비연성 수직형 마이크로 자이로스코프의 구조해석 및 최적설계

박성균*. 정희문*. 김명훈*. 김형태*. 하성규†

(2002 년 8 월 14 일 접수, 2003 년 9 월 16 일 심사완료)

Structural Analysis and Optimum Design of a De-coupled Vertical Micro-Gyroscope

Sung Kyoon Park, Hee Moon Jeong, Myung Hoon Kim,
Hyung Tae Kim and Sung Kyu Ha

Key Words : Micro-Gyroscope(마이크로 자이로스코프), Optimum Design(최적설계), Finite Element Analysis (유한요소 해석)

Abstract

This paper presents the structural analysis and optimum design of a vertical micro-gyroscope with decoupled 2 degrees of freedom (DOF), driven by electrostatic force. Simplified beam models were presented to derive the structural stiffness of the driving spring of the U shape and the sensing spring of E shape. A finite element analysis (FEA) was performed to validate each derivation. A total mass and a polar mass moment of inertia were also obtained and used in calculating the resonance frequency at each mode of the 2 DOF. The resonance frequencies of the total system were calculated using the proposed models and it has been found that they were in excellent agreement with those of the FEA. Finally, the developed analysis program was then linked to an optimum design module, and an optimum design of the micro-gyroscope was successfully performed.

1. 서 론

자이로스코프는 고정좌표와 관성좌표 사이의 회전각과 각속도를 측정하는데 사용되는 장치이다. 이는 수십 년간 항공기 운항 시스템과 미사일 제어와 같은 첨단 응용분야에 적용되었지만, 큰 부피와 무거운 중량 및 높은 가격 등으로 인해 그 적용범위가 제한되어왔다.[1] 그러나, 최근 반도체 공정의 도입으로 자이로스코프의 크기가 가로, 세로 3mm 정도의 칩(chip)으로 제작이 가능하게 되었고, 웨이퍼 레벨 진공 패키징 공정(wafer level vacuum packaging process)을 이용하여 제작 비용 또한 낮출 수 있게 되었다. 이를 통해 자이로스코프가 적용되는 시스템의 경량화 및 소형화뿐만 아니라 가격면에서도 경쟁력을 확보하게 되었으며, 그 결과 현재 반도체 공정을 통해 개발된 마이크로 자이로스코프는 캠코더의 손떨림 방지장치나 개인 휴대용 항법장치, 그리고 3 차원 마우스, 가상현실 게임기, 전자펜 등과 같은 첨단 제품 등에 널리 적용되고 있다.[2,3]

최초의 마이크로 자이로스코프는 미국의 Charls Stark Draper Lab.에서 개발되었다.[4,5] 이것은 정전기력을 이용하여 구동하는 방식을 띄고 있었으며, 그 이후로 같은 구동 방식을 띈 여러 가지 형태의 마이크로 자이로스코프가 개발되었다. 정전기력을 이용하는 마이크로 자이로스코프 중에서 가장 많이 채택되고 있는 방식은 머리 빗 모양의 자이로스코프로서, 이것은 기존의 평행판 전극에 비해 큰 힘을 발생시키고, 진동자의 변위에 관계없이 움직이는 방향으로 일정한 힘을 낼 수 있는 장점

* 한양대학교 대학원 기계설계학과
† 책임저자, 회원, 한양대학교 기계정보경영공학부
Email : sungha@hanyang.ac.kr
TEL : (031) 400-5249 FAX : (031) 501-0754

을 가지고 있다.[6] 따라서 이러한 이점들로 인해 머리 빗 모양의 자이로스코프는 국내와 해외에서 여러 가지 형태로 제작되어 연구가 활발히 진행되고 있다.

최근에는 국내에서 구동방향과 감지방향 간의 연성 효과를 줄여 감지성능을 최대화시킨 비연성 수직형 마이크로 자이로스코프가 개발되었는데,[3] 이는 구조적으로 구동 및 감지 방향으로 생기는 서로간의 간섭을 최소화 시킨 것이다. 현재 비연성 수직형 마이크로 자이로스코프의 해석과 관련된 연구는 구조물을 설계·제작하고 유한요소 해석(Finite Element Analysis)으로[7] 공진 주파수를 파악하는 단계까지 진행되었으나, 성능의 향상을 위한 근본적인 해결 방법은 제시하지 못하였다. 따라서 본 논문에서는 구조해석을 통하여 구조물의 특성을 파악하고, 주파수 설계[8] 및 최적설계 기법을 도입하여 효율적인 성능 향상 방안을 제시하자 한다.

이를 위해 비연성 수직형 마이크로 자이로스코프의 운동을 각각 구동 모드(driving mode)와 감지 모드(sensing mode)로 구분하고, 각 모드의 운동방향과 관련된 스프링을 단순화된 빔 모델로 해석한다. 대상물을 빔 모델로 해석할 경우 최적설계시 유한요소 해석 과정에서 겪는 계산 시간을 줄일 수 있다. 구동 스프링과 감지 스프링은 각각 오일러 빔 이론(Euler-Beroulli beam theory)과[9] 티모센코 빔 이론(Timoshenko beam theory)으로[10] 해석을 수행하며, 유한요소 해석으로 타당성을 검증한다. 구동 모드에 대한 전체 모델의 질량과 감지 모드에 대한 질량 극관성 모멘트를 구하여 각 모드에서의 공진 주파수를 구하는 계산과정에 대입시킨다. 그 결과는 유한요소 해석으로 검증한다. 개발된 해석기에 최적설계 모듈을 도입하고, 최적설계를 수행한다.

2. 작동원리 및 구조

2.1 마이크로 자이로스코프의 작동원리

마이크로 자이로스코프는 Fig. 1 에서와 같이 정전기력(electrostatic force)에 의해 일정한 속도(v_x)로 조화운동을 하도록 가진되는 구동축에 대해 직각방향으로 일정한 진폭과 주기를 갖는 각속도(Ω)가 입력될 때, 구동축과 입력 각속도가 만드는 면의 수직방향으로 발생하는 코리올리 힘(F_C, Coriolis force)을 이용한다. 코리올리 가속도(Coriolis acceleration)에 의해 발생되는 수직방향의 힘인 코리올리 힘은 Fig. 2 에 나타낸 감지판(sensing plate)의 질량 편심으로 인하여 검지판에 대한 회전력(T_C, torque)을 발생시킨다. 회전력에 의해 발생한 각변위는 감지판의 뒷면 상단과 하단에 부착된 감지전극(sensing electrode)과 바닥면(ground)의 전극 사이에 흐르는 전류의 변화를 통해 측정할 수 있으며, 이 각 변위로부터 외부에서 입력되는 각속도를 알아낼 수 있다.

2.2 마이크로 자이로스코프의 구조

진동형 2 자유도 마이크로 자이로스코프는 y 축 대칭형으로서 구동방향이 x 축, 감지방향이 z 축인 수직형 구조를 이루고 있으며, 구동 방향과 감지 방향이 구조적으로 서로 비연성 되어있다. 반도체 공정을 이용하여 만든 마이크로 자이로스코프는 단결정 규소(Si, single crystalline silicon) 재료를 사용하고 있으며, 웨이퍼 레벨 진공 패키징 공정을 통하여 칩(chip)화 된다. 공정에 의해 제작된 자이로스코프의 구조는 Fig. 3 과[3] 같다.

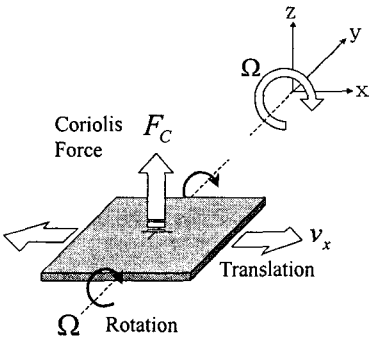


Fig. 1 Coriolis force generated in the moving structure

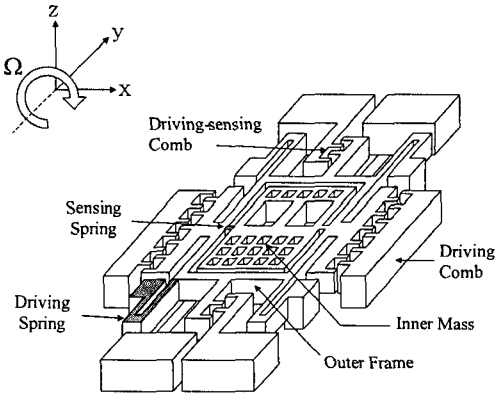


Fig. 2 Layout of the micro-gyroscope with the comb structure

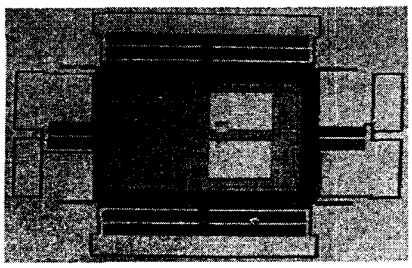


Fig. 3 Fabricated structure of the micro-gyroscope

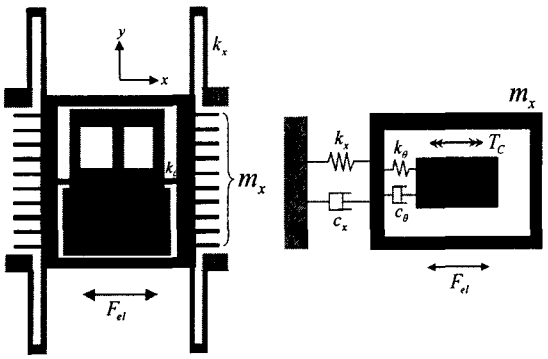


Fig. 4 Dynamic model of the micro-gyroscope

자이로스코프의 구성은 크게 네 부분으로 나뉜다. 첫째, 구동자(rotor)와 고정자(stator)로 구성된 comb type 구조로 되어 있으며, 구동자와 고정자 사이의 전압차에 의해서 발생한 정전기력을 이용하여 자이로스코프의 구동력을 얻는 장치인 콤 드라이브(comb drive). 둘째, 구동방향으로의 운동에 대한 탄성복원력을 제공함과 동시에 불필요한 방향(y 방향)에 대한 운동에 대해 높은 강성을 부여함으로써 구동의 방향성을 유지하는 역할을 하는 구동 스프링(driving spring). 셋째, 코리올리 힘에 의해 발생하는 회전력에 대한 탄성복원력을 제공하여 감지판(sensing plate)의 회전강성을 부여하는 감지 스프링(sensing spring). 넷째, 감지판과 바닥면(ground)에 있는 전극 사이에서 발생하는 정전기력을 측정하여 감지판의 각변위를 측정하며, 조율전압(tuning voltage)에 의해 회전강성을 조절하는 기능을 하는 감지 전극(sensing electrode)이 있다.

3. 자이로스코프의 2 자유도 모델링

마이크로 자이로스코프는 구동 모드와 감지 모드의 비연성 2 자유도 진동계로 모델링하며 이를 Fig. 4 와 같이 나타낼 수 있다. 즉, 자이로스코프의 내부 검지판이 콤 드라이브(comb drive)에서 발생한 정전기력에 의해 x 축 방향으로 조화운동을 하도록 가진되는 모드를 구동 모드(driving mode), 그리고 y 축 방향으로 일정한 진폭과 주기를 가진 입력 각속도에 의해 발생한 코리올리 회전력으로 x 축을 중심으로 z 축 방향으로 회전하는 감지 모드(sensing mode)로 모델링 할 수 있다.

2 자유도계 시스템에서 구동 모드에 대한 운동방정식은 자이로스코프의 질량(m_x), 감쇠계수(c_x), 강성계수(k_x), 그리고 정전기(static electricity)에 의한 가진력(F_{el})을 사용하여 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$m_x\ddot{x} + c_x\dot{x} + k_x x = F_{el} \tag{1}$$

또한, 감지 모드에 대한 운동방정식은 감지판의 질량 관성모멘트(I_θ), 감쇠계수(c_θ), 강성계수(k_θ), 그리고 코리올리 힘에 의한 회전력 또는 토크(T_C)를 사용하여 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$I_\theta\ddot{\theta} + c_\theta\dot{\theta} + k_\theta\theta = T_C \tag{2}$$

여기서, T_C 는 코리올리 힘(F_C)에 감지판에서 각 질점까지의 y 축 방향으로의 거리를 곱한 것과 같고, 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$T_C = \int (2\Omega \times v_x) y \, dm \tag{3}$$

그리고, 식 (1)과 식 (2)를 하나의 행렬식으로 표현하면, 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{pmatrix} m_x & c_x & k_x & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I_\theta & c_\theta & k_\theta \end{pmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{x} \\ \dot{x} \\ x \\ \ddot{\theta} \\ \dot{\theta} \\ \theta \end{bmatrix} = \begin{pmatrix} F_{el} \\ T_C \end{pmatrix} \tag{4}$$

여기서, 감쇠계수에 의한 영향은 시스템을 완전 진공으로 가정할 경우 무시할 수 있으며, 이를 이용하여 공진 주파수를 해석적으로 간단하게 구할 수 있다.

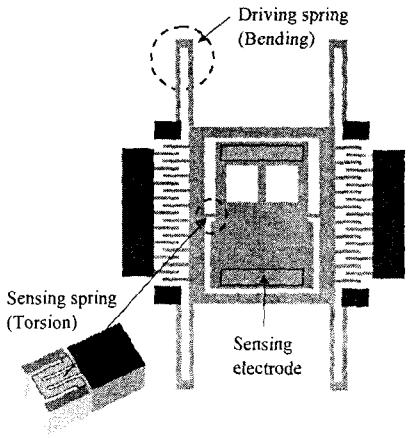


Fig. 5 Analysis parts of the micro-gyroscope

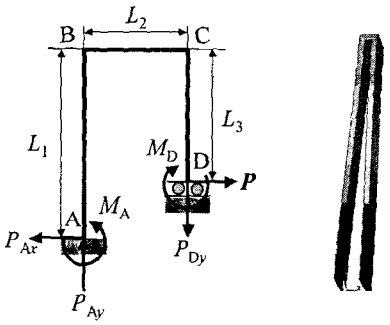


Fig. 6 Equivalent model of the driving spring

4. 자이로스코프의 기계적인 강성

마이크로 자이로스코프의 구동 스프링과 감지 스프링의 강성을 각각 오일러 빔과 티모센코 빔 이론을 이용하여 구한다. 여기서 계산된 강성 값들은 5 장에서 전체 시스템의 공진 주파수를 구할 때 활용한다. 감지 스프링 부분을 Fig. 5 에 나타내었다.

4. 1 구동스프링(driving spring)의 강성

자이로스코프의 구동 방향에 대한 스프링 모델을 Fig. 6 에 나타내었다. 구동 스프링으로 사용된 ㄷ자형 굽힘 부재는 오일러 빔 이론을[9] 이용하여 굽힘모멘트에 의한 변형만을 고려한 등가의 스프링 시스템으로 모델링 할 수 있다. 이는 2 개의 과잉 반력이 존재하는 부정정 계이므로 에너지법의 하나인 카스틸리아노의 제 2 정리(Castigliano's 2nd Theorem)를 이용하여 계산한다.[9]

오일러 빔 이론을 사용하여 모델링 된 구동 스프링의 평형 방정식은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\sum F_x = -P_{Ax} + P = 0 \tag{5a}$$

$$\sum F_y = P_{Ay} - P_{Dy} = 0 \tag{5b}$$

$$\sum M_z\big|_A = M_A - M_D - P(L_1 - L_3) - P_{Dy}L_2 = 0 \tag{5c}$$

여기서, P 는 외부에서 부재에 작용하는 힘성분이고, 아래 첨자가 있는 성분은 각 지점에서의 반력을 의미한다.

AB, BC, CD 의 3 개 부재로 구성된 구동 스프링의 변형에너지 U 는 다음 식으로 표현된다.

$$U = U_1 + U_2 + U_3$$

$$= \int_0^{L_1} \frac{M_1^2}{2EI}dx + \int_0^{L_2} \frac{M_2^2}{2EI}dx + \int_0^{L_3} \frac{M_3^2}{2EI}dx \tag{6}$$

여기서, EI 는 굽힘 강성을 나타낸다. 그리고 M_1, M_2, M_3 는 각 부재에서의 내력 모멘트를 의미하며, 정역학적 평형조건으로부터 구해진 결과는 다음과 같다.

$$M_1 = -M_A + P_{Ax}\,x \tag{7a}$$

$$M_2 = -M_A + P_{Ax}L_1 + P_{Ay}x \tag{7b}$$

$$M_3 = -M_A + P_{Ax}(L_1 - x) + P_{Ay}L_2 \tag{7c}$$

식 (6)과 식 (7)을 이용하여 전체 부재의 변형에너지를 구한 다음, 카스틸리아노 제 2 정리를 사용하여 과잉 반력을 계산한다.

$$\frac{\partial U}{\partial M_A} = 0, \quad \frac{\partial U}{\partial P_A} = 0 \tag{8}$$

식 (8)로 부터 구해진 2 개의 추가 방정식과 식 (5)의 평형 방정식을 이용하여 전체 반력을 계산한 다음, 이를 식 (7)에 대입하여 내력 모멘트를 구한다. 구동 스프링의 D 지점에서 구동력 P 가 가해질 경우 변위 δ 는 카스틸리아노 제 2 정리를 이용하여 구하고, 구동력 P 를 다시 δ 로 나누어서 등가 스프링 상수 k_x 를 계산한다. 식은 다음과 같다.

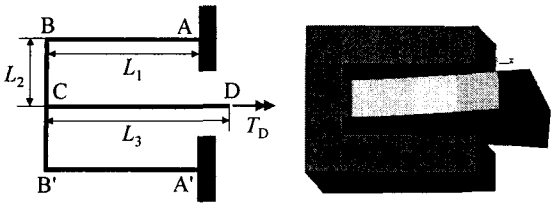


Fig. 7 Equivalent model of the sensing spring

$$\delta = \frac{\partial U}{\partial P}, \quad k_x = \frac{P}{\delta} \tag{9}$$

식 (9)를 이용하여 계산한 등가 스프링 상수 k_x는 유한요소 해석을 이용하여 비교·검증 하였다. 검증을 위한 유한요소 모델은 Fig. 5 와 같으며, 오일러 빔 이론을 이용하여 계산한 결과와 유한요소 해석에[7] 의한 결과와는 약 2.2 % 의 오차를 보였다.

4.2 감지스프링(sensing spring)의 강성

감지 방향에 대한 스프링인 ㅌ자형 비틀림 부재의 그림은 Fig. 7 에 나타내었다. 이 부재는 전단변형을 고려한 티모센코 빔 이론을[10] 이용하여 모델링하며, 굽힘모멘트와 비틀림 모멘트에 의한 변형을 고려하여 해석한다. 이는 Fig. 7 에서와 같이 불균일 비틀림을 받는 계이므로 각 구간별로 나누어 생각할 수 있다. 전체 부재는 CD 를 중심으로 상하 대칭이므로 위쪽 절반을 분리하여 해석한다.

길이 L_1인 부재는 끝단에 집중하중 $T_D/2L_2$를 받고 있으므로 굽힘효과를 고려하여 해석한다. 길이 L_2인 부재는 C 지점에 작용하는 토크 $T_D/2$에 의해 굽힘을 받는 빔으로 간주하여 해석한다. 또한, D 지점에서 토크 T_D가 작용할 때 길이 L_3를 갖는 중간부재는 비틀림 모멘트에 의한 변형을 고려하여 해석한다.

길이 L_1을 갖는 부재가 B 점에 작용하는 집중하중에 의해 AB 구간 상에 발생하는 비틀림 각 θ_{AB}는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\theta_{AB} = \frac{T_D}{L_2^2}\left(\frac{L_1^3}{24EI} + \frac{L_1}{2k_sGA}\right) \tag{10}$$

토크가 C 지점에서 작용할 때 발생한 굽힘 각을 각각 θ_{BC}라 하면, 작용 토크와의 관계는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\theta_{BC} = T_D\left(\frac{L_2}{8EI} + \frac{1}{16k_sGAL_2}\right) \tag{11}$$

여기서, A는 단면의 넓이, k_s는 전단 보정 계수(shear correction factor) α_s의 역수이고, 단면이 사각형일 때의 식은 다음과 같다.[11]

$$k_s = \frac{1}{\alpha_s} = \frac{10(1+\nu)}{12+11\nu} \tag{12}$$

여기서, ν는 포아송 비(Poisson's ratio)이다.

감지 스프링에서 CD 구간의 비틀림 각 θ_{CD}는 다음과 같다.

$$\theta_{CD} = \frac{T_D L_3}{GI_P} \tag{13}$$

이때, 부재는 단면이 사각형이므로 질량 극관성 모멘트(I_P)는 다음과 같다.[9]

$$I_P = \frac{b^3h}{16}\left\{\frac{16}{3} - 3.336\frac{b}{h}\left(1 - \frac{b^4}{12h^4}\right)\right\} \tag{14}$$

여기서, b는 스프링의 폭, h는 스프링의 두께를 나타낸다.

토크에 의해 비틀림을 받는 부재의 비틀림 스프링 상수와 비틀림 각과의 관계는 다음과 같다.

$$T = k\theta \tag{15}$$

이 식을 이용하여 식 (10), (11), (13)의 각 부재의 비틀림 각도(θ_{AB}, θ_{BC}, θ_{CD})는 각각 다음과 같이 스프링 상수(k_1, k_2, k_3)에 대한 식으로 표현할 수 있다.

$$k_1 = \left\{\frac{L_1}{L_2^2}\left(\frac{L_1^2}{12EI} + \frac{1}{kGA}\right)\right\}^{-1} \tag{16a}$$

$$k_2 = \left(\frac{L_2}{4EI} + \frac{1}{8kGAL_2}\right)^{-1} \tag{16b}$$

$$k_3 = \frac{GI_P}{L_3} \tag{16c}$$

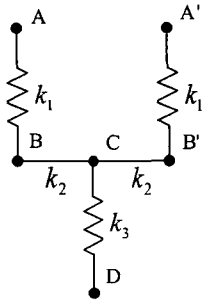


Fig. 8 Spring model of the sensing spring

Table 1 Comparison of the equivalent spring constants for the micro-gyroscope between the theoretical and the finite element method results

Spring constant	Analytical	FEM	error (%)
Driving [μN/μm]	3.995E+01	3.906E+01	2.23
Sensing [μNμm/rad]	9.301E+06	9.696E+06	4.25

여기서, Fig. 7 의 실제 모델은 그림 Fig. 8 과 같이 직렬 스프링과 병렬 스프링의 조합된 형태로 나타낼 수 있다.

결국, Fig. 8 로부터 감지 스프링의 등가 스프링 상수 k_θ 를 다음과 같이 구할 수 있다.

$$k_\theta = \frac{2k_1k_2k_3}{2k_1k_2 + k_3(k_1+k_2)} \tag{17}$$

등가 스프링 상수의 검증을 위한 유한요소 모델은 Fig. 7 과 같으며, 해석 해와의 오차는 약 4.3 % 를 보였고, Table 1 에 나타내었다.

5. 전체 시스템의 공진 주파수

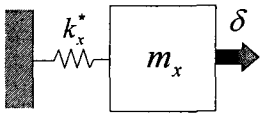
4.1 절과 4.2 절에서 구한 각 스프링의 강성을 이용하여 마이크로 자이로스코프의 전체 시스템에 대한 공진 주파수를 구한다. 전체 시스템은 Fig. 9 과 같이 구동 모드와 감지 모드에 대한 등가 모델로 표현할 수 있다.

구동 모드에 관한 등가 스프링 강성은 다음과 같이 계산된다.

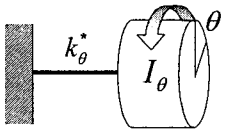
$$k_x^* = 4k_x \tag{18}$$

감지 모드에 관한 등가 스프링 강성은 다음과 같이 계산된다.

$$k_\theta^* = 2(k_\theta - k_{el}) \tag{19}$$



(a) Equivalent model for the driving mode



(b) Equivalent model for the sensing mode

Fig. 9 Equivalent model of the micro-gyroscope

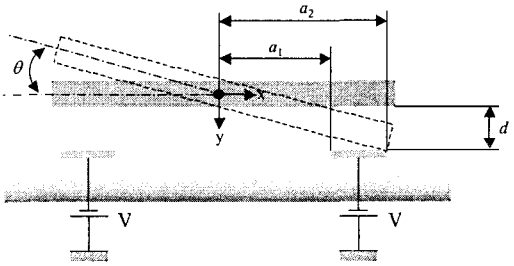


Fig. 10 Cross section of the sensing plate

여기서, k_{el} 은 조율 전압(tuning voltage)에 의해 감지판과 바닥면 사이에 발생하는 조율 강성(tuning stiffness)이다. 수식은 다음과 같다.

$$k_{el} = \gamma \frac{2w_1\varepsilon V^2}{3d^3}\left(a_2^3 - a_1^3\right) \tag{20}$$

자이로스코프의 단면은 Fig. 10 와 같다.

여기서, γ 는 형상계수(shape factor) 이며, 값은 0.5 이다. ε 은 유전율(permittivity), w_1 은 전극(sensing electrode)의 너비방향의 폭, a_1, a_2 는 회전 중심축으로부터 전극이 차지하는 거리를 나타내며, d 는 감지판과 바닥면에 있는 전극 사이의 거리를 나타낸다.

구동 모드에 관한 자이로스코프의 전체 질량과 감지 모드에 관한 질량 극관성 모멘트 값은 해석적으로 손쉽게 구할 수 있으므로 계산 과정은[12] 생략하였으며, 결과 값은 Table 2 에 정리하였다.

위의 결과로부터 구동(1 차) 모드와 감지(2 차) 모드에 관한 공진 주파수는 3 장에서 기술하였던 것과 같이 완전진공으로 가정할 경우, 각각 다음과 같이 간단히 표현할 수 있다.

Table 2 Total mass and polar mass moment of inertia for the micro-gyroscope

Total mass (kg)	1.817E-07
Polar mass moment of inertia (kg·μm^2)	2.029E-02

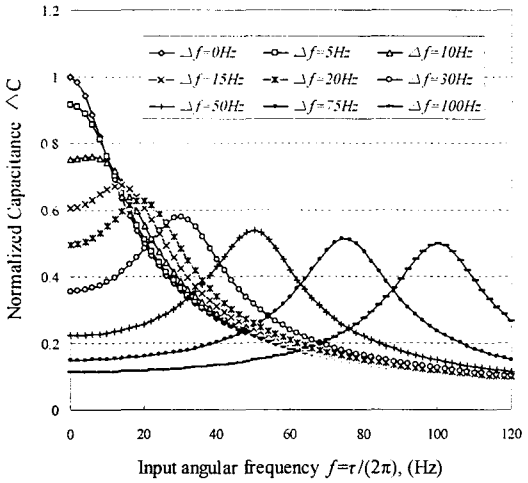


Fig. 11 Normalized Capacitance with respect to the Input angular frequency

$$f_d = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k_x^*}{m_x}} \tag{21a}$$

$$f_s = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k_\theta^*}{I_\theta}} \tag{21b}$$

여기서, 각 스프링의 질량 및 질량 극관성 모멘트는 그 영향이 미소하므로 무시하였다.

6. 감지판의 정전용량 변화

Fig. 10 에서 코리올리 힘에 의한 회전력 또는 토크(T_C)에 의해 감지판이 회전각(θ)만큼 회전될 때, 감지판 상·하단과 바닥면에 위치한 전극과의 거리변화에 의해 정전용량의 변화(ΔC)가 발생하며, 다음 수식과 같이 표현할 수 있다.

$$\Delta C = \frac{\varepsilon w_1}{\theta}\left[\ln\left(\frac{d-a_1\theta}{d-a_2\theta}\right)+\ln\left(\frac{d+a_1\theta}{d+a_2\theta}\right)\right] \tag{22}$$

ΔC의 주파수 특성을 살피기 위해 Fig. 11 에 감지모드의 공진 주파수와 구동모드의 공진 주파수 차이 값인 Δf 에 따른 정전용량 차이(ΔC) 그래프를 외부 입력 주파수(f)가 변할 때 나타내었다. 여기서, 외부 입력 주파수는 외부 입력 각속도를 원주로 나눈 값이다. 구동모드의 성능지수(Quality factor) $Q_d = 2000$ 이고, 감지모드의 성능지수 $Q_s = 200$ 이다.

Fig. 11 에서 보는 바와 같이 특정 주파수차로 설계된 자이로 시스템에서는 주파수차에 따른 측정 가능한 각속도의 대역폭에 따라서 설계시 주파수차 감도가 달라지는 것을 알 수 있다.

Table 3 Comparison of the natural frequencies for the micro-gyroscope between the theoretical results and the finite element analysis results

Natural freq.	Analytical	FEM	error(%)
Driving [kHz]	4.719	4.639	1.70
Sensing [kHz]	4.819	4.720	2.05

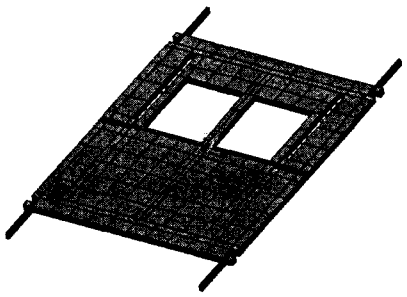


Fig. 12 Finite element model of the micro-gyroscope

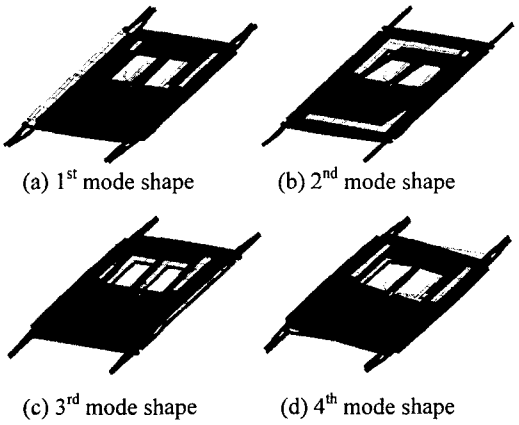


Fig. 13 Mode shapes of the micro-gyroscope

7. 검 증

앞에서 유도된 결과를 이용하여 전체 시스템에 대한 해석 결과와 3 차원 유한요소를 이용하여 얻은 결과를 공진 주파수를 통해 비교·검증 하였다.

마이크로 자이로스코프는 단결정 규소(Si, single crystalline silicon)로 제작되었으며, E = 169 GPa, ρ = 2330 kg/m^3, ν = 0.275 이다. 자이로스코프의 해석적인 방법에 의한 공진 주파수와 유한요소 해석에 의한 공진 주파수 비교는 Table 3 에 나타내었다.

유한요소 모델은 Fig. 12 과 같고, 하나의 절점에서 3 개의 변위성분과 3 개의 회전각 성분을 갖는 6 자유도 8 절점의 3 차원 유한요소를 사용하였다.

공진 주파수는 해석 해의 경우 1 차 모드가 약 4.72 kHz, 2 차 모드는 약 4.82 kHz 이고, 유한요소 해의 경우 1 차 모드인 경우 약 4.64 kHz, 2 차 모드일 경우 약 4.72 kHz 이다. 이를 서로 비교한 결과 각각 1.7 %, 2.1 % 정도의 오차를 나타냈으며, 해석 해와 유한요소 해가 비교적 잘 일치함을 알 수 있었다.

Fig. 13 는 1 차 모드와 2 차 모드에서 자이로스코프의 모드 형상(mode shapes)을 나타낸 것이다. 추가적으로 3 차, 4 차 모드를 포함하였다.

8. 최적설계 및 결과

마이크로 자이로스코프 설계시 재료의 물성치 및 전체의 형상과 각 부분의 길이가 주어지며, 시스템의 성능을 나타내는 사양으로 2 자유도계의 공진 주파수가 주어진다. 구동 모드 및 감지 모드에서의 공진 주파수는 구동 스프링과 감지 스프링의 치수와 각 스프링과 연결된 질량에 의해 좌우된다. 자이로스코프는 외부에서의 입력 각속도 크기(amplitude, Ω_0) 대비 출력신호 크기 즉, 자이로스코프의 감도가 일정한 값을 갖도록 하는데 설계의 목적이 있다. 이를 위해 본문에서 감도와 비례관계를 갖는 입력각속도의 크기를 일정 값으로 고정한 후, 입력 각속도(τ)의 주파수가 0 ~ 100 Hz 까지 변할 때, 각각의 입력각속도의 주파수에 대해서 감도가 10% 이내로 유지되도록 하였다. 이때 감지모드와 구동모드 공진주파수차를 각각 대입하여 최적의 주파수차를 구하였고, 주파수차에 따른 감지 스프링의 치수(x_s)를 결정하였다. 여기서, 목적함수인 감도는 자이로스코프의 감지판과 바닥면 사이의 정전용량 차이(ΔC)이며, 이것은 감지판이 회전을 일으킬 경우 감지판의 상단과 하단의 전극과 바닥면 전극 사이에 발생하는 정전용량의 차를 의미한다. 여기서, 외부로부터의 입력각속도 식은 다음과 같이 표현된다.

$$\Omega = \Omega_0 \sin \pi t, \quad (\Omega_0 = 10) \tag{23}$$

감지 스프링의 길이(x_s)는 Fig. 14 과 같다. 여기서, 길이(α)는 일정한 값이다.

구속 조건으로는 구동 모드의 공진 주파수를 4.719 kHz 로 고정하였다. 감지모드에 대한 공진주파수(f_s)와 구동모드에 대한 공진주파수(f_d)의 차이(Δf)로 하였다.

이러한 조건에서 마이크로 자이로스코프의 최적설계에 대한 정식화는[13] 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} &\text{Minimize} && |\Delta C - nC_0|, n = 0.1 \\ &&& \text{where } \Delta C = |C - C_0| \\ &\text{Find} && x_j \ (j = 1, 2), x_j^L \le x_j \le x_j^U \\ &\text{Subject to} && f_d = f_d^*, \Delta f = \Delta f^* \end{aligned} \tag{24}$$

식 (24)에서 정식화된 최적설계 문제를 풀기위해 사용된 코드는 DOT(Design Optimization Tools)이며, 사용된 알고리즘은 SQP(Sequential Quadratic Programming)이다.[14] 이 과정에서 각 설계변수에 대한 목적 함수인 정전용량 변화 값(ΔC)과 구속조건에 관련된 구동모드에 대한 공진 주파수(f_d)와 감지모드에 대한 공진 주파수(f_s)가 제공 되어야 한다. 여기서, 정전용량 변화 값(ΔC)의 변화 범위를 10% 이내로 했을 때의 입력각속도(τ)와 그때의 감지 스프링의 길이(x_s)를 최적설계 수행을 통해 구하였다. 그 결과, 첫번째 설계 변수인 외부 입력각속도(τ)에 대하여 Fig. 15 에 나타냈었다. 두번째, 설계 변수인 감지 스프링의 길이(x_s)에 관하여 Table 4 에 정리하였다.

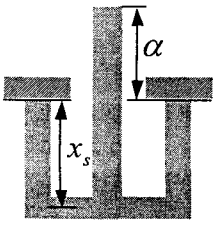


Fig. 14 the sensing spring part

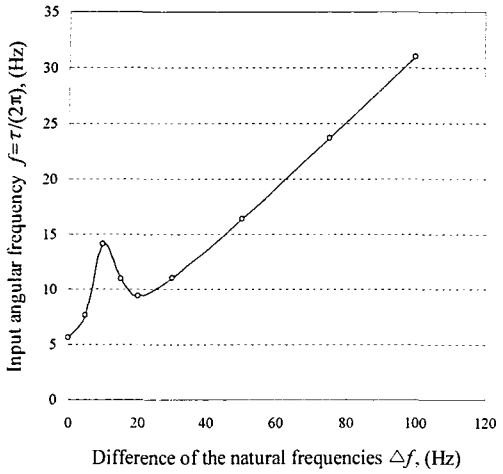


Fig. 15 Input angular frequency with respect to the difference of natural frequency

Table 4 Dimensions of the sensing spring with respect to the differences of the natural frequencies. (f_d=4.719kHz)

Differences of the natural frequencies, Δf [Hz]	Length of the sensing spring, x_s [μm]
0	120.0
5	119.8
10	119.6
15	119.4
20	119.1
30	118.7
50	117.9
75	116.8
100	115.8

9. 결 론

구동축의 수평 방향과 회전축의 수직 방향으로 비연성화된 2 자유도 마이크로 자이로스코프의 동적인 거동은 각 운동방향과 관계된 스프링의 강성을 구하고, 전체 시스템의 공진 주파수를 계산 함으로써 파악할 수 있다. 본 논문에서는 자이로스코프 시스템의 동적 거동을 효과적으로 파악하기 위해 구조해석을 수행하였고, 해석의 타당성을 검증하기 위해서 1 차와 2 차 모드의 공진 주파수를 3 차원 유한요소 해와 비교하였다. 비교 결과 1 차 모드와 2 차 모드의 공진 주파수가 각각 1.7 %, 2.1 %로 잘 일치함을 보였다. 검증을 통해 개발된 해석기를 통해 주파수 설계를 수행하였으며, 최적설계 모듈을 도입하였다. 최적설계를 수행한 결과, 목적 함수인 자이로스코프의 감도 즉, 정전용량의 차이(ΔC)에 대한 변화가 10% 이내로 일정한 값을 유지하도록 입력각속도 값을 Fig. 15 와 같이 구하였고, 공진 주파수의 차이에 따른 감지 스프링의 길이(x_s)를 Table 4 와 같이 구하였다.

후 기

이 논문에 도움을 주신 삼성종합기술원(SAIT)과 한양대학교 최적설계신기술연구센터(iDOT) 관계자 분들께 감사 드립니다.

참고문헌

(1) Juneau, T. N., 1997, "Micromachined Dual Input Axis Rate Gyroscope," *Ph.D. Dissertation*, University of California at Berkeley.
(2) Soederkvist, J., 1994, "Micromachined Gyroscopes," *Sensors and Actuators A*, Vol. 43, pp. 65~71.
(3) Song, H., Oh, Y. S., Song, I. S., Kang, S. J., Choi, S. O., Kim, H. C., Ha, B. J., Baek, S. S., and Song, C. M., 2000, "Wafer Level Vacuum Packaged De-coupled Vertical Gyroscope by a New Fabrication Process," *The 13th Annual international Conference on Micro Electro Mechanical Systems*, pp. 520~524.
(4) Boxenhorn, B. and Greiff, P., 1988, "A Vibratory Micromechanical Gyroscope," *AIAA Guidance and Control Conference*, pp. 1033~1040.
(5) Greiff, P., Boxenhorn, B., King, T., and Niles, L., 1991, "Silicon Monolithic Micromechanical Gyroscope," *MEMS Proceedings*, pp. 966~968.
(6) Lee, S. H., 1998, "A Study of planar vibratory gyroscope using electromagnetic detection," Ph.D Thesis, Seoul National University, Seoul, Korea
(7) ANSYS, 1994, *ANSYS User's Manual (Rev. 5.1)*, Swanson Analysis Systems, Inc., Houston.
(8) Baek, S. S., Oh, Y. S., Ha, B. J., An, S. D., An, B. H., Song, H. and Song, C. M., 1999, "A Symmetrical z-axis Gyroscope with A High Aspect Ratio using Simple and New Process," *Twelfth IEEE International Conference (MEMS '99)*, pp. 612~617.
(9) Hibbeler, R. C., 1997, *Mechanics of Materials*, Prentice Hall, Inc., New Jersey, pp. 255~364, 709~778.
(10) Meirovitch, L., 1967, *Analytical Methods in Vibrations*, John & Sons, Inc., New York, pp. 128~135
(11) Pilkey, W. D., 1994, *Formulars for Stress, Strain, and Structural Matrices*, John & Sons, Inc., New York, pp. 56, 1324~1328.
(12) Meriam, J. L. and Kraige, L. G., 1993, *Engineering Mechanics Volume 2 Dynamics*, 3rd ed., John & Sons, Inc., New York, pp. 657~710.
(13) Arora, J. S., 1989, *Introduction to Optimum Design*, McGraw-Hill, Inc., New York, pp. 20~77.
(14) DOT, 1995, *DOT User's Manual (Ver. 4.20)*, Vanderplaats Research & Development, Inc., Colorado.