

수정 다층 모델을 이용한 이력곡선의 묘사

윤삼손* · 홍성구* · 이순복†

(2002년 12월 30일 접수, 2003년 9월 3일 심사완료)

Description of Hysteresis Loops using Modified Overlay Model

Samson Yoon, Seong-Gu Hong and Soon-Bok Lee

Key Words : Overlay Model(다층 모델), Hysteresis Loop(이력 곡선), Master Curve(기준 곡선), Cyclic Softening(반복 연화), Elastic Limit(탄성 한계), Plastic Strain Range Dependence(소성 변형률 진폭 의존성)

Abstract

Overlay model had several advantages to describe hysteretic behavior of material and showed good capability for many engineering materials. However, this model is only applicable to material obeying Masing postulate. Some materials such as 316L stainless steel do not follow Masing postulate and show cyclic hardening(or softening) and strain range dependence. Low cycle fatigue tests of 316L stainless steel at 600°C were performed to investigate the characteristics of cyclic behavior of non-Masing material. From all tests cyclic softening was observed. There were differences in elastic limit of hysteresis loop according to applied strain range. To consider these features, modified overlay model was developed. Yield stresses of subelements were divided into isotropic and anisotropic part to describe the non-Masing behavior. The plastic strain range memorization was introduced to consider the strain range dependence. The prediction using modified overlay model showed a good accordance to actual hysteresis loops.

1. 서론

재료의 이력 현상은 인장 변형 후 압축을 가할 때 인장 항복 응력보다 더 작은 압축 응력에서 항복이 일어나는 현상을 의미한다. 이력 현상을 묘사하기 위해서 소성 변형의 물리적 성질에 대한 이해가 필요하다. 재료의 소성 변형은 전위 운동에 의해 주도되는데 전위의 활성화는 격자 구조와 슬립 강도에 의해 결정된다. 공학적 재료, 특히 316L 스테인리스 강과 같은 다원소 합금은 slip plane 과 slip 강도가 결정립에 따라 다르기 때문에 전위의 활성화 역시 각 결정립마다 다르다. 재료의 거시적인 항복 특성은 재료 내의 모든 결정립의 구조적인 특성과 재료적인 특성이 종합되어 나타나므로 다결정 재료는 항복 특성이 다른 요소들

이 결합되어 있는 형태라고 생각할 수 있다. 이러한 물리적 관찰에 근거하여 Masing 은 항복특성이 다른 10 개의 요소를 사용하여 재료의 변형을 묘사한 바 있으며,⁽¹⁾ Besseling⁽²⁾ 의 다층 모델(Overlay model)을 이용하여 재료의 이력 현상과 시간 의존적 변형의 묘사를 시도한 바 있다. Owen et al⁽³⁾은 다층 모델을 유한요소해석에 적용하여 등방성 경화 모델이나 이동성 경화 모델보다 정확한 결과를 얻을 수 있음을 확인하였다. 최근 Chiang 과 Beck^(4,5)은 다층 모델을 이용한 반복 소성 구성식에 대한 연구를 수행한 바 있다.

기존의 다층 모델은 Masing 거동을 가정한 모델로서 금속재료의 반복변형시 관찰되는 제 현상을 묘사하기에는 부족한 점이 있다. 금속 재료 중에는 Masing 거동을 보이지 않는 경우가 많으며 재료 상태에 따라 반복 연화나 반복 경화가 발생하고 이력곡선의 형태가 사이클에 따라 상당히 큰 변화를 보이기도 한다. 본 연구에서는 316L 스테인리스 강의 반복 변형 거동에서 관찰되는 제 현

† 책임저자, 정회원, 한국과학기술원 기계공학과
E-mail: samsonyoon@hotmail.com
TEL : (042)869-3029 FAX : (042)869-3095
* 한국과학기술원 기계공학과

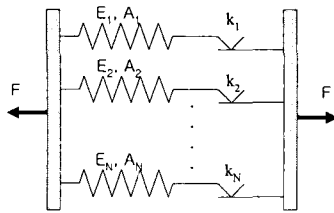


Fig. 1 1-D simplification of overlay model

상을 고려한 수정 다층 모델을 제안하였으며 이를 이용하여 반복 변형 거동의 정확한 예측이 가능함을 확인하였다.

2. 다층 모델(Overlay Model)의 기본개념

다층 모델의 기본 개념은 다음과 같다.⁽⁴⁾ 항복 특성이 다른 N 개의 요소가 병렬로 연결되어 있으며 각 요소는 고유의 항복 응력과 강성을 갖는다. 일반적으로 재료의 탄성계수는 격자 구조나 항복 특성에 무관하기 때문에 각 판의 강성은 모두 거시 탄성계수와 같고 다만 항복응력의 차이가 존재한다. 부요소(subelement)가 탄성-완전소성체로 변형한다고 가정하면 Fig. 1 과 같은 여러 개의 부요소로 이루어진 1 차원 다층모델을 구성할 수 있다.

다층모델에서의 거시 응력은 각 요소가 지지하는 응력의 합으로 나타내어진다.

$$\sigma = \sum_{i=1}^N f_i \tilde{\sigma}_i \quad (1)$$

여기서 $\tilde{\sigma}_i$ 는 i 번째 요소의 응력을, f_i 는 i 번째 요소의 분율을 의미한다. 각 요소의 분율을 모두 합하면 1 이 된다.

$$\sum_{i=1}^N f_i = 1 \quad (2)$$

각 요소를 탄성-완전 소성체라 가정하였으므로 각 요소의 항복 조건은 식 (3)과 같이 부요소의 응력 ($\tilde{\sigma}_i$)과 항복응력(k_i)의 관계로 규정할 수 있다.

$$f_i = |\tilde{\sigma}_i| - k_i = 0 \quad (3)$$

재료를 인장할 경우 가장 작은 항복응력(k_1)을 갖는 부요소부터 차례로 항복이 발생한다. 그리고 변형 방향이 바뀌면 마찬가지로 가장 작은 항복응력(k_i)을 갖는 부요소부터 차례로 항복이 발생하여 거시응력은 Fig. 2와 같은 형태를 나타낸다.

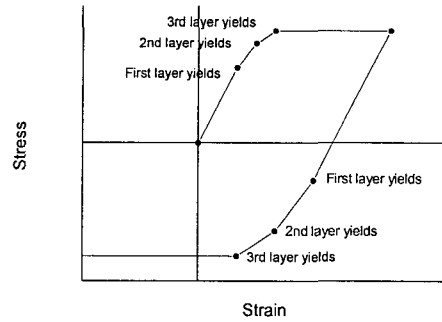


Fig. 2 Cyclic behavior of overlay model

이 모델은 기본적으로 부요소의 항복응력의 차이로서 재료의 변형 경화와 이력 현상을 나타내고 있다. 주목해야 할 점은 내부 변수를 도입하지 않고도 바우징거 효과(Bauschinger effect)와 같은 이력 현상을 표현하고 있다는 점이다.

변형곡선의 접선 강성은 항복된 부요소의 분율과 식 (4)의 관계를 갖는다.

$$\frac{\partial \sigma}{\partial \varepsilon} = \left(1 - \sum_{i=1}^n f_i \right) E \quad (4)$$

여기서 $\sum_{i=1}^n f_i$ 는 항복이 발생한 부요소의 분율의 합을 의미한다. 식 (4)의 관계를 이용하여 이력 곡선의 접선 강성으로부터 부요소의 분율과 항복응력을 결정할 수 있다.

다층 모델은 Masing 거동을 보이는 재료의 이력현상을 매우 효과적으로 묘사할 수 있는 모델이지만 다결정 금속재료에서 흔히 관찰되는 반복 연화나 non-Masing 거동에 대해서는 적용되지 않는 단점이 있다. 따라서 316L 스테인리스 강에서 관찰되는 반복 변형의 제현상을 관찰하고 이를 고려한 수정 다층 모델을 4 절에서 제안하였다.

3. 저주기 피로 실험

3.1 저주기 피로 실험 절차

316L 스테인리스 강은 대표적인 오스테나이트 강으로 발전설비, 가스터빈, 압력용기 등의 고온 구조물에 많이 사용된다. 실험에 사용된 316L 스테인리스 강은 인발(extrusion)에 의해 봉 형태로 가공되었고, 용체화 처리되었다. 시편은 선반 가공하였으며 표면 거칠기의 영향을 배제하기 위해 #320 부터 #2000 까지의 에머리 페이퍼를 사용하여

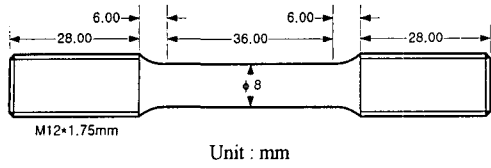


Fig. 3 Test specimen for low cycle fatigue

경면 가공하였다. 시험에 사용될 시험 시편의 모양 및 치수는 ASTM code E606-92 을 따라 결정하였으며 인장 및 저주기 피로 시험용 시편 형상은 Fig. 3 에 나타나 있다.

316L 스테인리스 강은 원자력 발전소의 핵심부품에 사용되는 재료로써 최고 작동 온도가 400°C 에서 600°C 까지의 구간이며 고온에서 작동되는 다양한 변형기구의 영향을 고려하기 위하여 600°C 의 온도에서 변형을 제어 피로 실험을 수행하였다. 피로 실험은 변형률 속도를 $1 \times 10^{-3}/\text{sec}$ 로 고정하고 0.3%, 0.4%, 0.5%, 0.6%, 0.7%, 0.8%의 변형률 진폭에서 1 회 혹은 2 회 수행하였다. 고온 실험을 위해서 저항식 가열로를 사용하였고 변형률의 측정을 위해서 고온용 변위신장계(extensometer)를 사용하였다. 초당 1000 개의 데이터를 받은 후 응력과 변형률의 최대값과 최소값을 판별하였으며 사이클 당 200 개의 데이터를 저장하였다.

3.2 저주기 피로 실험 결과

모든 저주기 피로 실험에서 반복 연화가 관찰되었으며(Fig. 4) 이는 재료의 생산 공정에서 냉간 가공 기인한다. (6) 실험에 사용된 재료는 약 17%의 냉간 가공된 재료로서 용체화 처리된 재료에 비해 항복 강도가 2 배 이상 증가된 상태이다. 증가된 강도는 반복 변형에 의해 감소되며 수십 사이클 이후에는 연화 속도가 충분히 작아져서 거의 일정한 값에 수렴한다.

반복연화가 충분히 진행하여 응력 진폭이 일정한 지점에서 이력 곡선은 안정화된다. Fig. 5 는 각 변형률 진폭에 대하여 중간 수명(half life)에서 얻은 안정화된 이력곡선으로 원점에 대해 대칭인 형태를 보인다.

이력 곡선의 최저점이 일치되도록 이력 곡선을 이동하면 Fig. 6 과 같은 형태가 된다. 변환된 좌표계의 x 축을 역변형률(reversed strain), y 축을 역응력(reversed stress)으로 지칭하기로 한다.

변형률 범위가 1.0% 이하인 경우 이력 곡선의 인장구간(upper branch)이 서로 일치하지만 변형률 범위가 그 이상이 되면 서로 일치하지 않는다. 모든 진폭의 인장구간이 서로 일치할 경우 이를

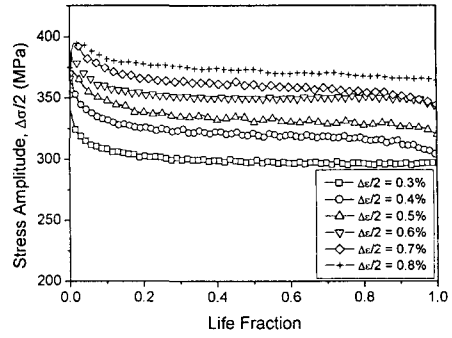


Fig. 4 Cyclic softening behavior of 316L stainless steel at 600°C

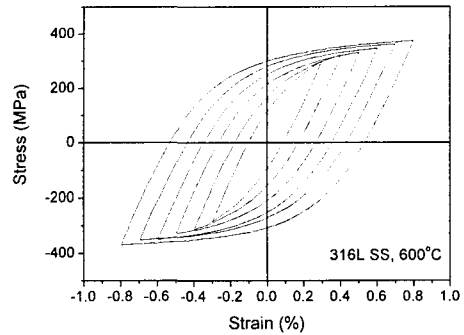


Fig. 5 Stabilized hysteresis loop at 600°C

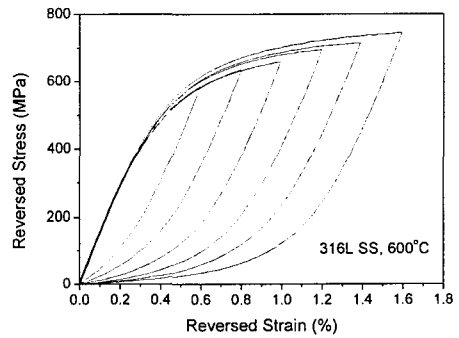


Fig. 6 Reversed stress-reversed strain curve at 600°C

Masing 거동이라고 하는데 316L 스테인리스 강은 Fig. 6 에서 알 수 있듯이 Masing 거동을 보이지 않음을 알 수 있다. 이러한 non-Masing 거동은 기존의 다층 모델에서는 고려되지 않기 때문에 적절한 수정이 필요하다.

Fig. 6 의 이력 곡선을 비선형 부분이 일치되도록 탄성 기울기를 따라 적절히 이동시키면 여러

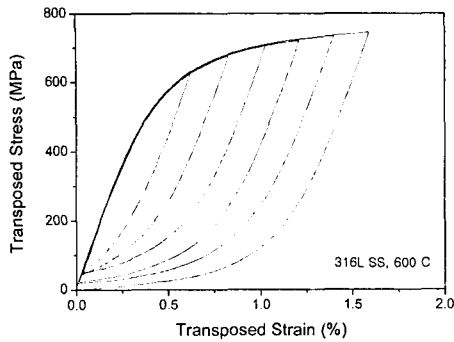


Fig. 7 Master curve of 316L stainless steel at 600 °C

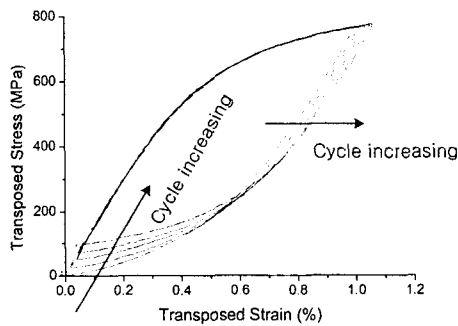


Fig. 8 Evolution of hysteresis loop (1, 30, 100, 300, 1000 cycle)

이력 곡선의 인장구간(upper branch)이 하나의 곡선으로 모이게 되는데(Fig. 7) 이것을 기준 곡선(Master curve)이라 한다.^(7,9) 316L 스테인리스강은 Masing 거동을 보이지는 않지만 이력 곡선의 비선형 부분이 일치하는 특성을 이용하여 재료의 이력 거동을 효율적으로 묘사할 수 있다.

사이클에 따른 이력곡선의 변화를 관찰하면 흥미로운 점이 관찰되었다. Fig. 8 은 변형률 진폭이 0.5%인 피로 실험에서 1, 30, 100, 300, 1000 사이클에서의 이력곡선을 비선형 구간이 일치되도록 이 동시킨 것으로 이 실험에서 최종 파단 사이클은 1041 cycle 이었다. 사이클이 진행함에 따라 탄성 한계가 감소하는데 이로써 전체 변형률 진폭에서 탄성 변형률이 차지하는 비율이 감소함에 따라 소성 변형률의 비율이 증가된다. 사이클에 따라 이력곡선의 형태는 조금씩 변화지만 이력 곡선의 비선형 영역은 서로 완벽하게 일치하고 있음을 알 수 있다.

다른 진폭의 이력 곡선에서도 Fig. 8 과 동일한 현상을 관찰할 수 있었다. 이상의 실험결과를 통

하여 이력곡선의 비선형 영역은 변형률 진폭과 사이클에 무관하게 기준 곡선을 따르고 선형 영역이 변하는 특성을 이용하여 반복 소성 거동을 효율적으로 예측하는 모델을 제안하였다.

4. 수정 다층 모델

이력곡선의 선형영역이 변형률 진폭과 사이클에 따라 변하는 것을 고려하기 위하여 각 요소의 항복응력을 식 (5)와 같이 두 가지 성분으로 분리하였다.

$$k_i = m_i + R(\Delta\varepsilon, p) \quad (5)$$

여기서 m_i 는 기준 곡선에 관련된 성분으로 변형률 진폭에 무관하며 각 요소마다 다른 값을 갖는다. $R(\Delta\varepsilon, p)$ 는 변형률 진폭과 누적 소성 변형률에 의존하는 성분으로 모든 요소에 대해서 동일한 값을 갖는다고 가정하였다.

기준 곡선의 비선형 구간에 관련된 항복 성분 m_i 를 결정하는 과정은 다음과 같다. 먼저 변형률 진폭이 가장 큰 이력 곡선의 upper branch 를 기준 곡선으로 채택하였다. 기준 곡선의 탄성 한계를 결정하기 위해서는 항복에 대한 타당한 정의가 필요하다. 스테인리스 강과 같이 항복응력이 뚜렷하게 드러나지 않는 재료의 경우에는 탄성 한계에 대한 정의가 연구자마다 다르며 본 연구에서는 Ellyin⁽⁶⁾이 제시한 기준을 사용하여 탄성한계를 결정하였다.

$$2.5\Delta\chi \leq \varepsilon^p \leq 10\Delta\chi \quad (6)$$

여기서 $\Delta\chi$ 는 변형률 측정의 불확실성으로 변형률 측정시에 발생하는 잡음과 측정오차에 관련된 값이다. 실험의 불확실성은 하중이 0 인 상태에서 변형률을 측정하여 이때 발생하는 변형률의 떨림(fluctuation)으로부터 결정하였으며 대략 2.5μ 정도의 값을 갖는다. 식 (6)은 인장 곡선의 항복 기준이므로 이력 곡선에 적용하기 위해서 2 배의 값을 사용해야 한다. 따라서 인장곡선의 탄성한계는 소성 변형률이 25μ 인 점으로, 이력 곡선의 탄성한계를 소성 변형률이 50μ 인 점으로 정의하였다.

탄성한계를 결정하고 기준곡선을 Fig. 9 와 같이 선형 구간과 비선형 구간으로 분리하였다. 선형 구간에서는 순수 탄성 변형이 발생하고, 비선형 구간에서는 탄성 변형과 소성 변형이 함께 발생하므로 비선형 구간의 응력과 변형률을 탄소성 응력, 탄소성 변형률로 지칭하기로 한다.

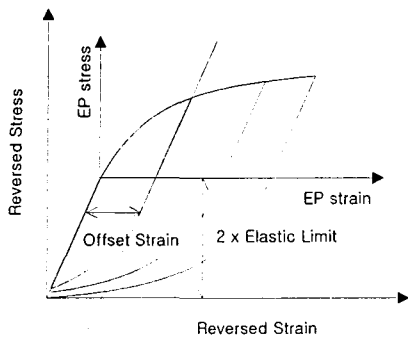


Fig. 9 Description of master curve

기준 곡선의 비선형 구간을 모사하기 위하여 식 (7)의 맞춤함수를 사용하였다.

$$\sigma_{ep} = \sum_{i=1}^N C_i (1 - \exp(-b_i \varepsilon_{ep})) \quad (7)$$

여기서 탄소성 응력(σ_{ep})과 탄소성 변형률(ε_{ep})은 식 (8)에 의해 정의된다.

$$\sigma_{ep} = \sigma_r - 2\sigma_y, \quad \varepsilon_{ep} = \varepsilon_r - \frac{2\sigma_y}{E} \quad (8)$$

여기서 σ_r 와 ε_r 는 역응력과 역변형률을, σ_y 는 탄성 한계를 의미한다. 식 (7)은 Armstrong-Fredrick의 내부 변수 발전식(evolution equation)을 적분한 형태와 유사하며 재료의 이력 거동을 표현하기 위해 많이 사용된다.⁽¹⁰⁾ Fig. 10은 식 (7)의 항의 개수(N)를 2로 하여 기준곡선의 비선형 구간을 fitting한 결과이며 상수는 Table 1에 정리되어 있다.

다층 모델을 적용하기 위해 기준곡선의 비선형 구간을 몇 개의 선형 구간으로 나누었다. 선형구간의 선택에 따라 모델의 정확성이 결정되기 때문에 선형화 방법이 중요하다. 본 연구에서는 다양한 형태의 이력 곡선에 적용할 수 있도록 하기 위해 변형률 에너지를 이용한 방법을 사용하였다. 식 (9)와 같이 선형화된 영역의 변형률 에너지와 이력 곡선에서 계산된 변형률 에너지의 차(ΔE)가 기준값에 도달하는 변형률을 수치계산을 통하여 도출했다.

$$\Delta E = \int_{\varepsilon_i}^{\varepsilon_{i+1}} \sigma d\varepsilon - \frac{\sigma(\varepsilon_{i+1}) + \sigma(\varepsilon_i)}{2} (\varepsilon_{i+1} - \varepsilon_i) \quad (9)$$

Fig. 11은 이력 곡선을 변형률 에너지 차이를 이용하여 선형화한 것으로 에너지 밀도차를 0.05 MJ/m³로 제한한 경우 4개의 선형구간으로 나누어지고 변형률 에너지 차가 0.01 MJ/m³로 제한한 경우에는 7개의 선형구간으로 나누어진다.

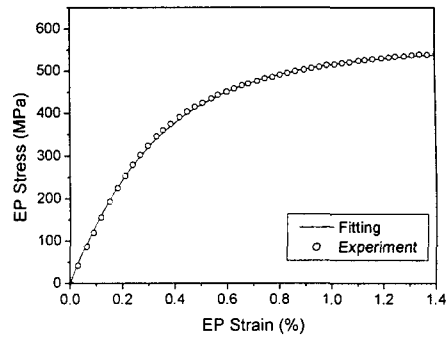


Fig. 10 Fitting of master curve using exponential function

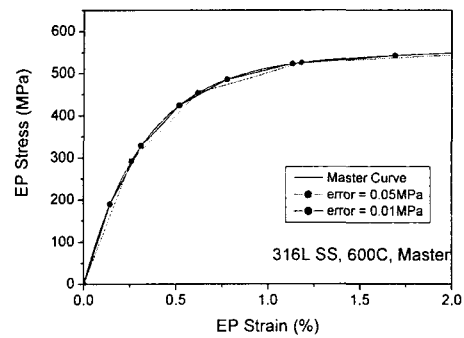


Fig. 11 Linearization of nonlinear region of master curve

Table 1 Fitting parameters of master curve

| E (GPa) | C1(MPa) | b1 | C2(MPa) | b2 |
|---------|---------|-----|---------|------|
| 161 | 520 | 311 | 187 | 10.8 |

정밀한 묘사를 위해서 변형률 에너지 밀도차를 더 작게하여 더 많은 선형구간으로 나눌 수 있지만 선형구간의 수가 지나치게 많아지면 부요소의 수가 많아져서 계산량이 많아지기 때문에 적절한 수를 선정해야 한다.

선형화 과정을 통하여 기울기가 변하는 응력-변형률의 좌표(ε_i, σ_i)를 얻고 식 (10)을 통하여 각 요소의 분율과 항복 응력을 결정하였다.

$$\begin{cases} f_i = \frac{1}{E} \left(\frac{\sigma_i - \sigma_{i-1}}{\varepsilon_i - \varepsilon_{i-1}} - \frac{\sigma_{i+1} - \sigma_i}{\varepsilon_{i+1} - \varepsilon_i} \right) \\ f_0 = \frac{1}{E} \left(1 - \frac{\sigma_1 - \sigma_0}{\varepsilon_1 - \varepsilon_0} \right) \end{cases} \quad (10)$$

$$\begin{cases} m_i = E\varepsilon_i \\ m_0 = 0 \end{cases} \quad (11)$$

5 절에서 수행된 해석에서는 기준 곡선을 4 개의 구간으로 선형화하여 구한 요소의 분율과 항복 응력을 사용하였으며 재료상수는 Table 2 에 정리 하였다.

4.1 변형률 범위 의존성

변형률 진폭과 누적 소성 변형률에 의존하는 항복응력성분(R)을 결정하기 위하여 이력 곡선에서의 탄성한계를 결정하였다. 모든 이력 곡선의 탄성한계를 식 (6)의 항복 기준을 사용하여 계산 하면 복잡할 뿐 아니라 상당히 많은 오차가 수반 되므로 기준 곡선의 탄성한계를 결정한 후 이력곡 선의 탄성한계는 기준 곡선과의 차이를 이용하여 구하였다. 먼저 Fig. 9 와 같이 적절한 오프셋 변형률 (offset strain)을 정하고 각 이력 곡선에서 오프셋 변형률에 해당하는 역응력(Reversed stress)을 구한다. 각 이력곡선의 역응력의 차이는 탄성한계의 차이 와 동일하기 때문에 식 (12)를 이용하여 각 진폭 별 탄성 한계를 구하였다.

$$\sigma_R|_{master} - \sigma_R|_{\Delta\varepsilon} = 2(R|_{master} - R|_{\Delta\varepsilon}) \quad (12)$$

여기서 R 은 탄성한계를, σ_R 는 오프셋 변형률에 해당하는 역응력(reversed stress)을 의미한다. ‘|_{master}’는 기준곡선에서 계산한 값을, ‘|_{Δε}’는 변형률 진폭이 Δε 인 이력곡선에서 계산된 값을 의미한다. 식 (12)에서 우변에 ‘2’를 곱한 것은 이력곡선의 탄성 한계가 인장 곡선의 탄성한계의 2 배에 해당하기 때문이다.

Fig. 12 는 이력 곡선의 변형률 진폭에 따른 탄 성 한계를 나타내는데 소성 변형률 진폭이 0.27% 이하인 경우 탄성 한계가 일치하는 Masing 거동을 보이지만, 소성 변형률 진폭이 0.27% 이상이 되는 경우에는 탄성한계가 변형률 진폭에 비례하여 선형적으로 증가하고 있음을 알 수 있다.

탄성 한계의 변형률 진폭 의존성을 고려하기 위하여 Chaboche⁽¹⁰⁾가 제안한 소성 변형률 기억 표면(Plastic strain memory surface)을 도입하였다. 소 성 기억표면은 소성 변형률 공간에 존재하는 표면 으로 1 차원에서는 식 (13)과 같이 정의된다.

$$F = J(\varepsilon_p - \xi) - q \leq 0 \quad (13)$$

여기서 ξ는 표면의 중심에 해당하고 q 는 표면의 반지름에 해당하는 내부 변수이다.

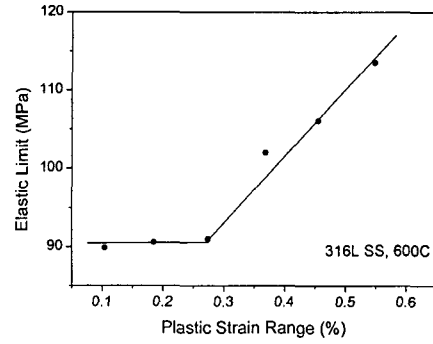


Fig. 12 Plastic strain range dependence of elastic limit

내부변수의 발전식은 식 (14)와 식 (15)로 정의된 다.

$$\dot{\xi} = (1 - \eta)H(F)\langle \mathbf{n} : \mathbf{n}^* \rangle \dot{\varepsilon}_p \quad (14)$$

$$\dot{q} = \eta H(F)\langle \mathbf{n} : \mathbf{n}^* \rangle \left| \dot{\varepsilon}_p \right| \quad (15)$$

$$\mathbf{n} = \frac{\dot{\varepsilon}_p}{\left| \dot{\varepsilon}_p \right|}, \quad \mathbf{n}^* = \frac{\varepsilon_p - \xi}{\left| \varepsilon_p - \xi \right|} \quad (16)$$

여기서 H(F)는 heaviside 함수이다. 식 (16)의 소성 변형률 방향 n 은 Chaboche 의 정의와 다르며 다 층모델에 적합하도록 수정된 것이다. Chaboche 모 델의 경우 소성변형률의 방향이 응력과 back stress 의 차로 정의되지만 다층 모델에서는 소성 변형률 이 식 (17)과 같이 각 요소의 소성 변형률의 합이 기 때문이다.

$$\varepsilon_p = \sum_{i=1}^N f_i \tilde{\varepsilon}_{p_i} \quad (17)$$

여기서 $\tilde{\varepsilon}_{p_i}$ 는 요소의 소성 변형률을 의미한다. 단 축 하중조건에서 소성 변형률 진폭이 일정할 경우 두 내부변수는 식 (18)과 식 (19)에 수렴하고 수렴 속도는 η에 결정된다.

$$\xi = \frac{(\varepsilon_p)_{\max} + (\varepsilon_p)_{\min}}{2} \quad (18)$$

$$q = \frac{\Delta\varepsilon_p}{2} \quad (19)$$

Fig. 12 에 나타난 탄성한계의 변형률 진폭 의존 성을 적절히 표현할 수 있는 함수를 선택하고 안 정화 상태의 탄성 한계를 식 (20)과 같이 정의한 다.

$$R_{stable} = R_{stable}(q) \quad (20)$$

본 연구에서 관찰된 316L 스테인리스 강의 변형률 진폭 의존성은 탄성한계가 일정한 구간과 선형 증가구간으로 이루어져 있으므로 2 개의 구간으로 나누어 나타내었다. 변형률 의존성에 관련된 재료 상수는 Table 2 에 정리하였다.

4.2 반복 연화(Cyclic softening)

Fig. 8 에서 알 수 있듯이 사이클에 따른 응력 진폭의 변화는 탄성 한계의 감소와 탄소성 응력의 증가의 조합에 인한 것이지만 탄소성 응력의 증가는 탄성한계의 감소에 비하여 무시할 수 있으므로 응력 진폭의 변화는 탄성 한계의 변화와 같아지며 식 (21)과 같이 나타낼 수 있다.

$$\Delta\sigma - \Delta\sigma_{stable} \approx 2[R - R_{stable}] \quad (21)$$

여기서 $\Delta\sigma_{stable}$ 과 R_{stable} 은 안정화된 이력곡선의 응력범위와 탄성한계를 의미한다. R_{stable} 은 변형률 진폭에 의존하는 값이고 초기 탄성한계는 모두 같은 값이기 때문에 식 (22)의 연화비(Softening Ratio, S.R.)를 이용하여 반복 연화거동을 정규화할 수 있다.

$$S.R. = \frac{\Delta\sigma - \Delta\sigma_{stable}}{\Delta\sigma_0 - \Delta\sigma_{stable}} \approx \frac{R - R_{stable}}{R_0 - R_{stable}} \quad (22)$$

여기서 $\Delta\sigma_0$ 와 R_0 는 초기 응력 범위와 초기 탄성한계를 의미한다. Fig. 13 은 누적 소성 변형률에 따른 연화비의 거동으로 변형률 진폭이 다른 경우에도 일정한 경향을 관찰할 수 있었으며 반복 연화 거동은 식 (23)으로 나타낼 수 있다.

$$R = R_{stable} + (R_0 - R_{stable})\exp(-bp) \quad (23)$$

여기서 p 는 누적 소성 변형률이고, b 는 재료가 반복 연화되어 안정화 상태에 이르는 속도를 의미한다.

식 (23)을 미분 방정식 형태로 나타내면 식 (24)의 형태가 된다.

$$\dot{R} = (R_{stable} - R)bp \quad (24)$$

반복 연화 거동은 Fig. 13 과 같이 한 개의 exponential 함수를 이용하여 표현이 가능하며 연화속도에 해당하는 b 의 값은 Table 2 에 수록하였다.

안정화 이후의 느린 반복 연화를 고려할 수 있는 함수를 추가적으로 도입하면 파손 사이클까지의 응력 진폭의 변화를 고려할 수 있다. Fig. 8 에서 알 수 있듯이 최종 파단에 이르더라도 이력곡선의 비선형 구간의 형태가 유지되기 때문에 파단까지의 모든 이력곡선을 모사할 수 있게 된다.

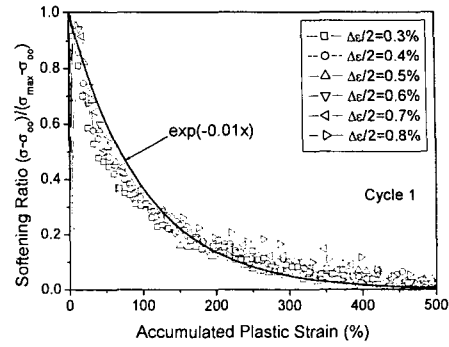


Fig. 13 Normalization of cyclic softening behavior

Table 2 Material parameters of overlay model

| Yield stress and fraction of subelement | |
|---------------------------------------------------------------------------------------|----------------|
| $m_1 = 0$ MPa | $f_1 = 0.252$ |
| $m_2 = 196$ MPa | $f_2 = 0.447$ |
| $m_3 = 464$ MPa | $f_3 = 0.215$ |
| $m_4 = 888$ MPa | $f_4 = 0.0689$ |
| Stabilized elastic limit | |
| $R_{stable} = \begin{cases} 93 & q < 0.27\% \\ 68.5 + 41.2q & q > 0.27\% \end{cases}$ | |
| Softening rate, b | 1 |

5. 이력 곡선의 예측

변형률 진폭 의존성과 반복 연화를 고려한 수정 다층 모델을 사용하여 재료의 변형거동을 모사하였다. 4 개의 요소를 사용하였으며 일정 변형률 진폭의 사이클을 50 회 반복하였다. Fig. 14 는 0.5% 변형률 진폭의 첫 사이클에서의 응력 변형률 거동을 나타내고 있으며 초기 인장 거동과 반복 거동을 정확히 모사하고 있음을 알 수 있다. 예측에 사용된 재료상수는 Table 2 의 값을 사용하였다.

Fig. 15 는 0.3%, 0.5%, 0.8%의 변형률 진폭에서의 안정화된 이력곡선을 예측한 결과로 다양한 진폭의 이력곡선을 정확히 모사하고 있다. 4 개의 요소만을 사용하였기 때문에 예측된 이력곡선은 완전한 형태는 아니지만 구조해석에 사용하기에 충분히 정확한 예측을 하고 있다.

응력 진폭의 변화와 탄성 한계의 변화가 비례하는 성질을 이용하여 초기 변형 거동과 안정화 후의 이력 곡선은 물론 파손에 이르는 모든 사이클의 이력곡선을 예측할 수 있었다.

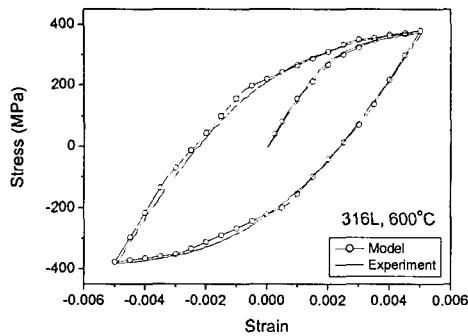


Fig. 14 Hysteresis loop with strain amplitude of 0.5%

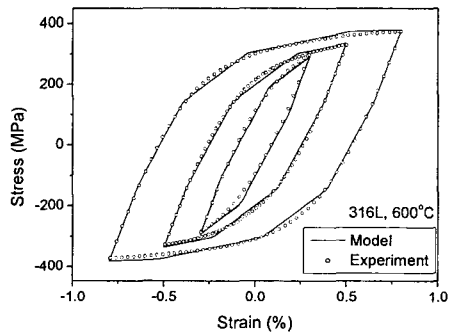


Fig. 15 Prediction of stabilized hysteresis loop

6. 결론

다층 모델은 내부 변수를 사용하지 않고도 재료의 이력현상을 효과적으로 묘사하는 모델이지만 non-Masing 거동을 보이는 재료에 사용될 수 없다는 단점을 가지고 있다. 실제 316L 스테인리스강의 반복 변형 특성을 관찰한 결과 변형률 진폭의 의존성과 반복 연화와 같은 현상을 관찰할 수 있었다. 또한 사이클과 변형률 진폭이 다르더라도 이력곡선의 비선형 부분이 서로 일치하는 특성을 관찰하였다. 이러한 실험적 관찰에 근거하여 기존의 다층 모델에서 고려되지 않았던 변형률 진폭 의존성과 반복 연화를 고려한 수정 다층 모델을 제안하였다. 변형률 진폭 의존성을 구성식으로 표현하

기 위하여 소성 변형률 진폭 기억 표면을 도입하여 non-Masing 거동을 효율적으로 묘사할 수 있음을 확인하였다.

후 기

본 연구는 국가지정 연구실 CARE Lab.의 지원 하에 수행되었으며 이에 감사를 드립니다.

참고문헌

- (1) Schiffner, K., 1995, "Overlay Models for Structural Analysis under Cyclic Loading," *Computer & Structures*, Vol. 56, No. 2/3, pp. 321~328.
- (2) Besseling, J. F., 1958, "A Theory of Elastic, Plastic, and Creep Deformations of an Initially Isotropic Material Showing Anisotropic Strain Hardening, Creep Recovery, and Secondary Creep," *Journal of Applied Mechanics*, pp. 529~536.
- (3) Owen, D. R. J., Prakash, A. and Zienkiewicz, O. C., 1974, "Finite Element Analysis of Non-linear Composite Materials by Use of Overlay Systems," *Computer & Structures*, Vol. 4, pp. 1251~1267.
- (4) Chiang, D. Y. and Beck, J. L., 1994, "A New Class of Distributed Element Models for Cyclic Plasticity-I. Theory and Application," *Int. J. Solids. Structures*, Vol. 31, No. 4, pp. 469~484.
- (5) Chiang, D. Y. and Beck, J. L., 1994, "A New Class of Distributed Element Models for Cyclic plasticity-II. On Important properties of Material Behavior," *Int. J. Solids. Structures*, Vol. 31, No. 4, pp. 485~496.
- (6) Ellyin, F., Fatigue Damage, 1997, *Crack Growth and Life Prediction*, Chapman & Hall, 1st Ed.
- (7) Lefebvre, F., and Ellyin, F., 1984, "Cyclic Response and Inelastic Strain Energy in Low Cycle Fatigue," *International Journal of Fatigue*, Vol. 6, No. 1, pp.9~15.
- (8) Lemaitre, J., and Chaboche, J.-L., 1990, *Mechanics of Solid Materials*, Cambridge University Press, Cambridge.
- (9) Plumtree, A. and Abdel-Raouf, H. A., 2001, "Cyclic Stress-Strain Response and Substructure," *International Journal of Fatigue*, Vol. 23, pp. 799~805.
- (10) Krausz, A. S., and Krausz, K., 1996, *Unified Constitutive Laws of Plastic Deformation*, Academic Press.