

# 유체유동을 갖는 외팔 파이프의 동특성 및 진동수에 미치는 설계인자의 영향

윤한익\* · 손인수\* · 박일주\*\*  
(2002년 4월 26일 접수, 2003년 9월 23일 심사완료)

## Influence of Design Parameters on Dynamic Behavior and Frequencies of Cantilever Pipe Conveying Fluid

Han-Ik Yoon, In-Soo Son and Il-Ju Park

**Key Words** : Cantilever Pipe Conveying Fluid(유체이송 외팔관), Moving Mass(이동질량), Tip Mass(끝단질량), Follower Force(종동력), Rotary Inertia(회전관성)

### Abstract

The vibrational system of this study consists of a cantilever pipe conveying fluid, the moving masses upon it and having an attached tip mass. The equation of motion is derived by using Lagrange's equation. The influences of the velocity and the inertia force of the moving mass and the velocities of fluid flow in the pipe have been studied on the dynamic behavior and the natural frequency of a cantilever pipe by numerical method. The deflection of the cantilever pipe conveying fluid is increased due to the tip mass and rotary inertia. After the moving mass passed upon the cantilever pipe, the amplitude of pipe is influenced by energy variation when the moving mass fall from the cantilever pipe. As the moving mass increase, the frequency of the cantilever pipe conveying fluid is increased. The rotary inertia of the tip mass influences much on the higher frequencies and vibration mode.

### 1. 서 론

유동유체를 가진 파이프의 대표적 예는 송유관이다. 파이프 속을 흐르는 유체에 의하여 파이프에 진동이 발생하며, 유체의 속도가 어떤 임계값에 도달하면 그 진동이 불안정하여 파이프가 좌굴되기도 한다. 점성이 작은 유체의 분사력은 파이프의 끝단에 작용하는 집중종동력으로 되며, 점성이 큰 유체는 파이프의 내면에 작용하는 등

분포접선종동력을 일으킨다. 이러한 종동력들은 비보존력으로써 탄성계의 진동 및 안정성 해석에 중요한 인자가 된다.

유체유동에 의한 송수관의 진동과 안정성에 대한 연구는 Ashley와 Haviland<sup>(1)</sup>에 의해 아라비아의 횡단 송유관에서 관찰된 진동 현상을 규명하려는 시도에서 비롯되었다. Benjamin<sup>(2,3)</sup>은 2자유도를 갖는 분절된 송수관(articulated pipe)의 동역학에 대한 이론적 연구와 실험적 연구를 병행하였다. 그는 이 연구를 통해, 계는 어떤 임계유속 이상에서 플러터(flutter) 불안정을 일으킨다는 것을 제시하였다. Benjamin의 이러한 유한 자유도계에서의 일반이론은 연속계에도 확장되는 것으로서 Gregory와 Paidoussis<sup>(4,5)</sup>는 한단이 고정되고 타단이 자유인 무한 자유도를 갖는 송수관의 불안정

† 책임저자, 회원, 동의대학교 기계정보산업공학과  
E-mail : hiyoon@dongeui.ac.kr  
TEL : (051)890-1645 FAX : (051)890-2232

\* 동의대학교 대학원 기계공학과

\*\* 서울 정수기능대학 카일렉트로닉스과

문제를 연구하였다. 이러한 역학계에서는 어떤 임계유속 이상에서 플러터 불안정 현상을 용이하게 실현할 수 있다. 또, Yoon 등<sup>(6)</sup>은 이동질량을 가진 단순지지 유체유동 파이프의 동특성에 관한 연구를 수행하였으며, 최근 내부 유동이 있는 곡선 파이프의 비선형 문제에 관한 연구 결과도 발표되고 있다.<sup>(7)</sup>

Chen<sup>(8)</sup>은 양단이 단순지지된 송수관에 시간 종속적인 유속이 주어지는 경우에 있어서 송수관의 파라메타 불안정에 대한 연구를 하였다. Sugiyama 등<sup>(9)</sup>은 집중질량을 갖고 탄성 스프링에 의해 지지된 외팔 수평 송수관의 내부에 유체가 흐르는 경우 스프링과 집중질량의 복합효과가 계의 동역학적 안정성에 어떤 영향을 미치는가를 실험과 수치 해석적 방법으로 연구하였고, 기계장치부를 갖는 수직 외팔 파이프 구조물의 동적 안정성에 관한 연구<sup>(10)</sup>가 수치해석과 실험을 통하여 진행되어 졌다. 그러나, 이러한 연구들에서는 이동질량의 영향과 그 이동질량이 파이프 위를 떠난 후의 파이프의 횡변위에 대해서는 연구하지 아니하였다.

본 연구에서는 점성이 매우 작은 유동유체의 분사력에 의하여 외팔 파이프의 끝단에 집중 중동력이 작용하고 동시에 파이프 위를 질량이 일정 속도로 이동하는 계를 고려하였으며, 이러한 계는 산업현장에서 생산된 제품이 다음 공정으로 이동할 때 이용되는 컨베어로 설명할 수 있다. 따라서, 이 계의 동특성에 관계하는 여러 설계인자가 파이프의 횡진동에 미치는 영향을 해석하였으며, 특히 이동질량이 파이프를 통과한 후 파이프 횡진동의 특성 및 이동질량이 파이프 위를 이동하는 동안 각 설계인자가 계의 진동수에 미치는 영향에 대하여 연구하였다.

## 2. 시스템 모델링

내부에 점성이 작은 유체가 흐르고 끝단질량을 가진 외팔 파이프 위를 집중질량들이 일정속도로 이동하는 탄성계의 개략도는 Fig. 1과 같다. 여기서  $m_1$ ,  $m_2$ 는 집중질량,  $v$ 는 집중질량의 속도, 그리고  $a$ 는 두 이동질량 사이의 거리이며  $F$ 는 유동유체의 분사력이다. 또,  $m_b$ 는 파이프의 끝단질량을,  $l$ 은 외팔 파이프의 전체 길이를

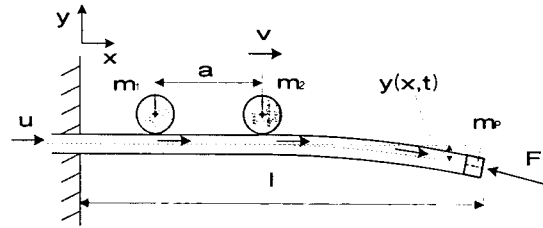


Fig. 1 Cantilever pipe conveying fluid with moving masses

나타낸다. 이동질량의 속도와 이동질량의 크기, 그리고 유동유체의 속도변화가 외팔 파이프의 동특성에 미치는 영향을 해석하기 위하여 Lagrange 방정식으로 계의 운동방정식을 유도한다.

### 2.1 외팔 파이프의 에너지식

외팔 파이프의 횡변위  $y(x, t)$ 를 유체가 없는 경우, 경계조건을 만족시키는 외팔 보의 자유 진동에 대한 고유함수  $\phi_i(x)$ 를 이용하여 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$y(x, t) = \sum_{i=1}^{\infty} q_i(t) \phi_i(x) \quad (1)$$

여기서  $q_i(t)$ 는 일반화 좌표,  $\mu$ 는 모드수를 나타낸다. 또,  $\phi_i(x)$ 는 고유함수로서 다음과 같다.

$$\phi_i(x) = \cos(\lambda_i x) - \cosh(\lambda_i x) - a_i [\sin(\lambda_i x) - \sinh(\lambda_i x)] \quad (2)$$

여기서  $a_i$ 는 외팔보의 자유진동의  $i$ 번째 고유치이며 아래 식으로 주어진다.

$$a_i = \frac{\cos(\lambda_i l) + \cosh(\lambda_i l)}{\sin(\lambda_i l) + \sinh(\lambda_i l)} \quad (3)$$

식 (3)에서  $\lambda_i$ 는 다음 식에서 구한다.

$$\frac{1 + \cos(\lambda_i l) \cosh(\lambda_i l)}{\sin(\lambda_i l) \cos(\lambda_i l) + \cos(\lambda_i l) \sinh(\lambda_i l)} = \frac{m_b}{m_b l} (\lambda_i l) \quad (4)$$

여기서  $m_b$ 는 외팔 파이프의 단위 길이당 질량이다. 그러므로 파이프의 운동에너지는

$$T_p = \frac{1}{2} m_b \sum_{i=1}^n \dot{q}_i^2(t) \int_0^l \phi_i^2(x) dx + \frac{1}{2} m_p \{\dot{y}(l, t)\}^2 + \frac{1}{2} I_p \left\{ \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial y(l, t)}{\partial x} \right) \right\}^2 \quad (5)$$

이고,  $(\cdot)$ 는 시간  $t$ 에 대한 미분을 나타내며,  $I_p$ 는 질량 관성모멘트이다. 또, 외팔 파이프의 포텐셜 에너지는 다음과 같다.

$$V_p = \frac{1}{2} \int_0^l EI (y'')^2 dx - m_p g y(l, t) - m_b g \int_0^l y dx \quad (6)$$

여기서  $EI$ 는 외팔 파이프의 굽힘 강성계수,  $g$ 는 중력가속도, 그리고  $(\cdot)$ 은 축방향 좌표  $x$ 에 대한 미분을 의미한다.

## 2.2 유동 유체의 에너지식

파이프에 대한 유체의 상대속도를  $u$ 라고 하면, 유체의 절대속도에는 파이프의 운동이 포함되어야 한다. 따라서 유체의 절대속도의 수직성분, 즉  $y$ 방향성분은  $\dot{y} + uy'$ 이고,  $x$ 축에 평행한 수평성분은  $u(1 - \frac{1}{2}y'^2)$ 이다. 유속의 합을

구하면  $\sqrt{u^2 + 2u\dot{y}y' + \dot{y}^2 + \frac{1}{4}u^2y'^4}$ 이 된다.

또, 미소항의 고차항  $y'^4$ 을 생략하면 유동유체의 운동에너지는 다음과 같이 표현된다.

$$T_f = \frac{1}{2} \int_0^l m_f (u^2 + 2u\dot{y}y' + \dot{y}^2) dx \quad (7)$$

유량과 중력을 고려한 유체유동의 포텐셜 에너지는 다음과 같다.

$$V_f = - \int_0^l m_f g y dx \quad (8)$$

여기서  $m_f$ 는 유체의 단위 길이당 질량이며,  $y_{m_i}$ 는 다음과 같다.

$$y_{m_i} = y(x_i, t) \Big|_{x_i = u} \quad (9)$$

## 2.3 유체유동의 분사력에 의한 일량

유체유동의 분사력에 의하여 파이프에 작용되는 힘은  $x = l$ 인 점에 작용하는 집중 접선 종동력이 된다. 이러한 접선 종동력에 의한 일은 보존력 성분에 의한 일과 비보존력 성분에 의한 일로 구분된다. 따라서 집중 접선 종동력의 보존력 성분에 의한 일과 비보존력 성분에 의한 일은 각각 다음과 같다.<sup>(11)</sup>

$$W_c = \frac{1}{2} \int_0^l (\rho A_p u^2 y'^2) dx \quad (10)$$

$$W_N = - \rho A_p u^2 y'(l, t) y(l, t) \quad (11)$$

여기서  $A_p$ 는 파이프의 단면적,  $\rho$ 는 유체의 밀도이다.

## 2.4 이동질량의 에너지 식

이동질량의 수평속도가  $v$ 이면 그 수평변위는

$$x_1 = f_1(t) = \int_0^t v dt$$

$$x_2 = f_2(t) = \int_0^t v dt - a \quad (12)$$

$$(0 < x_k \leq l)$$

이고, 수직 변위를  $y_{m_i}$ 이라고 하면 이동질량  $m_k$ 는 집중질량이므로 그 운동에너지와 포텐셜에너지는 각각 다음과 같다.

$$T_m = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^n m_k (\dot{y}_{m_i}^2 + v^2) \quad (13)$$

$$V_m = - \sum_{k=1}^n m_k g y_{m_i} \quad (14)$$

여기서  $n$ 은 이동질량의 수이고  $y_{m_i}$ 는 이동질량  $m_k$ 의 연직방향 변위인 동시에 외팔 파이프의 횡변위이다. 즉, 이동질량들은 파이프와 분리되지 않고 접촉된 상태로 이동한다고 본다. 따라서 이동질량이 파이프 위를 이동하고 있는 동안의 연직방향 변위와 속도는 각각 다음과 같다.

$$y_{m_i} = y(x_k, t) \Big|_{x_k = f_k(t)} \quad (15)$$

$$\begin{aligned}
 \dot{y}_{m_k} &= \left( \frac{\partial y}{\partial x_1} \cdot \frac{\partial x_k}{\partial t} + \frac{\partial y}{\partial t} \right) \Big|_{x_k=f_k(t)} \\
 &= \sum_{i=1}^n \left\{ v \sum_{i=1}^n q_i(t) \phi_i' [f_k(t)] \right. \\
 &\quad \left. + \sum_{i=1}^n \dot{q}_i(t) \phi_i [f_k(t)] \right\} \quad (16) \\
 &\quad (0 < x_k \leq l)
 \end{aligned}$$

식 (16)을 식 (13)에 대입하여 정리하면 이동질량들의 운동에너지는 다음 식과 같다.

$$\begin{aligned}
 T_m &= \frac{1}{2} \sum_{k=1}^n m_k \left\{ v^2 \sum_{i=1}^n q_i^2(t) \phi_i'^2 [f_k(t)] \right. \\
 &\quad + 2v \sum_{i=1}^n q_i(t) \dot{q}_i(t) \phi_i [f_k(t)] \phi_i' [f_k(t)] \quad (17) \\
 &\quad \left. + \sum_{i=1}^n \dot{q}_i^2(t) \phi_i^2 [f_k(t)] + \frac{1}{2} v^2 m_k \right\}
 \end{aligned}$$

식 (7)과 식(17)의 두 번째 항은 물리적으로 코리올리력을 의미하며 계에서 항상 감쇠의 역할을 수행한다.

2.5 계의 운동방정식

계의 운동방정식을 유도하기 위하여 앞에서 구한 일과 에너지 식을 Lagrange 방정식에 대입하고, 정리하면 계의 운동방정식은  $i = 1$ 부터  $\mu$  항까지의 합으로 표현되며 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
 &\sum_{i=1}^n \left\{ m_b \int_0^l \phi_i^2(x) dx + m_p \phi_i^2(l) + I_p \phi_i'^2(l) \right. \\
 &\quad + m_f \int_0^l \phi_i^2(x_f) dx + \sum_{k=1}^n m_k \phi_i^2(x_k) \left. \right\} \ddot{q}_i(t) \\
 &\quad + \sum_{i=1}^n \left\{ \sum_{k=1}^n m_k \frac{d}{dt} [\phi_i^2(x_k)] \right. \\
 &\quad + m_f \int_0^l \frac{d}{dt} [\phi_i^2(x_f)] dx \left. \right\} \dot{q}_i(t) \\
 &\quad + \sum_{i=1}^n \left[ EI \int_0^l (\phi_i''(x))^2 dx - \rho A u^2 \int_0^l (\phi_i'(x))^2 dx \right. \\
 &\quad + 2\rho A u^2 \phi_i(l) \phi_i(l) + \sum_{k=1}^n \left\{ v m_k \frac{d}{dt} (\phi_i(x_k)) \phi_i(x_k) \right. \\
 &\quad \left. - m_k v^2 \phi_i'^2(x_k) + v m_k \frac{d}{dt} (\phi_i(x_k)) \phi_i'(x_k) \right\} \\
 &\quad + u m_f \int_0^l \left\{ \frac{d}{dt} (\phi_i(x_f)) \phi_i(x_f) + \frac{d}{dt} (\phi_i(x_k)) \right. \\
 &\quad \left. \phi_i(x_k) \right\} dx \left. \right\} q_i(t) - \sum_{i=1}^n \left\{ (m_b + m_f) g \int_0^l \phi_i(x) dx \right. \\
 &\quad \left. + m_p g \phi_i(l) + \sum_{k=1}^n m_k g \phi_i(x_k) \right\} = 0 \quad (18)
 \end{aligned}$$

식 (18)의 운동방정식은 이동질량이 파이프 위를 이동하고 있는 동안의 식이고, 이동질량이 파이프 위를 떠나면 이동질량에 의한 항은 계의 운동에 영향을 주지 않는다. 식 (18)의 운동방정식을 무차원화하기 위하여 무차원 변수를 다음과 같이 정의한다.

$$\begin{aligned}
 \xi &= \frac{x}{l}, \quad \tau = \frac{t}{l^2} \sqrt{\frac{EI}{m_b}}, \quad M_p = \frac{m_p}{m_b l}, \\
 M_k &= \frac{m_k}{m_b l}, \quad U = u_z l \sqrt{\frac{\rho A_z}{EI}}, \quad d = \frac{g}{l}, \\
 \beta_k &= \frac{m_k l}{\sqrt{m_b EI}} \bar{v}, \quad \gamma_k = \frac{m_k l^3}{EI} \bar{v}^2, \quad M = \frac{m_f}{m_b}, \quad (19) \\
 M^* &= \frac{(m_b + m_f) g l^3}{EI}, \quad m_p^* = \frac{m_p g l^2}{EI}, \\
 I_p^* &= \frac{I_p}{m_b l^3}, \quad m_k^* = \frac{m_k g l^2}{EI}, \quad A = \frac{g}{l}
 \end{aligned}$$

여기서  $\bar{v}$  는 무차원화를 위한 매개변수로서  $\frac{v}{l}$  이다. 식 (19)의 무차원 변수를 이용하여 무차원 운동방정식을 구하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
 &\sum_{i=1}^n \left\{ \int_0^1 \phi_i^2(\xi) d\xi + M \int_0^1 \phi_i^2(\bar{x}_f) d\xi + I_p^* \phi_i'^2(1) \right. \\
 &\quad + M_p \phi_i^2(1) + \sum_{k=1}^n M_k \phi_i^2(\bar{x}_k) \left. \right\} \ddot{d}_i(\tau) \\
 &\quad + \sum_{i=1}^n \left\{ M \int_0^1 \frac{d}{d\tau} [\phi_i^2(\bar{x}_f)] \right. \\
 &\quad + \sum_{k=1}^n M_k \frac{d}{d\tau} [\phi_i^2(\bar{x}_k)] \left. \right\} \dot{d}_i(\tau) \\
 &\quad + \sum_{i=1}^n \left\{ \int_0^1 (\phi_i''(\xi))^2 d\xi - U^2 \int_0^1 (\phi_i'(\xi))^2 d\xi \right. \\
 &\quad + 2U^2 \int_0^1 \phi_i(\xi) \phi_i(\xi) d\xi + \sum_{k=1}^n \left\{ \beta_k \frac{d}{d\tau} [\phi_i(\bar{x}_k)] \phi_i(\bar{x}_k) \right. \\
 &\quad \left. - \gamma_k \phi_i^2(\bar{x}_k) + \beta_k \frac{d}{d\tau} [\phi_i(\bar{x}_k)] \phi_i'(\bar{x}_k) \right\} \\
 &\quad + \sqrt{MU} \int_0^1 \frac{d}{d\tau} [\phi_i(\bar{x}_f)] \phi_i(\bar{x}_f) d\xi \\
 &\quad + \sqrt{MU} \int_0^1 \frac{d}{d\tau} [\phi_i(\bar{x}_f)] \phi_i'(\bar{x}_f) d\xi \left. \right\} d_i(\tau) \\
 &\quad - \sum_{i=1}^n \left\{ (M^*) \int_0^1 \phi_i(\xi) d\xi + m_p^* \phi_i(1) \right. \\
 &\quad \left. + \sum_{k=1}^n m_k^* \phi_i(\bar{x}_k) \right\} = 0 \quad (20)
 \end{aligned}$$

식 (20)의 무차원 운동방정식을 자유진동에 대하여 행렬형태의 식으로 정리하면 다음과 같이 표

현할 수 있다.

$$[M]\{\ddot{d}\} + [C]\{\dot{d}\} + [K]\{d\} = \{0\} \quad (21)$$

식 (21)은 고유치 문제를 해결하기 위하여 다음과 같이 변환할 수 있다.

$$\{\eta\} = [M^*]\{\eta\} \quad (22)$$

여기서 각 항은 각각 다음과 같다.

$$[M^*] = \begin{bmatrix} [M]^{-1}[C] & [M]^{-1}[K] \\ [I] & [0] \end{bmatrix} \quad (23)$$

$$\{\eta\} = \begin{Bmatrix} \dot{d} \\ d \end{Bmatrix} \quad (24)$$

여기서 I 는 단위행렬을 의미한다. 식 (22)~(24)를 이용하여 구해진 고유치는 복소수 값을 갖는데 허수부의 값으로부터 고유진동수를, 실수부의 값으로부터 감쇠계수를 각각 구할 수 있다. 또한, 복소수 값인 고유치의 실수부로부터 계의 안정성을 판단할 수 있으며, 임계유속 및 최적안정유속을 구할 수 있다.<sup>(12)</sup>

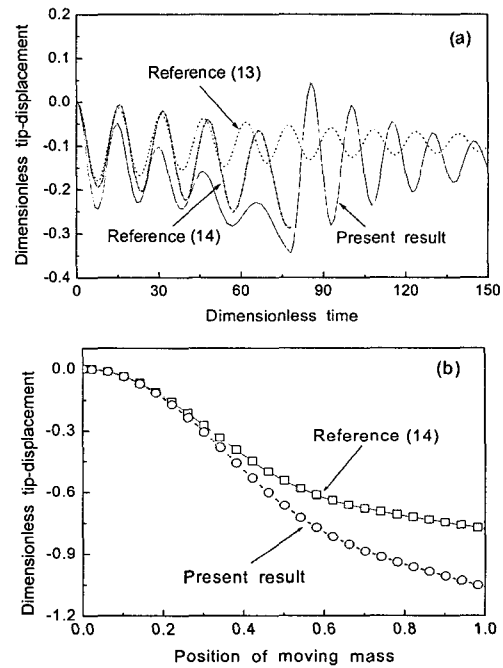
### 3. 수치해석 결과 및 고찰

본 연구에서는 이론해석에서 유도된 운동방정식을 바탕으로 계의 동특성을 지배하는 설계인자들에 대하여 이동질량과 유체유동을 갖는 외팔 파이프의 횡진동을 10차 모드까지 고려하여 ( $\mu = 10$ ) 그 각각의 영향을 수치해석 하여 비교, 고찰하였다. 또, 유체의 속도는 앞에서 구한 고유치에서 최적안정유속을 구하여 모든 수치해석에 사용하였으며, 그 값은 4.56 m/s 이다. 외팔 파이프의 자중에 의한 초기 처짐은 무시하고 초기조건을 0으로 하여 수치해석 하였다. Table 1은 수치해석을 위한 입력 데이터를 나타내고 있다.

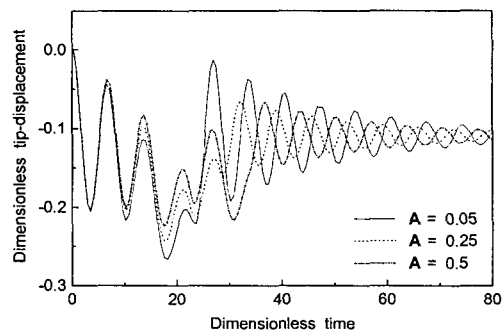
Fig. 2(a)는 이 연구의 해석 예제를 검토하기 위하여 참고문헌 (13), (14)의 결과와 비교한 것이다. 참고문헌 (13)은 이동질량이 없고, 유체유동만을 갖는 외팔 파이프의 끝단 횡변위이고, 참고문헌 (14)는 파이프 위를 이동질량이 이동할 때 파이프 끝단의 횡변위를 표현하고 있다.

**Table 1** Specifications of cantilever pipe conveying fluid system

Mass per unit length ( $m_b$ )	0.2 (kg/m)
Length ( $l$ )	2 (m)
Young's modulus( $E$ )	9.72 (Mpa)
Outer diameter	18 (mm)
Inner diameter	12 (mm)
Velocity of moving mass( $v$ )	0.2 (m/s)



**Fig. 2** Dimensionless tip-displacement of cantilever pipe



**Fig. 3** Dimensionless tip-displacement of cantilever pipe with the moving masses

Fig. 2(a)에 도시한 참고문헌 (14)의 수치해석 결과는 이 연구의 입력 데이터인 Table 1의 입력 데이터를 대입하여 얻은 것이다. 단, 이동질량의 속도는 비교를 용이하게 하기 위하여 0.1 m/s를 사용하였다. 또, Fig. 2(b)의 해석결과는 참고문헌 (14)에서 사용한 데이터를 이동질량이 1개인 경우에, 이 연구의 수치예제에 대입하여 얻은 결과와 비교한 것으로, 참고문헌 (14)의 연구결과와 동일한 방법으로 이동질량의 위치에 따른 파이프의 횡변위를 표현하였다. 참고문헌 (14)에서 사용한 데이터는 다음과 같다.

$$l = 6 \text{ m}, \quad v = 6 \text{ m/s},$$

$$EI/m_b = 275.4408 \text{ m}^4/\text{s}^2, \quad M_k = 0.2 \quad (25)$$

참고문헌 (14)는 끝단질량의 크기 및 유체유동의 영향 그리고, 이동질량이 파이프 위를 통과한 후의 외팔 파이프의 횡변위에 대해서는 연구하지 아니하였으며, Fig. 2(b)의 수치해석 차이는 이들 영향에 기인한 것이다.

Fig. 3은 무차원 이동질량이 크기가 0.5, 이동질량의 속도가 0.2 m/s, 그리고 끝단질량의 크기가 0.25인 경우 두 이동질량 사이의 간격에 따른 외팔 파이프의 끝단 횡변위를 나타내었다. 첫 번째 이동질량이 외팔 파이프 위를 떠나는 무차원 시간 22인 지점까지는 두 이동질량 사이의 간격이 좁을수록 파이프의 처짐은 더 크고, 끝단 횡변위는 거의 같은 크기를 가진다. 이동질량이 파이프 위를 통과한 후의 진폭 변화에 대하여 살펴보면, 무차원 간격이 0.05로 작을 때 무차원 시간 24를 지나면서 아래쪽으로 진동하는 시점에서 첫 번째 이동질량이 파이프 위를 떠나기 때문에 탄성에너지의 증가로 인하여 위쪽으로 진동하고, 다음 순간 두 번째 이동질량이 파이프 위를 떠나면서 다시 위쪽 방향으로 진동하므로 큰 진폭 변화를 가져온다. 이동질량들 사이의 무차원 간격이 0.25, 0.5인 경우에도 모두 이러한 현상들의 반복에 의하여 이동질량이 파이프 위를 떠난 후의 진폭을 결정한다. 즉, 이동질량들이 파이프 위를 떠나면서 처짐에 의한 탄성에너지 증가를 동반하며, 이동질량의 간격은 그 에너지 증가 시기를 결정함으로써 이동질량이 파이프를 떠난 이후의 파이프 진폭에 영향을 미친다.

Fig. 4는 무차원 이동질량의 크기가 0.25, 이동

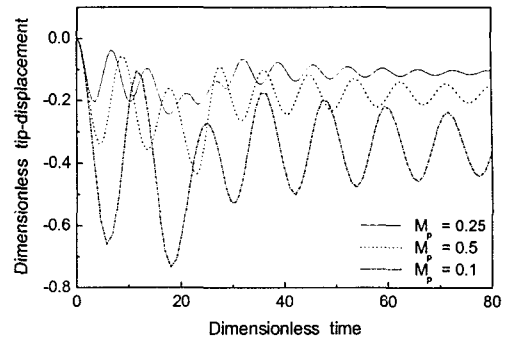


Fig. 4 Dimensionless tip displacement of cantilever pipe with the moving masses

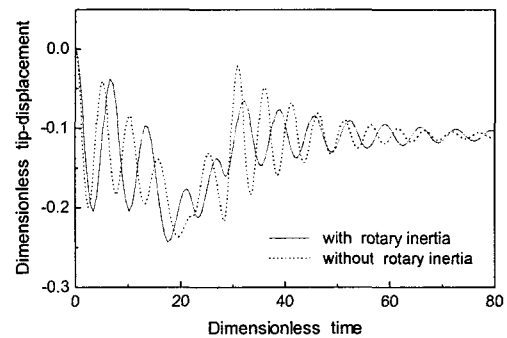


Fig. 5 Dimensionless tip displacement of cantilever pipe with the moving masses

질량들 사이의 간격이 0.25일 때 끝단질량의 크기에 따른 파이프의 횡변위를 나타내고 있다. 전반적으로 이동질량이 파이프 위를 이동하고 있는 동안과 이동질량이 파이프 위를 통과한 후의 파이프 끝단 진폭은 모두 끝단질량의 크기에 서로 비례적이다. 끝단질량의 크기가 클수록 이동질량이 파이프 위를 떠나면서 큰 영향을 미치지 않고 있음을 확인할 수 있다. 즉, 끝단질량의 크기가 0.25인 경우에는 첫 번째 이동질량과 두 번째 이동질량이 파이프 위를 떠나는 무차원 시간 약 24와 29에서 진폭의 변화가 뚜렷하지만 끝단질량이 0.5와 0.1인 경우는 큰 변화가 없다.

Fig. 5는 무차원 끝단질량의 크기가 0.25인 경우 끝단질량의 회전 관성력을 고려한 경우와 고려하지 않은 경우의 파이프 끝단 횡변위를 비교한 것이다. 이동질량이 파이프 위를 통과하고 있는 동안은 회전관성을 고려한 경우가 고려하지 않은 경우에 비해 진폭이 조금 크며, 진동수가

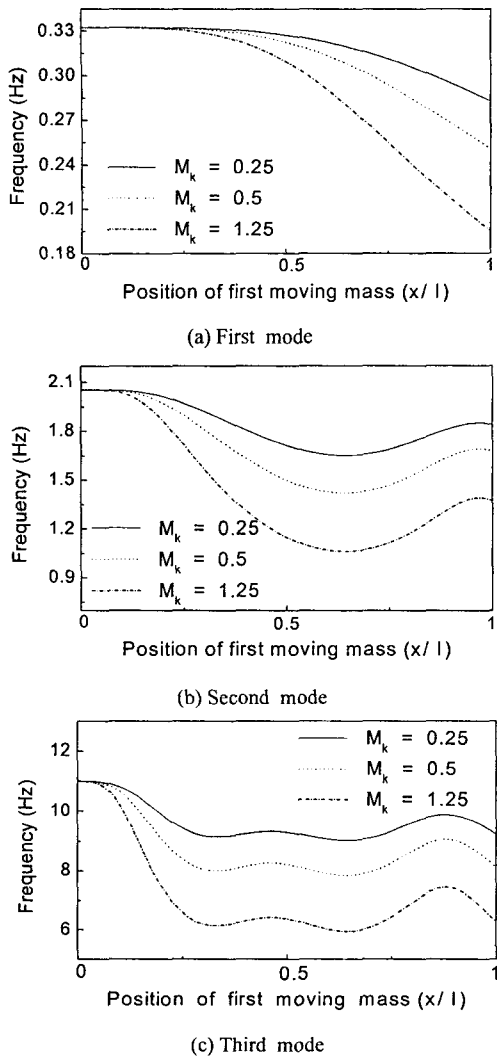


Fig. 6 Frequency vs. position of first moving mass ( $M_p = 0.25$ ,  $v = 0.2$  m/s)

더 작다. 하지만 이동질량이 파이프 위를 통과한 후의 진폭은 오히려 회전 관성력을 고려하지 않은 경우 진폭이 더 크게 나타난다. 이것은 앞에서 설명한 것처럼 이동질량이 파이프 위를 떠나는 시기의 에너지 변화에 의해 진폭이 결정되어 지기 때문이다.

Fig. 6 ~ Fig. 8은 두 개의 이동질량을 가진 유체유동 외팔 파이프의 진동수를 첫 번째 이동질량의 위치 변화에 따라 3차 모드까지 나타낸 것이다. Fig. 6은 이동질량의 속도가 0.2 m/s, 끝단 질량의 크기가 0.25, 그리고 두 이동질량 사이의 간격이 0.25인 경우에 이동질량의 크기에 따른

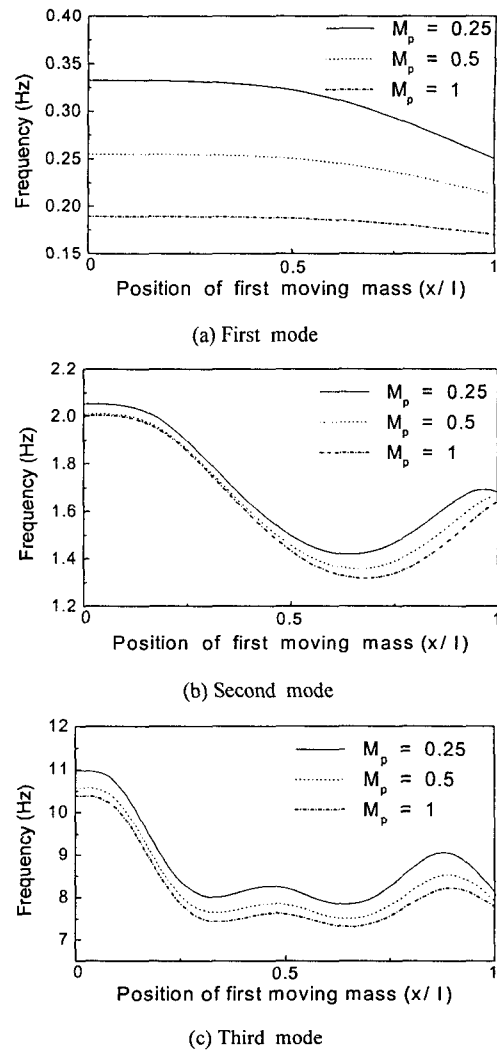


Fig. 7 Frequency vs. position of first moving mass ( $M_1 = M_2 = 0.5$ ,  $v = 0.2$  m/s)

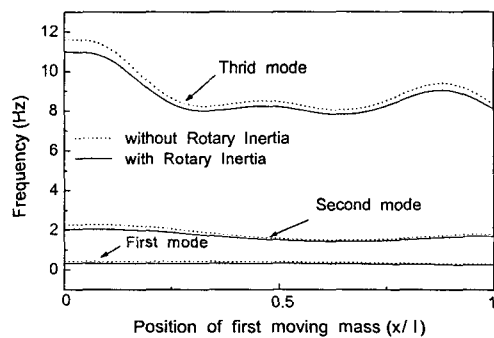


Fig. 8 Frequency vs. position of first moving mass ( $M_p = 0.25$ ,  $M_1 = M_2 = 0.5$ )

진동수 변화를 표현한 것이다. 전 모드에 걸쳐서 이동질량의 크기와 진동수는 서로 비례적이다.

Fig. 6(a)는 1차 모드의 진동수를 나타낸 것으로, 첫 번째 이동질량이 파이프의 20% 정도를 지날 때까지는 거의 같은 진동수를 나타내고 있지만, 이동질량이 파이프의 끝에 위치해 있을 때 진동수는 이동질량의 크기가 0.25인 경우보다 크기가 1.25일 때가 약 31.3% 정도 감소하였다. 또, 전체적으로 이동질량이 파이프 끝으로 갈수록 점차적으로 진동수가 작아지는 경향을 보인다.

Fig. 6(b)의 2차 모드에서는 첫 번째 이동질량이 파이프의 끝에 위치해 있을 때 진동수는 이동질량의 크기가 0.25인 경우보다 크기가 1.25일 때가 약 25.8% 정도 감소하였고, Fig. 6(c)의 3차 모드에서는 약 31.5% 정도 감소하였다.

Fig. 7은 이동질량의 속도가 0.2 m/s, 그리고 이동질량의 크기가 0.5일 때 끝단질량의 크기 변화에 따라 진동수를 나타낸 것이다. Fig. 7(a)는 1차 모드의 진동수를 표현한 것으로서 끝단질량의 크기가 클수록 진동수가 작으며, 그 변화의 폭도 적다. 또한 이동질량이 파이프의 끝단으로 갈수록 진동수는 모두 작아지는 경향을 보인다. Fig. 7(b)와 Fig. 7(c)의 2차 모드 및 3차 모드에서도 1차 모드와 마찬가지로 끝단질량의 크기와 진동수는 서로 반비례적인 경향을 가진다.

Fig. 8은 끝단질량의 크기가 0.25일 때 끝단질량의 회전관성력을 고려한 경우와 고려하지 않은 경우의 진동수를 비교한 것이다. 전 모드에 걸쳐 회전관성을 고려한 경우가 고려하지 않은 경우에 비해 진동수는 작은 값을 가지며 회전관성을 고려한 경우에 고려하지 않은 경우에 비하여 첫 번째 이동질량이 파이프 위를 출발하는 시점에서는 통과하는 동안 1차 모드에서는 약 5.2% 정도, 그리고 첫 번째 이동질량이 파이프 끝에 위치하고 있을 때는 약 2.3% 정도의 진동수의 감소를 가져온다. 또, 1차 모드와 2차 모드에서도 첫 번째 이동질량이 파이프 끝단으로 갈수록 그 변화 폭은 작아짐을 알 수 있다.

#### 4. 결론

점성이 매우 작은 유동유체의 분사력에 의하여 외팔 파이프의 끝단에 집중종동력이 작용하고, 동시에 파이프 위를 질량이 일정 속도로 이동하

는 계를 수치 해석하였으며, 해석을 통하여 얻은 계의 동특성 및 진동수에 미치는 설계인자의 영향은 다음과 같다.

(1) 이동질량이 파이프 위를 떠나는 순간 탄성 에너지의 증가를 가져오기 때문에, 이동질량의 간격은 이동질량이 파이프 위를 순차적으로 떠나는 시기를 결정함으로 이동질량이 파이프 위를 떠난 후의 파이프 진폭에 영향을 미친다.

(2) 파이프 끝단질량의 크기가 클수록 이동질량이 파이프 위를 이동하고 있을 때나 질량이 파이프 위를 통과한 후의 진폭은 모두 커지며, 진동수가 작아지고, 끝단질량의 회전관성을 고려한 경우가 고려하지 않은 경우에 비해 진폭이 조금 크며, 진동수는 더 작다.

(3) 이동질량의 크기와 끝단질량의 크기는 전 모드에 걸쳐서 진동수와 서로 반비례적이다.

(4) 끝단질량의 회전관성을 고려한 경우가 고려하지 않은 경우에 비해서 고유진동수는 더 작은 값을 가지며 이동질량이 파이프의 끝으로 갈수록 그 차이는 더 작아진다. 또, 고차 모드에서 회전관성에 의한 고유진동수 변화가 더 많음을 알 수 있다.

#### 참고문헌

- (1) Ashley, H. and Haviland, G., 1950, "Bending Vibrations of a Pipe Line Containing Flowing Fluid," *Journal of Applied Mechanics*, Vol. 17, pp. 229~232.
- (2) Benjamin, T. B., 1961, "Dynamics of a System of Articulated Pipes Conveying Fluid(I. Theory)," *Proceedings of the Royal Society (London)*, Series A, Vol. 261, pp. 457~486.
- (3) Benjamin, T. B., 1961, "Dynamics of a System of Articulated Pipes Conveying Fluid(II. Experiments)," *Proceedings of the Royal Society (London)*, Series A, Vol. 261, pp. 487~499.
- (4) Gregory, R. W. and Paidoussis, M. P., 1966, "Unstable Oscillation of Tubular Cantilevers Conveying Fluid(I. Theory)," *Proceedings of the Royal Society(London)*, Series A, Vol. 293, pp. 512~527.
- (5) Gregory, R. W. and Paidoussis, M. P., 1966, "Unstable Oscillation of Tubular Cantilevers



- Conveying Fluid(II. Experiments)," *Proceedings of the Royal Society(London)*, Series A, Vol. 293, pp. 528~542.
- (6) Yoon, H. I., Lim, S. H. and Yu, J. S., 2001, "Dynamic Behavior of Simply Supported Fluid Flow Pipe with Moving Masses," *Proceedings of International Conference on Condition Monitoring*, pp. 498~511.
- (7) Lee, S. I. and Chung, J. T., 2002, "Nonlinear Vibration Characteristics of a Curved Pipe with Fixed Ends and Steady Internal Flow," *Transactions of the KSME, A*, Vol. 6, No. 1, pp. 61~66.
- (8) Chen, S. S., 1971, "Dynamic Stability of Tube Conveying Fluid," *Journal of Engineering Mechanics Division, Proceedings of the ASCE*, Vol. 97, pp. 1469~1485.
- (9) Sugiyama, Y., Kawagoe, H., Kishi, T. and Nishiyama, S., 1988, "Studies on the Stability of Pipes Conveying Fluid(The Combined Effect of a Spring Support and a Lumped Mass)," *JSME International Journal*, Series 1, Vol. 31, No. 1, pp. 20~26.
- (10) Ryu, B. J., Jung, S. H. and Lee, J. W., 2000, "Effects of Attached Masses on the Instability and Vibration Suppression of a Flexible Pipe Conveying Fluid," *Transactions of the KSNVE*, Vol. 10, No. 2, pp. 280~290.
- (11) Lee, H. P., 1995, "Divergence and Flutter of a Cantilever Rod with an Intermediate Spring Support," *Int. Journal of Solids Structures*, Vol. 32, No. 10, pp. 1371~1382.
- (12) Sugiyama, Y., Katayama, T. and Kanki, E., 1996, "Stabilization of Cantilevered Flexible Structures by Means of an Internal Flowing Fluid," *Journal of Fluids and Structures*, 10, pp. 653~661.
- (13) Semercigh, S. E., Turan, ö. F. and Lu, S., 1997, "Employing Fluid Flow in a Cantilever Pipe for Vibration Control," *Journal of Sound and Vibration*, 205(1), pp. 103~111.
- (14) Lee, H. P., 1996, "Dynamic Response of a Beam with a Moving Mass," *Journal of Sound and Vibration*, 191(2), pp. 289~294.