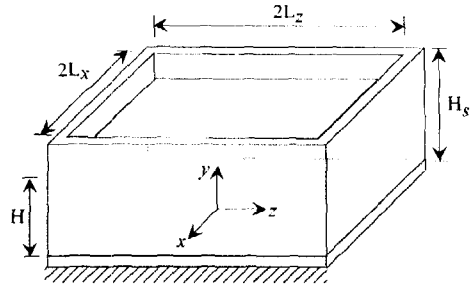


Fig. 1. Rectangular liquid storage structure model

$$\begin{aligned} v_x &= \frac{\partial \phi(x, y, z, t)}{\partial x} \\ v_y &= \frac{\partial \phi(x, y, z, t)}{\partial y} \\ v_z &= \frac{\partial \phi(x, y, z, t)}{\partial z} \end{aligned} \quad (1)$$

여기서 v_x, v_y, v_z 는 각각 x, y, z 방향의 이동좌표계에서의 속도를 의미한다. 유체의 운동은 Eulerian 정식화에 근거하여 다음의 Laplace 방정식을 만족한다.

$$\nabla^2 \phi(x, y, z, t) = 0 \quad (2)$$

유체 저장 구조물에 지반운동이 가해지면 유체는 유동을 하게 된다. 이때 유체-구조물 상호작용의 영향을 받는 유연한 유체 저장 구조물의 응답은 강체 구조물에서의 유체의 유동에 의한 영향과 유연한 구조물 벽체의 변형에 의한 영향으로 나눌 수 있다. 본 논문에서는 이동좌표계를 이용하여 강체구조물에서의 유체의 운동에 대한 해석해와 유연한 구조물에서의 벽체의 변형에 의한 유체의 운동에 대한 해석해를 구하고 이를 구조물의 운동과 연계함으로써 유체-구조물 상호작용을 고려한다.

2.2. 강체 구조물에서의 유체의 운동

강체구조물에서 유체의 자유수면은 운동학적 경계조건(kinematic boundary condition)과 동역학적 경계조건(dynamic boundary condition)을 만족시켜야 한다⁸⁾. 평균 수면에서 자유수면까지의 높이를 $\eta(x, z, t)$ 라고 하면 x 방향으로 지반 가속도가 가해질 때 유체 자유 수면에서의 선형화된 경계조건들은 다음과 같다.

$$\frac{\partial \phi}{\partial y} = \frac{\partial \eta}{\partial t} \Big|_{y=H_i} \quad (3)$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + a_x x + g \eta = 0 \Big|_{y=H_i} \quad (4)$$

여기서, a_x 는 x 방향의 지반 가속도를 나타내며, g 는 중력가속도를 의미한다. 그리고 구조물의 벽체와 유체의 경계면에서의 운동학적 경계조건과 동역학적 경계조건은 다음과 같다.

$$\frac{\partial \phi}{\partial x} = 0 \Big|_{x=\pm L_x} \quad (5)$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial y} = 0 \Big|_{y=0} \quad (6)$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial z} = 0 \Big|_{z=\pm L_z} \quad (7)$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + \frac{p}{\rho} + a_x x = 0 \quad (8)$$

여기서, ρ 는 구조물 내부 유체의 밀도를 의미한다. x 방향으로 지반운동을 받는 강체구조물에서는 속도 Potential이 z 방향으로 일정하다. 이를 이용하고 변수분리법을 사용하면 식(5), 식(6), 식(7)을 만족하는 Laplace 방정식의 해는 급수의 형태로 다음과 같이 얻어진다.

$$\phi = \sum_{n=0}^{\infty} \sin k_n x \cdot \cosh k_n y \cdot f_n^*(t) \quad (9)$$

여기서, $k_n = \frac{2n+1}{2L} \pi$ 이다. 식(9)를 이용하여 식(3)으로부터 자유수면의 높이 $\eta(x, z, t)$ 를 구하고, 이를 식(9)와 함께 식(4)에 대입하여 정리하고 직교성(Orthogonality)을 적용하면 $f_n^*(t)$ 를 다음과 같이 얻을 수 있다.

$$f_n^*(t) = \left\{ -a_x \left[\frac{(-1)^n}{k_n^2} \right] \left[\frac{L_x}{2} \right] / \cosh k_n H + \left[\frac{f_n^*(t-\Delta t)}{\Delta t} - g k_n \cdot \tanh k_n H \cdot (F_n^*(t-\Delta t) + f_n^*(t-\Delta t) \cdot \frac{\Delta t}{2}) \right] \right\} / \left(\frac{1}{\Delta t} + g k_n \cdot \tanh k_n H \cdot \frac{\Delta t}{2} \right) \quad (10)$$

여기서, $F_n^*(t-\Delta t) = \int_0^{t-\Delta t} f_n^*(t-\Delta t) dt$ 이다.

식(10)으로부터 x 방향으로 지반운동을 받는 강체 구조물에서 구조물 벽면에 작용하는 유체동압력과 유체 자유수면의 Sloshing의 높이를 다음과 같이 얻을 수 있다.

$$p_r = -\rho \left[\sum_{n=0}^{\infty} \sin k_n L_x \cdot \cosh k_n y \times \frac{f_n^*(t) - f_n^*(t-\Delta t)}{\Delta t} + a_x L_x \right] \quad (11)$$

$$\eta_r = \sum_{n=0}^{\infty} k_n \cdot \sin k_n x \cdot \sinh k_n H \cdot [F_n^*(t-\Delta t) + \{f_n^*(t) + f_n^*(t-\Delta t)\} \cdot \frac{\Delta t}{2}] \quad (12)$$

2.3. 구조물 운동의 모델링

지반운동과 외부하중을 받는 유연한 구조물의 운동을 유한요소법을 이용하여 모델링하면 다음과 같은 구조물의 이산화된 운동방정식을 얻을 수 있다.

$$[M]\{\ddot{w}\} + [C]\{\dot{w}\} + [K]\{w\} = -[M]\{1\}a_x + \{f\} \quad (13)$$

여기서, M, C, K 는 각각 구조물의 질량, 감쇠 및 강성행렬을 나타내며, w 는 구조물 절점의 지반에 대한 상대변위를, a_x 는 x 방향으로 작용하는 지반가속도를 의미한다. 또한 f 는 유체 저장 구조물의 벽면에 작용하는 유체동압력에 의한 등가절점하중을 나타낸다. 구조물의 절점에 작용하는 등가절점하중을 구조물의 벽면에 작용하는 유체동압력으로부터 다음의 식을 사용하여 구할 수 있다.

$$\{f\} = -[L]\{p\} \quad (14)$$

여기서, L 은 분포된 표면력을 절점력으로 변환하는 행렬(distribution matrix)이다. 식(13)으로 표현된 구조물의 운동방정식을 모드해석을 통하여 다음의 식으로 표현할 수 있다.

$$[\xi]^T [M] \{\ddot{r}\} + [\xi]^T [C] \{\dot{r}\} + [\xi]^T [K] \{\xi\} \{r\} = -[\xi]^T [M] \{1\} \alpha_x - [\xi]^T [L] \{p\} \quad (15)$$

2.4. 구조물의 변형에 의한 유체의 운동

유연한 유체 저장 구조물에서 구조물의 변형에 의해 유체가 운동을 하는 경우 유체 자유 수면에서의 운동학적 경계조건과 동역학적 경계조건은 다음과 같다.

$$\frac{\partial \phi}{\partial y} = \frac{\partial \eta}{\partial t} \Big|_{y=H_i} \quad (16)$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + g\eta = 0 \Big|_{y=H_i} \quad (17)$$

그리고 구조물의 벽체와 유체의 경계면에서의 운동학적 경계조건과 동역학적 경계조건들은 다음과 같다.

$$\frac{\partial \phi}{\partial x} = \frac{\partial w}{\partial t} \Big|_{x=\pm L_x} \quad (18)$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial y} = 0 \Big|_{y=0} \quad (19)$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial z} = 0 \Big|_{z=\pm L_z} \quad (20)$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + \frac{p}{\rho} = 0 \quad (21)$$

변수분리법에 의하여 식(19), 식(20)을 만족하는 Laplace 방정식의 해는 급수의 형태로 다음과 같이 얻어진다.

$$\phi = \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} \sinh \alpha_{lm} x \cdot \cos k_m y \cdot \cos \gamma_l z \cdot q_{lm}^*(t) \quad (22)$$

여기서, $k_m = \frac{2m+1}{2H} \pi$, $\gamma_l = \frac{l\pi}{L_z}$, $\alpha_{lm}^2 = \gamma_l^2 + k_m^2$ 이다.

2.2절에서와 동일한 방법에 의하여 직교성 (Orthogonality)를 적용하면 $q_{lm}^*(t)$ 를 다음과 같이 얻을 수 있다.

$$q_{lm}^*(t) = \int_{-L_x}^{L_x} \int_{-H}^H \dot{w} \cdot \cos k_m y \cdot \cos \gamma_l z \cdot dydz / [\alpha_{lm} \cdot \cosh \alpha_{lm} L_x] / [H \cdot L_z] \quad (23)$$

식(23)으로부터 유연한 유체 저장 구조물에서 구조물의 변형에 의해서 구조물의 벽면에 작용하는 유체동압력과 유체 자유수면의 Sloshing의 높이를 다음과 같이 얻을 수 있다.

$$p_f = -\rho \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} \sinh \alpha_{lm} x \cdot \cos k_m y \cdot \cos \gamma_l z \times \sum_i \ddot{r}_i(t) \left(\int_{-L_x}^{+L_x} \int_{-H}^H \xi_i(y, z) \cdot \cos k_m y \cdot \cos \gamma_l z \cdot dydz \right) / [\alpha_{lm} \cdot \cosh \alpha_{lm} L_x] / [H \cdot L_z] \quad (24)$$

$$\eta_f = \sum_i r_i \int_0^H \xi_i \cdot dy / (2L \cdot \cosh \frac{\pi}{2}) \times \sinh \frac{\pi x}{2L} / \sinh \frac{\pi}{2} \quad (25)$$

이제 구조물의 벽면에 작용하는 유체동압력인 식(11)과 식(24)를 구조물의 운동방정식 식(15)에 대입 함으로써 유체-구조물 상호작용이 유체의 부가질량의 형태로 표현되는 유체-구조물 연계시스템의 이산화된 지배방정식을 다음과 같이 얻을 수 있다.

$$[M_n] \{\ddot{r}\} + [C_n] \{\dot{r}\} + [K_n] \{r\} = -[\Gamma_n] \{1\} \alpha_x - [M_n^A] \{\ddot{r}\} - [\xi]^T [L] \{p_r\} \quad (26)$$

$$M_n^A = \left\{ \xi_n^T [L] \rho \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} \sinh \alpha_{lm} x \cdot \cos k_m y \cdot \cos \gamma_l z \right. \\ \left. \left(\int_{-L_x}^{+L_x} \int_{-H}^{+H} \xi_n(y, z) \cdot \cos k_m y \cdot \cos \gamma_l z \cdot dy dz \right) \right. \\ \left. / [\alpha_{lm} \cdot \cosh \alpha_{lm} L_x] / [H \cdot L_z] \right\} \quad (27)$$

지반운동을 받는 유체 저장 구조물에서 구조물의 응답은 식(27)로부터 얻을 수 있으며, 구조물의 벽면에 작용하는 유체동압력은 유체의 유동에 의한 동압력 성분인 식(11)과 구조물의 변형에 의해 발생하는 동압력 성분인 식(24)의 합으로부터 구할 수 있다. 또한 유체 자유수면에서의 유체의 Sloshing은 식(12)와 식(25)의 합으로부터 얻어진다.

3. 해석에

본 논문에서 제시한 해석기법의 타당성을 검증하기 위하여 Fig. 2의 해석모델을 사용하여 유체-구조물 상호작용을 해석하였다.

입력지반운동으로는 1940년 Imperial Valley 지진 시 El Centro Valley Irrigation District에서 계측된 N-S 방향 가속도 시간이력을 사용하였다. 최대가속도를 0.2g로 하였으며, 지반운동의 입력은 x방향으로 하였다.

3.1. 유체의 유동에 대한 해석

지반운동을 받는 강체구조물에서 발생하는 유체 자유수면의 Sloshing의 시간에 따른 변화와 구조물의 벽면에 작용하는 유체동압력을 구하고 이 결과들을 경계요소법에 의한 해석결과와 비교하였다.

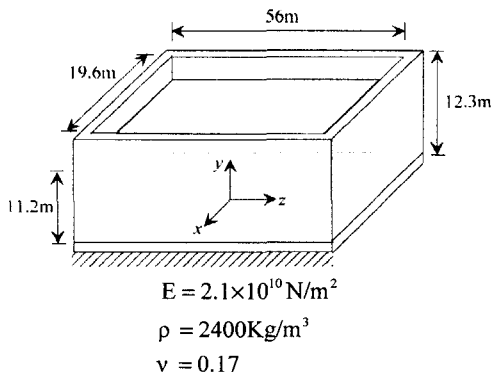


Fig. 2. Dimensions and material properties of the rectangular liquid storage structure model

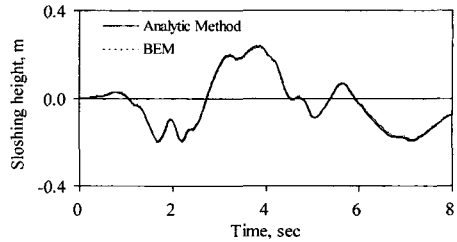


Fig. 3. Histories of sloshing height near the wall in the rigid structure

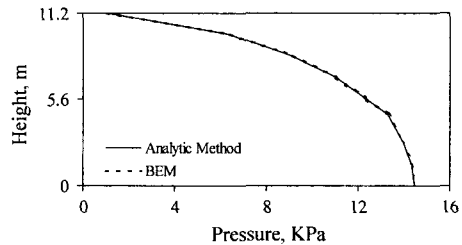


Fig. 4. Hydrodynamic pressure distribution along the wall in the rigid structure

Fig. 3은 수평방향 지반운동에 의해 강체구조물의 벽면에서 발생하는 유체 자유수면 높이의 시간에 따른 변화를 도시한 것이다. 본 논문에서 제시한 해석해에 의한 결과와 경계요소법으로 구한 결과가 잘 맞고 있다. Fig. 4는 강체구조물에서 구조물의 벽면에 작용하는 유체동압력에 의해 발생하는 바닥전단력이 최대가 되는 시간에서의 유체동압력의 분포를 도시한 것이다. 바닥전단력이 최대가 되는 시간은 두 방법 모두 동일하며, 그 분포도 잘 일치하고 있다. 두 결과는 본 논문에서 제시한 강체구조물에서의 유체의 운동에 대한 해석해가 유체 자유수면의 거동과 유체동압력을 정확히 표현할 수 있음을 보여주고 있다.

3.2. 유체와 구조물의 상호작용 해석

유연한 액체 저장 구조물에서 유체-구조물 상호작용의 영향을 해석하여 경계요소-유한요소 연계법에 의한 결과와 비교하였다.

Fig. 5는 수평방향 지반운동에 의해 유연한 구조물의 벽면 상단에서의 변위 시간이력을 도시한 것이다. 본 논문에서 제시한 방법과 경계요소-유한요소 연계법에 의한 해석결과를 비교해보면 구조물의 고유진동수가 동일하게 나타나고 있다. 변위의 경우 본 논문에서 제시한 방법에 의한 결과가 경계요소-유한요소 연계법에 의한 결과보다 구조물의 고차

진동수에 의한 영향이 다소 많이 나타나고 있으나, 전체적으로 잘 일치하고 있다. Fig. 6은 수평방향 지반운동에 의해 유연한 구조물의 벽면에서 발생하는 유체 자유수면 높이의 시간에 따른 변화를 도시한 것이다. 유체의 유동에 의한 저진동수 특성을 갖는 수면의 변화는 동일하며, 구조물 벽체의 진동에 의한 수면의 변화는 본 논문에서 제시한 방법에 의한 것이 다소 작게 나타나고 있다. 그러나 실제 구조물에서와 같은 구조물의 감쇠를 고려할 경우 감쇠가 없는 경우보다 더 일치하는 결과를 보여준다.

Fig. 7은 수평방향 지반운동에 의해 유연한 구조물의 벽면 중앙에 작용하는 유체동압력이 최대가 될 때의 유체동압력의 분포를 도시한 것이다. 본 논문에서 제시한 방법과 경계요소-유한요소 연계법에 의한 결과가 잘 일치하고 있다.

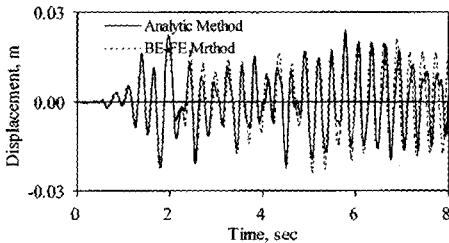


Fig. 5. Histories of acceleration at the top of the wall in the flexible structure

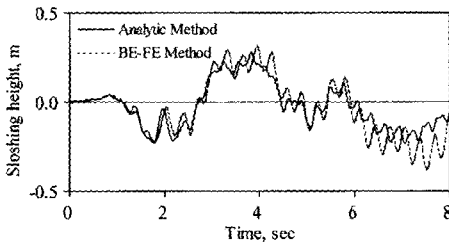


Fig. 6. Histories of sloshing height near the wall in the flexible structure

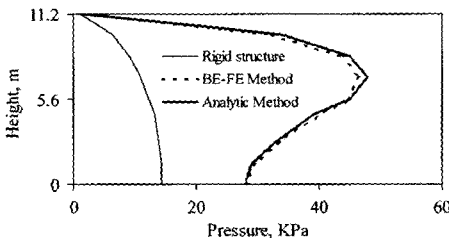


Fig. 7. Hydrodynamic pressure distribution along the wall in the flexible structure

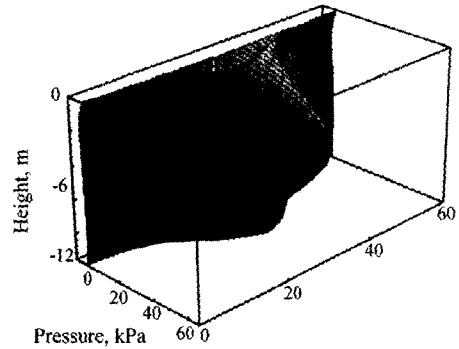


Fig. 8. Spatial distribution of hydrodynamic pressure acting on the side wall

이러한 결과로부터 본 논문에서 제시한 해석방법의 타당성을 검증하였다. Fig. 8은 Fig. 7에서와 동일한 시간에서 유연구조물의 벽면에 작용하는 유체동압력의 공간적 분포를 도시한 것이다.

4. 결론 및 토의

직사각형 단면을 갖는 유체 저장 구조물에서의 유체 자유수면의 Sloshing을 포함하여 유체-구조물 상호작용을 보다 간편하게 해석할 수 있는 기법을 개발하였으며, 경계요소-유한요소 연계법과의 비교를 통하여 해석기법의 정확성을 검증하였다.

유체-구조물 연계시스템의 응답은 강체구조물에서의 유체의 유동에 의한 유체동압력 성분과 구조물의 유연성으로 인한 구조물의 변형에 의해 발생하는 유체동압력 성분으로부터 구하여진다. 즉 지반운동을 받는 유체 저장 구조물에서 구조물의 응답은 구조물의 변형에 의해 발생하는 유체동압력 성분과 유체의 유동에 의한 유체 동압압력 성분에 의하여 발생하며, 유체 자유수면의 Sloshing은 두 성분의 합으로부터 구하여진다.

본 논문에서 제안한 해석방법은 유체 자유수면의 Sloshing을 고려함과 동시에 해석과 모델링에 소요되는 시간을 줄일 수 있는 장점을 가지고 있다. 그러나 구조물의 형상이 단순하지 않은 경우에는 경계요소-유한요소 연계법보다 정확성이 떨어진다. 따라서, 본 논문에서 제안한 해석방법은 유체-구조물 연계시스템의 거동 특성을 보다 편리하게 파악하는데 도움이 될 것이다. 또한 유체 저장 구조물에 면진장치를 설치하거나 지반과의 상호작용을 해석하고자 할 때 보다 편리하게 이용될 수 있을 것이다.

감사의 글 : 이 논문은 한국과학재단의 해외 Post-doc. 연수지원비에 의하여 연구되었음.

참고문헌

- 1) Housner, G. W., "Dynamic pressure on accelerated fluid containers," Bulletin of the Seismological Society of America, Vol. 47, pp. 15-35, 1957.
- 2) ASCE, The Effects of Earthquakes on Power and Industrial Facilities and Implications for Nuclear Power Plant, prepared by the working group on past behavior of the Committee on Dynamic Analysis of the Committee on Nuclear Structures and Materials of the Structural Division of the ASCE, 1978.
- 3) Rammerstorfer, F. G., K. Sharf and F. D. Fisher, "Storage tanks under earthquake loading," Applied mechanics reviews, ASME, Vol. 43, pp. 261-282, 1990.
- 4) 고현무, 김재관, 박장호, "경계요소-유한요소 연계법에 의한 구형 수조구조물의 동적거동 특성 해석," 대한토목학회 논문집, 제14권, pp. 1033-1042, 1994.
- 5) Koh, H. M., J. K. Kim, and J. -H. Park, "Fluid-structure interaction on analysis of 3-D rectangular tanks by a variationally coupled BEM-FEM and comparison with test results," Earthquake Engineering and Structural Dynamics, Vol. 27, pp. 109-124, 1998.
- 6) Park., J.-H., H. M. Koh, and J. K. Kim, "Seismic isolation of pool-type tanks for the storage of nuclear spent fuel assemblies," Nuclear Engineering and Design, 199/1-2, pp. 143-154, 2000.
- 7) 고현무, 김재관, 박정준, "구형 유체저장 구조물의 유체-구조물 상호작용에 관한 해석적 연구," 대한토목학회 논문집, 제15권, pp. 765-775, 1995.
- 8) Currie, I. G., Fundamental mechanics of fluid, McGraw-Hill Inc., 1974.
- 9) Cook, R. D. D. S. Malkus and M. E. Plesha, Concepts and Application of Finite Element Method, John Wiley & Sons Inc., 1989.