대한수학교육학회지 <학교수학> 제 5 권 제 4 호
Journal of Korea Society of Educational Studies in Mathematics
School Mathematics Vol.5, No.4, 521-540. Dec 2003

미적분의 역사와 변증법적 유물론

조 윤 동*

수학이 발달해온 과정과 그 결과물은 언제나 역사적 한계 속에서 역사적 필연성에 의해 그 한계를 돌파해온 과정이자 결과물이었다. 이러한 모습을 미적분학의 역사를 통해서 보여주려 한 것이 이 글이다. 이 글을 전개하는데 밑바탕에 전제로 두고 있는 것은 변증법적 유물론이다. 이것은 변화와 발전을 개인의 주관적인 판단이 아니라 사회-역사적인 물적 조건을 일차적인 것으로 하여 일어나는 것으로 본다. 유물변증법은 기원전 4세기 무렵의 아르키메데스 시대 이후 한동안의 공백기를 지나 17세기에 본격적으로 다루어지게 된 미적분을 설명하는데 적격이다. 또한 그것은 미적분의 발달 과정에서 보이는 여러 번의 동시 발견과 같은 것들을 설명하는데도 적격이다. 필자는 이 글을 통해서 수학이 단순히 기호의 형식논리학적 전개나 주관에 의한 발명이 아니라 사회-역사적 산물임을 보이려 한다. 이를 통해서 수학 교수-학습을 현실세계로부터 출발해야 한다는 논의에 철학적 바탕을 제공하고자 한다.

I. 서 론

수학에서 일어나는 역사적 사건을 올바로 설명하기 위해서 필요한 최우선의 과제는 수학이 진보하는 참된 원인을 밝히는 작업이어야 할 것이다. 수학에서 발견이나 발명과 같은 창조 활동은 물질[1) 세계의 반영을 통해서 이루어진다. 수학자는 이 과정에서 세계의 요구를 포착하여 자신의 창조활동에 기반으로 삼는다. 수학자는 발견이나 발명으로 이 요구를 충족시키는 역할을 수행한다. 물질세계의 이러한 요구는 우연하게 뽑힌 어느 한 사람이 아니라, 사회의 특정한 계층에게 영향을 미친다. 이 때문에 수학의 발전에서 엄중한 순차성과 여러 지역에서 똑같은 발견이나 발명이 서로 관련 없이 이루어지는 예를 우리는 자주 볼 수 있는 것이다. 이 글에서 다룰 미적분도 그 하나의 예이다. 그렇다고 해서 물질 세계의 생산과 관계가 수학의 발전에 끼치는 영향만 보아서는 안 된다. 또 하나의 측면은 뛰어난 수학자가 사회, 역사적 실천상의 절실한 요구를 올바르게 포착하여 충족시킨다고 하는 사실이다. 적절한 사람들의 능동적인 참여와 활동이 없다면 그 요구는 충족되지 못한다. 그러므로 뛰어난 수학자가 적극적인 역할을 수행하는 것은 의심의 여지가 없다.

그렇지만 관념론을 세계관으로 갖고 있는 사람들은 존재의 기본 형상과 마찬가지로 모든 수학도 선험적으로 주어진 것으로 보거나 물질

* 성신여자대학교 (jydong01@hanmail.net)
1) 관념(정신, 의식)에 변증법적으로 대비되는 개념으로서, 물체와 구별해야 한다.(졸고, 2002 참조)

세계의 기반 없이도 두뇌 속에서 만들어낼 수 있는 것으로 본다. "그들은 수학에서 오성은 자신의 자유로운 창조물과 상상물을 다루는 것이고 수와 도형은 오성이 만드는 그것에 적합한 대상이기 때문에 경험과 실재의 내용으로부터 독립된 타당성을 갖는다고 생각한다"(Engels, 1987, 45). 물론 수학이 모든 개인의 특수한 경험으로부터 독립되어 있다는 것은 옳다. 이 말은 모든 과학 위에서 확립된 사실에 대해서도 타당하다. 그러나 수학에서 오성(悟性)이 단순히 자신의 창조물과 상상물을 다루는 것은 아니다. 수와 도형의 개념은 현실 세계에서 유래한 것이지 물질세계 밖에서 주어지거나 의식의 산물은 아니다. 사물을 세는 맨 처음의 수단이 되고, 사람들에게 처음 산술계산을 가르쳐준 손가락 열 개는 오성의 창조물이 아니다. 셈에는 셀 대상이 있어야 하고 이것을 셀 때 개수가 아닌 다른 모든 특성을 무시하는 능력이 필요하다. 이 능력은 오랜 역사와 경험의 발전 속에서 생겨난 것이다. 수 개념과 마찬가지로 도형 개념도 전적으로 현실 세계에서 유래한 것이지, 결코 머리 속의 순수한 사유로부터 나온 것이 아니다. 도형의 개념에 도달하려면 반드시 형태를 가진 그리고 그것을 비교할 사물이 있어야 한다. 수학은 현실 세계의 공간 형태와 양적 관계, 곧 대단히 실재적인 소재를 대상으로 삼고 있다. 그러나 이 소재가 매우 추상적인 모습으로 나타나기 때문에 이 소재의 출처가 외적 세계에 있다는 사실이 표면상 은폐되었을 뿐이다. 이 형태와 관계를 순수 자체(양)로 연구하려면 이것을 내용(질)과 분리하고 이 내용을 무시해야 한다. 그래야 점, 선, 기지수와 미지수, 상수와 변수가 나오고, 비로소 오성 자신의 자유스런 상상의 양에 이른다. 언뜻 보기에 양이 그것들의 상호관계에서 유래하더라도 이것은 선험적 기원을 입증하는 것이 아니라 합리적인 관계를 입증하는 것이다.

다른 모든 과학과 마찬가지로 수학도 인간의 필요에서 발생, 발전한 것이다. 그러나 모든 사유분야와 마찬가지로 수학도 일정한 발전 단계에 이르게 되면, 현실세계에서 추상된 법칙이 현실세계에서 분리·독립된 것처럼 그리고 현실세계 밖에서 유래하여 이 세계를 지배하는 법칙처럼 이 세계와 대립하게 된다. 그렇지만 기호를 사용한 연역적 기술체계로 말미암아 다른 학문에 비해 더욱 현실과 괴리되어 있는 것처럼 여겨지는 순수수학도 바로 이 세계에서 유래한 것이고, 이 세계의 구성형식의 일부분을 포함한다. 그 때문에 이 세계에 적용될 수 있고 또 바로 무엇보다 그것 때문에 적용되는 것이다(Engels, 1987).

이 글에서는 이상의 논의를 밑바탕에 두고 미분과 적분이 발전하면서 하나의 범주 안에 통일되는 과정을 살펴보려고 한다. 이 과정은 변증법적 유물론의 세 가지 기본법칙인 양질전화, 대립물의 통일과 투쟁, 부정의 부정이 관철되는 과정이다. 근래 들어 수학교육에도 변증법이란 개념이 자주 등장한다. 그런데 보통 변증법을 정(正)—반(反)—합(合)이라고 하는 도식으로 기계적으로 이해, 적용하고 있다. 수학에서는 위의 기본 법칙 가운데서도 '부정의 부정' 법칙이 왜곡되어 부각되는데, 부정을 부정하면 긍정이 된다는 말과 함께 (음수)×(음수)=(양수)라는 예를 들면서 변증법 전체를 이해하고 있는 듯이 말하는 경우가 종종 있다. 변증법에 대한 이와 같은 그릇된 생각을 바로 잡으면서 변증법적 유물론을 올바로 이해하는 가운데 수학을 하고 다룬다면 수학에 대해 좀더 넓고 깊은 시야를 갖게 될 것이다. 또한 여기서 다루는 미적분에 변증법적 유물론이 어떻게 관철되고 있는가를 보는 것은 변증법을 이해하는데도 도움이 되리라 생각한다.

미적분의 역사를 변증법적 유물론의 관점에서 전체적으로 살펴보기 위해 먼저 2장에서는 약간의 수학적인 예와 더불어 변증법적 유물론을 개괄한다. 그리고 미적분의 형성 시기를 크게 둘로 나누어 3장은 고대에서 배로까지를 다루고, 4장은 뉴턴, 라이프니츠의 시기를 언급한다. 현실세계의 사회-역사적 틀 안에서 변화와 발전을 살펴보는데 주안점을 둘 것이므로 수식은 삼간다. 그리고 5장에서는 총괄적으로 변증법적 유물론에 입각하여 미적분의 내용을 정리하고자 한다. 6장은 결론이다.

II. 분석의 배경으로서 변증법적 유물론[2)]

앞으로 전개될 내용의 이해를 위해 개괄적이나마 변증법적 유물론에 대하여 소개하기로 한다. 먼저 유물론은 관념론에 대가 되는 말이다. 관념론은 물질 또는 자연에 대하여 정신이나 의식이라는 관념의 근원성을 주장한다. 관념론자들은 객관적 실재를 부정하면서 인간에게는 단지 그 자신이 갖고 있는 감각이나 의식만 주어져 있다고 주장한다. 그들은 감각의 영역에서 벗어나 있는 무언가를 말하는 것은 현실의 기반을 버리고 경험의 영역 밖으로 나가는 것이라고 한다. 인간은 단지 자신의 감각을 알 뿐이고 이보다 앞서는 것은 허용할 수 없다는 것이 관념론의 기초이자 출발의 전제이다. 외적 실재에 대해서 내적인 관념 또는 초개인적인 의식이 우위에 있다는 주장은 인식의 객관성의 기초를 부정하는 것이 된다. 이에 반해 유물론은 객관적 실재라고 하는, 곧 우리의 의식 바깥에 존재하는 성질을 가진 물질을 의식이나 정신에 대해 일차적인 것으로 간주한다. 물질은 의식으로부터 독립해 있는 객관적 실재로서 감각의 객관적인 원천이며 지각을 통해 모사(模寫)되고 인식된다. Kuusinen(1997)에 따르면 레닌은 물질을 인간의 감각에 주어지고 우리의 감각에 의해 복사, 촬영, 모사되지만 우리의 감각으로부터 독립하여 존재하는 객관적 실재를 표현하기 위한 철학적 범주로 정의하였다고 한다. 물질은 물리학적 속성들의 집적이 아니라, 의식의 변증법적 대립물로 정의된다.

다음으로 변증법은 형이상학에 대가 되는 말이다. 이 둘은 관념론과 유물론처럼 배타적으로 대립되는 것은 아니지만 운동과 변화를 인정하느냐 아니냐 하는 것으로 구별된다. 형이상학은 운동과 변화의 실재성을 깨닫지 못하거나 그것을 인정하지 않는 것을 이른다. 형이상학의 목적은 자연과 사회를 초월한 곳에 있는 존재에 대한 연구이다(윤영만 1985). 자연과 사회가 운동하고 있는 것과 달리 자연과 사회를 초월한 곳에 있는 존재는 운동하지 않고 영원하다. 변증법은 '운동이 물질의 존재 방식'이라는 인식에 입각하여 모든 운동과 발전의 일반 법칙들을 파악한다. 이러한 법칙들은 물질의 한두 가지 운동 방식을 규정하는데 그치지 않고 운동을 물질 일반의 존재 방식으로 규정한다. 왜냐하면 물질이든 사유든 운동과 발전을 하지 않는 것은 없고 그것을 파악하고 의식적으로 사용하는 과정조차도 변증법적이기 때문이다(졸고, 2002).

변증법적 유물론은 유물론을 변증법적으로 해석, 적용하는 것이다. 그렇다고 유물론과 변증법으로 분리시키면 전혀 엉뚱한 것, 예를 들어 기계적 유물론이나 변증법적 관념론으로 되

2) 좀더 자세한 것은 졸고(2002)을 참조할 것.

어 버린다. 기계적 유물론은 세계의 사물과 그 운동을 모두 역학(力學) 개념이나 법칙으로 설명하고, 질적으로 다양한 물질의 운동을 물체의 역학적 운동으로 환원시키고 만다. 여기서는 인간의 주체적인 활동조차도 역학적인 설명으로 치환되어 인간의 의식과 능동적인 활동이 무시되거나 등한히 된다. 변증법적 관념론은 물질세계의 변화와 운동을 인간의 정신과 의식에서 비롯된다고 보거나 정신 일반이나 절대이념에 종속시키고 있다. 이와 달리 변증법적 유물론은 물질세계는 그 자체가 가지고 있는 내적 요인에 의해 스스로 끊임없이 운동·변화하고 있음을 밝히고 있다. 그리고 인간 역사의 발전을 물질세계에 대해서 능동적으로 상호 작용하는 인간 활동의 결과로서 규정하고 있다.

이러한 변증법적 유물론을 이해하려면 서론에서 언급한 세 가지 법칙을 살피는 것이 필요하다. 먼저 양질전화를 살펴보자. 양(量)적 구별은 질(質)적으로 동등한 것 사이의 구별이다. 그것의 특수성은 측정될 수 있다는 사실에 있다. 양의 변화는 헤겔의 표현을 빌자면 한도(Maβ, 限度)를 갖는다. 이 한도 뒤에 나오는 것은 질적으로 다르다. 양적 변화는 단지 상대적으로 점진적이고 자주적인 과정에 지나지 않는다. 양적 변화는 각각의 대상에 있어서 일정한 한도 이상으로 계속해 나아간다면 질과 첨예한 모순에 빠지고 이것과 양립할 수 없는 것으로 된다. 이때 대상, 질이 변화한다.

질과 양은 사물, 관계, 과정에서 서로 다르면서도 동시에 서로 제약하는 일반적인 종류의 규정성이다(鰺坂眞, 1978). 질과 양 사이의 일반법칙은 자연, 사회, 사유에서 양적 변화가 없이는 질적 변화는 일어날 수 없고, 역으로 질적 변화는 새로운 양적 변화의 근거로써 작용한다는 것을 말해준다. 예를 들어 어떤 수학 개념의 이해(질적 변화)는 그 개념과 관련된 여러 문제 상황의 해결 과정이라는 양적 축적(변화)을 통해 달성되고, 이해라는 질적 변화 이후에는 문제해결 시간의 단축이라는 양적 변화를 가져오기도 하며, 그것을 바탕으로 차원 높은 개념의 이해를 위한 활동의 근거로써 역할을 한다. 수학에서 위대한 발명과 발견은 언제나 이전에 쌓인 많은 경험의 결과였다. 모든 상상은 축적된 경험에서 비롯되는 것이다. 다른 조건이 같을 때 경험이 풍부할수록 상상도 풍부해진다. 이로부터 새로운 발명과 발견이 있게 된다. 이는 질적인 변화의 결과이다. 새로운 발견과 발명, 지식의 새로운 구조화는 새로운 지식과 경험의 축적을 위한 기반이 된다. 이것이 질이 양으로 전화하는 것이다.

다음으로 대립물의 통일과 투쟁이라는 법칙을 개괄해 보자. 모든 대립물은 구별되는 것이지만 구별된다고 해서 모두 대립물은 아니다. 자연수와 도형, 점과 부피 사이에는 구별이 존재하지만 내적 연관성이 없는 그냥 다른 것에 지나지 않는다. 대립물의 통일, 그것은 모순이다. 모순의 철학적 개념은 대립물의 상대성, 통일성, 내적 연관성, 상호배제와 상호이행을 표현하고 있다. 대립물의 특징은 서로 배제함과 동시에 서로를 존재 기반으로 삼는다는 것이다. 양수와 음수, 유한과 무한, 미분과 적분 같은 것들이 수학에서 볼 수 있는 대립물의 예인데, 이러한 규정에서 한 극은 다른 극의 직접적 반대물이다. 곧, 그것들은 양극의 대립물이다. 이것들은 그것보다 한 차원 높은 것 속에서 통일되어 있다. 예를 들어 선분에서 유한(길이)과 무한(점의 개수)의 통일이 그것이다. 그리하여 새로운 수학 구조를 만들어내는 바탕이 된다. 이와 같이 양극의 대립은 자기 운동하는 물질의 모든 존재 형식의 특징을 나타낸다. 대립은 단일성을 배제하는 것이 아니라 단일성의 필요조건이 된다.

모순의 변증법은, 모순이란 현상뿐만 아니라 본질에도 존재하는데, 모순은 불안정의 원천인 동시에 실존과 안정의 근거를 이룬다는 것을 말하고 있다. 이러한 통찰 덕분에 인간은 생활의 모순을 해결하는데 변증법적으로 접근할 수 있는 것이다. 존재하고 있는 것은 스스로의 안정과 발전의 원천을, 자체 안에 모순을 안고 있지 않다는 데서 확보하는 것이 아니라, 자체 안에 모순을 담고 있다는 데서 확보하고 있다 (스토이스로프, 1989). 모순을 이루는 양극적 대립에 따른 운동은 낮은 것에서 높은 것으로 발전하는 것을 포함하는 모든 운동의 근본 형식이다.

마지막으로 부정의 부정이라는 법칙을 보자. 이것은 모든 변화와 발전을 이뤄내는 것이 현존하는 것의 부정임을 의미하고, 발전은 잇따른 부정에 의해 이루어진다는 것을 뜻한다. 그런데 이 경우에 "낮은 형태는 붕괴되지 않고 고등 형태 안에 통합된다. 고등 형태의 씨앗은 낮은 형태에 들어있다"(비고츠키, 1997, 89). 이 법칙은 재생산과 발전에서 보이는 여러 단계들이 서로의 관계 속에서 이미 존재했던 것으로 돌아가는 계기를 포함하고 있음을 말하고 있다. 곧, 발전의 상승과정은 나선의 형태로 이루어짐을 말해준다. 나선은 출발점으로 단순히 되돌아오는 것이 아니라 새로운 곡선의 시작, 곧 발전의 새로운 변증법적 순환을 형성한다. 발전은 현존하는 것을 변증법적으로 부정하는 것이며 낮은 차원에서 높은 차원으로 상승시키는 과정이다. 낡은 것의 부정은 의식상의 부정으로서 단순히 '아니다'가 아니라 새로운 것의 긍정을 포함한다. 변증법적 부정은 새로운 것의 발생과 함께 정지해버리는 일회적인 사건이 아니라 부정 그 자체가 다시금 부정되는 끊임없는 과정이다. 새로운 것은 모두 다시 그 자신 속에 대립물을 담고 있기 때문이다.

인식을 촉진시키고 인간의 실천에 방향을 주는 부정의 원리를 의미 있게 적용하는 것은 형식과 내용의 끊임없는 상호작용을 의식적으로 파악할 것을 요구한다. 그리하여 부정의 부정이라는 사유법칙의 적용은 사고를 한 차원 높은 단계로 끌어올린다. 부정의 부정은 질적 변화를 가져오기 때문에 이전과 다른 사고방식, 활동방식을 이끌어낸다.

이상의 세 법칙 가운데 어느 하나라도 제외시키면 변증법적 유물론을 제대로 설명할 수 없다. 도식적이기는 하지만 양적 변화는 대립의 심화 과정으로서 낡은 질의 부정으로 귀결된다. 그러므로 아래에서 내용에 따라 어느 하나를 지목하여 기술하더라도 이는 설명의 편의 때문임을 미리 밝혀 둔다. 어쨌든 이상의 설명이 개괄적이기는 하지만 이를 바탕으로 미적분의 역사를 더듬으면서 변증법적 유물론이 관철되고 있는 것을 다음 장들에서 몇 가지의 소재를 바탕으로 확인해 보려고 한다.

III. 적분과 미분의 발달: 고대에서 배로까지

1. 고대 그리스에서 싹튼 미적분의 초기 개념

고대에도 원을 비롯한 곡선 도형의 넓이나 입체의 부피를 구하는 일은 현실 세계로부터 요구되는 사안이었다. 예를 들어 아르키메데스는 배를 만드는데 필요한 부력의 원리를 이해하고, 배의 안정성을 예측하여 이를 통제하기 위해 기하학적 도형의 넓이를 구하고 도형의

성질을 연구하였다. 여기서 인류문명이 찬란한 빛을 발휘하는데 결정적으로 영향을 미친 적분론이 생겨나게 되었다. 배를 만들기 위해서는 단순한 직사각형이나 정사각형이 아닌 곡선으로 둘러싸인 도형의 넓이나 곡면으로 둘러싸인 입체의 부피를 구해야 했기 때문이다(류희찬, 2003).

사회의 이러한 요구를 포착하여 해결하려 했던 초기의 수학자들은 곡선도형을 다룰 때 다각형을 내접, 외접시키고 변의 수를 무한히 증가시켜 생각했다. 그러나 제논(Zenon −490?-429?)이 제기한 역설 때문에 그리스 기하학에서 '더 이상 나눌 수 없는 선분'이나 '무한소'와 같은 모호한 논의는 회피됐다. 이 역설에 따르면 어떤 양을 무한히 쪼갤 수 있다고 가정하든지, 많은 개수의 극소량들의 합으로 만들어질 수 있다고 가정하든지 운동은 불가능하게 된다. 그러니 실제 존재하는 운동을 부정하는 '더 이상 나눌 수 없는 선분'이나 '무한소'는 논의에서 배제될 수밖에 없었다. 이 역설은 무한을 올바르게 설명해내지 못했던 당시의 역사적 한계에서 나온 것이다. 이러한 벽에 부딪치자 이에서 벗어나는 방책으로 착출법(搾出法)을 고안해 내어 사용하게 되었다.

이 착출법은 안티폰(Antiphon −430년쯤), 데모크리투스(Democritus −410년쯤), 에우독소스(Eudoxos −408?-355?)를 거쳐 발전하였는데, 고대인 중에서 이것을 가장 잘 응용하고, 나아가 오늘날의 적분에 가장 가깝게 연구한 사람은 아르키메데스(Archimedes −287?-212)였다. 우리는 그가 구했던 결과를 극한으로 얻지만 그는 착출법을 사용하였다. 그는 계산 과정에 분명히 쓰고 있는 무한급수의 합에 관하여 아무런 언급도 하지 않고 있다. 당시에는 무한을 배척하였기 때문이다. 대신에 이중배리법으로 증명하였다. 그러려면 극한값을 알고 있어야 한다. 그가 이 결과를 얻는 방법의 근본 착상은 다음과 같다. 주어진 도형의 넓이나 부피를 구하려면 먼저 이것을 매우 많은 얇고 평행한 평면(층)으로 자르고, 그 조각을 넓이와 무게 중심을 알고 있는 도형과 평형을 이루도록 주어진 지레의 한 끝에 매달고 둘을 견줘 해당 도형의 넓이나 부피를 구하는 것이다. 그렇지만 그는 "역학적 연구에 사용한 '방법'은 … 엄밀성을 결여하고 있다고 스스로 인정했다"(Boyer와 Merzbach, 2000, 220). 그렇더라도 양을 수많은 미세한 조각이 합쳐진 것으로 간주한 착상은 많은 유익한 결과를 가져다주었다. 이 역학적인 방법은 수학적 증명법이 아니고, 정리의 발견을 위한 발판 구실을 한데 지나지 않지만 후세의 적분학에 상당히 접근한 사고가 엿보인다. 그에게 역학은 수학적 결과를 얻기 위한 수단이었고 수학은 얻은 역학상의 정리에 기초를 부여하는데 필요했던 것이다.

곡선을 꺾인선으로 근사시켜 계산하는 착출법은 곡선에 따라서는 적용할 수 없는 경우가 있다. 예를 들어 아무리 작은 호를 잡아도 이 방법으로 재면, 언제나 길이가 무한대가 되어버리는 연속곡선이 있기 때문이다. 그러니까 아르키메데스가 곡선의 길이, 넓이, 부피를 계산하였다는 것은 그것들을 재는 규준의 하나를 정하였던 데에 지나지 않는다.(김용운, 김용국, 2000) 하지만 당시에는 이러한 곡선은 아직 발견되지 않았기 때문에 역학적인 방법으로 결과를 얻은 뒤, 착출법으로 정리하고, 배리법으로 증명하는 것만으로도 필요한 만큼의 결과를 충분히 얻을 수 있었다. 그러므로 극한이라는 것을 깊이 생각할 필요가 없었다. 어쨌든 "아르키메데스의 업적으로부터 비로소 적분에 대한 생각이 출현했다. 그것은 실제적인 필요에서 생겨난 것이지 정신의 창작물은 아니다. … 이 문제에 관한 다른 판단은 있을 수 없다"(Нкифо ровский, 1993, 33).

아르키메데스의 업적에서 미분과 관련해서 빼놓을 수 없는 것이 하나 있다. 나선에 접선을 긋는 방법을 보여주는 것으로 접선의 도입은 후세의 '미분'을 예고하는 것이었다. 그러나 아르키메데스 업적을 언급할 때에는 오늘날의 '적분'을 이용하여 푼 문제가 대부분을 이루고 있다(Hollingdale, 1993). 고대 미적분의 착상과 관련하여 아폴로니우스도 여러 가지 방식(예: 조화분할의 이론을 이용)으로 원뿔곡선에 접선을 긋는 방법을 고안해냈다. 무한소 개념을 이용하지 않았기 때문에 미분의 기원으로 여기지 않는 경향이 있으나 접선을 구하는 목적을 생각한다면 이는 그다지 옳은 생각은 아니라 본다.

2. 미적분학 역사의 공백기

이 이후로 유럽에서는 다른 과학과 마찬가지로 수학도 긴 공백기를 거치게 된다. 이 동안에 9-11세기의 아라비아에서 착출법을 습득하여 전부터 알고 있던 결과와 새로이 발견된 것을 증명하는데 사용했으나, 아라비아의 수학자들은 아르키메데스가 만든 방법을 그다지 발전시키지 못했다. 그러다 16-17세기에 이르러 생산력의 발달에 따른 역학, 천문학, 물리학 등의 요구에 부응하여 본격적으로 새롭게 검토되기 시작하였다. 이렇게 본다면 수학의 발전은 언제나 실세계의 발전에 좌우되며 역으로 실세계를 유지, 발전시킨다고 할 수 있다. 일차적으로 수학의 정리를 실제에 적용하는데 실패한다든가 응용상의 문제에 의해 자극되지 않는다면 상호발전의 관계는 오래 지속될 수 없다. 이러한 관계가 단절되는 경우 수학은 정체에 빠진다는 것을 미적분의 역사는 극명하게 보여준다. 예를 들어 착출법이 정교화되고 나서 그 정도면 당시에 요구되던 것들은 모두 해결할 수 있었기 때문에, 곧 실세계로부터 자극이 없었기 때문에 더 이상 발전할 여지가 없었다. 그러다 1800년여가 지난 16세기 말에 이르러서야 착출법이 다시 고려의 대상이 되면서 미적분학이 탄생하는 발판이 마련되었다.

3. 미적분 형성의 본격화 시기

이 절에서는 14세기 이후의 미적분의 발달과정을 두 가지 측면에서 살피기로 한다. 먼저 적분과 미분이 혼재되어 또는 따로 다루어지다가, 역관계에 있음이 밝혀짐으로써 통일된 관점에서 다루어지기까지의 과정을 본다. 그리고 미적분을 운동학적인 관점과 정적인 관점에서 또는 기학적 관점과 산술적 관점에서 다루던 것이 하나의 틀 속에 통일되는 과정을 본다. 미적분의 역사에서 이러한 변증법적 통일의 과정은 마치 빛에 대한 입자설과 파동설의 관계와 같다. 대립되는 두 관점이 통일됨으로써 질적 전화가 일어나게 되어 "통상의 기하학과 대수학으로는 감당하지 못했던 문제를 해결"(Engels, 1987, 149)할 수 있게 되었다.

1절에서 언급한 넓이나 부피를 구하는 착출법과 접선을 긋는 방법은 모두 기하학적 접근이었다. 그렇지만 이 둘은 전혀 관련이 없이 이루어졌다. 사실 미분을 예고하는 것으로 볼 수 있는 접선을 긋는 방법은 무한 개념이 하나도 개재되지 않은 채로도 가능했다.

미적분에 관한 개념이 다시 나타나기 시작한 14세기에 오렘(Oresme 1330?-1382)은 등가속도 운동의 속도를 나타내는 그래프는 기울기가 일정함—미분삼각형의 개념을 이끄는 관찰—을 지적했다. 여기서 미적분의 생각을 볼 수 있는데, (1) 함수의 변화 방식(미분)과 (2) 곡선 아래의 넓이가 변화하는 방식(적분)이 그것이다. 그는 속도와 시간으로 결정되는 곡선 아래의

넓이가 움직인 거리임을 보였으나 그 까닭을 설명하지 못했다. 아마 그는 아주 작은 시간 동안의 속도를 각각 나타내는 수많은 수직선, 곧 불가분인 선으로 넓이가 이루어진다고 생각한 것으로 보인다.(Boyer와 Merzbach, 2000) 여기서는 미분과 적분의 개념이 어느 하나 뚜렷이 드러나지 못한 채 혼재되어 있는 것을 볼 수 있다. 이것이 이후에는 한동안 명확히 구별되어 별개로 연구된다.

두 세기가 지난 16세기가 되어 천문학과 역학(力學)이 발달함에 따라 일반적인 곡선이 만들어내는 도형의 길이, 넓이, 부피를 구하는 것이 절실한 문제로 되었다. 이러한 사실과 관련해서 아르키메데스의 방법이 거듭 검토되고, 무한소의 계산이 꾸준히 연구되었다. 이 무한소의 수학에 관해 처음으로 본격적인 연구를 시작한 사람은 케플러(Kepler 1571-1630)였다.

스테빈(Stevin 1548-1620)이 무한개의 무한소를 물리학에 응용하는데 관심이 있던 반면, 케플러는 천문학에 응용할 필요가 있었다(Boyer와 Merzbach, 2000). 케플러가 1609년에 발표한 제 1법칙은 수학적으로 유도한 결과는 아니었지만, 여기에는 무한이라는 발상이 담겨 있었다. 그는 이 법칙이 진실임을 수학적으로 증명하기 위해서, 종래의 수학적 방법이나 계산 기술로는 불충분하였으므로, 무한소의 양을 수학적으로 설명할 필요가 있었다(김용운과 김용국, 1990). 또한 그가 <포도주통의 입체기하학>에서 부피를 구했던 방법은 입체가 무한개의 무한소 부분으로 이루어져 있다는 생각에서 나왔다 (Boyer와 Merzbach, 2000). 그는 무한소 연산의 실행을 가능하게 하는 원리를 많은 계산에서 정식화하여 이용했다. 그는 고대의 방법을 무시하지는 않았지만, 천천히 그곳에서 나오고 있었다(Нкифоровский, 1993). 무한소해석 개념의 발전과 적분법의 진전에 영향을 준 그의 깊은 사상이 머리 속에서 갑자기 형성되었다고 생각해서는 안 된다.

적분법의 형성에서 다음 공헌자는 카발리에리(Cavalieri 1598-1647)였다. 그의 기본 개념인 불가분량은 "무한히 분할할 수 있는 기하학적 연속체와 다른 성질을 갖는 것이었다"(Нкифоровский, 1993, 50). 그에게 곡선의 불가분량은 점, 평면도형의 불가분량은 현, 입체도형의 불가분량은 단면이다. 그리하여 평면도형은 평행한 현의 무한 집합, 입체도형은 평행한 단면의 무한집합으로 간주되었다. 하지만 그는 불가분량이 정확히 무엇인지 밝히지 못했고, 다만 넓이를 무한히 작은 직사각형들로 나눈다면 불가분량에 도달한다고 했을 뿐이다. "어떻게 무한히 많은 원소, 즉 불가분량들이 유한한 크기의 물체를 구성하는지를 설명할 수 없었기 때문이다"(Kline, 1984, 159). 카발리에리가 생각하였던 불가분량은 본질적으로 정적분 개념의 기초가 되었다. 그러나 이 불가분량의 방법은 곡선의 접선을 구한다든가하는 문제에는 이바지하지 못하였다.

미분과 적분의 관계에 대한 연구는 토리첼리(Torricelli 1608-1647)에 의해 다루어진다. 그는 선분인 불가분량을 곡선과 곡면에 이용함으로써 불가분법을 개량하였다. "토리첼리는 불가분법의 해석에서 카발리에리의 견해를 따르지 않았다. 그는 불가분량이 기하학적 대상과 같은 크기를 갖는다고 생각했다. 그는 이것으로 적분합을 향한 중요한 한 걸음을 내디뎠다"(Нкифоровский, 1993, 63). 또한 아르키메데스의 방법인 운동의 합성을 사용하여 사이클로이드에 접선을 그었다. 이러한 여러 연구를 통해서 그는 "가속도운동을 하는 경우에 물체의 운동 속도를 나타낸 그래프의 세로 좌표는, 경과한 거리를 나타내는 그래프의 접선과 가로 좌표가 이루는 각의 탄젠트 값에 비례함을 보였다. 이것

은 가속도운동을 하는 특별한 경우에 미분과 적분이 서로 역연산임을 보인 것이다"(Нкифоровский, 1993, 62-63). 그러나 이는 역학적인 운동을 하는 경우, 그것도 가속도운동을 하는 경우에서 적분과 미분 사이의 관계를 나타낸 것으로서 일반적인 관계를 통찰했다고 보기에는 아주 미흡하다.

미분법은 곡선에 접선을 긋는 문제와 극값을 구하는 데에서 유래되었다고 한다. 이러한 미분법을 최초로 명확하게 예상한 사람은 페르마(Fermat 1601-1665)였다. 페르마는 함수의 증분은 극값 근방에서는 무한소가 된다는 사실을 극값을 결정하는데 이용했다. 이로써 그는 미분학의 발견에 가장 커다란 역할을 하였다. 사실 페르마가 접선을 구하는데 처음으로 미분을 응용했다(Нкифоровский, 1993). 직선이 곡선과 만나는 두 점이 일치하려 할 때 할선의 극한으로서 접선을 생각하는 개념을 사용했다. 이렇게 변수 값을 조금씩 바꾸어 근방값을 생각하는 페르마의 방법은 그 이후로 무한소 해석의 근본으로 자리잡았다. 그러나 페르마는 $f(x)$의 도함수가 0에 접근하는 것이 보통의 극대값, 극소값을 구하기 위한 충분조건은 아니고 필요조건일 뿐이라는 것을 알지 못했고 페르마의 방법은 극대값과 극소값을 구별하지 못한다(Eves, 1996). 이는 더욱 많은 연구 성과의 축적이 있고 나서야 해결되었다.

페르마는 도형의 넓이를 '사각형화'하여 구했는데, 이는 요즈음 우리가 사용하는 구분구적법과 비슷하다. 단지 주어진 구간 [0, a]에 점 a, aE, aE^2, $\cdots(0<E<1)$을 차례로 잡아서 무한히 많은 작은 구간으로 나눈다는 점이 다르다. 그의 방법은 적분합을 구성한 점에서 케플러, 카발리에리와 달랐다. 그밖에 도형을 분할하는 띠가 카발리에리와 달리 폭을 갖고 있었다. 페르마는 무한소를 이용하여 기하문제를 기하학적으로 푼 케플러와 달리 좌표를 이용하여 그것을 대수문제 곧, 등비급수의 합에 귀착시켰다.(Нкифоровский, 1993)

그러나 그는 $y=kx^n$의 접선을 구할 때에는 계수에 지수를 곱하고 지수의 차수를 하나 내리면 되고, 또 넓이를 구할 때는 지수의 차수를 올리고 그 차수로 나누면 된다는 것을 거의 알고 있었지만 이 두 문제가 서로 역의 관계에 있다는 사실을 깨닫지 못했던 것으로 보인다(Boyer와 Merz- bach, 2000).

미적분학의 발달에서 중요한 역할을 한 사람의 하나가 파스칼(Pascal 1623-1662)이다. 그는 적분합에 관하여 기술하고, 유한 합으로부터 무한 합으로 이행하는 규칙과 미소량의 거듭제곱을 무시하는 규칙을 정식화했다.

적분법의 발전에서 기본적으로 중요한 디딤돌을 월리스(Wallis 1616-1703)가 놓았다. 그는 카발리에리의 불가분량의 기하학을 산술화함으로써 '무한소의 기하학'에서 '무한소의 해석학'으로 옮겨가는 전환점에 있었다. "그는 각 선분을 길이에 비례하여 수로 둔다든지, 수를 나타내는 대수적 기호로 둔다든지 하는 통상의 기하학 모델을 버렸다"(Hollingdale, 1993, 하 14). 그가 생각한 무한소란, 예를 들어 '무한소의 직사각형'은 넓이를 지니지 않은 직선과 동일시되어야 할 도형이었다. 그는 이러한 무한소의 내·외접시킨 직사각형의 넓이를 직접 더하여 넓이를 구하였는데 이 과정에서 "그는 넓이와 부피를 산술합의 비의 극한을 계산하여 구할 수 있다는 것을 활용하였다"(Нкифоровский, 1993, 100). 기하학 개념을 산술 개념으로 바꾸어 나타낸 월리스는 이 점에서 시대를 앞섰지만 당시는 실수가 명확히 정의되어 있지 않았기 때문에 기초를 충분히 마련하여 다질 수 없었다.

마지막으로 뉴턴에 많은 영향을 끼친 배로

(Barrow 1630-1677)를 보자. 그는 윌리스의 정적인 산술적 관점보다도 토리첼리의 운동학적 관점을 취하여 기하학적 양을 점이 끊임없이 흐름으로써 생기는 양이라고 보았다. 그러나 $f(x)=0$ 꼴의 곡선의 기울기를 계산할 때처럼 대수적인 연산법을 이용한 곳도 있다(Boyer와 Merzbach, 2000). 배로는 미분에서 이용되는 방법과 실질적으로 같은, 접선 구하는 방법을 설명하고 있다. 그는 곡선에 접선을 긋는 페르마의 방법을 완성했다. 미적분학의 발전에 대한 윌리스의 주요 공헌이 적분론에 있는 반면에 배로의 가장 중요한 공헌은 미분론에 관련된 것이다. 배로는 미적분학의 기본정리를 발견하고 증명함으로써 적분법과 미분법 사이의 관련성을 확립하였을 뿐만 아니라, 미분법에 관한 많은 정리를 증명하였다. "배로는 미분과 적분이 서로 역연산이라고 하는 정리를 두 형태의 문제에 응용하고 있다: 이미 알고 있는 '사각형화'로부터 접선을 구하고, 또 미분방방정식의 적분이라고 하는 역의 문제를 풀었다"(Нкифоровский, 1993, 113). 그러나 "배로가 보수적인 태도로 기하학적 방법에 집착한 것은 이 관계를 유용하게 사용하는데 장애가 되었다"(Boyer와 Merzbach, 2000, 633). 접선을 찾는 방법이라든가 극대·극소, 곡선으로 둘러싸인 도형의 넓이나 곡선의 길이를 구하는 방법은 거의 기하학적이었다. 당시는 명제를 증명할 때 엄밀한 기하학 방법으로 하여야 했다. 이러한 시대적 한계 속에서 그것을 극복하는 가운데 기하학적 방법과 대수적 방법을 통일시키고 미분과 적분의 역연산 관계를 명확히 하는 것은 시대의 요청이자 수학자들의 욕구였다.

지금까지 미적분의 역사를 통해 배로 때에 이르러 미적분의 거의 대부분이 밝혀졌음을 보았다. 이제 심대한 질적 변화의 시점이 아주 임박했다. 수학과 과학에서 이 변화의 시기를 누가 여는가 하는 것이 남았을 뿐이다. 이러한 성숙된 분위기는 유럽 전역에 조성되어 한 사람이 아닌 두 사람이 미적분학을 동시에 발견하게 된다. 이제 두 번째 과제인 운동학적 관점과 정적인 관점, 또는 기하학적 관점과 대수적인 관점이 통일되어 가는 과정을 보려 한다. 그런데 이와 관련해서 이미 앞글의 여러 곳에서 언급하였으므로 여기서는 간단하게 정리하기로 한다.

오렘은 넓이를 구할 때 간단한 적분을 기하학적으로 하였다. 그는 수평선 위에 시간의 각 순간을 표시하고, 이 점에서 수직인 선분을 그어 각 선분의 길이로 속도를 표시하여 등가속도 운동을 나타냈다. 이때 그는 정지 상태에서 시작한다면 속도를 나타내는 선분 전체는 직각삼각형이 된다는 사실을 밝혔다. 이로부터 물체의 통과거리는 그래프 아래의 넓이가 됨을 알아냈다.(Boyer와 Merzbach, 2000) 스테빈과 케플러도 기하학적인 접근법을 사용했다. 케플러는 착출법을 쓰지 않고 무한소의 논의에 근거를 두었다는 것이 스테빈과 다른 점이다. 스테빈의 예를 들면 그는 착출법을 수정하여 삼각형의 무게중심을 찾았다. 카발리에리는 자신의 연구의 기본개념으로 삼은 불가분량은 본질적으로 기하학에 기초한 것이다. 그는 불가분량을 적용하여 '모든 선'을 비교함으로써 평면도형의 넓이를 비교하였고 부피에 대하여도 마찬가지로 했다. 예를 들어 "높이가 같은 두 입체를 밑면에 평행하고 밑면에서 같은 거리에 있는 평면으로 자른 두 단면의 넓이가 언제나 어떤 일정한 비로 같다면 두 입체의 부피에도 똑같은 비가 성립한다"(Boyer와 Merzbach, 2000, 536). 그러나 당시의 성숙된 대수 기호라든가 그 방법을 적용하지 않았기 때문에 불가분량을 사용한 다루기 어려운 기하학적 해법은 널리 쓰이지 못했다(김용운, 김용국, 1990). 토리첼리

와 로베르발(Roberval 1602-1675)은 운동의 합성을 사용하여 사이클로이드에 접선을 그었다. 또한 카발리에리의 불가분량을 개선하여 곡선과 곡면에 적용하였다.

지금까지 살펴본 모든 경우는 곡선의 길이, 도형의 넓이, 부피, 무게중심, 접선을 구할 때 기하학적 방법을 하였다. 이것이 한 단계 높은 수준으로 올라서려면 대수적인 방법과 연계되어야만 했다. 이에 계기를 마련한 사람이 페르마이다. 그는 좌표를 이용하여 기하문제를 대수문제 곧, 등비급수의 합에 귀착시켰다. 그러나 여전히 기하학의 전통이 강하게 남아 있는데다가, 아직 실수를 바탕으로 하는 함수에 대한 개념이 제대로 정립되어 있지 않아 기하학의 틀을 벗어나지 못했다. 파스칼도 이에 해당되는데 그는 로베르발과 토리첼리의 영향으로 무한소 개념을 형성하고 미적분학 이전의 이른바 무한소 기하학의 모델을 완성하였다(김용운, 김용국, 1990). 월리스에 이르러 '무한소의 기하학'에서 '무한소의 해석학'으로 전환하는 시기를 맞이한다. 하지만 이러한 앞선 통찰도 실수가 명확히 정의되어 있지 않아 기초가 부실할 수밖에 없었다. 배로는 운동학적 관점을 취하고 카발리에리의 사고방식으로 문제에 다가갔으나 대수적인 연산법을 사용하기도 했다. 그러한 일부의 경우를 빼고는 보수적인 태도로 기하학적 방법을 고수하였는데 이것이 결국에는 미적분의 역연산 관계를 유용하게 사용하는데 장애가 되었다(Boyer와 Merzbach, 2000)고 한다.

이렇게 기하학에 집착하는 것은 고대 그리스 이래로 거의 이데올로기적으로 수학자들의 활동과 사고를 제한하여 미적분이 발전하는데 장애요소로 작용하였다. 그러나 현실의 문제는 이제 더 이상 기하에 매달려서는 해결할 수 없을 정도로 양과 질에서 달라졌다. 수학뿐만 아니라 다른 분야에서 발생하는 문제는 기하의 틀을 벗어나도록 수학자들을 압박하기 시작했다. 이러한 사회적 환경 속에서 미적분에 관련해서 계산을 형식적으로 할 수 있게 하고, 필요 없는 부담에서 사고를 해방하는 연산의 알고리즘은 두 사람의 위대한 인물이 이루게 된다. 한 사람인 라이프니츠는 카발리에리의 불가분법과 파스칼의 무한소의 연구에서 영향을 받았고 또 한 사람인 뉴턴은 배로의 업적으로부터 영향을 받았다. 다음 장에서 이들을 살펴보자.

IV. 미적분학의 성립: 뉴턴과 라이프니츠

1. 미적분학 탄생의 배경

두 사람에 대해서 살펴보기에 앞서 미적분학 탄생의 배경으로서 사회적 상황을 살펴보고자 한다. 이는 수학이 진보하는 참된 원인을 파악하는데 필요한 것이다. 16세기와 17세기의 과학의 발전은 과학 혁명의 모습을 띠었다(Mason, 1962). 그것은 근대적 자연과학의 기초확립과 연구의 도구로서 수학이 발전했다고 하는 특징을 지닌다. 산업이 과학에 복잡한 과제를 제기하였다. 과학은 민감하게 현실에서 제기되는 문제에 반응하고 그것의 해결에 이바지했다. 수학, 과학적 결과들은 시대의 선구적 사상에 영향을 끼쳤다. 과학은 실험 사실에 입각하고, 역학과 수학이 그 기초를 만들어냈다. 새로운 시대가 새로운 유형의 학자를 낳았다. 연구가 매우 빠르게 발전하는 것과 함께 학자들

의 교류가 절박하게 되었다. 그것은 수많은 학술적 편지 교환을 비롯한 학자들의 공동연구를 요구하고, 마침내 아카데미라는 과학조직을 탄생시켰다. 그러나 대학은 과학의 중심으로 되지 못했다. 그것은 대학에서는 스콜라 철학이 우위였던 것과 관련되어 있다.(Нкифоровский, 1993)

17세기의 수학은 그 이전과 매우 달랐다. 수학은 17세기까지는 산술, 대수, 기학, 삼각법을 포함하여, 주로 변화하지 않는 양에 관심을 갖고 있었다. 17세기로 되면 질적으로 새로운 수학 분야인 해석기하학, 사영기하학, 확률론 그리고 그 안에 새로운 중요한 요소—미분방정식론, 급수론, 변분법, 미분기하학—의 실마리를 포함하고 있던 무한소해석이 탄생했다.(Нкифоровский, 1993) 이러한 무한소해석이 태어나기 위해서는 이와 직접 관련된 기초 자료들이 양적으로 충분히 확보되어 있어야 했지만, 또 다른 측면에서 이를 위한 바탕이 구축되어 있어야 했다. 이 바탕이란 바로 "비에트의 문자 계산, 데카르트-페르마의 해석기하학, 근세 물리학의 성공"(앞의 책 iii)이었다. 이렇게 미적분학 안팎에서 여건이 마련되었기 때문에 위대한 두 사람에 의해서 미적분학은 마련될 수 있었다. 어쨌든 본래 미적분학은 17세기에 과학이 발전하면서 제기되는 문제를 다루기 위하여 탄생하였다. 그 문제들은 넷으로 나눌 수 있다: (1) 양이 변화하는 순간 비율을 구하는 것, (2) 곡선 위의 점에서 접선이나 법선을 긋는 것, (3) 함수의 최대값이나 최소값을 구하는 것, (4) 곡선의 길이, 평면도형의 넓이와 입체의 부피, 평면도형과 입체의 중심을 구하는 것. 처음 세 가지는 미분의 영역에, 네 번째는 적분의 영역에 들어간다.

미적분학이 발전하던 이 단계에서 많은 적분법이 실행되면서 수많은 넓이 · 부피 · 곡선의 길이가 구해졌으며, 미분법이 전개되었고, 많은 곡선의 접선이 작도되었고, 극한개념이 고안되었으며, 미적분의 기본정리가 인식되었다. 그러나 아직 "뉴턴과 라이프니츠 이전에는, 중요한 문제 가운데 어떤 것에 대해서도 일반적인 풀이 방법도 없었고, 다양한 문제 사이의 관계에 대한 인식도 없었다. 더욱이 몇 가지 기법들은 잘 이해되지 않는 추론이나 계산을 사용하였다"(Kitcher, 1984, 230-231). 이제 체계적인 해석적 방법과 더불어 일반적인 기호를 만드는 일, 이 주제의 기본 이론들을 엄밀하게 구축해야 할 일이 남았다. 첫 번째는 뉴턴(Newton 1642-1727)과 라이프니츠(Leibniz 1646-1716)가 독립적으로 연구하여 이룩한 미적분학이다. 엄밀한 기초 위에서 기본개념을 세우는 19세기에 코시(Cauchy 1789-1857)와 그의 계승자들이 이루었다.

미적분학의 발달에서 배로와 그 이후를 구분하는 또 하나의 차이는 다음과 같다. 배로까지는 정적분을 사용하여 부정적분을 이끌어 내는 데 더 관심을 두었다. 이와 반대로 부정적분을 사용하여 대수식의 정적분을 매우 쉽게 구할 수 있다는 것은 뉴턴과 라이프니츠가 발견하였다. 미적분학의 기본정리는 앞서 기술한 것과 더불어 여기서 강조점이 변화되고 그 의미 자체가 바뀌었다.

2. 뉴턴

뉴턴에게 있어서 수학은 인간 정신의 추상적인 산물은 아니었다. 그는 기하학의 대상인 곡선은 점, 곡면은 곡선, 입체도형은 곡면의 운동에 의해 얻어진다고 생각했다. 뉴턴이 미적분에 접근한 방법은 갈릴레이와 케플러의 전통에 따른 동적인 것이었다.(Hollingdale, 1993) 이러한 운동은 시간이 흐르는 가운데 실현된다. 운동을 하는 것은 독립변수인 시간에 따라서 변

한다고 생각할 수 있다. 이 때문에 먼저 시간을 수학적으로 정확하게 추상화하여 균등하게 흐르는 독립된 양으로 삼는다. 예를 들면 점은 임의의 짧은 시간에 임의의 짧은 경로를 움직인다. 그러므로 현대적으로 말해서 순간 속도를 찾기 위해서는 경로 증분의 시간 증분에 대한 비의 극한을 구해야 한다. 곧, 시간이 0으로 될 때의 '마지막 비'를 구해야 한다. 이때 소멸하는 양의 마지막 비는 결코 소멸 직전이나 직후에 생기는 비라고 생각해서는 안 된다. "마지막 비란, 그것으로 이 양들이 소멸하는 비이며, 마찬가지로 처음 비도 그것으로 이 양들이 생기는 비를 말한다"(김용운, 김용국, 1990, 325). 이렇게 해서 뉴턴은 유율(도함수)의 발견에 다다랐다. 사실 여기서 뉴턴은 극한의 개념에 매우 가까웠으나 문제는 '0이 된다'는 말을 쓰는 데에 있었다. 실제로 0이 되어 없어져 버린 증분 사이에 비가 존재하는가? 그러나 뉴턴은 이 점을 분명히 하지 않았기 때문에 18세기 전체를 통해서 수학자들은 계속 고민 속에 빠지게 되었다. 사실 소멸과 생성을 변증법적 대립물의 통일로 보지 않으면 이와 같은 문제는 해결되지 않는다(5장에서 자세히 논한다).

뉴턴은 두 가지 유형의 문제를 고찰했다. 첫째 유형은 몇 개의 변량에 관련된 관계식이 있을 때 이 변량과 그들의 유율과 관련된 관계식을 찾는 문제이다. 이것은 미분에 해당한다. 두 번째 유형은 몇 개의 변량과 그들의 유율에 관련된 관계식이 있을 때 변량만 관련된 관계식을 찾는 문제이다. 이것은 적분에 해당한다. 두 경우에 매우 짧은 시간 간격을 뜻하는 o(오미크론)의 거듭제곱을 포함하는 항을 무시하는 생각은 엄밀함을 요구하는 것이었으나 자신의 "수학적 연구 결과가 물리학적으로 참이 되었으므로 뉴턴은 미적분학의 논리적 기초에 별로 시간을 들이지 않았다"(Kline, 1984, 162). 이는 뉴턴의 생각에 수학적 엄밀함을 강제하는 그런 물리적 환경이 마련되지 못했다는 뜻이기도 하다. 이런 환경은 서서히 성숙되면서 19세기가 되면 엄밀함을 갖추도록 압박할 정도가 된다.

뉴턴은 본인이 발견한 새로운 무한해석으로 곡선의 기울기와 넓이 사이의 역관계를 해명할 수 있었고, 미분과 적분의 기본성질을 대수함수, 초월함수 할 것 없이 모든 함수에 적용할 수 있는 하나의 일반적인 계산법을 마련하였다. 그는 미적분법의 실질적인 창시자가 되었다. 그는 적분을 직접 계산할 수 없을 때, 피적분함수를 거듭제곱급수로 전개하고 그것을 항별로 적분했다. 그러한 방법의 도입은 뉴턴의 공적이다. 뉴턴에게 있어 무한급수는 유한개의 항 대신에 무한개의 항을 다루는 고차의 대수학이었다. 그럼으로써 수학의 힘을 널리 확대하였다.

뉴턴은 유율법에서는 기하학 속에 무한소량을 도입할 필요가 없음을 보이려고 하였다. 뉴턴이 이렇듯 무한소를 거부한 것은 라이프니츠식의 미적분학을 배척하기 위해서였음은 거의 틀림없다(김용운, 김용국, 1990). 그렇지만 뉴턴 접근법의 심각한 문제는 무한급수 표현의 의미를 상세히 기술하지 않고서 o이 있는 항들이 무한개 있는 경우에 그 항들의 합을 만족할 만큼 작게 만들 수 있음을 보여줄 도리가 없다는 것이다. 이에 대하여 버클리(Berkeley)는 무한소를 사용하여 미분계수를 계산할 때, 처음에는 무한소를 0이 아닌 증분이라고 생각하다가 나중에는 0으로 두어 제거할 수 있다고 생각하는 논리적 오류에 빠져 있다고 비판하였다. 증분 o이 연역 과정에서 내내 0이라면 그것으로 나눌 수 없으며, 연역 과정에서 0이 아니라면 연역의 끝에 그것을 버릴 수 없다는 것이다. "그러나 뉴턴이 실패한 것은 무한소 개념이 아니라, 수렴 개념이 지닌 어려움에서 기인한다"

(Kitcher, 1984: 239).

버클리의 비판은 불행한 결과를 가져왔다. 방어를 하는 과정에서, 맥클로린(Maclaurin 1698-1746)은 수학 연구와 그다지 관련이 없는 철학적인 논점에 빠져들었다. 그는 자신의 수학을 자신의 철학적 전제에 부합시키는 과정에서, 영국 수학을 대륙 수학과 더욱 구별짓는 뉴턴식의 미적분 스타일을 개발했다.(Kitcher, 1984) 이러한 사태와 함께 우선권 다툼을 계기로 영국의 수학은 대륙에 비해 뒤떨어지게 되었다. 우리는 여기서 양질전화가 언제나 순조롭게 진행되지는 않음을 본다. 뉴턴이 미적분에서 마련한 이전까지와 질적으로 다른 방법이 관념론 철학자의 반론으로 움츠러들면서 스스로 설정한 틀 안에 가두어 두게 되었다. 그러나 이런 일시적인 퇴보는 그리 오래 가지 못했다. 결국 뉴턴의 방법이 받아들여졌기 때문이다.

3. 라이프니츠

라이프니츠가 미적분학에 접근했던 방법은 뉴턴과 다소 달랐다. 그는 구적문제를 '세로좌표의 총합'으로 간주하고, 연속하는 세로좌표의 차가 '접선 기울기의 근사값으로 된다'고 하였다. 만일 연속하는 세로좌표의 간격을 한없이 작게 한다면 그 근사값은 더욱 정확해짐에 틀림없다. 문제는 '한없이 작게 한다'고 하는 것이 무엇을 의미하고 있는가를 설명하는 것이었다. 그는 dx와 dy가 감소함에 따라 '소멸되는' 또는 '무한히 작은' 값이 된다고 하였다. dx와 dy는 0은 아니지만 임의로 주어진 수보다는 작은 값이었다. "그는 무한히 작다는 것은 단순하고 절대적인 0이 아니고 상대적인 0, 곧 사라져 가는 특성을 지닌 무한히 작은 양이라고 말했다"(Kline, 1984, 166). 그래서 dx의 거듭제곱인 $(dx)^2$, $(dx)^3$과 같은 것은 당연히 무시될 수 있었고, 비 dy/dx가 구하려는 양, 곧 도함수가 되었다.

라이프니츠는 dx, dy를 상대적인 0으로 생각하였다. 만일 dx, dy가 0이 아니라 어떤 미소한 유한량이라 하면, dy/dx는 부정이 아니라 유한 확정값이 된다. 그러면 0/0이라는 분수가 직면하는 위기는 벗어날 수 있으나 또 다른 문제에 부딪치게 된다. "미분이 미소삼각형의 기울기를 나타낸다고 하면, 그것은 유한량이기 때문에 무한의 문제는 사라지고 만다. 뉴턴은 이 문제를 순간적인 점을 현실적 존재로 직관함으로써 해결하였다"(김용운, 김용국, 1990, 342). 그러나 이러한 직관은 설령 관념상의 해결은 될지언정 실제적인 해결은 될 수 없다. 따라서 이것은 문제를 회피하는 것이다. 라이프니츠가 이 문제를 정면으로 다루었다. dy/dx에 하나의 답이 주어지기 위해서는, 이것이 유한의 미소량이어야 함은 물론이지만, 동시에 단순한 유한량이어서도 안 된다. 곧, 그것은 유(한)이자 무(한)이어야 한다. 그는 이 두 개념을 결합시키기 위해서 dx는 0은 아니지만 0으로 간주할 수 있는 무한소량이라고 생각했다.

1675년에 라이프니츠는 미적분법의 기본개념을 정식화했다. 합과 차에 바탕을 둔 구적문제와 접선문제는 서로 역의 관계에 있고 이 둘을 연결시키는 것은 무한소 삼각형인 것으로 생각하였다. 왜냐하면 파스칼이 무한소 삼각형을 사인(sine)의 구적에 사용한 반면, 배로는 이것을 접선문제에 사용했기 때문이다. 라이프니츠는 이 삼각형을 이용하여 전부터 알려져 있던 정리와 새로운 많은 사실을 확실히 하는데 성공했다. 그는 이 결과들로부터 넓이와 접선 문제의 풀이법을 일반화시키고, 미분과 적분 사이의 관계를 확립했다. 또한 무한소해석 문제를 푸는 과정에서 함수개념의 확장과 엄밀화를 추구하게 되었다.

“라이프니츠는 무한급수의 합을 계산하는 표준적인 표현 문제를 구성할 수 있게 한 새로운 언어, 특히 무한급수식을 도입하였다”(Kitcher, 1984, 244). 그리고 그는 데카르트의 독단에 의해 초래된, 수학은 대수에 의존해서 연구해야 한다는, 그제까지의 수학의 결함을 제거하였다. 무한소해석의 발견과 함께 대수함수에 수학을 제한하는 것의 의미가 없었다. 실제 초월함수를 미적분에서 제외한다면 $1/x$이나 $1/(1+x^2)$과 같은 대수함수의 적분도 존재하지 않는다. 이제 유리함수, 무리함수, 대수함수, 초월함수를 막론하고 모두 다룰 수 있게 되었다.

라이프니츠의 미적분법에는 ‘한없이 접근한다’라든가, 무한소량 또는 무한소 과정에 대해서 연산을 가능하게 하는 기본 개념에 대한 합리적 해석이 분명하지 않았다. “이런 점에서 보면 미적분법에 대한 뉴턴의 논리가 라이프니츠의 논리보다 훨씬 현대 미적분법의 기본 개념에 가깝다. 그러나 라이프니츠의 생각이 그럴 듯하다는 점과 그의 미분기호가 사용하기 쉽고 적절하다는 사실에서 유율법보다도 미분법이 쉽게 받아들여졌다”(Boyer와 Merzbach, 2000, 657). 이 점에서 본다면 현대의 미적분법은 두 사람의 논의를 하나의 통일된 논의 속에 통합시키는 과정이었다고 보아야 한다.

4. 뉴턴과 라이프니츠의 우선권 다툼

이러한 두 사람의 업적을 놓고 우선권에 대한 다툼이 일어났는데, 지금의 결론은 착상은 뉴턴이 먼저이고, 정식 출간에 의한 발표는 라이프니츠가 먼저이나, 둘은 자신들의 결과를 독자적으로 끌어냈다는 것이다. “1700년 이후에 일어난 우선권 논쟁은 두 사람의 제자들에 의해 정치적인 배경을 가진 국가적인 경쟁의식 속에서 매우 격렬하게 진행되었다”(우정호, 1998, 402). 학자도 다른 사람들과 마찬가지로 그 시대를 살고 있고, 많은 성과와 그릇된 사고를 동시에 갖고 있다. 차이는 학자는 멀리 본다고 하는 것뿐이지, 그들도 그 시대의 이데올로기에서 완전히 자유롭지는 않음을 알 수 있다. 이 논쟁 끝에 영국 수학자들은 대륙과 수학 교류를 끊었다. 이로 인해 영국의 수학 발전이 거의 100년이나 늦어졌다.

V. 미적분과 변증법적 유물론

지금까지 변증법적 유물론의 관점에서 미적분의 발달과정을 뉴턴, 라이프니츠까지 살펴보았다. 그러나 기술방식의 특성상 이러한 관점이 명확하게 드러나지 않거나 다룰 수 없던 부분들이 있었다. 이 장에서는 이러한 부분들을 중심으로 기술하고자 한다. 먼저 미적분의 중요 개념의 하나인 무한을 살피는 것에서 시작해보자.

어떤 일정하게 정해진 양에서 출발하여 두 배로 한다든가, 반으로 한다든가 하는 식으로 점점 더 큰 방향과 작은 방향으로 나아가 보자. 이 경우 어떠한 방향으로 아무리 나아가더라도 참된 무한대나 무한소에 다다를 수 없다. 이러한 과정들을 아무리 되풀이하여도 얻는 것은 유한한 크기의 양일뿐이다. 그래서 과정의 무한한 진행이 있을 뿐, 참된 무한량은 얻을 수 없다. 과연 그럴까? 그렇지 않다. 먼저 무한대에 대해서 살펴보자. 칸토어는 무한집합을 ‘그 부분집합이 전체 집합과 농도가 같은 집합’이라고 정의하였다. 이 정의에 의해 무한량이 무한한 절차 너머에 있는 것이 아닌 눈앞에 실재하는 것으로서 파악된다. 보통 전체는 부분과 같을 수 없다고 생각하고 있지만 이것은 유한한 것만을 염두에 두고 있기 때문이다. “유한

한 것에 관해서 성립하지 않는 이 관계로써 무한집합을 정의하고, 이것으로 '실무한'을 파악한 것은 변증법의 훌륭한 적용이고 칸토어의 훌륭한 업적이었다"(거름, 1983, 54).

무한소에 대해서도 현대 수학은 합리적인 개념에 도달하였다. 곧, 상수는 아무리 작더라도 그 1/2의 상수가 있을 수 있기 때문에 무한소는 아니다. 무한소라고 하는 것은 '독립변수의 일정한 변화에 따라 0에 수렴하는 변수'이다. 예를 들어 x가 한없이 0에 가까운 경우, sinx는 무한소이다. 곧, $\lim_{x \to 0} \sin x = 0$. 한없이 0에 가깝다고 하는 것은 무한한 진행과정을 포함하고 있어 잠재적 무한일 수 있지만 그것에 종속된 변수는 실무한이다. 상수와 변수의 관계에 대해서 엥겔스는 "수를 다루는 수학은 대체로 형식논리학의 한계 안에서 움직이고, 변수를 다루는 수학—가장 중요한 부분이 미적분이다—은 본질상 변증법이 수학적 관계에 적용된 것이다"(1987, 146)라고 하였다.

"미적분에 사용되는 다양한 등급의 미분량과 무한량은 마치 인간 정신의 순수하고 자유로운 창조와 상상의 산물인양 신비화되었다. … 객관 세계는 미적분에 대한 어떠한 대응물도 제공하지 않는 듯이 여겨지고 있었다. 그러나 사실은 그 반대이다. 자연은 상상의 모든 양에 대하여 그 원형을 제공하고 있다"(녹두신서, 1986, 173). 처음에 미분학은 그 뿌리를 보통의 대수학 속에 있는 일정한 수학적 과정의 반영으로서 출현했다. 일정한 과정의 결과로서 얻어진 것, 대수로부터 자라 나온 미분의 개념 그 자체가 나중에는 미분에 대한 변증법적 연구의 출발점으로 되었던 것이다.

수학은 상수의 수학(대수학)에서 변수의 수학(미적분학)으로 전환함으로써 새로운 단계로 발전하는 시기를 맞이하였다. 수학은 이제 근본적으로 구조를 바꾸어서 변수를 다루는 학문이 되었다. 미적분학은 간단히 말해 변수들 사이의 관계라고 할 수 있는 함수의 개념을 활용한다. "함수는 추상적으로는 집합 사이의 단순한 관계이지만 변화관계를 기술하는 개념이며, 그러한 관계의 동역학이 미적분이다"(우정호, 1998, 415). 함수의 개념은 간단하지만 가장 단순한 형태의 함수라도 모든 형태의 실수가 관련된다. "수학은 변수를 다루면서부터 변증법의 영역에 들어갔다. … 변수의 수학과 상수의 수학 사이의 관계는 대체로 변증법적 사유와 형이상학적 사유의 관계와 같다"(Engels, 1987, 134).

그리하여 "미적분학의 발명으로 창조적인 수학은 고등 수준으로 올라서고 초등수학의 역사는 본질적으로 마감됐다"(Eves, 1996, 344).

뉴턴과 라이프니츠 이전에는 수학은 적은 수의 전문가들밖에 손을 대지 못했다. 그들은 각각의 문제를 각각의 방법으로 풀고 있었다. 그러나 폭넓은 문제에 적용할 수 있는 미적분법의 알고리즘이 만들어진 뒤에, 무한소와 관련되는 문제는 모두 미분계수나 부정적분을 구하는 것으로 귀착되고, 게다가 이러한 작업을 거의 기계적으로 할 수 있게 되었다. 그들의 발견은 수학에서 혁명을 이루었다. 이제 수학은 충분히 깊은 수학적 지식이 없더라도 쓸 수 있는 도구로 되었다. "어느 의미에서 수학의 민주화가 이루어지고, 문화 전체에 걸쳐서 의의가 증대하였다. 동시에 역의 관계가 나왔다. 늘어나는 연구가 수학의 발전을 자극하는 새로운 문제를 발생시켰다"(Нкифоровский, 1993, 144).

미적분학은 일찍이 손댈 수 없었던 여러 문제를 매우 강력하고 효과적으로 공략하였다. 비록 곤란한 문제가 새로운 언어와 추론에 대하여 제기되었지만, 복잡한 기하문제들에 통일된 해결방법을 제공하고, 엄청나게 많은 이러한 문제에 답을 제공하는 미적분학의 힘을 받아들이지 않을 수 없었다. 그러나 이러한 과정

에서 많은 불합리성과 모순이 드러나게 되면서, 18세기가 지날 무렵에 수학자들은 이러한 것들이 논리적으로 검증되어야 하고 엄밀하게 확증되어야 한다는 것을 느끼기 시작했다. 논리적으로 엄밀한 기초 위에 해석학을 세우려는 노력은 지난 세기의 무분별한 직관의 사용과 형식주의에 대한 자연스러운 반작용이었다.

여기서 다룬 미적분에서 부정의 부정을 뚜렷하게 볼 수 있다. 엥겔스(1987)는 무한소 해석이 가장 중요한 부분을 이루고 있는 가변량의 수학—미적분—은 본질상 변증법을 수학에 적용한 것이라고 하고 있다. 미적분과 관련하여 그는 하나가 주어진 비율로 변화함으로써 다른 하나가 변화하는 두 변수 x, y로 이루어진 식을 생각하고 dx와 dy를 끌어들임으로써 생기는 x와 y의 '부정'을 생각했다. 미분했을 때 생기는 dy/dx에 대해서 그는 아무리 미소한 현실의 양과 비교해도 무한히 미소한, 곧 x와 y의 상호관계 말고는 어떠한 물질적 기초도 없는, 말하자면 양이 전혀 없는 양적 관계로 보고 있다. 그리고 사라진 순간에 포착된 두 개의 소멸된 양 사이의 비(比)를 하나의 모순이라고 하였다. 그리고 나서 그는 이 부정을 부정하면 곧, 미분을 적분—다시 유한량을 가져다주는 계산법—하면 다시 dx, dy 대신에 현실의 양인 x, y를 얻게 된다고 하였다. 그렇지만 이 과정은 제자리로 다시 돌아가는 것이 아니라 통상의 기하학과 대수학으로는 감당하지 못했던 문제를 해결할 수 있게 해준다고 쓰고 있다.

미분계산에서 연속과 불연속이라는 대립물의 통일을 볼 수 있다. 미분에서는 불연속의 양 Δx, Δy—곧, 특정한 x, y의 증분—를 매개로 하면서, 이것을 지양함으로써 의미가 명확해진다. 미분량 dy/dx가 0/0으로서 분모, 분자 모두 0이라는 것은 바로 변화가 연속이라는 뜻이며, 단순한 0이 아니라는(0/0이 부정으로 되지 않고 일정한 극한값이 되는) 것은 연속적인 변화가 그 자신 속에 불연속의 계기를 갖고 있다는 뜻이다. 0/0에서 불연속량 Δx, Δy가 부정되면서 계기로서 보존되는 곳에 연속적 변화가 있다. 이처럼 질적 변화에서는 질적 구별, 곧 불연속성이 전면에 나타나는데 반해서 연속적인 양적 변화에서는 바로 연속성의 측면이 전면에 나타난다. 그러나 어떤 경우라도 그것은 상대적인 것에 지나지 않으며 연속성과 불연속성은 통일되어 있다.(졸고, 2002)

연속과 불연속이 통일되어 있다는 것은 모순이다. 형이상학은 이 모순을 불합리하다고 본다. 그리하여 현실 세계에는 모순은 있을 수 없다고 한다. 이것은 직선은 곡선이 아니고, 곡선은 직선이 아니라는 것과 마찬가지로 당연하게 생각될 것이다. 그러나 미분학에서는 모든 상식의 항의에도 불구하고 일정한 조건 아래서 직선과 곡선은 동일하다고 본다. 따라서 미분학에서는 직선과 곡선을 동일시하는 것이 모순임을 고집하는 상식이 도달하지 못하는 결과에 도달한다.(Engels, 1987)

뉴턴은 사물의 운동을 설명하기 위해 속도를 공간과 시간의 상호 연관으로부터—시간좌표에 대한 공간좌표의 미분계수 ds/dt에 의해—도입하고 있다. 사실 물체의 장소 이동은 그것의 본질적 속성인 속도에 의해 공간과 시간의 통일적 연관으로 나타난다. 바꾸어 말하면 ds/dt와 d^2s/dt^2가 0/0의 부정(不定)이 아니라 일정한 값을 취하는 것은 속도와 가속도가 분명히 공간과 시간의 통일적 연관이기 때문이다.

뉴턴과 라이프니츠 이후의 시기를 정리하자면 18세기의 대부분 기간 동안에는 새롭고 강력한 방법인 미적분학을 개발하는데 많은 시간을 들였고, 19세기에는 앞 세기에 세워진 거대하지만 불확실한 구조물에 확고한 논리적 기초

를 부여하는데 많은 노력을 들였으며, 20세기는 이제까지 얻은 것들을 일반화하는데 대부분의 시간을 썼다. 이 일반적인 상황은 과학의 발달에 영향을 미치는 다양한 사회적 요인들에 의하여 복잡해진다.

VI. 결론

역사를 보면 18세기의 미적분법은 당시의 학자들이 해결할 수 없었던 많은 어려움을 내포하고, 논리적으로 엄밀하지 않은 불완전한 상태에 있었지만 계속 발전할 수 있었다. 그것은 자연과학 연구에 이용함으로써 많은 유용한 생산적인 결과를 얻을 수 있었으며 아울러 그 시대의 실제 탐구에 쓰이던 곡선의 접선과 법선, 최대·최소값, 길이·넓이·부피 구하기와 같은 여러 수학문제를 통합적으로 해결해 주는 일관성 있는 강력한 도구를 제공해 주었기 때문이다. 이는 관념론자인 버클리의 우려에도 불구하고 미적분의 실천적 적용에서 그릇됨이 없이 일관되게 결과를 가져다주었다. 그리하여 많은 결과를 축적하는 가운데 엄밀하지 못한 부분을 채울 수 있는 자료들이 수집되고, 그로부터 미적분학이 완성될 수 있었다.

수학의 정리들은 수학자 개인이나 조직의 활동과 의식에서 현실의 물질세계와 분리되어 존재한다. 그렇지만 앞서 보았듯이 수학의 성격과 수준은 언제나 현실세계의 성격과 수준에 따라 결정된다. 수학상의 문제는 결국 현실에서 나오며 그 성과는 현실에 되돌려진다. 수학의 발전은 언제나 실세계의 발전에 좌우되며 또한 역으로 실세계를 유지, 발전시킨다. 실세계로부터 수학이 분리되었다고 하여 둘 사이의 관계가 사라진 것은 아니라 오히려 서로 밀접한 관계를 맺고 있다. 이러한 관계가 단절되는 경우 수학은 정체에 빠지기 시작한다. 일반적으로 수학에서 새로운 길을 개척한 사람들은 실천적인 관심을 갖고 실생활과 밀접히 관계를 맺고 있는 사람들이었다. 그들의 관찰과 자료수집에 뒤이어 새로운 관념과 발견에 대한 수학적 정리와 발전의 과정이 일어난다. 그러나 그러한 과정에서 실제에 적용하는데 실패한다든가 응용상의 문제에 의해 자극되지 않는다면 그 과정은 오래 지속될 수 없다. 예를 들어 아르키메데스에 의해서 착출법이 마련되고 나서, 당시에 요구되던 것들은 착출법 정도면 모두 해결되었기 때문에 더 이상 발전할 여지가 좀처럼 없었다. 이것이 17세기에 이르러서야 생산력의 발달에 따른 역학, 천문학, 물리학 등의 요구에 부응하여 다시 검토되기 시작하였다. 그리하여 미적분학이 탄생하였고, 성숙과정에서 그간에 축적된 결과들로부터 자극을 받은 내적 동기에 의해 엄밀화가 추진되었다. 결론적으로 말해서 수학은 뿌리를 실세계에 두고 있고, 실세계에 응용되지만 동시에 실세계로부터 분리된 전문화된 활동으로서 발전한다. 그리하여 수학이 일단 어떤 발견의 궤도를 달리게 되면 그러한 발견은 흔히 또 다른 발견을 낳는다. 그리고 결론을 추구하여 거기에서 결론 내려지는 관념들을 보편화하고 체계화하는 과정은 실세계의 물적 토대와 관련된 특정한 실천적 문제들과 관계없이 과학 자체의 논리를 좇아 진행된다.

실세계의 물적 토대와 수학의 이러한 관련성을, 무한에 대한 관념론자들의 견해를 반박하면서, 엥겔스는 이렇게 말하고 있다. “수학자들이 추상이라고 하는 그들의 난공불락의 요새, 이른바 순수수학으로 퇴각하자마자, 현실과의 모든 유사성은 잊혀지고, 무한은 완전히 파악할 수 없는 것으로, 모든 경험 그리고 모든 오성과 모순되는 것으로만 보이게 된다. … 수학

적 무한은 설령 무의식적으로라도 현실로부터 차용하여 온 것이고 따라서 현실로부터만 설명할 수 있는 것이지, 결코 그 자신으로부터, 수학적 추상으로부터 설명할 수 있는 것은 아니다."(녹두신서, 1986에서 재인용)

사실 축적되어 가는 수학적, 과학적 사실들에 강제 당해서라도 사람들은 변증법에 도달할 수 있다. 그러나 만일 변증법적 사유의 법칙을 의식하면서 수학의 대상과 사실들의 변증법적 성격에 접근한다면 사람들은 변증법적 인식에 훨씬 쉽게 도달할 수 있을 것이다. 또한 대상의 본질을 파악하고 법칙을 발견하는데 있어서 더욱 효과적이다. 왜냐하면 변증법적 유물론은 대상을 전면적이고 객관적으로 보게 하는 방법론이자 수단이기 때문이다.(졸고, 2002) 요컨대 인식이 진보하기 위한 근본조건의 하나는 경험적 지식과 이론적 지식의 통일, 자연과학과 철학의 통일이다.

마지막으로 이 글의 의도를 간략히 정리하면서 마무리하기로 한다. 실세계의 수학적 상황으로부터 수학 교수-학습 상황을 마련하고 그로부터 수학화의 과정을 밟아야 한다고 한다. 또한 수학의 역사적 발생 과정을 수학 수업에 반영해야 한다고 한다. 그러나 이 두 가지가 제대로 이루어지려면 실세계와 그 역사가 수학과 그 역사와 어떻게 관련을 맺고 있는가를 정확하게 규명하는 일이 선행되어야 한다. 이런 의미에서 현실세계로부터 수학을 다루고, 그 발전 과정을 역사적으로 규명하여 반영하는 일을 통일적으로 다룰 수 있는 것은 바로 변증법적 유물론이 아닌가 한다. 그래서 이 글에서는 미적분이라는 수학의 한 분야의 발전 과정을 변증법적 유물론의 시각에서 설명함으로써 두 가지 주장에 대한 일관된 철학적 뒷받침을 제공하려고 했다.

참고문헌

거름(1983). **변증법적 논리학**. 서울: 저자.

김용운, 김용국(1990). **數學史大全**. 서울: 우성문화사.

녹두신서(1986). **세계 철학사 I—맑스와 엥겔스의 철학 사상**. 경상남도: 저자.

류희찬(2003). 수학교육에서 '모델링' 지도의 의미와 방안. **청람수학교육, 11**, 1-19.

오승재(1994). **수학의 천재들**. 서울: 경문사.

우정호(1998). **학교수학의 교육적 기초**. 서울: 서울대학교 출판부.

윤영만(엮음) (1985). **강좌 철학**. 서울: 세계.

조윤동(2002). **비고츠키 이론의 수학교육적 적용에 관한 연구**. 한국교원대학교 박사학위논문.

鰺坂眞, 有尾善繁, 鈴木茂(1983). **헤겔 論理學 입문**. 권오걸 (옮김). 서울: 한마당. (원본 1978년 인쇄).

Нкифоровский, В. А. (1993). **積分の歷史**: アルキメデスからコーシー, リマンまで. (馬場良和 譯). 東京: 現代數學史. (原本 1985年 印刷).

Boyer, C. B., & Merzbach, U. C. (2000). **수학의 역사 상, 하**. (양영오, 조윤동, 역). 서울: 경문사. (영어 원작은 1991년 출판).

Engels, F. (1987). **반듀링론**. (김민석 역). 서울: 새길. (원작은 1884년 출판). (참조: http://www.marxists.org/archive/marx/works/1877/anti-duhring/ch03.htm).

Eves, H. (1996). **수학사**. (이우영, 신항균 역). 서울: 경문사. (원작은 1976년 출판).

Hollingdale, S. (1993). **數學を築いた天才たち 上, 下**. (有田八州穗 譯). 東京: 講談社. (原本 1989年 印刷).

Kitcher, P. (1984). *The nature of mathematical knowledge*. New York: Oxford university press.

Kline, M. (1984). **수학의 확실성**. (박세희, 역). 서울: 민음사.

Kussinen, O. W. (1997). **변증법적 유물론 입문**. (서진영 옮김). 서울: 동녘.

Mason, S. F. (1962). *A history of the sciences*. London: Abelard-Schuman.

스토이스로프 (1989). **유물변증법**. (권순홍, 역). 서울: 세계. (원작은 1988년 출판)

Vygotsky, L. S. (1997). The structure of higher mental functions. In R. W. Rieber (Ed.), *The Collected Works of L. S. Vygotsky, Vol. 4*. (pp. 83-96). New York: Plenum.

A History of Calculus and the Dialectical Materialism

Jo, Yun Dong (Sungshin Wonmen's University)

The processes of mathematics development and the results of it are always those of making a conquest of the circumscription by historical inevitability within the historical circumscription. It is in this article that I try to show this processes through the history of calculus. This article develops on the basis of the dialectical materialism. It views the change and development as the facts that take place not by individual subjective judgments but by social-historical material conditions as the first conditions. The dialectical materialism is appropriate for explaining calculus treated in full-scale during the 17th century, passing over ahistorical vacuum after Archimedes about B.C. 4th century. It is also appropriate for explaining such facts as frequent simultaneous discoveries observed in the process of the development of calculus. I try to show that mathematics is social-historical products, neither the development of the logically formal symbols nor the invention by subjectivity. By this, I hope to furnish philosophical bases on the discussion that mathematics teaching-learning must start from the real world.

* key words: dialectical materialism(변증법적 유물론), social-historical material conditions(사회-역사적인 물적 조건), social-historical products(사회-역사적 산물).