

전투시간의 확률분포에 관한 연구* (Probability Distribution of Battle Duration in Stochastic Combats)

홍윤기**

Abstract

Knowing the characteristic of battle duration is important for commanders and logicians in the analysis of combat realization. Analytic solutions for mean and standard deviation can be found in small sized battles. Stochastic combat simulation model is utilized to study a probabilistic behavior of the combat duration. Output data is fitted to a certain probability distribution and some moments such as skewness and kurtosis are investigated. Fire allocation strategies, reselect options, interfering time random variables, and kill rates are considered to investigate how they affect the battle termination time.

* 본 연구는 2003년도 한성대학교 교내연구비 지원 과제임

** 한성대학교 산업 및 기계시스템공학부 (산업공학 전공)

1. 서 론

전술 및 전략적 차원에서 전쟁 또는 전투개시에
서 종료에 이르기까지 소요되는 시간과 관련된 유
익한 정보의 유무는 지휘관 또는 의사결정자에게
깊은 의미가 있다고 하겠다. 더욱이 연료, 식량, 탄
환 등을 조달하는 군수물류 담당자들에게도 상당한
중요성을 지니고 있다.

본 연구에서는 과거 오랜 기간동안 국방관련 연
구부문의 핵심주제 하나인 전투모델에 관한 내용을
다루고 있다. 지금까지의 연구는 주로 전투의 규모,
가정, 입력 및 출력 변수 등에 초점을 맞추어 왔다.
구식 무기와 오랜 전술개념에 입각한 전투모델의
연구개발은 이제 의미와 효과에 의문의 여지를 남
겨두지 않고 있다.[3,4]

미분방정식으로 표현된 최초의 계량모델인 결정
적모형(Deterministic Model, DL)에 이어서 발사시
간간격 또는 명중시간간격이 무기역성질을 갖는 점
을 응용한 지수모형(Exponential Model, EL)이 전
투모델을 연구 또는 분석하는 사회에서 주류를 이
루는 대표적인 모델이었다. 전투 환경의 변화와
다양한 무기체계 확산에 따른 보다 구체적이고 때
로는 세밀한 전투상황의 묘사가 요구되면서 확률과
정을 따르는 전투모형 (Stochastic Model, SL)이
소개되기 시작하였다.[1,7,8]

SL 전투모형은 가정이나 입력변수의 종류와 성
질이 종전의 모형과 많은 차이를 보이고 있다. 임
의의 확률변수 또는 경험분포도 포함하는 사격시
간간격, 부대 및 장비 이동시간, 제한된 탄환의 량,
한정된 전투시간, 탄환의 비행시간 고려 등 주요
사건들을 확률적 특성에 기반으로 하는 SL모형의
구축에 관한 연구가 지속적으로 이어져왔다. 그러

나 전투상황을 묘사함에 있어서 해석적으로 다루기
가 매우 복잡하여 일반해의 발견 및 만족한 해법설
차가 거의 불가능한 것으로 알려져 있다. 오늘날까
지 3:2 규모의 전투에서 해석해를 찾아 볼 수 있을
정도이다.[13] 따라서 출력변수로서 소요 전투시
간, 생존자 수, 승리확률 등의 평균값과 표준편차
등을 해석적으로 계산해 내는 것은 매우 어렵고 복
잡한 것으로 알려져 있어 이들에 대한 근사적 접근
방법으로 시뮬레이션 방법, 근사적 해석해 방법 등
노력을 찾아볼 수 있다. [4,9,14]

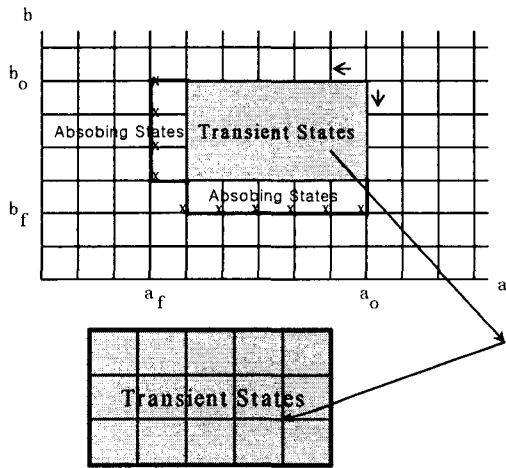
본 연구는 확률과정을 따르는 SL 전투모델을
적용하여 실전 및 훈련에서 효과적이고 유익하게
활용될 수 있을 것으로 기대되는 요소 가운데 전투
시간에 대한 확률적 특성을 연구 분석하는 것을 주
요 골자로 하였다.

해석해 도출의 한계성을 감안하여 시뮬레이션모
델을 도입하였고 따라서 전투의 규모는 분석자의
의도에 따라 결정될 수 있도록 하였다.

2. 확률과정 전투모형 (SL)

확률과정을 따르는 전투모형(SL)을 소개하기로
한다. 우선 우군(A측)과 적군(B측)으로 양분된 상
태에서 전투가 개시되고 초기시점에 각각 a_0 과 b_0
의 전투원으로 개시된다고 가정한다. 전투는 시나
리오에 미리 설정된 잔여전투원의 수에 도달할 때
까지 진행되고 이를 a_f 와 b_f 로 정의한다. 각 측은
고유의 발사시간간격분포와 매 발사 시 명중확률을
각각 p_A 및 p_B 로 표시한다고 한다. SL모형에서
발사시간간격의 분포를 임의로 선정할 수 있다는
것을 강조해 둔다.

전투가 개시되면서 상황의 변화가 일어나고 이는 아래 그림과 같이 이산 상태공간에서 우측상단의 개시 점에서 좌측 또는 하측으로 한 단계씩 점에서 점(transient state, 전이상태)으로 옮겨가게 되고 앞서 언급한 종료시점(absorbing state, 흡수 상태)까지 전투가 진행된다.[3]



<그림 1> SL모형의 이산 상태 공간

주어진 특정 시점, 예를 들어, t 에서 어느 상태에 있을 상태확률을 정의할 수 있다. 시점 t 에서 초기상태(a_o, b_o)는 $P_{a_o, b_o}(t)$ 로 상태확률을 표시할 수 있다고 하자. 그러면

- 초기조건 $P_{a_o, b_o}(0) = 1$ 을 만족하여야 하며
- 모든 전이상태확률들은 $t \rightarrow \infty$ 가됨에 따라 $P_{ab}(t) \rightarrow 0$ 로 접근하게 된다.
- 한편, 흡수상태확률 $P_{a,b}(t)$ 또는 $P_{ab_j}(t)$ 는 임의의 시점에서 0보다 큰 값을 지니게 된다. 이때

$$a = a_o, a_o - 1, \dots, a_f + 1 \text{ 이고}$$

$$b = b_o, b_o - 1, \dots, b_f + 1 \text{ 이다.}$$

- 따라서 모든 흡수상태확률들의 합은 시간이 커짐에 따라 다음과 같게 된다.

$$\sum_{a=a_f+1}^{a_o} P_{ab_j}(t) + \sum_{b=b_f+1}^{b_o} P_{a,b}(t) \rightarrow 1$$

3. 해석해와 시뮬레이션

3.1 해석해를 이용한 전투시간 계산

SL모형에서는 상태확률을 이용하여 전투시간을 산출해 낼 수 있게 된다. 전투시간을 확률변수 T_D 로 정의하여 평균 및 표준편차를 아래와 같이 적분수식을 이용하여 산출할 수 있다.

$$E[T_D] = \int_0^{\infty} t f_{T_D}(t) dt$$

$$= \int_0^{\infty} F_{T_D}^C(t) dt$$

$$\text{여기서 } F_{T_D}^C(t) = 1 - F_{T_D}(t)$$

한편, 확률변수 T_D 의 2차 적률의 기대값

$$E[T_D^2] = 2 \int_0^{\infty} t F_{T_D}^C(t) dt \text{을 이용하여}$$

표준편차를 얻을 수 있게 된다. 그런데

$$\text{모든 전이상태 확률의 합이 곧 } F_{T_D}^C(t) \text{이 되어}$$

아래와 같이 표현된다.

$$F_{T_D}^C(t) =$$

$$\sum_{a=a_r+1}^{a_o} P_{ab}(t) + \sum_{b=b_r+1}^{b_o} P_{ab}(t).$$

따라서 해석적인 방법에 의한 전투시간의 산출은 일단 상태확률이 구해져야 가능함을 알 수 있다. 확률과정을 따르는 SL전투모형에서 전투에 참여하는 초기 전투원이나 장비의 수가 커지면 확률과정을 묘사하는데 있어서 수학적 표현의 복잡성과 해를 구하는 방법의 발견과 처리의 난이성으로 해석해의 한계를 인지하게 된다. 지금까지 알려진 해석해는 고작해야 3대2 전투규모에 그치고 있고 대형 전투규모는 표현식만 가능할 뿐 해는 찾지 못하고 있는 실정이다. 다만, SL모형의 근사모델을 연구한 소수 연구에서 근사 해석해를 찾아볼 수 있을 정도이다.[14]

3.2 전투시간과 시뮬레이션

앞에서 언급한 바와 같이 해석해는 매우 제한된 경우에만 가능하여 본 연구에 적용할 수 없다. 따라서 SL모형의 모든 가정과 일련의 과정을 시뮬레이션모형화하여 연구의 목적에 부합하도록 이를 활용하기로 한다. 발사시간간격 또는 명중시간간격을 근거로 한 시뮬레이션모형 중에서 발사시간간격을 적용한 모형을 채택하여 연구에 적용토록 하였다.

초기 입력변수는 양측의 참여 전투원의 수, 발사시간간격의 확률분포, 평균 발사시간 간격, 명중 확률, 전투종료조건, 상태확률계산 유무, 시뮬레이션 시행회수 등을 포함한다. 또한 화력배분정책을 고려하여 세 가지 정책으로 구분하여 입력할 수 있으며 이는 다음과 같이 요약할 수 있다. [12]

임의선택(Random Selection, RS) : 각 전투원은 상대측의 목표물을 임의로 정하여 조준사격을 하는 경우이다.

집중화력(Concentrated Power, CP) : 생존 전투원 전원이 상대측의 목표물 가운데 임의로 하나를 선정하여 무력화될 때까지 화력을 한 곳에 집중하고 나서 새로운 목표물을 선정하여 똑같은 과정을 반복하는 경우이다.

균등배분화력(Evenly Distributed Power, EP) : 사전에 정해진 비율로 참여 전투원 전원을 몇 개의 작은 그룹으로 나누어 전투를 진행하다가 해당 그룹의 상대 목표물이 전멸되면 인접해 있는 우군의 그룹에 합세하여 전투를 진행하는 경우이다. 합세할 때 역시 상황을 고려하여 고르게 나뉘어 재구성됨을 원칙으로 한다.

특정 전투원의 목표물이 동료에 의해 명중되었을 때 새로운 목표물에 대한 발사시간간격을 두 가지 관점에 선택하여 모델에 적용할 수 있다. 첫째는, 명중된 원래 목표물에 적용된 발사시간간격을 그냥 새 목표물에 적용할 수 있다. 이런 경우를 Reselect Off 라고 부른다. 다른 하나는 새 목표물로 옮겨가는 시점에서 새롭게 발사시간간격을 적용하는 경우로 Reselect On 이라고 부른다.

출력변수는 전투시간의 평균, 표준편차, 왜도, 그리고 침도를 비롯하여 양측의 승리확률, 종료 후 양측 생존자의 평균과 표준편차, 상태확률, 히스토그램, 주변분포표 외 다수의 출력변수를 포함한다.

본 연구의 목적인 전투시간의 확률분포 발견을 위하여 매 시뮬레이션시행마다 종료시점을 저장하여 시뮬레이션 종료 후 이들 데이터를 활용하도록 한다. 본 연구에서 기대하는 몇 가지 관심사항을

요약해 보자면,

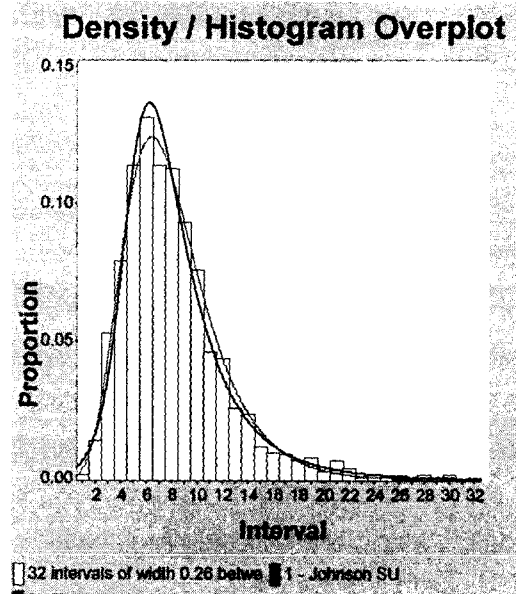
- 전투시간은 주로 어떤 모양의 분포를 나타낼까?
- 발사시간간격 확률분포의 변화에 따라 어떠한 차이가 있을까?
- 상대측의 화력배분정책에 맞서 승리 확률이나 전투시간을 단축할 수 있는 우군의 최적 화력배분정책은 무엇인가?
- 단위시간당 살상률(kill rate, r)의 증감에 영향을 미치는 단발명중률(p_A, p_B)과 평균발사시간(μ_A, μ_B) 가운데 어느 것이 전투시간에 상대적으로 영향을 더 미치나?
등으로 열거할 수 있다.

4. 결과 및 분석

4.1 시뮬레이션 입력 및 출력

앞에서 설명한 바와 같이 일단 입력변수의 값들이 설정되어 특정 시행회수의 시뮬레이션을 실시하기로 한다. 본 연구에서는 대부분의 경우 시행회수(n)를 1000회로 하였다. 사용된 발사시간간격의 확률분포는 지수분포, Erlang-2 분포, 그리고 Lognormal 분포의 세 가지를 선정하였다.

전투의 규모는 양측의 참여 전투원을 공히 12명으로 결정하였고 화력배분정책을 고려하면서 Reselect Option(On 또는 Off)을 선택하여 전투를 모의실험 하도록 한다.[9]



[그림 2] 전투시간(T_D) 히스토그램 및 밀도 그래프, $a_o = b_o = 12$, $a_f = b_f = 0$, $\mu_A = 1.0$, $p_A = .50$, $p_B = .50$, Reselect On both sides, 발사시간간격: Lognormal 분포, Side A: $EP_{4 \times 3}$ & Side B: RS , $n = 1,000$ 회.

<표 1>은 전투 시뮬레이션 결과를 나타낸 출력 데이터이다. 입력, 중간과정, 최종결과 등과 관련한 출력데이터들을 포함하고 있다. <그림 2>는 전투 시간데이터를 히스토그램으로 나타내고 이를 특정 분포에 적합시켜서 얻은 히스토그램/확률밀도함수 그래프이다.

<표 1> 시뮬레이션 출력자료, $a_o = b_o = 12$, $a_f = b_f = 0$, $\mu_A = 1.0$, $\mu_B = 1.50$, $p_A = .50$,

$p_B = .50$, Reselect On both sides, 발사사간간격 : Lognormal 분포, 화력배분정책

Side A: RS & Side B: EP_{4X3} , (S_K : skewness, γ : kurtosis, $S_{A(B)}$: 표준편차

GENERAL STOCHASTIC INTER-FIRING MODEL						
INTER-FIRING TIME DISTRIBUTION						
	SIDE A : LOGNORMAL, =		.11258			
	SIDE B : LOGNORMAL, =		.36474			
RESELECT OPTION SIDE A : ON & SIDE B : ON						
NUMBER OF MONTE CARLO TRIALS (n) = 1000						
	(a_o, b_o)	(μ_A, μ_B)	(σ_A, σ_B)	(p_A, p_B)	kill rate	(a_f, b_f)
SIDE A:	12	1.0000	.11258	.500	.500	0
SIDE B:	12	1.5000	.36474	.500	.333	0
	TIME	AMEAN	ASDEV	BMEAN	BSDEV	
	.300	12.000	.000	11.999	.032	
	.600	11.911	.302	11.547	.639	
	.900	11.306	.823	9.915	1.239	
	1.200	10.338	1.147	8.794	1.434	
	1.500	9.535	1.285	7.900	1.589	
	1.800	8.873	1.401	6.963	1.758	
	2.100	8.305	1.527	6.152	1.840	
	2.400	7.787	1.715	5.441	1.904	
	2.700	7.306	1.843	4.751	1.997	
	3.000	6.907	1.976	4.158	2.045	
MEAN BATTLE COMPLETION TIME, $E[T_D] = 5.5595$ $S_{T_D} = 1.6750$						
$S_K = .8964$ $\gamma = 1.0893$						
FRACTION OF BATTLES SIDE "A" WON = .8110						
FRACTION OF BATTLES SIDE "B" WON = .1890						
$E[\# \text{ OF SURVIVORS}] \text{ FOR SIDE "A"} = 4.8390$ $S_A = 3.1593$						
$S_K = -.1885$ $\gamma = -1.0542$						
$E[\# \text{ OF SURVIVORS}] \text{ FOR SIDE "B"} = .8490$ $S_B = 2.0160$						
$S_K = 2.4707$ $\gamma = 5.3812$						
$E[\# \text{ OF SURVIVORS}] \text{ GIVEN "A" WON} = 5.9667$ $S_A = 2.3607$						
$E[\# \text{ OF SURVIVORS}] \text{ GIVEN "B" WON} = 4.4921$ $S_B = 2.2682$						
INITIAL RANDOM SEED = 1211072587						
FINAL RANDOM NUMBER = 688927014						
Fire Strategy for Side A is [RANDOM SELECTION, RS]						
Fire Strategy for Side B is [EVENLY DISTRIBUTED POWER, EP_{4X3}]						
# Of Subgroups for Side A = 4						
# Of Combatants in Each Subgroup for Side A = 3						
# Of Subgroups for Side B = 4						
# Of Combatants in Each Subgroup for Side B = 3						

여러 가지 분포를 고려하여 적합을 시도해 본 가장 잘 적합하고 있음을 알 수 있었다. 사용된 응용 소프트웨어는 분포적합에 널리 사용되고 있는 결과 전투시간(T_D)의 분포는 Johnson SU 분포에

ExpertFit 으로 이는 주어진 데이터에 적합이 가능한 여러 개의 후보 분포들을 하나하나 적용하여 통계적 검정을 거쳐서 순위별로 분포들을 제시하는 방법을 채택하고 있는 응용프로그램이다.[5]

본 연구에서 여러 경우에 걸쳐서 전투시간의 분포를 적합하여 추정하여 보았는데 한 가지 주목할 점이 있었다. 그림에서 보는 바와 같이 결과로 나타난 분포들의 모양이 양의 방향으로 기울어진 (positively skewed) 일색으로 보여주고 있음을 알 수 있었다. 시뮬레이션한 대부분의 결과에서 양의

방향으로 평균값으로부터 3배의 표준편차를 벗어나는 관측값들이 상당히 발견됨을 확인할 수 있었다. 이들 분포는 대체로 Pearson Type 5, Pearson Type 6, Johnson SU, Johnson SB, Inverse Gaussian, Lognormal, Extreme Value, 또는 Random Walk 분포 등으로 발견되었다. 이들 분포는 평소 이용도가 흔하지 않은 분포들이며 정규분포와는 상이한 분포들로서 전투시간에 관한 향후 연구에도 주목할 점이라 하겠다.

[표 2] 화력배분정책과 발사시간간격 분포에 따른 전투시간 출력변수 비교.

$$a_o = b_o = 12, a_f = b_f = 0, \mu_A = 1.0, \mu_B = 1.50, p_A = .50, p_B = .50, \text{Reselect On,}$$

발사시간간격 : Exponential, Erlang-2, Lognormal 분포,

화력배분정책(A측 RS) : RSvsRS, RSvsCP, RSvsEP_{4X3} .

Exponential			
A vs B	RS vs RS	RS vs CP	RS vs EP _{4X3}
$E[T_D]$	2.8300	2.8377	2.8978
$S(T_D)$	1.2932	1.3766	1.3846
S_K	1.3318	1.6639	1.2699
γ	2.4241	4.2125	1.7077
$f_{T_D}(t)$	Pearson Type 6	Johnson SB	Johnson SU
$P(B)$	0.1950	0.2040	0.2130
Erlang-2			
$E[T_D]$	3.5067	3.1516	4.0732
$S(T_D)$	1.3147	1.0438	1.5211
S_K	1.4559	1.5782	1.3493
γ	2.8288	4.1336	3.2335
$f_{T_D}(t)$	Pearson Type 5	Pearson Type 5	Pearson Type 6
$P(B)$	0.1200	0.0090	0.1860
Lognormal			
$E[T_D]$	4.0564	3.3686	5.5595
$S(T_D)$	1.2177	0.6204	1.6750
S_K	1.8846	0.4317	0.8964
γ	6.6996	0.0418	1.0893
$f_{T_D}(t)$	Johnson SU	Random Walk	Inverse Gaussian
$P(B)$	0.0700	0.0000	0.1890

<표 3> 화력배분정책과 발사시간간격 분포에 따른 전투시간 출력변수 비교

$a_o = b_o = 12, a_f = b_f = 0, \mu_A = 1.0, \mu_B = 1.50, p_A = .50, p_B = .50, \text{Reselect On,}$

발사시간간격 : Exponential, Erlang-2, Lognormal 분포,

화력배분정책(B측 RS) : $RS vs RS, CP vs RS, EP_{4X3} vs RS$

Exponential			
A vs B	RS vs RS	CP vs RS	EP _{4X3} vs RS
$E[T_D]$	2.8300	2.9305	2.8075
$S(T_D)$	1.2932	1.3695	1.3385
S_K	1.3319	1.3995	1.6545
γ	2.4241	2.7645	4.0254
$f_{T_D}(t)$	Pearson Type 6	Johnson SB	Johnson SU
$P(A)$	0.8050	0.8170	0.8230
Erlang-2			
$E[T_D]$	3.5067	5.0455	3.3574
$S(T_D)$	1.3147	1.5318	1.3978
S_K	1.4559	0.9841	1.6642
γ	2.8288	1.5259	3.3907
$f_{T_D}(t)$	Pearson Type 5	Pearson Type 5	Pearson Type 5
$P(A)$	0.8800	0.6140	0.9190
Lognormal			
$E[T_D]$	4.0564	6.2831	3.7105
$S(T_D)$	1.2177	1.7759	1.0983
S_K	1.8846	0.8947	1.6974
γ	6.6996	0.6942	4.5527
$f_{T_D}(t)$	Johnson SU	Random Walk	Johnson SU
$P(A)$	0.9300	0.0800	0.9730

4.2 화력배분정책과 전투시간

<표 2>는 입력변수의 값이 $a_o = b_o = 12, a_f = b_f = 0, \mu_A = 1.0, \mu_B = 1.50, p_A = .50, p_B = .50, \text{Reselect On, } n = 1,000$ 회인 경우로서 화력배분정책이 A측이 Random Selection (RS)인 경우 상대적으로 명중률(rill rate)이 A측보다 작은 B측의 대응정책에 따른 전투시간의 점추정값들로 평균, 표준편차, 왜도, 그리고 첨도를 나타내고 있으며, B측의 승리확률과 분포적합을 시도

하여 발견된 전투시간의 확률분포를 보여주고 있다. 이때 사용된 발사시간간격의 분포는 지수분포, Erlang-2 분포, 그리고 Lognormal 분포이다.

세 분포에 대하여 공히 B측의 화력배분정책이 균등배분화력(EP)일 때 RS 또는 CP의 경우에 비교하여 상대적으로 전투시간의 평균값이 다소 커짐을 알 수 있고 승리확률도 증가하고 있음을 발견할 수 있었다. 다시 말해서, 다소 전투를 지연시키더라도 B측의 입장에서는 EP정책을 적용하는 것

이 승리확률이나 생존자의 수를 늘릴 수 있다는 의미이다.

반면, Erlang-2 및 Lognormal 발사시간격시간분포의 경우, CP정책을 도입하면 승리확률은 최저수준을 전투시간은 가장 짧은 성향을 나타내고 있음을 알 수 있었다. 예상한 바와 같이 지수분포 경우는 무기억성질 (memoryless property) 에 의하여 화력배분정책간에 큰 차이는 없음을 확인할 수 있게 된다.

이번에는 상대적으로 살상률(kill rate)이 큰 A측의 대응정책에 대하여 알아보기로 하자. [표 3]은 상대방인 B측의 화력배분정책이 임의선택(RS)인 경우 세 가지 대응정책에 대한 결과를 보여주고 있다. CP보다는 RS를, RS보다는 EP를 적용했을 때 전투시간의 평균값과 표준편차를 줄이고 승리확률도 높일 수 있음을 알 수 있다. 한편, B측이 집중화력(CP)인 경우 A측의 대응정책에 대한 결과를 보여주는 결과에서도 CP는 가장 불리한 결과를 가져다주는 것으로 확인되었다.

B측이 EP정책으로 교전이 벌어진 경우를 살펴본 연구 결과, 앞의 두 경우와 마찬가지로 전투시간 및 승리확률 관점에서 보았을 때, A측은 EP정책으로 대응하는 것이 바람직하다는 결론을 얻을 수 있었다.

지금까지 살펴본 것 이외에 전투시간의 왜도와 첨도에 대하여 검토하여 보자. 대부분의 경우 왜도(S_k)는 최저 .3832에서 최고 3.1579에 이르고 있어서 오른쪽 꼬리부분으로 길게 늘어진 분포의 모양을 보여주고 있다. 첨도(γ)는 최저 -.0624에서 최고 20.7535의 범위를 나타내어 다소 뾰족한 모양으로

나타났다. 왜도와 첨도가 공히 0인 경우가 정규분포임을 감안했을 때, 일반적으로 전투시간의 분포는 정규분포와는 거리가 먼 임의의 분포를 따르는 것으로 판단된다.

4.3 평균 발사시간간격 및 명중확률

전투시간에 미치는 영향

A측의 단위시간당 살상률(kill rate, r)은

$$r_A = \frac{p_A}{\mu_A}$$

를 p_A 를 크게 하거나 또는 평균발사시간간격 μ_A 를 감소시키는 경우로 볼 수 있다. 본 연구에서는 두 파라미터 값을 동시에 조정하는 경우는 감안하지 않기로 하였다.

[표 4]는 살상률 10% 증가에 따른 전투시간의 변화를 두 가지 측면에서 관찰할 수 구성된 것이다. 단발명중률을 10% 증가시킨 $p_A=.55$ 인 경우와 평균발사시간 μ_A 를 .909로 감소시켜서 원래의 것과 비교한 것이다. B측의 화력배분정책은 RS로 고정된 상태에서 A측의 발사시간간격의 평균값을 .909로 감소시켜서 적용한 것이 명중확률을 높여 .55로 올린 경우보다 전투시간의 평균과 표준편차가 현저히 작게 나타났음은 주목할 결과로 나타났다. 이는 Erlang-2 와 Lognormal 분포에서 보여주고 있는 결과이며 지수분포의 경우는 선택의 여지가 없이 일단 살상률만 같으면 결과가 서로 같을 수 밖에 없음은 당연한 결과로 해석된다.

A측과 B측의 살상률을 20% 증가 및 감소시킨 경우에도 그 차이가 더욱 더 현저하게 있음을 연구 결과 확인할 수 있었다.

<표 4> 화력배분정책과 살상률(kill rate, r)의 변화에 따른 전투시간 출력변수 비교,

$$a_o = b_o = 12, \quad a_f = b_f = 0, \mu_A = 1.0(-10\%), \quad \mu_B = 1.50, \quad p_A = .50(+10\%),$$

$p_B = .50$, Reselect On, 발사사간간격 : Exponential, Erlang-2, Lognormal 분포,

화력배분정책(B측 RS) : RS vs RS , CP vs RS , $EP_{4 \times 3}$ vs RS .

Exponential									
	RS vs RS			CP vs RS			EP _{4x3} vs RS		
	$\mu_A = 1.0$ $p_A = .50$	$\mu_A = 1.0$ $p_A = .55$	$\mu_A = .909$ $p_A = .50$	$\mu_A = 1.0$ $p_A = .50$	$\mu_A = 1.0$ $p_A = .55$	$\mu_A = .909$ $p_A = .50$	$\mu_A = 1.0$ $p_A = .50$	$\mu_A = 1.0$ $p_A = .55$	$\mu_A = .909$ $p_A = .50$
$E[T_D]$	2.8300	2.6101	2.5658	2.9305	2.5388	2.5894	2.8075	2.4642	2.4919
$S(T_D)$	1.2932	1.1791	1.1862	1.3695	1.1565	1.2290	1.3385	1.1817	1.1536
S_K	1.3319	1.4574	1.4752	1.3995	1.5584	1.8433	1.6545	1.6491	1.6850
γ	2.4241	3.4468	3.6740	2.7649	3.3445	6.2314	4.0254	4.1800	4.4478
$P(A)$	0.8250	0.8630	0.8460	0.8170	0.8610	0.8340	0.8230	0.8540	0.8570
Erlang-2									
$E[T_D]$	3.5067	3.1133	3.1043	5.0455	4.7380	4.6146	3.3574	2.9594	2.8551
$S(T_D)$	1.3147	1.1609	1.1712	1.5318	1.4241	1.3650	1.3978	1.1736	1.1025
S_K	1.4159	1.4472	1.5058	0.9841	0.9805	1.1327	1.6642	1.7109	1.6067
γ	2.8288	3.0760	3.7412	1.5255	1.3797	1.9378	3.3907	4.2511	3.6410
$P(A)$	0.8800	0.9150	0.9150	0.6140	0.7000	0.7390	0.9190	0.9440	0.9590
Lognormal									
$E[T_D]$	4.0564	3.6436	3.4231	6.2831	6.3011	6.5897	3.7105	2.8108	2.6290
$S(T_D)$	1.2177	1.0493	0.9506	1.7759	1.7583	1.6203	1.0983	0.8929	0.7655
S_K	1.8846	1.5619	1.5337	0.8947	0.7783	0.4990	1.6974	3.1579	2.6699
γ	6.6996	3.9828	4.1271	0.6942	0.2969	0.1055	4.5527	20.7535	16.6497
$P(A)$	0.9300	0.9710	0.9720	0.0800	0.1160	0.2370	0.9730	0.9940	0.9990

5. 결론

전투는 복잡 다양한 환경 하에서 여러 가지 사건들이 일련의 과정을 거치면서 의사결정자의 정책 판단에 의해서 불확실한 결과들로 나타나는 확률과정이라고 볼 수 있다. 전투결과를 나타내는 여러 가지 출력변수로 생존자의 수, 승리확률, 전투시간, 그리고 상태확률 이외에도 몇몇 관심사항이 있을 수 있다.

본 연구에서는 전투시간의 확률적 특성에 초점

을 두어 몇 가지 측면에서 관찰을 시도해 보았다. 전투 현장에서 전술적 입장에서 서있는 전방 지휘관의 입장과 후방의 전술관련 의사결정자는 승리확률을 내지는 생존자 수에 대한 정보가 무엇보다 중요한 관심사로 볼 수 있다. 특히 이들 지휘관 외에도 군수물류를 담당자의 관점에서 전투의 예상 종료시점에 대한 사전 정보는 수많은 군수용 물품을 체계적으로 적재적소에 공급하는데 필수적 요소라고 하겠다.

해석적 방법에 의한 전투시간 산출은 전투 규모

가 커짐에 따라 거의 불가능한 것으로 알려져 있어서 본 연구는 시뮬레이션모형을 적용하였다. 쌍방이 적용한 화력배분정책에 따른 전투시간의 평균값, 표준편차, 왜도, 첨도, 그리고 분포를 추정할 수 있었다. 제한된 수의 전투결과 출력물을 이용하여 분석을 해 본 결과, 전투시간은 대체로 양의 방향으로 비스듬하게 기운 모양의 분포를 나타낸다는 사실을 알 수 있었다. 이들은 주로 Pearson Type 5, Pearson Type 6, Johnson SU, Johnson SB, Inverse Gaussian, Lognormal, Extreme Value, 또는 Random Walk 분포이며 이들은 주로 둘 또는 세 개의 파라메타를 갖고 있다.

상대방의 특정 화력배분정책에 대응하는 정책으로 임의선택이나 집중화력 보다는 균등화력 정책을 적용하였을 때, 전투시간을 줄이고 승리확률도 증대시킬 수 있음을 알 수 있었다. 그리고 살상률을 높여서 전투시간을 감소시키고 승리확률도 높이기 위하여 명중확률을 높이는 것 보다는 평균발사시간 간격을 줄이는 방법이 상대적으로 더 영향을 미친다는 사실을 확인할 수 있었다. 본 연구는 제한적이기는 하지만 전투시간의 확률적 특성 가운데 1차, 2차, 3차, 그리고 4차 적률 등 기본사항을 검토할 수 있는 기회가 되었다.

참 고 문 헌

- [1] Ancker, C. J., Jr., One-on-One Stochastic Duels, Military Application section, Operations Research Society of America, 1982.
- [2] Ancker, C. J., Jr., "Stochastic Duels with Limited Ammunition Supply," Operations Research, Vol. 12, No.1, pp. 38-50, 1964.
- [3] Ancker, C. J., Jr. and A. V. Gafarian, "The Validity of Assumptions Underlying Current Uses of Lanchester Attrition Rates," Naval Research, Vol.42, pp.311-336, 1995.
- [4] Anker, C. J. Jr., "A Proposed Foundation for a Theory of Combat ", Naval Research Logistics, Vol.42, pp.311-336, 1995.
- [5] Averill M. Law & Associates, ExpertFit, User's Guide, 1995
- [6] Cox, D. R., Renewal Theory, From Methuen's Monographs on Applied Probability and Statistics, Science Paperbacks, Methuen & Co. LTD, London, 1962.
- [7] Gafarian, A. V. and C. J. Ancker, Jr., "The Two-on-One Stochastic Duel," Naval Research Logistics Quarterly, Vol.31, pp. 309-324, 1984.
- [8] Gafarian, A. V. and K. R. Manion, "Some Two-on-Two Homogeneous Stochastic Combats," Naval Research Logistics, Vol. 36, pp. 721-764, 1989.
- [9] Gafarian, A. V. and D. G. Harvey, Jr., Y. G. Hong, and M. D. Kronauer, "Some Many-on-Many Homogeneous Stochastic Combat Simulation Models," Technical Report, University of Southern California, Los Angeles, California, 1988.
- [10] Heyman, D.P. and M. J. Sobel, Stochastic Models in Operations Research, Vol. I, McGraw-Hill, 1982.
- [11] Hong, Y. G., "Stochastic Combats with Limited Battle Termination Time," Journal of

- the Military Operations Research Society of Korea, Vol. 19, No.2, pp 102-115, 1993.
- [12] Hong, Y. G., "Analysis of Fire Allocation Strategies in Stochastic Combat", Journal of the Military Operations Research Society of Korea, Vol 20, No.2, pp 39-61, 1994.
- [13] Parkhideh, S. and Gafarian, A.V., "General Solution to Many-on-Many Heterogeneous Stochastic Combat," Naval Research Logistics, Vol. 43, pp. 937-953, 1996.
- [14] Yang, J. and Gafarian A. V., "A fast Approximation of Homogeneous Stochastic Combat", Naval Research Logistics, Vol.42, pp.503-533, 1995.