

H-pile의 지지력 특성 및 동역학적 공식의 신뢰도 평가

오세욱 · 이준대*

충북대학교 토목공학과 · *세명대학교 토목공학과

(2002. 8. 6. 접수 / 2002. 12. 23. 채택)

Characteristics of Bearing Capacity and Reliability-based Evaluation of Pile-Driving Formulas for H Pile

Se-Wook Oh · Jun-Dae Lee*

Department of Civil Engineering, Chungbuk National University

*Department of Civil Engineering, Semyung University

(Received August 6, 2002 / Accepted December 23, 2002)

Abstract : Recently, pile foundations were constructed in rough or soft ground than ground of well condition thus it is important that prediction of ultimate bearing capacity and calculation of proper safety factor applied pile foundation design. This study were performed to dynamic loading tests for the thirty two piles at four different construction sites and selected pile at three site were performed to static loading tests and then compare with measured value and value of static and dynamic loading tests. The load-settlement curve from the dynamic loading tests by CAPWAP was very similar to the results obtained from the static load tests. Based on dynamic and static loading tests, the reliability of pile-driving formula were analyzed and then suggested with proper safety factor for prediction of allowable bearing capacity in this paper.

Key words : pile foundation, H-pile, static loading tests, dynamic loading tests, CAPWAP, reliability, safety factor, pile-driving formula, allowable bearing capacity

1. 서 론

우리나라는 경제가 급격히 발전하면서 도로 및 항만, 공항, 철도 등의 기간시설에 대한 수요가 빠른 속도로 증가하고 있고 이러한 기간시설물들은 물론 건축구조물도 택지의 부족으로 인하여 연약하거나 지지층의 깊이가 비교적 깊은 지반조건인 불리한 곳에 건설되는 경우가 많아 말뚝기초의 중요성이 더욱 강조되고 있다.

현재 국내에서는 각종 구조물의 기초를 원형말뚝인 강관말뚝과 기성콘크리트말뚝(PHC)이 일반적으로 사용되고 있다. 원형말뚝은 연직 지지력이 양호하지만 조밀한 지반, 자갈 및 전석층 등에 관입이 어려워 시공상에 많은 제한을 두고 있다. 특히, 최근 들어 말뚝기초공사는 산악지반 및 연약지반 등과 같이 다양한 지반조건하에서 시공되고 있어, 현재 많이 사용하고 있는 PHC말뚝만으로는 효율적인

말뚝기초 시공에 어려운 실정이다.

Tomlinson(1994)에 의하면 미국의 Hartepools 원자력발전소의 말뚝기초 재료선정을 위해 PC말뚝과 H말뚝을 동시에 시공하여 평가해 본 결과 H말뚝이 대단히 우수한 결과를 주고 있는 것으로 연구되었으며, 또한 도로의 교량·교각 기초로써도 H말뚝의 지지능력이 우수하다는 연구결과를 발표한 바 있다¹⁾.

유럽의 경우 H말뚝에 대한 연구 및 적용사례는 프랑스, 벨기에 등지에서 주로 사용되고 있다. De Beer 등(1981)은 H말뚝의 지지력을 증가시키기 위해 H말뚝 주변부에 각종 형강을 부착한 후 재하시험을 실시하여 지지력 특성에 대해 연구하였다. 연구결과 PDA로부터 얻은 데이터를 이용하여 동적지지력 공식을 사용하면 신뢰성이 높은 정적지지력 값을 예측할 수 있으며, 또한 H말뚝에 적절한 보강을 실시하면 2배 정도의 지지력을 얻을 수 있다는 연구결과를 발표하였다²⁾.

동역학적 지지력 이론식은 가정조건외 비현실성, 동적 저항력의 무시, 항타에너지의 전달, 시간경과

*To whom correspondence should be addressed.
jdlee@semyung.ac.kr

효과 미고려 등에 의해 신뢰도가 매우 낮은 것으로 평가되어 왔다. 그럼에도 불구하고 많은 연구결과들은 상기의 문제점들을 충분히 고려하지 않고 동역학적 이론식에 의한 지지력과 정역학적 이론식에 의한 지지력을 직접 비교하는 경우가 많았는데 엄밀한 의미에서 합리적인 신뢰도 평가가 되었다고 볼 수 없다. 정역학적 이론식은 지반조사를 근거로 표준관입시험값(N)과 흙의 내부마찰각(ϕ)을 이용하여 지지력계수(N_q)를 찾아 지지력을 산정하는 반면에 동역학적 이론식은 에너지 보존법칙과 충격이론에 근거하여 제안된 공식에 의해 지지력이 산정되었기 때문이다.

이 연구에서는 고강도 H말뚝, 강관말뚝 및 PHC 말뚝에 대하여 정재하 시험과 동재하시험을 수행한 후 정재하 시험결과를 바탕으로 동재하시험의 신뢰도를 평가하고 말뚝기초 설계시 보다 효과적으로 적용할 수 있는 안전율을 제안하고자 한다.

2. 현장재하시험 방법

2.1. 지반조사 결과

Fig. 1은 각 지역의 지반조사결과를 나타낸 것으로 A지역은 지표면으로부터 매립층, 해성퇴적층, 풍화암층으로 지반이 형성되어 있다. 상부로부터 3.2m 구간은 인위적으로 조성된 매립층으로 흑갈색 잡석으로 매립된 제강 슬래그가 많이 포함되어 매우 단단한 상태를 보여주고 있으며 지하수위는 지표면으로부터 약 3.4m 지점에 위치하고 있다. B지역은 지표면으로부터 모래질 실트층, 자갈질 모래층, 풍화토층, 풍화암층으로 지반이 형성되었다. 지층의 구성상태로 보아 시험시공지역의 서쪽에 인접하여 하천이 흐르고 있어 퇴적된 것으로 추정되며 지하수위는 지표면으로부터 약 1.55m 지점에 위치하고 있다. C지역은 주로 전담과 남서측으로 야산과 구릉지를 갖고 있는 지역으로써 지표면으로부터 매립층, 실트질 모래층, 풍화토층, 풍화암층으로 지반이 형성되어 있다. 말뚝의 지지층으로 예상되는 풍화암층은 N값이 50이상으로 균열과 절리가 발달되어 있으며 지하수위는 지표면으로부터 약 4.6m 지점에 위치하고 있다. D지역은 지표면으로부터 매립층, 퇴적층, 풍화토층, 풍화암층, 연암층으로 지반이 형성되어 있다. 이 지역은 한강의 하류와 인접한 구릉지역으로써 자갈 및 모래질 실트층으로 구성되어 있다. 지하수위는 지표면으로부터 약 1.3m 지점에 위치하고 있다.

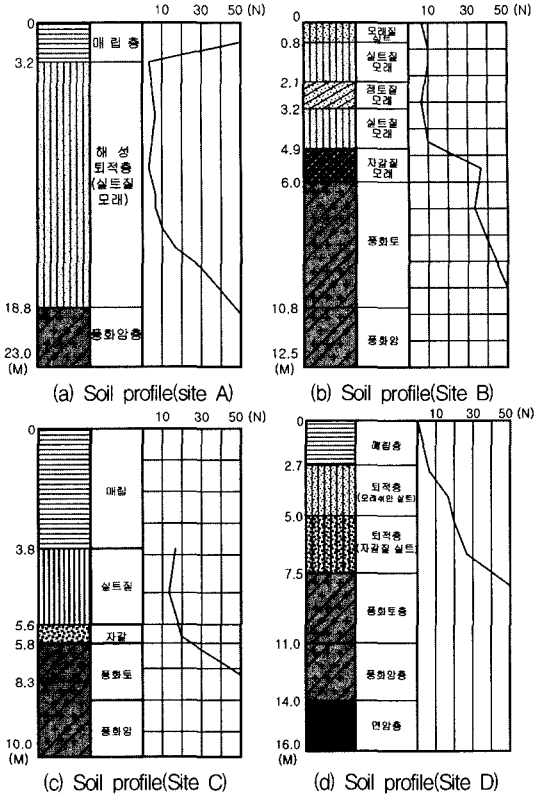


Fig. 1. Soil profile

2.2. 현장재하시험

고강도 H말뚝에 대하여 정재하 시험과 동재하시험을 수행한 후 정재하 시험결과를 바탕으로 동재하시험의 신뢰도와 안전율을 평가하기 위하여 Table 1과 같이 4개 지역에 32개의 말뚝을 시험시공하고 7톤 유압해머를 이용하여 정적·동적 재하시험을 수행하였다.

현장재하시험에서 정측된 지지력을 정·동역학적 지지력 이론식에 의해 계산된 지지력값과 비교·분석 후 가장 신뢰도가 높은 이론식을 이용하여 H말뚝의 안전율을 제안하였다. 동재하시험은 항타분석기를 이용하였으며(ASM D,1992)³⁾, Fig. 2에서 보는 바와 같이 정재하시험은 ASTM D3689-90(1993)⁴⁾의 표준재하시험 방법을 적용하였다.

2.2.1. 동재하시험

초기항타시험 및 재항타시험으로 얻어진 시험결과를 CAPWAP(1995) 방법을 사용하여 분석하고 CAPWAP 분석결과 구해진 하중-침하량곡선을 Davisson 판정법을 적용하여 항복하중을 판정한 후

Table 1. Results of Dynamic Test

Pile No.	Pile depth (m)	Sectional Dimension (mm)	Method type	depth of driving (mm/ft)	Yielding load by CAPWAP & Davisson (ton)	Allowable bearing capacity (ton)	Allowable load (ton)
HA-1	23.8	H-244 × 252 × 11 × 11 (SHK490M)	EOID	2.0	230 ↑	115 ↑	100
HA-2	23.0		EOID	2.0	224 ↑	112 ↑	
			Restrike	1.0	242 ↑	121 ↑	
HA-3	22.6	H-300 × 300 × 10 × 15 (SHK490M)	EOID	3.0	212 ↑	106 ↑	160
			Restrike	2.0	232 ↑	116 ↑	
HA-4	22.4		EOID	3.0	234 ↑	117 ↑	
			Restrike	3.0	236 ↑	118 ↑	
HA-5	22.4		EOID	2.0	250 ↑	125 ↑	
			Restrike	2.0	254 ↑	127 ↑	
HA-6	23.2	H-300 × 305 × 15 × 15 (SHK400)	EOID	3.0	330 ↑	165 ↑	139
			Restrike	2.0	294 ↑	147 ↑	
HA-7	24.8	H-300 × 305 × 15 × 15 (SHK400)	EOID	4.0	220	110	139
			Restrike	3.0	274 ↑	137 ↑	
HA-8	25.2		EOID	2.0	294 ↑	147 ↑	
		Restrike	1.0	294 ↑	147 ↑		
HA-9	24.8	H-344 × 354 × 16 × 16 (SHK400)	EOID	5.0	240	120	176
			Restrike	4.0	254 ↑	127 ↑	
HA-10	23.8		EOID	3.0	332 ↑	166 ↑	
			Restrike	2.0	342 ↑	171 ↑	
HA-11	24.6		EOID	2.0	334 ↑	167 ↑	
			Restrike	2.0	310 ↑	155 ↑	
HA-12	22.2	H-200 × 204 × 12 × 12 (SHK490)	EOID	2.0	336 ↑	166 ↑	91
			Restrike	2.0	316 ↑	158 ↑	
HB-1	10.7	H-200 × 204 × 12 × 12 (SHK490)	EOID	2.0	156	78	91
			Restrike	10.0	194 ↑	97 ↑	
HB-2	11.6		EOID	2.0	189 ↑	94 ↑	
		Restrike	5.0	275 ↑	137 ↑		
HB-3	11.5	H-244 × 252 × 11 × 11 (SHK490)	EOID	6.0	173	86	100
			Restrike	6.0	266 ↑	133 ↑	
HB-4	12.2		EOID	9.0	120	60	
		Restrike	6.0	269	134		
HB-5	11.9	H-294 × 302 × 12 × 12 (SHK490)	EOID	7.0	217	108	137
			Restrike	3.0	303 ↑	151 ↑	
HB-6	12.1		EOID	6.0	162	81	
		Restrike1	3.0	305	152		
		Restrike2	1.0	345 ↑	172 ↑		
HC-1	8.7	H-244 × 252 × 11 × 11 (SHK490)	EOID	1.4	275 ↑	137 ↑	100
			Restrike	1.4	296 ↑	148 ↑	
HC-2	9.1	H-244 × 252 × 11 × 11 (SHK490)	EOID	2.8	265 ↑	132 ↑	100
HC-3	8.7		EOID	1.2	255 ↑	127 ↑	
			EOID	1.1	276 ↑	138 ↑	
HC-4	8.5	H-294 × 302 × 12 × 12 (SHK490)	Restrike	1.0	310	155 ↑	137
			EOID	1.0	367 ↑	183 ↑	
HC-5	9.2	H-294 × 302 × 12 × 12 (SHK490)	Restrike	1.0	367	183 ↑	137
HC-6	9.0		EOID	1.0	364 ↑	152 ↑	
HC-7	8.7		EOID	0.5	306	153	
			EOID	0.5	280	140	
HC-8	9.2		Restrike	0.5	263	131	
			EOID	9.0	262	131	
HD-1	13.8	H-300 × 305 × 15 × 15 (SHK490)	Restrike	6.0	326 ↑	163 ↑	188
			EOID	5.0	324 ↑	162 ↑	
HD-2	14.1		Restrike	4.0	369 ↑	184 ↑	
HD-3	13.9		EOID	5.0	305 ↑	152 ↑	
HD-4	14.0		EOID	4.5	332 ↑	166 ↑	
HD-5	13.5		EOID	4.5	335 ↑	167 ↑	
		EOID	5.0	306 ↑	153 ↑		
HD-6	12.9	Restrike	5.0	346 ↑	173 ↑		

※ ↑ 은 하중-침하량 곡선이 Davisson offset line과 만나지 않아 결정된 지지력임.



Fig. 2. Static load test

안전율 2.0을 적용하여 지반의 허용 지지력을 판정하였다^{5,6)}.

Davisson판정법은 말뚝의 전침하량과 말뚝직경, 단면적, 탄성계수 및 말뚝길이 등을 고려한 순침하량 판정을 복합적으로 적용한 것으로 최근 서구에서는 가장 합리적인 말뚝 허용하중 판정법으로 사용되고 있다. 국내에서도 Davisson판정법에 의한 말뚝지지력 해석을 실시해 본 결과 국내의 항복하중 기준 설계법과 비교적 잘 일치하고 있는 것으로 나타나고 있다. 그러나 Davisson판정법은 말뚝길이가 지나치게 짧거나 주면마찰력이 낮은 말뚝의 경우에는 다른 판정기준보다도 낮은 허용하중을 보여주고 있다.

2.2.2. 정재하 시험

재하시험 결과로부터 말뚝기초의 허용 지지력을 Davisson 판정법⁶⁾을 적용하여 항복하중을 판정한 후 도로교통표준시방서(1996)⁷⁾ 기준에 따라 극한 하중이 판정되었을 경우는 안전율이 2.5이며, 극한하중이 판정되지 못할 경우에는 2.0의 안전율을 적용하여 지반의 허용지지력을 결정하였다. 정재하시험은 동재하시험 결과를 검증하기 위하여 각 지역의 대표적인 동일 말뚝에 대해서만 재하시험을 실시하여 Table 2에 그 결과를 정리하였다.

Table 2. Results bearing capacity in static load test

Site	Pile No.	Total settlement (mm)	Net settlement (mm)	Ultimate load(ton)			Davisson method (ton)	Allowable bearing capacity (ton)	Remark
				S-logt	logP	ds/d (logt)-P			
A	HC-2	41.89	15.58	325	277	278	312	156	압축재하
B	H3	18.72	1.02	289 ↑	289 ↑	289 ↑	289 ↑	144 ↑	반력말뚝
C	B-N1	10.90	0.40	150 ↑	150 ↑	150 ↑	150 ↑	75 ↑	반력말뚝

※ ↑ 은 하중-침하량 곡선이 Davisson offset line과 만나지 않아 결정된 지지력임.

3. 실험결과 및 분석

3.1. 동·정재하시험 결과 비교

각 지역의 대표적인 말뚝에 정·동재하시험을 실시하여 비교한 결과 Fig. 3~Fig. 5와 같이 나타났다. 지금까지의 연구결과 동재하시험에 의한 말뚝 지지력은 정재하시험 결과와 비교할 때 15% 정도의 오차를 갖는 것으로 알려져 왔으나, 각각의 그림에서 보는 바와 같이 각 시험의 재하대 및 해머용량의 한계로 인하여 정·동재하시험 결과 항복하중값에 있어서 다소 차이를 나타내고 있지만 거의 유사한 하중-침하량 관계곡선을 보여주고 있다.

3.2. 동적 지지력 공식의 신뢰도 분석

동역학적 이론식에 의해 지지력을 구하는 방법은 편리하게 이용할 수 있으나 그 신뢰성에 있어서 많은 의문이 제기되고 있다. 그러나 낮은 신뢰성에도 불구하고 대부분의 말뚝시공 현장에서 동역학적 방법에 의한 시공관리가 이루어지고 있으므로 다양한 신뢰도 분석을 수행하여 오차를 최소화하여야 할 것이다.

동역학적 이론식은 지반조건, 말뚝종류 및 길이, 항타기 종류, 항타효율, 시공기술 등에 따라 큰 차이가 있을 수 있다. 특히, 시공관리기준으로 정해놓은 최종 타격당 관입량은 앞에서 언급한 조건들에 따라 달라질 수 있으므로 단순히 최종타격당 관입량 값만으로 설계 지지력을 예측하는 것은 불확실한 결과를 얻을 수 있다.

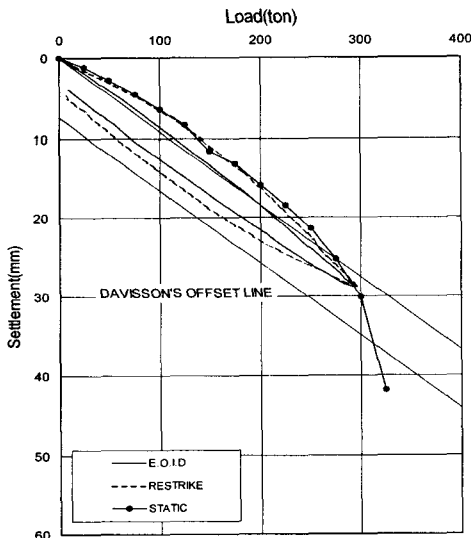


Fig. 3. Results of dynamic & static load test(Site A, HC-2)

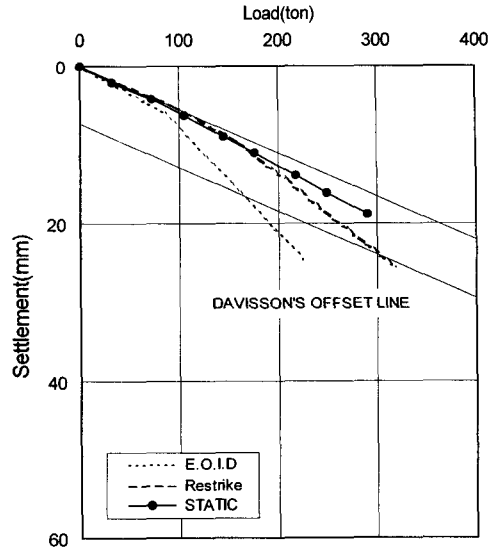


Fig. 4. Results of dynamic & static load test(Site B, Hb)

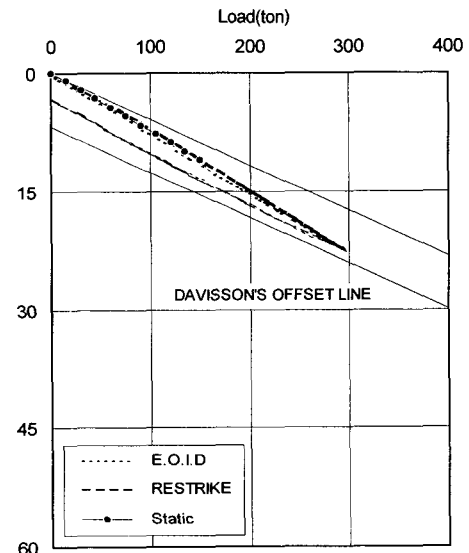
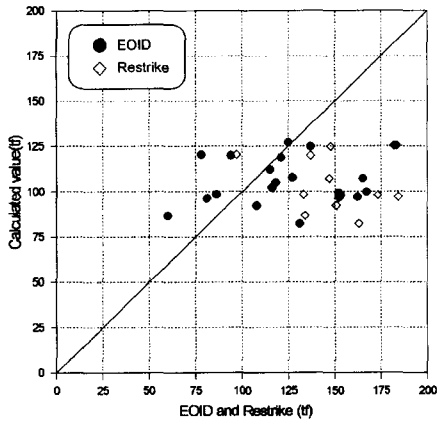


Fig. 5. Results of dynamic & static load test(Site C, B-N1)

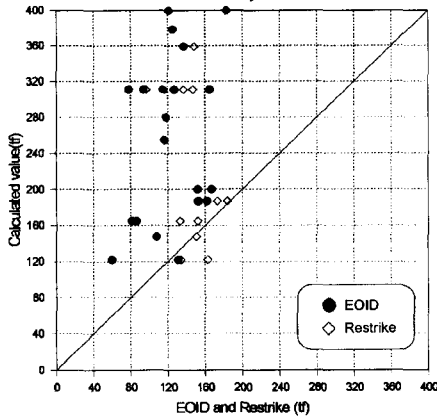
따라서, 이 연구에서는 동역학적 지지력 이론식의 신뢰도를 분석하기 위해 국내에서 많이 사용하고 있는 Hiley이론식, ENR이론식, Danish이론식, Gate이론식 등을 이용하여 지지력을 산정한 후 초기항타시 실측된 지지력값과 비교·분석하였다.

동역학적 이론식에 의한 지지력은 말뚝을 항타할 때의 지지력이므로 초기항타시 실측된 지지력과 양호한 상관관계를 나타내 주어야 한다. Fig. 6에 나타난 바와 같이 동역학적 이론식에 의해 계산된 지지

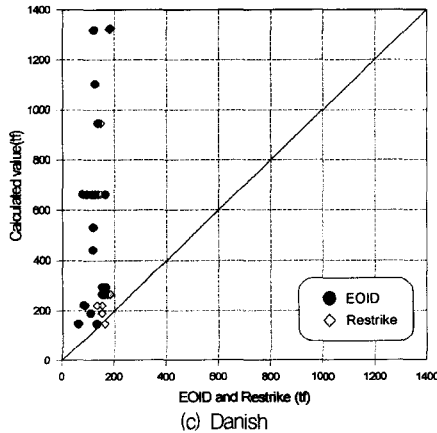
력값과 초기항타시의 지지력값을 비교해 본 결과 Hiley공식과 Gate공식이 비교적 양호한 것으로 분석되었으나 ENR공식과 Danish공식에 의해 계산된 지지력값은 초기항타시의 지지력값 보다 매우 높은 것으로 분석되었다.



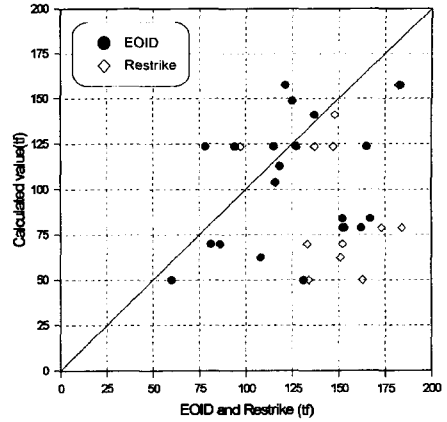
(a) Hiley



(b) ENR



(c) Danish



(d) Gate

Fig. 6. Comparison with site test and pile-driving formula

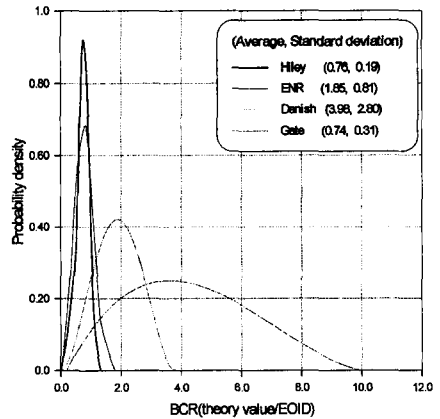
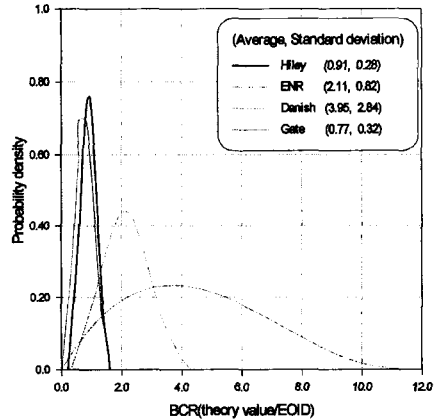


Fig. 7. Reliability of pile-driving formula

동역학적 이론식에 의해 계산된 지지력값과 초기 항타시 실측된 지지력을 비교한 결과 Fig. 7에 나타난 바와 같이 Hiley, ENR, Danish, Gate 이론식의 표

준편차는 각각 0.28, 0.82, 2.84, 0.32이며 변동계수는 0.08, 0.67, 8.1, 0.1로 나타났다. 특히 재항타시 Hiley 이론식의 표준편차 및 변동계수는 0.76과 0.58로 타 공식에 비해 작은 것으로 나타났고, 침투깊이 지지력비 1.0에 근접하고 있으므로 동역학적 이론식 중 가장 신뢰도가 높은 것으로 평가되었다.

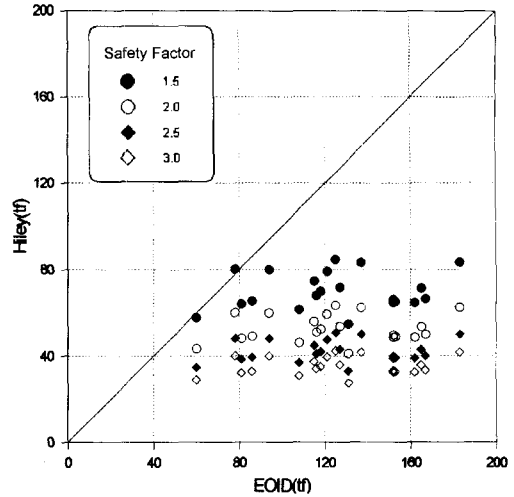
3.3. 안전율 평가

말뚝의 지지력 산정에 사용되는 안전율은 지지력 산정방법, 지반조건, 말뚝 설치방법, 시공정도 등이 고려되어야 하므로 지지력 산정기준에 신뢰성이 높으면 적은 안전율을, 신뢰성이 떨어지면 높은 안전율을 적용하는 등 각기 다른 여러 기준들이 사용되고 있다. 이 연구에서는 안전율을 각각 1.5, 2.0, 2.5, 3.0으로 변화시켜 허용지지력을 산정하였으며, Fig. 8과 9에 나타난 바와 같이 Hiley 공식, Gate 공식에 안전율 2.0을 적용하였을 때 초기항타시험이나 재항타시험의 지지력값보다 작은 쪽으로 근접하는 것으로 나타났다. 그러나 ENR 공식이나 Danish 공식의 경우 적용 가능한 안전율이 지나치게 크고 불안정한 것으로 나타나 실질적으로 적용이 불가능한 것으로 나타났다.

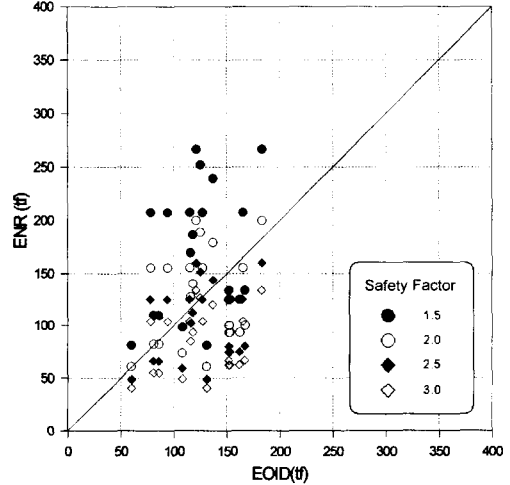
동역학적 이론식에 의해 계산된 지지력값과 현장 재항타시험 실측된 지지력값의 신뢰도에 대한 평가 결과를 Table 3에 요약하였다. 또한 적용된 이론식의 안전율을 검증하기 위해 제안된 안전율을 적용하기 전의 극한 지지력값을 초기 항타시험 실측된 허용 지지력값으로 나누어 각 이론식에 대한 안전율을 분석하였다. 안전율 분석결과 Hiley이론식과 Gate이론식에 의해 계산된 평균 안전율은 3.29, 2.23으로 나타났으며, ENR 이론식과 Danish 이론식의 안전율은 11.09와 23.86으로 매우 크게 나타났다.

Table 3. Analysis of reliability for pile-driving formula

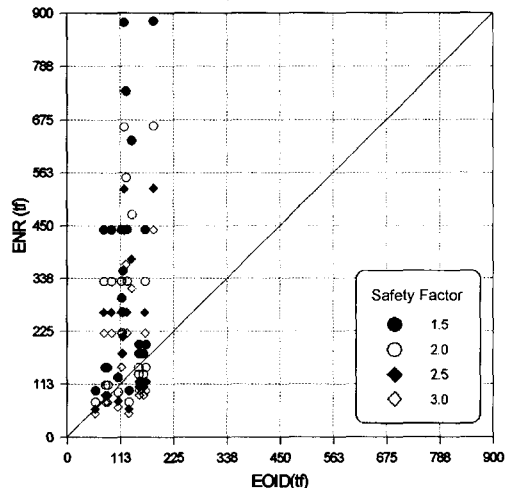
		Hiley	ENR	Danish	Gate
Error range	±10%	1	5	2	4
	±20%	5	0	0	3
	±30%	3	2	1	2
	±40%	4	0	0	0
	±50%	3	0	2	1
	±50%이상	0	9	11	6
Safety factor	Min.	1.52	4.48	5.44	0.92
	Max.	3.72	19.83	65.45	3.90
	Ave.	3.29	11.09	23.86	2.23



(a) Hiley



(b) ENR



(c) Danish

H-pile의 지지력 특성 및 동역학적 공식의 신뢰도 평가

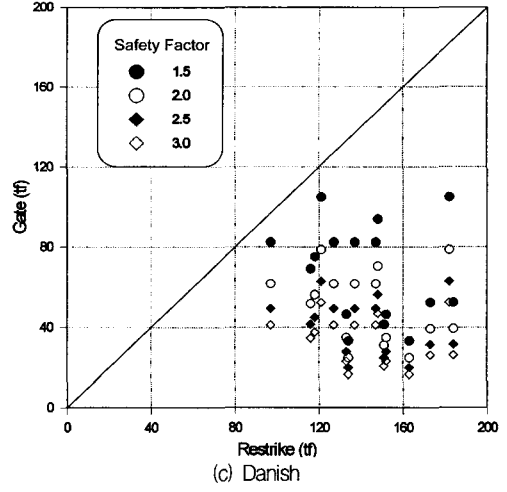
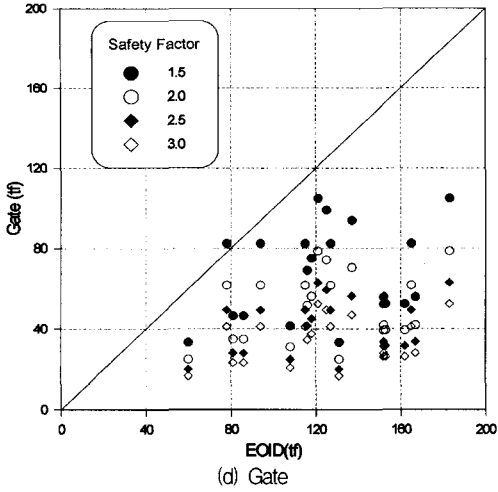


Fig. 8. Comparison of allowable bearing capacity with safety factor at EOID

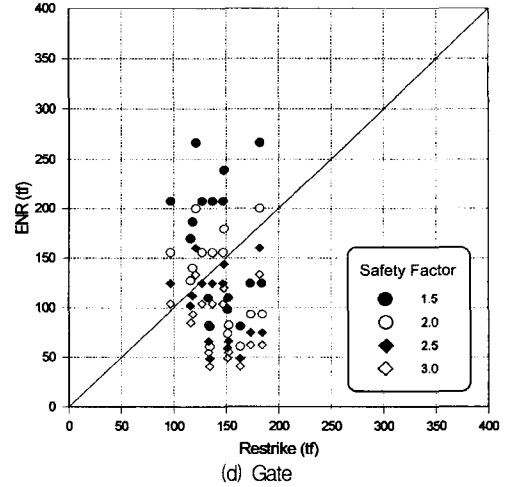
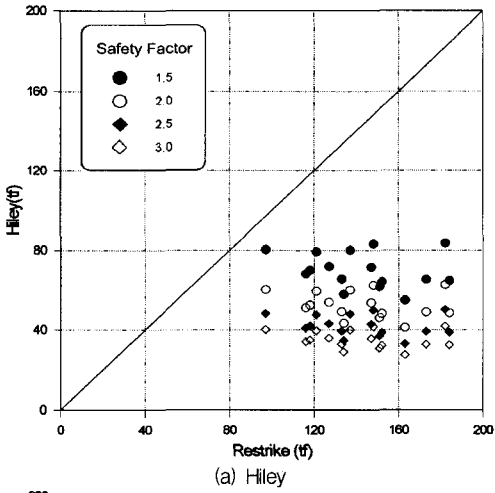
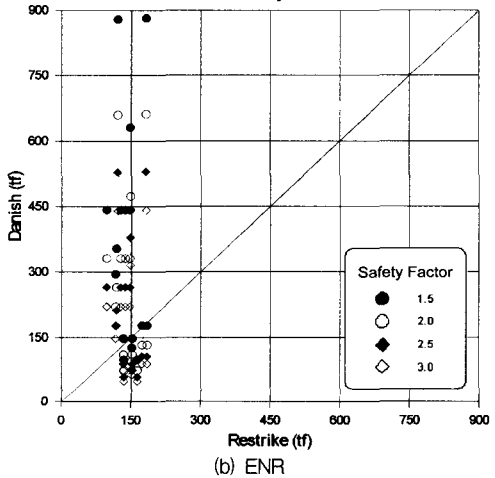


Fig. 9. Comparison of allowable bearing capacity with safety factor at restrike



4. 결론

1) 4개 지역 32개 H말뚝에 대해 실측된 지지력과 동역학적 이론식에 의해 계산된 지지력값을 비교·분석한 결과 동역학적 이론식에서 Hiley 공식과 Gate 공식에 의한 지지력이 실측된 지지력과 근접하는 것으로 분석되었으나 ENR 이론식과 Danish 이론식은 지지력이 과대 평가 되는 것으로 나타났다.

2) 안전율을 각각 1.5, 2.0, 2.5, 3.0으로 변화시켜 허용지지력을 산정한 결과 Hiley 공식, Gate 공식에 안전율 2.0에서 가장 안정된 허용지지력이 산정되는 것으로 나타났다. 따라서 동적 지지력 공식에 의한 H말뚝의 허용지지력 추정시 Hiley 공식, Gate 공식

을 사용하는 것이 바람직할 것으로 판단되며 이때 안전율은 2.0으로 제한한다.

3) 동역학적 이론식에 의해 계산된 지지력값과 초기항타시 실측된 지지력을 비교한 결과 Hiley, ENR, Danish, Gate 이론식의 표준편차는 각각 0.28, 0.82, 2.84, 0.32이며 변동계수는 0.08, 0.67, 8.1, 0.1로 나타났다. 특히 재항타시 Hiley 이론식의 표준편차 및 변동계수는 0.76과 0.58로 타 공식에 비해 작고, 침투깊이 지지력비 1.0에 근접하고 있으므로 동역학적 이론식 중 가장 신뢰도가 높은 것으로 평가되었다.

4) 느슨한 실트지반(Site B)에서 H말뚝의 지지력 시험을 수행한 결과 초기항타 후 2일이 지난 후 재항타(Restrike1)을 수행한 결과 지지력이 각각 1.88, 1.35, 1.78배 증가하였고 9일이 지난 후 2차재항타(Restrike2)한 결과 지지력이 각각 2.13, 2.08, 1.85배 증가하였다. 단단한 실트지반(Site D)에서는 H말뚝을 초기항타 후 7일이 지난 후 재항타시험(Restrike)을 실시한 결과 지지력이 평균 1.17배 증가하였다. 따라서 H말뚝의 시간경과에 의한 지지력 증가 효과가 단단한 지반보다는 느슨한 지반에서 크게 발생하는 것으로 나타났다.

참고문헌

- 1) Tomlinson M. J., *Pile Design and Construction Practice* 4th Ed, John Wiley and Sons, Inc., 1994, pp. 8~35, 99~122.
- 2) De Beer E., "H Steel Piles in Dense Sand," *Proceedings of 10th Int. Conf. on S. M. F. E.*, Stockholm 15~19 JUNE, 1981, pp. 693~698.
- 3) ASTM D 4945-89, "Standard Test Method for Individual High-Strain Testing of Piles," *American Society for Testing and Materials*, Vol. 04. 08, Philadelphia, 1992, pp. 1108~1114.
- 4) ASTM D 3689-90, "Standard Test Method for Individual Piles under Static Axial Tensile Load," *American Society for Testing and Materials*, Vol. 04.08, Philadelphia, 1992, pp. 530~540.
- 5) GRL Associates, Inc., *CAPWAP User Manual*, 1995.
- 6) Davisson, M. T., "High Capacity Piles," *Proceedings, Lecture Series on Innovations in Foundation Construction*, ASCE Illinois Section, Chicago, 1972, pp. 55.
- 7) 건교부, 도로교 표준시방서, 1996, pp. 153~197
- 8) 신방웅, 여병철, "고강도 H말뚝의 연직 지지력 특성," *한국지반공학학회 논문집*, 제16권, 제2호, 한국지반공학학회, 2000. 4, pp. 135~143.
- 9) Huang S. M., "Application of Dynamic Measurement on Long H-Pile Driven into Soft Ground in Shanghai," 1988, pp. 635~643.
- 10) Poulos, H.G., and Davis. E.H., "The Settlement Behavior of Single Axially Loaded in Compressible Piles and Piers," *Geotechnique* Vol. 18, No. 3, 1968, pp. 351~371.