韓國數學敎育學會誌 시리즈 C
<初等數學敎育>
2003. 11. 제 7권, 제 2호, 117-129.

J. Korea Soc. Math. Ed. Ser. C:
Education of Primary School Mathematics
Nov. 2003, Vol. 7, No. 2, 117-129.

개방형 문제 해결 과정에서 나타난 소집단 구성원의 합의 패턴 분석

박우자 (서울증산초등학교)
전평국 (한국교원대학교)

I. 서론

A. 연구의 필요성과 목적

최근 수학 교실 문화가 개선되어야 할 필요성이 많이 제기되고 있다. 전통적인 수학 교실의 상호작용은 교사의 질문에 대한 학생의 반응, 그리고 이어지는 교사의 평가가 일반적인 패턴이며, 이는 학생들의 학습에 대한 욕구를 억제하고 통제하여 왔다(전평국, 2001). 수학 교실 문화를 개선하기 위해서는 탐구적이고 개방적인 수학 교실이 되어야 하며, 학생들이 교실에서 활발하게 상호작용할 수 있도록 해야 한다. 수학 교실에서 학생들 사이의 자주적인 상호작용이 기대되는 학습 형태는 협동학습이다. 최근에 나온 연구들은 협동학습을 통해 상호작용이 권장되는 교실의 아동들이 전통적인 수업으로 수학을 배우는 것보다 더 잘 이해하는 것은 물론 사고력이 향상되었다는 것을 입증하고 있다(Yackel, Cobb, & Wood, 1991; Webb, 1991).

한편 수학교육에서 최근에 강조되고 있는 중요한 것 중 하나가 문제 해결 교육이다. 7차 교육과정에서도 문제 해결 과정이나 전략의 숙달에 그치지 않고 전체적인 수학 학습을 지도하는 맥락에서 문제 해결 학습을 통해 가르칠 것을 강조한다(교육부, 1998). 그러나 실제 교과서는 문제 해결 학습이 하나의 학습 지도 방법이라기보다는 매 단원 학습이 끝난 후 배웠던 것을 적용하는 과정으로 놀이나 혹은 '문제 푸는 방법 찾기' 식으로 구현되고 있다고 방정숙(2002)은 지적한다. 이러한 과정에 도입된 협동학습도 단지 동료와 함께 수학적인 몇 가지 규칙을 이용하여 놀이를 즐기는 것 이상의 교육적 효과를 기대하기 어렵다. "학생들이 잘 개발된 알고리듬에 접근하기를 기대하는 과제들은 수학적인 담화를 형성하는 데 적절한 과제라 할 수 없고, 수학적으로 의미 있고 흥미로운 문제들이 풍부한 대화를 만드는 데 결정적인 역할을 한다"라고 NCTM(2000, p.60)은 지적하고 있다. 또 집단에서 동료에게 설명하고 정교한 답을 제공하는 역할을 한 학생이 그렇지 못한 학생보다 더 높은 성취도를 보이고, 듣는 것보다 문제 해결을 위해 의견을 말할 기회를 갖는 것이 학생들의 성취도에 영향을 미친다고 Webb(1985, 1991)은 말하였다. 학생들이 토론할 가치가 있는 수학적 과제들로 활동하는 것이 보다 효과적인 소집단 학습에서는 꼭 필요하다.

개방형 문제는 문제에 대한 접근 과정과 해가 다양한 형태로 나올 수 있는 문제로서 문제 해결에 대한 해법이 전통적인 방식과는 다르게 평가된다(전평국, 2001). 따라서 학생들은 개방형 문제를 해결할 때 이미 결정된 하나의 정답을 구하려고 노력하는 것이 아니라 또 다른 해결 방법을 생각해 보고, 독창성 있는 답변이 권장된다는 것을 알고 수학 학습에서의 새로운 가치를 갖게 된다. 또 개방형 문제는 필연적으로 다양한 문제풀이 과정과 답이 나오므로 구성원들의 토론으로 이어지며, 수학적인 상호작용과 의사소통의 방식에도 영향을 준다(Nodha, 1995; Becker & Shimada, 1995; 민득자 & 정영옥, 1999).

협동학습은 장기적인 관점에서 학생들의 수학적 의사소통 능력과 수학적 문제 해결력을 향상시킬 수 있고 또한 또래간의 협동적 과제해결능력을 향상시킬 수 있어야 한다고 본다. 본 연구는 개방형 과제를 해결할 때 학생들의 상호작용 패턴을 분석함으로써 소집단 학습의 개선점을 찾는 데 그 목적이 있다.[1)]

* ZDM 분류: A73
* MSC2000 분류: 97C60

1) 본 논문은 2004년 2월 한국교원대학교 대학원 석사논문을 요약 정리한 것임.

B. 연구 문제

본 연구는 초등학교 5학년 학생들이 소집단 활동을 통해 수학과의 개방형 문제를 해결할 때 합의 과정에서 나타나는 상호작용 패턴을 분석해 보기 위하여 다음과 같은 연구 문제를 설정하였다.

1. 개방형 문제의 다양한 해를 합의하는 과정에서 나타나는 상호작용 패턴은 어떠한가?
2. 개방형 문제를 해결할 때 구성원들의 합의에 대한 규범은 어떠한가?

본 연구에서 합의(consensus)란 논의된 다양한 해들 중에서 구성원들이 학습지에 기록한 것으로 제한하였다. 상호작용 패턴은 소집단의 합의 과정에서 나타난 언어적 진술들 중에서 둘 이상의 범주들 간의 규칙적인 양상으로 정의하였다. 합의에 대한 규범은 학생들이 명시적이거나 암묵적으로 가지고 있는 합의에 대한 기준과 규칙이다.

Ⅱ. 이론적 배경

A. 협동학습의 이론적 배경

교육분야에서 협동학습은 20세기 초반부터 관심있는 연구 주제 중 하나였다. Slavin(1996)은 이러한 협동학습에 대한 연구자를 크게 넷[2)]으로 분류하였다. 한편 Forman & Mcphail(1993)은 Slavin이 분류한 관점은 모두 비고츠키주의자의 관점(Vygotskian perspective)[3)]과는 다르다는 것을 강조하였다. 본 연구자는 Slavin(1996)과 Forman & Mcphail(1993)이 분류한 것을 기초로 협동학습에 대한 연구의 관점을 다섯 가지로 분류하여 검토하였다.

① 동기적 관점(*motivational perspectives*)은 협동학습 활동에서 학생들이 원하는 목표지향 구조나 보상 체계에 관심을 두고 있다. Johnson & Johnson과 Slavin 등의 동기적 관점을 가진 연구자들은 협동적인 보상 구조에 의해 구성원들은 더욱 성취도에서 성공적인 활동을 하게 된다고 보았다(Slavin, 1996). 따라서 동기적 관점에서는 집단 활동에 대한 보상이 학생들로 하여금 협동학습 지향적 목표 구조를 갖도록 해준다는 것에 주목하여 연구를 하였다.

② 집단의 사회적 응집력을 중시하는 관점(*social cohesion perspectives*)의 연구자는 소집단의 사회적 응집력으로 인하여 협동학습이 성취도에 있어 더욱 효과를 보인다고 보았다. 그렇지만 집단에 대한 보상 구조나 개인적인 책무감을 강조했던 동기주의자들과는 달리, 사회적 응집력을 중시하는 연구자들은 집단 활동에 필요한 개인 기능의 전문성에 관심두었다(Slavin, 1996).

③ 인지정교화 관점(*cognitive elaboration perspectives*)의 연구자들은 학습이란 학습자가 알고 있는 정보에 새로운 정보가 더해지는 것으로 보았다. 따라서 학습자는 학습을 통해 기존 인지구조의 일부를 재구조화하고, 정교화하는 과정을 겪게 된다. 이러한 정교화의 가장 효과적인 수단은 누군가에게 설명을 하는 것으로 보았다. 따라서 그들은 협동학습 과정에서 나타나는 언어적 상호작용(verbal interaction)에 관심을 갖고 있다.

④ 발달적 관점(*developmental perspectives*)의 연구자들은 Vygotsky의 근접 발달 영역(*zone of proximal developement*)과 Piaget의 연구에서 이론적 기원을 갖는다(Slavin, 1996). Vygotsky는 협동학습은 학생들이 서로간의 근접발달영역 안에서 활동하게 되므로 개별학습보다 지적으로 더 성숙해질 수 있는 기회를 제공한다고 보았다. Piaget는 또래간의 상호작용으로 인해 자기 중심적 개념의 불평형이 일어나고, 논리적 구성의 타당성에 대한 피드백이 지속적으로 이루어지기 때문에 또래 학습은 논리적 수학적 사고에서 특히 중요하다고 보았다. Vygotsky와 Piaget에게서 발달이라는 유사점에 근거한 연구자들은(Yackel 등, 1991)협동학습의 효과는 전적으로 협동학습의 과제의 활용방식에 있다

2) Slavin(1996)은 협동학습에 대한 연구자의 관점과 연구되는 관심영역을 동기적 관점(*motivational perspectives*), 집단의 사회적 응집력을 중시하는 관점(*social cohesion perspectives*), 발달적 관점(*developemental perspectives*), 인지 정교화 관점(*cognitive elaboration perspectives*)등 넷으로 분류하였다.

3) 비고츠키주의자의 관점(Vygotskian perspective)을 연구자는 사회문화적 관점(sociocultural perspective)으로 정리하였다.

고 보았다. 즉 토론과 논쟁, 주장, 다른 사람의 의견을 경청하고 설명하는 기회를 주는 것이 협동학습의 결정적인 요소인 것으로 보았다.

⑤ 사회문화적 관점(*Vygotskian perspective*)의 Forman & Mcphail(1993)은 기존의 협동학습 연구자들에 대한 비판적 검토에서 자신들의 관점을 설명하고 있다. 그들은 기존의 협동학습에 대해 연구자들이 가지고 있는 두 가지 문제점을 지적하였다. 첫째는 협동학습의 단기적 이득에 대한 평가가 이루어지고 있을 뿐 장기적 결과물에 대한 연구가 이루어지지 못하고 있음을 지적하였다. 둘째는 협동학습의 단기적 이득이 평가되어지더라도 사용되는 기준은 성취도, 태도, 문제 해결 능력의 개인적인 측정에 머물러 있을 뿐이라고 말하였다. 따라서 과제를 정의하고 목표를 협상하는 학습 능력과, 상호작용하고 의사소통하는 공유된 도구를 발달시키는 학습의 가치에 주목한 연구가 필요하다고 보았다.

사회문화적 관점의 연구자는 개인의 학습에 대한 동기와 이해의 기원이 사회문화적 관행 속에 놓여 있다고 본다. 각각의 문화는 학생들에게 꼭 필요한 경제적, 종교적, 합법적, 정치적, 제도적, 재생산적 활동에 참여하고 관찰할 기회를 제공한다. 학습은 이러한 활동에 안내된 참여를 통해 활동을 내면화하거나 도용을 하는 과정이다. 따라서 협동학습의 장점을 개인의 성취도 검사 등과 같은 지적인 형식으로는 평가할 수 없다고 보았다.

B. 사회적 상호작용

수학교육에서 사회적 상호작용의 역할을 강조하는 이론은 구성주의와 사회문화적 관점의 연구자들이다. 수학적 활동을 발달의 중요한 요인으로 보았다는 점에서 Slavin(1996)은 이들을 모두 발달적 관점으로 보지만 사회문화적 관점의 연구자들은 차별성을 강조한다. 구성주의의 이론적 기원인 피아제는 개개인의 인지의 발달과정에서 상호작용의 역할을 강조하였다. 그러나 피아제가 보는 상호작용이란 수평적인 관계에서 개인의 인지구조에 동화와 조절이라는 과정을 만들어 주는 환경이며 개인의 발달을 촉진시켜주는 부수적 요인일 뿐이다(류성림, 1999). 반면 비고츠키의 이론을 따르는 사회문화적 관점에서는 사회적 상호작용과 문화적으로 조직된 활동에 참여하는 것 자체가 학습자에게 있어 중요하다(방정숙 & 전평국, 1996). 한편 피아제 이론과 비고츠키 이론 사이의 차별성보다는 유사성에 주목하는 사회적 구성주의 연구자들이 있다. 이 관점에 의하면 학생들은 개인적인 수학적 활동을 재조직하면서 교실에서의 수학적 실행을 발달시키는 데 능동적으로 기여한다. 역으로 실행은 학생들로 하여금 지식을 재조직하게 만든다고 본다(방정숙 & 전평국, 1996). 사회적 구성주의 연구자들은 개인 지식 구성 과정에서 사회적 상호작용의 중요성을 강조하며, 사회 문화적 관행에 참여하는 학습자들의 지식 구성과정을 연구하였다.

C. 협동학습 교실의 규범

사회적 구성주의자로서 Yackel 등(1991)이 보는 협동학습의 전제는 교실 규범이다. 교실규범이란 그 교실을 지배하고 있는 문화적 풍토이고 관행이다. 교사와 학생은 이 규범을 만드는 사람이며 동시에 이 규범의 지배를 받는다. 따라서 교사는 협동하는 교실 규범이 어떻게 이루어지는지를 염두에 두고 학생들의 상호작용을 지원해 주어야 한다.

협동하는 교실에서 만들어져야 할 교실 규범은 예를 들면 다음과 같다.

1. 학생들은 문제를 풀기 위해 협동해야 한다.
2. 의미 있는 활동은 올바른 답을 구하는 것 이상으로 가치 있는 것이다.
3. 여러 개의 활동을 완수하는 것보다 어려운 문제를 꾸준히 풀려고 노력하는 것이 더 중요하다.
4. 주어진 활동에 함께 참여함으로써 모든 참가자가 이해하도록 해 주어야 한다(Yackel 등, 1991).

Yackel과 Cobb(1996)은 이러한 사회수학적 규범을 학생들이 스스로 형성할 수 없다고 보았다. 그들은 아동들이 수학적 지식을 구성하는 데 영향을 주는 교사의 역할을 강조하며, 특히 교실에서 사회수학적 규범을 분석하면서, 교실에서의 담화의 수준과 수학적 질을 강조하였다.

D. 개방형 문제

종래의 수학 학습에서 학생들에게 문제를 제시하면, 학생들은 문제에 대한 한두 가지 해를 만드는 데 열중하게 된다. 보다 개방적인 교실 환경을 만들고 문제 해결을 통한 사고력을 키우기 위해서, 학생들은 서로의 생각을 나누고 토론할 수 있어야 한다. 이러한 과정을 촉진시킬 수 있는 여러 가지 정답이 만들어질 수 있는 문제를 Becker와 Shimada(1995)는 개방형 문제(open-ended problems)라고 불렀다. Nohda(1995)는 개방형 문제가 학생들의 수학적 사고력과 창의력을 증진시키는 데 특히 효과적이라고 보았다. 그는 개방형 문제를 '수학과 학생의 활동이 모두 열려 있는(Nohda, 1995, p.57)' 문제로 보았다. 학생의 활동이 열려 있다는 것은 수학 문제에 대한 해석이 학생들에 의해서 새로이 구성된다는 것이다.

협동 학습의 목적은 수학적 문제 해결력과 수학적 의사소통 능력을 향상시키고 동시에 협동적 과제해결 능력을 향상시키는 데 있다. 따라서 협동학습 문제는 이러한 목적을 충족시킬 수 있어야 한다. 자신의 사고를 언어화하고 해결책을 정당화해야 하는 기회를 제공하는 문제, 또 기존의 개념이 재개념화될 수 있는 문제이면서 동시에 학생들의 자연스러운 상황과 근접한 문제이어야 한다.

III. 연구방법 및 절차

A. 연구 방법

본 연구는 개방형 문제 해결 과정에서 나타난 구성원의 합의 패턴을 분석하기 위하여 연구 질문을 만들었고 예비 관찰을 통해 연구 질문을 구체화한 후 본 관찰 연구 대상을 선정하였다. 본 연구의 대상 아동은 현재 초등학교에서 소집단을 구성할 때 일반적으로 이루어진다고 보이는 성별, 성취도별 이질 집단으로 구성되기 위해 할당 선택[4]되었다..

본 연구는 초등학교 5학년 소집단 학생들이 개방형 문제를 해결하는 과정에서 나타나는 합의 패턴을 분석하기 위해 질적 사례연구로 설계하였다. 연구를 위해 교사와 학생의 직접 면접을 통해 일차적 자료를 수집하였고, 이후 소집단 활동에 참여 관찰[5]을 통해 자료를 수집하였다. 사례 연구 분석을 위해 예비 관찰을 통해 수집된 자료는 범주화하여 패턴을 만들었으며, 본 관찰에서는 이를 횟수 세기[6](counting)하였다. 이러한 횟수 세기(counting)는 개방형 문제와 상호작용 패턴과의 관련성을 분석하는 토대가 되었다. 한편 개인 진술의 특징과 합의에 대한 규범은 연구 대상 학생들의 프로토콜을 해석적 분석하였다.

B. 자료의 수집

본 연구에서는 개방형 문제 유형과 상호작용 패턴과의 관련성을 분석하기 위해 개방형 문제를 두 가지 방법으로 분류하였다. 하나는 Becker와 Shimada(1995)가 분류한 방법에 의해 1)관계 찾기 2)분류하기 3)수량화하기로 구분하였다. 다른 하나는 개방형 문제의 해가 명시적이냐 암묵적이냐에 따라서 분류하였다. 명시적 해를 가진 문제는 해결 방법과 해가 다양하지만 명시적인 답 존재해서 구성원들 간의 논의 여지가 없는 문제이고, 암묵적인 해를 가진 문제는 기존의 수학적인 개념이나 원리에 의해 해임이 바로 증명되기보다는 구성원들 사이의 논의를 통해 해임을 합의해야하는 문제이다.[7]

본 연구에서는 상호작용 패턴을 분석하기 위하여 문제 해결과정에서 하나의 해결 방법이 제시되어 합의된 해에 이르기까지를 단위구간으로 보았다. 개방형 문제의 유형에 따라 단위구간에서 반복되는 상호작용 패턴을 분석하였다. 본 연구에서는 강석진(2000)의 분석틀을 참고로 하고 예비 관찰을 통해 상호작용 분석틀을 만들었다.

4) 할당 선택: 연구자가 주어진 환경에서 주요하고 적절한 하위 집단들을 밝혀내고 각 범주에서 임의로 몇 명씩의 참여자를 선택하는 표집 (Merriam, 1988 ; 허미화 역,1997).

5) 참여관찰은 연구자가 활동에 완전히 흡수되어 들어가지 않을 정도로 참여하는 활동이다. 연구자는 참여하는 동시에 충분히 관찰하고, 분석할 수 있을 만큼 떨어져 있으려고 노력해야 한다.(Merriam, 1988 ; 허미화 역,1997)

6) 하나의 주제나 pattern을 밝히기 위하여 수없이 일어나며, 지속적으로 특정 방식으로 일어나는 것을 횟수를 세고 비교할 수 있다(Merriam, 1988 ; 허미화 역,1997).

7) 본 연구에 사용된 개방형 문제는 부록으로 제시하였음.

①합의 과정에 참여하는 구성원에 의한 패턴

해결 방법을 제안하는 구성원을 제외하고, 합의하는 과정에 참가하는 구성원을 기준으로 1인 주도 패턴, 부분 참여 패턴, 전원 참여 패턴, 무시 패턴으로 분류하였다.

분 류	패턴이 나타나는 맥락의 특징
1인 주도	• G1:학생A가 제안을 하면, 논의 없이 다른 학생B가 해를 결정한다. 해를 판단하는 기준이 한 사람에 의해 결정된다. • G1-1:학생A가 제안함과 동시에 학생A 스스로 해를 결정한다.
부분 참여 패턴	• G2:제안자 이외의 구성원 2인 또는 3인의 참여로 합의가 이루어 지며, G1과의 차이는 해가 될지에 대한 2, 3명의 합의를 통해 결정된다.
전원 참여 패턴	• G3:구성원 4명 모두의 참여로 합의가 이루어진다.
무 시	• G4:구성원 중 아무도 대꾸를 하지 않아 무시된다.

<그림 III-1> 합의 과정에 참여하는 구성원을 기준으로 분류한 패턴

②합의에 도달하는 상호작용 성격에 의한 패턴

탐구적인 소집단 협동학습에서 학생들 사이의 설명과 논쟁, 자신의 제안을 정당화하는 상황은 빈번하게 발생하였다. 본 연구에서는 개방형 문제 해결 과정에서 나타나는 구성원들 사이의 상호작용 성격을 기준으로 당연 합의 패턴, 논쟁적인 과정의 통한 합의 패턴, 상호적인 정교화 과정을 통한 합의 패턴, 무시 패턴으로 분류하였다.

<u>에피소드 N2: 논쟁적 상호작용에 의한 합의</u>

01. 수: 야 나 이문제로도 했어. 야 맞는지 아닌지 봐봐.
02. 보라: 0, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 뭐 하는 거야?
03. 수: 이거 두 개 더해서 이게 되고 이거 두개 더해서 이게 되고(웃으면서).
04. 경: 무슨 말인지 모르겠어.
05. 보라: 그러니까 봐봐. 이거하고 이거 더해서 3이 되고, 이거하고 3 더하면 5가 되고.
06. 경: 야 빵 더하기 3하고 해서 어떻게 5가 돼?
07. 수: 야 잠깐만 정말? 하하하.(다른 친구들 웃는다)
08. 경: 2 더하기.
09. 수: 2?, 2!
010. 연: 내 생각도 이거였는데.
011. 보라: 이거 비슷한 생각이 있었는데.
012. 연: 이거, 이거.
013. 수: 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34.

에피소드 N2에서 경은 규칙에서 모순점을 찾고(06), 그 규칙은 틀렸다는 것을 보여주지만, 다시 앞의 수만 바뀌면 그 규칙은 성립할 수 있음을(08) 말하였다. 논쟁적 상호작용 과정은 위의 사례처럼 정교화로 이어지기도 하지만 기각되기도 하였다.

분 류	패턴이 나타나는 맥락의 특징
당연 합의 과정	• N1:제안된 해가 참이다 아니다를 논의 없이 구성원들이 인정한다.
논쟁적인 과정을 통한 합의 과정	• N2:제안된 해결 방법의 모순점이 지적되거나 적절한 해가 아니라는 반론에 부딪힌다. 기각되기도 하고 수정되거나, 정당화를 통해 해임을 증명하게 된다.
상호적인 정교화 과정을 통한 합의 과정	• N3:제안된 해결 방법이 해가 될 수 있도록 해결 방안를 수정하는 상호작용이 이루어진다. • N3-1:해가 된다고 판단하면서도 보다 정확한 수학적인 표현을 하려는 상호작용이 이루어진다.
기타	• N4:구성원 중 대꾸하는 사람이 없어 무시된다. (* G4 와 동일하다) • N4-1:대꾸를 하더라도 해가 되지 않는다고 생각하고 해와 관련된 논의 없이, 농담으로처리하면서 무시된다.

<그림 III-2> 합의에 도달하는 상호작용 성격을 기준으로 분류한 패턴

③ 수학적 합의에 관한 규범 분석

교실은 하나의 문화 공동체로서 구성원들은 그 집단에서 형성된 규범의 영향을 받고 또 새롭게 규범을 구성하기도 한다. 규범은 모든 교실에 일률적으로 형성되어진 규칙은 아니다. 또 존재가 암묵적이고 변화 가능

하다. 규범은 학습에 영향을 주지만 학습을 통해서 새롭게 만들어진다. 예를 들면 최근의 초등학교 교실에서는 수학 시간의 소집단 활동보다는 사회나 도덕 시간에 소집단 활동을 많이 한다. 따라서 사회 시간이나 도덕 시간의 토론에서 형성된 규범에 의해 수학적 합의가 이루어지는 경우가 나타난다. 그러나 수학시간에 소집단에서의 토론이 이루어지는 과정에서 구성원들은 보다 특수한 수학적인 규범을 이해하고 수학적인 가치와 신념을 갖게 될 수 있다. Yackel 과 Cobb(1996)은 수학적 활동에 있어서 특징적인 사회수학적 규범에 관심을 두었다. 예를 들면 다른 사람의 말에 귀를 기울이고, 자신의 생각을 설명하고 정당화하는 것은 사회적 규범이다. 반면 수학적인 차이를 말하고, 보다 세련된 수학적 언어를 사용하고, 수학적으로 보다 능률적인 방법과 관련된 규범은 사회수학적 규범이다. 전평국 & Kirshner(1999)는 비슷한 학생 중심의 사회적 규범을 따르는 두 교실에서도 사회수학적 규범에서는 다를 수 있다는 것을 보여주었다. 다음 에피소드는 예비 관찰 연구 대상 학생들이 다른 해법을 모두 받아들이는 사회적 규범이 아니라 수학적인 차이를 중시하는 사회수학적 규범을 따르는 교실 수업을 보여 주고 있다.

<u>에피소드 SMN: 사회수학적 규범을 적용한 합의</u>

021. 보라: 15등보다 좋은 등수를 많이 가진 팀이 1등이고
022. 수: 비교해서? 그러면 비교하는 거지.
023. 경: 그렇지. 비교해서 좋은 게 우승팀이지.
024. 보라: 그러니까 적은 게 좋은 거지?
025. 경: 15이하의 수가 많은 게 좋은 거지. (*합의) (중략)
026. 연: 5등 안에 드는 수가 가장 많은 거
027. 보라: 10등으로 해. 5등 안에 드는 숫자는 몇 개 밖에 없잖아.---- (중략)
028. 수: 15등이나 10등이나 그게 그거지. 아까 했잖아?
029. 연: 뭐가?
030. 경: 그래, 맞다, 맞어. 20등, 10등, 5등 안에 드는 등수가 많은 것 하면….
031. 연: 없던 걸로 해?
032. 보라: 다른 것 생각해 봐.

가, 나, 다 팀에서 각각 10명씩 30명이 달리기를 해서 나온 등수로 우승팀을 정하는 방법을 묻는 개방형 문제에서 학생들은 15등 안에 드는 선수의 수를 비교해서 우승팀을 정할 수 있다고 합의하였다(025). 이 후에 다시 10등 안에 드는 선수가 많은 팀을 우승팀으로 정하자는 제안은(026, 027) 사회적 규범에 의하여 합의가 될 수 있지만 학생들은 앞서 합의한 것과 수학적인 차이가 없다고 보고 합의하지 않았다(028, 030). 이는 단지 다른 해를 구하는 것이 아니라 수학적으로 다른 해를 구하려고 한 점에서 사회수학적 규범으로 분석하였다.

본 연구에서 사회적 규범과 사회수학적 규범은 다음과 같이 분류하였다.

첫째, 사회적 규범에 의한 합의는 서로 다른 것, 세련된 것, 효율성과 관련된 규범이며 다른 교과학습의 규범이나 친구들 사이의 관계에 의해 합의가 이루어지는 경우이다. 또 개방형 문제를 해결할 때 다른 해를 구하는 것은 사회적 규범에 속한다.

둘째, 사회수학적 규범은 수학적으로 참인 해를 찾는 것과 관련되어 있으며, 보다 세련되고 엄밀한 수학적 표현과 가치 있는 수학적인 해를 찾기 위한 활동을 통해 해를 합의하는 것이다. 또한 수학적 차이를 분명히 하기 위하여 표현을 수정하는 활동과 서로간에 받아들여질 수 있는 수학적 설명이나 공동의 수학적 경험에 의해 합의를 이끌어내는 과정을 사회수학적 범주에 포함하였다.

IV. 결과 분석

A. 개방형 문제의 다양한 해를 합의하는 과정에서 나타나는 상호작용 패턴 분석

첫째, 소집단에서 개방형 문제를 해결하는 과정에서 나타난 개인 진술 횟수의 비율은 구성원들 사이에 차이가 있으나, 개방형 문제를 해결하는 횟수가 증가할수록 비율의 차이가 줄어들었다. 다양한 해결방법과 해가 존재하는 개방형 문제를 해결할 때 구성원들은 성취도나 개인적인 특성에 상관없이 고르게 해결 방안을 제시하였다(표IV-1).

둘째, 개방형 문제와 상호작용 패턴 사이의 관계를 분석하면, 구성원들의 참여를 기준으로 분류하였을 때

1인 주도형 패턴이 35.3%, 부분 참여형 패턴이 35.3%, 전원참여형 패턴이 25.2%로 나타났다. 상호작용 성격을 기준으로 분류한 패턴의 양상을 보면, 당연 합의 패턴이 46.2%, 논쟁을 통한 패턴이 21.8%, 상호 정교화를 통한 패턴이 26%로 나타났다. 즉, 개방형 문제의 해결 방안이 곧장 합의가 이루어지는 것보다는 논쟁이나 상호 정교화 과정을 통해 합의되거나, 2인 이상의 논의에 의해 합의가 이루어졌다.

<표Ⅳ-1> 문제에 따라 해결 방안을 제시한 횟수

과제 \ 학생	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	계	비율 %
별이	1	1	1	2	2	2	0	7	6	2	2	2	28	23.5
철이	1	2	3	1	7	2	3	4	4	0	0	2	29	23.4
슬이	0	2	2	1	1	2	3	2	4	2	1	2	22	18.5
건이	3	2	5	2	7	2	4	8	2	3	1	1	40	33.7
총계	5	7	11	6	17	8	10	21	16	7	4	7	119	100

셋째, 개방형 문제를 해결할 때 소집단 구성원들의 사회적 역할은 서로 달랐다. 별이는 소집단의 운영자로서의 진술을 많이 하였으며, 건이는 과제를 해결할 때 모두가 기여하는지를 확인하면서 다른 구성원들이 적극적으로 해결방안을 제시하도록 감시하였고, 슬이는 도전자의 역할로서 논의에 참여하였으며, 건이가 해결방안을 제시하라고 요구하면 슬이는 막연한 생각을 가진 상태에서도 적극적으로 응하였다. 철이는 소집단 활동에 대해서는 가장 소극적이었으나, 문제 해결 방안을 제시하는 활동에서는 적극적이었다. 소집단 구성원들은 서로 이질적인 특성을 가졌으나 모두 적극적으로 활동에 참가하였다.

넷째, 본 연구에서 개발된 개방형 문제를 명시적인 해와 암묵적인 해에 따라 분류하였을 때 평균 진술횟수는 75.6과 115.8로 차이가 나타났다. 또 상호작용 패턴을 분석하여 보면, 암묵적인 해가 존재하는 개방형 문제에서 더 많은 구성원들이 합의 과정에 참여하는 패턴이 자주 나타났고, 논쟁이나 정교화에 의한 합의 패턴도 자주 나타났다(표 Ⅳ-2). 즉 개방형 문제의 해를 합의할 때 암묵적으로 해가 존재하는 개방형 문제에서 학생들의 언어적 상호작용이 많이 나타났고, 보다 가치 있는 상호작용 패턴이 많이 나타났다.

<표Ⅳ-2> 개방형 문제 합의 과정의 상호작용 패턴

과제	합의 과정에 참여한 구성원 수에 의한 패턴				상호작용 성격에 의한 패턴				해결 방법 제안 총수
	1 인 주도	부분 참여	전원 참여	무시	당연 합의	논쟁 통한	정교화를 통한	무시	
암묵적인 해	12	20	17	5	21	15	13	5	54
비율	22.2	37.0	31.5	9.3	38.9	27.8	24.0	9.3	100%
명시적인 해	30	22	13	.	34	11	18	2	65
비율	46.2	33.9	20.0	.	52.3	16.9	27.7	3.0	100%

다섯째, 개방형 문제를 Becker & Shimada(1995)의 분류 유형에 의해 나누어서 상호작용 패턴을 비교하여 보면, 수량화하기와 분류하기 문제에서 논쟁이나 정교화를 통한 합의가 많이 나타났고, 합의 과정에 참여하는 구성원의 수도 많았다. 수량화하기 문제는 어떤 실생활의 현상에 대해 수학적인 수치를 적용하도록 요구하는 문제로서 학생들은 서로간의 생각을 비교하고 논의할 기회를 많이 갖게 되었다. 한편 관계 찾기 유형의 문제에서 1인 주도형 패턴이나 당연 합의 패턴이 많이 나타났지만, 관계 찾기 유형의 일부 문제에 집중되어 있다. 관계 찾기 유형의 문제라 할지라도 (과제 3), (과제6), (과제 9)에서는 다수 참여형 패턴과 논쟁이나 정교화 상호작용 패턴이 많이 나타났다

B. 합의에 대한 규범의 분석

학생들은 소집단 활동에서 개방형 문제의 해를 합의해 나가는 과정에서 수학적으로 의사소통하는 방식을 배웠고 특히 수학적인 합의에 대한 규범을 만들어 갔다. 그렇지만 학생들은 구성원의 동의를 얻는 합의 과정에서 일상의 사회적 규범으로 합의해야 할지 사회수학적 규범으로 합의해야 할 지에 대한 혼란을 가지고 있었다.

① 사회적 규범에 의한 합의

해에 대한 수학적 기준에 자신이 없을 때, 전원 합의가 어려울 때, 학습하는 분위기를 바꾸고 싶을 때, 또는 소집단 구성원들 사이의 관계에 의해 다른 교과나 학교 생활에서 통용되는 방식인 사회적 규범에 의해 개방형 문제의 해를 합의하였다. 예를 들면 성취도가 우수한 학생의 제안을 합의하기, 다수결에 의해 합의하기, 역할을 할당해서 합의하기, 구성원들 사이의 충돌을 피하기 위하여 합의하였다.

에피소드 SN1: 다수결로 합의하기

594. 건이: 그래도 밥 많이 먹던데?
595. 별이: 그럼 네 의견이 뭔데? 써 봐. 세 명이선 찬성이야.
596. 건이: 난 아침에도 밥 먹고, 점심에도 밥 먹고.
597. 슬이: 난 별이 의견에 찬성이야.
598. 철이: 나도.
599. 건이: 밥 먹는 사람의 변화.
5100. 별이: 아니야. 밥을 먹는 사람의 변화.(*합의 6: 밥을 먹는 사람의 변화)

과제 5는 제시한 그래프를 보고 어떠한 그래프일지를 생각하는 문제였다. 꺾은선 그래프의 뒷부분이 많이 내려갔기 때문에 반대 의견을 제시하는 주장(596)은 타당했다. 그러나 본 연구에 참가한 소집단에서는 결국 타당한 반대 의견이 다수결(595, 597, 598)에 의해 무시되었다. 모든 구성원은 다수결식 합의를 타당한 것으로 인정하였고 빈번하게 발생하였다.

에피소드 SN4: 역할을 할당해서 해를 만들기로 합의하기

945. 별이: 이렇게 하자 슬이는 여기를 개발하고, 철이는 여기를 개발하고, 건이는 여기를 개발해서 나중에 베끼자.
946. 건이: 야, 한 줄씩?
947. 별이: 하나씩만 개발해서 나중에 베끼면 되는 기여.
948. 철이: 나는 여기?
949. 건이: 나는 ■주지.
950. 슬이: 똑같은 모양이 나오면 어떻게 하지?
951. 별이: 절대 안 나오거든.

주어진 도형을 이용하여 패턴을 만드는 에피소드 SN4는 효율성과 관련된 사회적 규범에 의한 합의과정을 보여준다. 개방형 문제의 해가 명시적인 경우, 다양한 해를 많이 그리고 빨리 만들기 위하여 학생들은 각자 해결할 몫을 나누어 문제를 풀었다. 효율성과 관련된 사회적 규범은 다양하고 많은 해를 만드는 것이 권장되는 개방형 문제를 해결할 때 유용하기도 하였다.

② 사회수학적 규범에 의한 합의

학생들은 개방형 문제의 다양한 해결 과정을 만들어 합의하는 과정에서 서로를 이해시킬 수 있는 수학적 설명을 하기 위하여 기존의 공통된 경험을 되살리고, 수학적으로 정확한 표현을 찾으려고 하였다. 그리하여 문제 해결 과정에서 수학적으로 세련된 표현, 수학적으로 차이가 있는 것, 새로운 방법으로 해결하는 것을 가치 있게 보는 사회수학적 규범을 만들어 가며 합의하였다.

에피소드 SMN1-2: 수학적으로 세련된 표현으로 합의하기

463. 별이: 그러니까, 구슬로 삼각형을 만들어서 가장 삼각형이 많이 만들어지는 것.
464. 철이: 가장 많이 만들어지는 사람.
465. 별이: 많이.
466. 건이: 던진 구슬 중에 삼각형이 많은 것.
467. 별이: 던진 구슬 갖다가 삼각형을 만들어서 많이 만들어지는 사람.
468. 슬이: 뭐라고 써야 해.
468. 건이: 던진 구슬에 삼각형이 많이 만들어지는 것.(*합의 5: 건이는 던진 구슬에 삼각형이 많이 만들어지는 것이라 쓰고 다른 친구는 많이 만들어지는 사람이라고 썼다)

학생들은 463이전에도 슬이가 제안한 ‘던진 구슬에 선을 그어서 삼각형이 많이 만들어지는 것’에 대해 논의를 했다. 464, 466, 467은 모두 비슷한 표현이지만 서로들 정확하고 간결한 표현을 놓고 한 마디씩 했다. 학생들은 수학적이고 간결한 표현을 하려고 노력했다.

에피소드 SMN4-2: 두 개의 해를 비교하여 수학적 차이를 분명히 하기

238. 건이: 너는 이게 뭐로 보여, 세모로 보여, 네모로 보여.
239. 별이: 모르겠어. 세모로 보지 않을까?
240. 건이: 그러면 도형의 종류에 따라.
241. 별이: 그것도 되겠지.(*합의 4)
242. 별이: 도형의 종류에 따라? (*합의 3의 내용인 '도형의 종류에 따라'를 보면서)
243. 별이: 아, 이것을 합쳐야 하지 않을까?(합의 3과 4를 비교해 보며)
244. 건이: 이건 똑같은 것은 아닌데?
245. 별이: 우리 합칩시다.
246. 슬이: 이것은 밑변[8]이라 해야..
247. 별이: 밑변?
248. 슬이: 아까 건이가 밑변의 모양을 가리키며 했으니까, 밑변이라 해야….
249. 별이: 아아… 밑변.(다시 쓴다.) (*재합의 4: 도형의 밑변의 모양에 따라 분류 재합의)

문제의 해가 서로 비슷하게 표현되는 경우 학생들은 이를 비교하면서 보다 정확한 표현을 위하여 수정하여 재합의하였다. 별이는 두 해가 서로 비슷하다는 것을 발견하고 합치려고(241, 242) 하지만, 건이가 해결 방법을 제안하였을 때 밑면을 가리키는 것을 보았던 슬이는 별이의 제안에 반대(238)하였다. 결국 학생들은 합의 4의 내용을 다시 수정하여 앞서의 해가 수학적으로 차이가 드러나게 표현을 명확히 쓰면서 재합의하였다.

학생들은 자신들의 합의 규범이 일관되지 못한 것을 의식하고 있지 않았다. 학생들이 가지고 있는 일상의 경험과 수학적 경험 사이의 혼란은 수학 학습이 학생들의 사회문화적 환경에 의해 영향을 받고 있다는 것을 보여 주었다.

V. 결론

본 사례연구의 결과 분석으로부터 다음과 같은 결론을 얻었다.

첫째, 다양한 해결 방법과 해가 존재하는 개방형 문제는 성취도가 높고 적극적으로 표현하는 학생에 의해 진술이 주도되는 현상을 둔화시킬 수 있었고, 구성원들에게 고르게 해결 방안을 제시할 수 있는 기회를 주었다. 이는 다양한 해결 방법과 해를 가진 개방형 문제를 해결할 때 구성원들은 서로 돌아가면서 해결 방안을 제시하려는 공동의 책무감을 갖게 되었으며, 소극적인 구성원들의 진술을 적극적으로 끌어내려는 진술이 많아졌기 때문이다.

둘째, 본 연구에서 개발된 개방형 문제를 Becker & Shimada(1995)의 분류 유형에 의해 분류하였을 때 수량화하기 문제와 분류하기 문제에서, 그리고 명시적인 해보다는 암묵적인 해가 존재하는 개방형 문제를 해결할 때, 구성원 중 다수가 참여하는 패턴이 많이 나타났고, 상호 정교화 과정과 논쟁적인 과정을 통해 해를 합의하는 패턴이 많이 나타났다. 따라서 구성원들의 활발한 상호작용과 가치 있는 논의 패턴이 나타나기를 기대할 수 있는 이러한 유형의 개방형 문제를 통해 소집단 협동학습이 이루어지는 것이 바람직하다. 한편, 개방형 문제 중 관계 찾기 문제로서 명시적인 해를 가진 문제 중 일부에서는 논의 없이 합의가 이루어지는 당연 합의 패턴이나, 1인 주도형 패턴이 자주 나타났다. 따라서 개방형 문제 중에는 소집단에서 해결할 때 예상되는 상호작용 패턴을 고려하여 개별 학습을 먼저 도입해야할 문제가 있음을 알 수 있었다.

셋째, 소집단에서 개방형 문제를 해결할 때 학생들은 일관된 기준에 의해 합의하지 않았다. 학생들은 합의 과정을 통해 공동의 해를 만들었지만, 수학적인 기준이나 당시의 분위기, 또는 구성원들 사이의 관계에 의해 합의를 끌어내었다. 합의에 도달하기 위하여 학생들이 암묵적으로 적용한 규칙이라고 정의한 규범은 다시 수학과의 특수성이 반영된 사회수학적 규범과 타교과나 일상생활에서의 합의에 대한 규범인 사회적 규범으로 분류해 볼 수 있다.

학생들은 개방형 문제의 해를 합의할 때 사회적 규범과 사회수학적 규범을 적용하면서도 일관되지 못한 규범 적용의 문제점을 의식하지 않았다. 따라서 교사들은 학생들이 가지고 있는 합의에 대한 규범을 이해하여 적절한 역할을 해야 할 필요성을 확인할 수 있었다.

넷째, 다양한 해가 존재하는 개방형 문제를 해결할 때 소집단 구성원들은 비슷한 해결 방법을 적용하여 많은 해를 만들기보다는 새로운 해결 방법으로 해를 찾으려고 하면서 수학적으로 보다 가치 있는 해를 구

8) 학생들은 밑면을 밑변이라는 용어로 사용하였다.

하려고 하였다. 또한 다양한 해를 만들어가면서 학생들은 자신들이 합의한 해들 사이의 수학적 차이를 분명히 표현하려고 하였으며, 수학적으로 정확하고 세련된 표현을 사용하였다. 소집단 협동 학습에서 개방형 문제를 해결하는 활동은 학생들에게 수학적으로 가치 있고, 수학적으로 세련되고 정확한 표현으로 개방형 문제의 해를 합의하려는 사회수학적인 규범을 만들 기회를 주었다.

참 고 문 헌

강석진 (2000). 토론과정에서 사회적 합의 형성을 강조한 개념학습 전략: 교수 효과 및 소집단 토론에서의 언어적 상호작용. 서울대 대학원 박사학위 논문.

교육부 (1998). 초등학교 교육과정 해설(IV)-수학, 과학, 실과-. 서울: 대한교과서주식회사.

류성림 (1999). 수학교육에서 피아제와 비고츠키의 사회적 상호작용이 역할에 관한 고찰. 과학·수학 교육 연구, **제22집**, 대구교육대학, pp.109-131.

민득자 · 정영옥 (1999). 열린 문제를 통한 수학과 교수 학습 방법 연구. 진주교육대학교 과학교육연구원, **제25집 12월**, pp.149-166.

방정숙 · 전평국 (1996). 수학학습에서의 구성주의와 사회문화적 관점에 대한 소고. 한국교원대학교 교수논총, **제12집 제2호**. pp.139-162.

방정숙 (2002). 제7차 초등학교 수학과 교육과정 적용의 문제점과 개선 방향. 제7차 교육과적 적용의 문제점과 개선 방안. 한국교원대학교 부설 교과교육공동연구소, pp.255-278.

전평국 (2001). 수학 교실에서의 창의력 측정과 평가. 학교 수학 교육학회 논문집, **제1집**, pp.23-32.

전평국 & Kirshner, D. (1999). 초등학교 수학교실의 사회수학적 규범 -수학지도 개혁상의 문제점에 관한 한국과 미국의 관점 비교-. 교과 교육관련 자유연구, pp.1091-1137.

허미화 역 (1997). 질적 사례 연구법. 서울: 양서원. [원전: Merriam, S, B. (1988). *Case study research in education: A qualitative approach* San Francisco, CA: Jossey-Bass, Incorporated Publishers.]

Becker, N. & Shimada, S.(Eds.) (1995). *The open-ended approach a new proposal for teaching mathematics.* Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

Forman. E. A. & Mcphail. J. (1993) Vygotskian perspective on children's collaborative problem-solving activities. In E. A. Forman, N. Minick. & C. A. Stone, *Contexts for learning*(pp.213-229). New York. NY: Oxford University Press, Inc.

National Council of Teachers of Mathematics. (2000). *Principles and standards for school mathematics.* Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics, Inc.

Nohda, N. (1995). Teaching and evaluating using "open-ended problems"in classroom. *Zentralblatt für Didaktic der Mathematik,* **27(2)**, pp.55-57.

Slavin, R. E. (1985). An introduction to cooperative learning research. In R. Slavin, S. Sharan, S. Kagan, R. Hertz-Lazarowitz, C. Web, & R. Schmuck, *Learning to cooperate, cooperating to learn*(pp.147-172). New York, NY: Plenum Press.

__________ (1996). Research for the future. research on cooperative learning and achievement: what we know, what we need to know. *Contemporary Educational Psychology,* **21**, pp.43-69.

Webb, N. M. (1985). Student interaction and learning in small groups: a research summary. In R. Slavin, S. Sharan, S. Kagan, R. Hertz-Lazarowitz, C. Web, & R. Schmuck, *Learning to cooperate, cooperating to learn* (pp.147-172). New York, NY: Plenum Press.

__________ (1991). Task-related verbal interaction and mathematics learning in small groups. *Journal for Research in Mathematics Education,* **22(5)**, pp.366-389.

Webb, N. M., & Palincsar, A. S. (1996) Group processes in the classroom. In D. C. Berliner & R. C. Calfee(Eds), *Handbook of educational psychology*(pp.841-873). New York ,NY: Macmillian.

Yackel, E., Cobb, P., & Wood, T. (1991). Small group interactions as a source of learning opportunities in second-grade mathematics. *Journal for Research in Mathematics Education*, 22(5), pp.390-408.

Yackel, E., & Cobb, P. (1996). Sociomathematical norms, argumentation, and autonomy in mathematics. *Journal for Research in Mathematics Education*, 24(4), pp.458-477.

An Analysis of Small-group Children's Consensus Patterns in Open-ended Problem Solving

Park, Woo Ja
Jeungsan Elementary School, Jeungsan-Dong, Eunpyeong -Gu, Seoul, 122-941, Korea
e-mail: easyn@chollian.net

Jeon, Pyung Kook
Department of Mathematics Education, Korea National University of Education Chung-Buk, 363-791, Korea
e-mail: jeonpk@cc.knue.ac.kr

The purpose of this study is to analyze the interaction patterns and the commonly accepted norms of reaching a consensus among small-group children when solving open-ended problems.

In conclusion, open-ended problems have various strategies or different acceptable answers, so they give children learning opportunities to compare the answers and to participate in communication. And more valuable interaction patterns come from 'measuring', 'classifying' problems and open-ended problems with implicit solution. Therefore, teachers might as well consider the relation between problems and interaction patterns when they pose open-ended problems in a small-group study setting. They are expected to empower children to have sociomathematical norms of reaching a consensus un der indirect and supportive guidance.

* ZDM classification: A73

* MSC2000 classification: 97C60

<부록> 개방형 문제의 분류

주 제	문 제	분류1	분류2	교육 과정
과제1: 우승팀을 정할 수 있는 방법을 찾기	체육시간에 가,나,다의 각조에서 10명씩 모두 30명이 한꺼번에 조회대까지 뛰어 갔다 오는 경기를 하여 다음과 같은 표를 얻었다. 어느 조가 1등을 하였다고 생각하는가? 우승팀을 결정하기 위한 가능한 많은 방법을 찾으시오.	수 량 화 하기	암 묵 적 인 해	통계
과제2: 도형을 기준에 따라 분류하기	다음은 여러 가지 도형의 모양이다. 이 도형을 여러 가지 방법으로 분류하여 보고 싶다. 어떠한 방법이 있을지 분류하는 방법을 생각하여 보고 그 기준에 따라서 다음 도형을 분류하여 보아라.	분류 하기	암 묵 적 인 해	도형
과제3: 규칙이 이루어지도록 숫자를 생각하기	다음과 같은 배열에서 □안에 적당한 수를 넣어라. □ □ □ $\boxed{8}$ □ □ □	관계 찾기	명 시 적 인 해	규칙
과제4: 술래를 정하는 방법을 찾기	영현이와 민수와 경진이는 각각 다섯 개의 구슬을 던져서 술래를 정하려고 한다. 어떤 규칙을 만들어서 술래를 정할지 생각해 보자. 그리고 세 사람이 구슬을 던져서 나온 모양이 다음과 같다면 각각 정해진 규칙에 따라 누가 술래가 되는지 써 보아라.	수 량 화 하기	암 묵 적 인 해	측정
과제5: 그래프에 알맞은 이야 기를 꾸미기	아래의 그래프를 보고 무엇을 나타내는 그래프인지 생각해 보아라. 자신이 이미 알고 있는 내용으로 생각해도 좋고, 신문에서 읽은 내용, 또는 상상해서 나온 생각도 좋다. 꺾은선 그래프의 모양에 맞게 수학적인 근거를 생각해서 이야기를 꾸며라.	수 량 화 하기	암 묵 적 인 해	통계
과제6: 달력에서 규칙 찾기	달력의 숫자들 사이에는 여러 가지 규칙이 있다. 어떤 규칙들이 있는지 찾아보아라.	관계찾기	명 시 적 인 해	규칙

주 제	문 제	분류1	분류2	교육과정
과제7: 도형을 기준에 따라 분류하기	다음은 여러 가지 도형의 모양이다. 이 도형을 여러 가지 방법으로 분류하여 보고 싶다. 어떠한 방법이 있을지 분류하는 방법을 생각하여 보고 그 기준에 따라서 다음 도형을 분류하여 보아라.	분류하기	암묵적인 해	도형
과제8: 관련 있는 도형을 묶기	다음과 같은 직각 삼각형이 있다. 주어진 직각 삼각형과 공통점이 있다고 생각하는 평면도형을 많이 그려보고 어떤 공통점이 있는지 간단히 설명하여라. 문제1: 공통점이 있는 도형을 가능한 많이 그려 보아라 문제2: 위의 도형을 다시 비슷한 공통점이 있는 것끼리 묶어 보아라	관계찾기 / 분류하기	명시적인 해 / 암묵적인 해	도형
과제9: 규칙을 이용하여 모양 만들기	다음 모양을 사용해서 서로 다른 무늬의 벽지를 만들려면 어떤 방법이 있을까? 모양을 만들고 어떤 방법으로 만들었는지 간단히 설명하여라.	관계찾기	명시적인 해	규칙
과제10: 규칙을 이용하여 모양을 만들기	아래의 칸에 네 개의 직각이등변 삼각형을 이어서 만들 수 있는 모양은 몇 가지나 될까?	관계찾기	명시적인 해	규칙
과제11: 직사각형의 중점을 지나는 도형	문제1:직사각형의 중심을 지나는 직선에 의해서 만들어지는 도형에는 어떠한 것이 있을까? 문제 2:문제 1에서 나온 도형들의 공통점에는 어떤 것들이 있나?	관계찾기 / 분류하기	명시적인 해/ 암묵적인 해	도형
과제12: 넓이가 반이 되는 도형을 만들기	색종이 넓이의 1/2이 되는 도형을 도화지에 만들어서 붙여 보아라. 가능한 다양한 방법을 사용하여 넓이가 1/2이 되는 도형을 만들어라. 도형의 모양은 여러 가지가 나올 수 있다. 그렇지만 반드시 전체 넓이는 1/2이 됨을 간단히 증명할 수 있도록 써보아라.	수량화하기	명시적인 해	측정