

# 불확실성을 갖는 동적 시스템에 대한 지능형 디지털 재설계

## Intelligent Digital Redesign for Dynamical Systems with Uncertainties

조광래 · 주영훈 · 박진배

Kwang Lae Cho, Young Hoon Joo and Jin Bae Park

군산대학교 전자정보공학부, 연세대학교 전기전자공학과

### 요 약

본 논문에서는 불확실성을 포함한 연속시간 비선형 동적 시스템에 대한 퍼지 모델 기반 제어기의 지능형 디지털 재설계를 위한 조직적인 방법을 제안한다. 불확실 비선형 시스템을 표현하기 위해 연속시간 불확실 TS 퍼지 모델이 구성되었다. 안정화와 추적을 위한 퍼지 모델 기반 제어기 설계를 위해 EPDC 기법이 이용되었다. 설계된 연속시간 제어기는 지능형 디지털 재설계 기법을 이용함으로써 이산시간 제어기로 전환되었다. 이 새로운 설계 기법은 퍼지 모델 기반 제어 이론과 불확실성을 가진 비선형 동적 시스템에 대한 진보된 디지털 재설계 기법의 통합을 위한 조직적이고, 효과적인 틀을 제공한다. 마지막으로, 단일 링크 유연 로봇 시스템의 모의 실험을 이용해 개발된 설계 방법의 효용성과 실행 가능성을 입증한다.

### Abstract

In this paper, we propose a systematic method for intelligent digital redesign of a fuzzy-model-based controller for continuous-time nonlinear dynamical systems which may also contain uncertainties. The continuous-time uncertain TS fuzzy model is first constructed to represent the uncertain nonlinear systems. An extended parallel distributed compensation(EPDC) technique is then used to design a fuzzy-model-based controller for both stabilization and tracking. The designed continuous-time controller is then converted to an equivalent discrete-time controller by using an integrated intelligent digital redesign method. This new design technique provides a systematic and effective framework for integration of the fuzzy-model-based control theory and the advanced digital redesign technique for nonlinear dynamical systems with uncertainties. Finally, The single link flexible-joint robot arm is used as an illustrative example to show the effectiveness and the feasibility of the developed design method.

**Key words** : 퍼지 모델 기반 제어기, TS 퍼지 모델, 지능형 디지털 재설계, EPDC 기법

### 1. 서 론

산업 현장에서 대부분의 실제 시스템은 강한 비선형성과 불확실성을 내재하고 있기 때문에 일반적인 비선형 시스템의 제어 이론과 제어기 설계에 많은 어려움을 더하고 있다 [1, 2]. 따라서, 새롭게 거론된 여러 지능형 제어 방법들중 퍼지 제어는 내재된 비선형성 때문에 제어 대상 시스템이 수학적으로 모델링하기 어렵거나 강한 비선형성을 보이는 경우, 또는 외부 환경이 불확실한 경우 등에 대해 강인함을 보이는 것으로 알려져 있다.

퍼지 논리 제어 연구에 있어서의 최근의 동향은 비용면에서 효과적이고, 계산상으로 간단하고, 안정성이 보장된 제어기 설계를 위한 조직적 방법을 개발하는데 있다. 이러한 노력으로, 간단하지만 아주 효과적인 Takagi-Sugeno(TS) 퍼지 모델[7-8]이 제안되었고, 이는 시스템 동역학 [3]의 전체적

표현을 위해 국부적 선형 상태 공간 모델을 가진 퍼지 추론 규칙들을 조합한다. TS 퍼지 모델에 기반을 두고 개발된 퍼지 제어 이론은 복잡한 비선형 시스템의 지능적인 제어를 위한 견고한 기초를 제시하고 있다. 혼돈 시스템 [4, 5]을 포함한 대부분의 복잡한 동적 시스템은 연속시간 모델에 의해서 표현되며, 이러한 연속시간 시스템에 대한 제어기의 분석과 합성을 위해 다양한 설계와 평가 방법들이 이용될 수 있다.

연속시간 제어기를 등가의 디지털 제어기로의 전환하는 것을 디지털 재설계라 하며, Kuo에 의해 처음으로 소개되었다 [6]. 그러나, 이런 디지털 재설계 기법은 근본적으로 단지 선형 시스템에서만 동작하므로 복잡한 비선형 시스템을 제어하는 것은 매우 힘들기때문에 혼돈 시스템과 같은 복잡한 비선형 시스템 제어에는 효과적이지 못하다.

본 논문에서는 복잡한 비선형 동역학 시스템에서의 신뢰성 있고, 융통성 있는 동작을 위한 디지털 제어기의 퍼지 모델 기반 설계 도구를 제안한다. 더 나아가 불확실성을 포함할 지도 모르는 연속시간 동적 시스템을 위해 퍼지 모델 기반 제어기의 지능형 디지털 재설계를 위한 체계적인 설계 방법을 제안한다. 본래의 연속 시간 시스템을 표현하기 위해 먼저 연속시간 불확실 TS 퍼지 모델이 구성되고, 그 다음, 제안된 설계 방법에 대한 이론적 기초를 제공하기 위해 TS

접수일자 : 2003년 9월 10일

완료일자 : 2003년 12월 3일

이 논문은 2002년도 한국학술진흥재단의 지원에 의하여 연구 되었음(KRF-2002-041-D00212).

퍼지 모델과 이산화 방법이 제안된다. 여기서, 연속시간 퍼지 모델 기반 제어기는 EPDC [5]기법을 이용해 설계되었다. 연속시간 제어기의 설계에서 국부적 제한 보상은 본래의 비선형 시스템에 대해 전체적 페루프 안정성을 갖도록 guaranteed-cost 설계 방법을 이용하여 설계되고, 이러한 목적을 위해서 디지털로 제어된 시스템의 상태가 미리 설계된 연속 시간으로 제어된 시스템의 상태와 밀접하게 일치할 수 있도록 하기 위해 등가의 디지털 제어기의 설계 방법이 제안된다. 본 논문에서 제안된 설계 기법은 불확실성을 갖는 복잡한 비선형 동적 시스템에 대한 퍼지 모델기반 제어 이론과 진보된 디지털 재설계 기법의 통합에 대해 조직적이고, 효과적인 틀을 제공함을 단일 링크 유연 로봇 시스템에 적용한 실험을 통해 입증한다.

이 논문의 나머지 부분은 다음과 같다. 2장에서는 연속시간 불확실 TS 퍼지 모델과 이의 이산화 방법이 기술되고, 3장에서는 지능형 디지털 재설계를 이용한 제어기 설계[6]와 LMI를 이용한 안정도 분석에 관해 논하고, 4장에서는 단일 링크 유연 로봇 시스템의 컴퓨터 모의 실험을 통해 제안된 제어기 설계 기법의 효용성을 입증한다. 마지막으로 5장에서는 약간의 검토와 함께 결론을 맺었다.

## 2. 불확실 퍼지 모델 구조

다음과 같이 불확실성을 갖는 연속시간 비선형 동적 시스템을 고려해보자.

$$\begin{aligned} \dot{x}_c(t) &= f_0(x_c) + \Delta f(x_c) + (g_0(x_c) + \Delta g(x_c))u_c(t) \\ y &= Cx_c \end{aligned} \quad (1)$$

여기서,  $x_c(t) \in R^n$ 은 상태 벡터,  $u_c(t) \in R^m$ 은 제어 벡터,  $f_0(x_c)$ ,  $g_0(x_c)$ 는 비선형 연속 함수,  $\Delta f(x_c)$ ,  $\Delta g(x_c)$ 는 불확실 함수,  $y \in R^p$ 는 조절되기 위한 출력 벡터,  $C \in R^{(p \times n)}$ 은 상수 행렬이다. 불확실 비선형 동적 시스템을 표현하기 위해 다음과 같은 불확실 TS 퍼지 모델을 이용한다.

$$\begin{aligned} &IF \ z_1(t) \text{ is } F_1^i \text{ and } \dots \text{ and } z_n(t) \text{ is } F_n^i \\ &THEN \ \dot{x}_c(t) = (A_{0i} + \Delta A_i)x_c(t) + (B_{0i} + \Delta B_i)u_c(t) \\ & \quad y = Cx_c(t) \quad (i = 1, 2, \dots, q) \end{aligned} \quad (2)$$

여기서,  $F_j^i$  ( $j=1, 2, \dots, n$ )는 퍼지 집합,  $q$ 는 퍼지 규칙 수,  $x_c(t) \in R^n$ 은 상태 벡터,  $u_c(t) \in R^m$ 은 입력 벡터,  $A_{0i} \in R^{n \times n}$ ,  $B_{0i} \in R^{n \times m}$ ,  $z_1(t), \dots, z_n(t)$ 는 전체 변수,  $\Delta A_i$ 와  $\Delta B_i$ 는 시스템에서 불확실성으로 나타내는 미지의 시변 행렬이다. 무게 중심 비퍼지화, product 추론, 싱글톤 퍼지화 등을 이용하면 시스템 (2)의 전체 동력학은 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= [A_0(\mu(z(t))) + \Delta A(\mu(z(t)))]x_c(t) \\ & \quad + [B_0(\mu(z(t))) + \Delta B(\mu(z(t)))]u_c(t) \\ y &= Cx_c(t) \end{aligned} \quad (3)$$

여기서,  $z(t) = (z_1(t), z_2(t), \dots, z_n(t))$

$$A_0(\mu(z(t))) = \sum_{i=1}^q \mu_i(z(t))A_{0i}$$

$$B_0(\mu(z(t))) = \sum_{i=1}^q \mu_i(z(t))B_{0i}$$

$$\begin{aligned} \Delta A(\mu(z(t))) &= \sum_{i=1}^q \mu_i(z(t))\Delta A_i \\ \Delta B(\mu(z(t))) &= \sum_{i=1}^q \mu_i(z(t))\Delta B_i \\ \mu(z(t)) &= (\mu_1(z(t)), \mu_2(z(t)), \dots, \mu_n(z(t))) \\ \mu_i(z(t)) &= \frac{\omega_i(z(t))}{\sum_{i=1}^q \omega_i(z(t))} \\ \omega_i(z(t)) &= \prod_{j=1}^n F_j^i(z_j(t)) \end{aligned}$$

연속시간 모델에서 EPDC 퍼지 제어기는 다음과 같은 구조를 갖는다.

$$\begin{aligned} &IF \ z_1(t) \text{ is } F_1^i \text{ and } \dots \text{ and } z_n(t) \text{ is } F_n^i \ (i=1, 2, \dots, q) \\ &THEN \ u_c(t) = -K_c^i x_c(t) + E_c^i r_c(t) \end{aligned} \quad (4)$$

여기서,  $K_c^i$ ,  $E_c^i$ 는 각각  $i$ 번째 부분공간에서의 게환, 전향경로 이득이고,  $r_c(t)$ 는 기준 입력이다. 퍼지 모델 기반 제어기의 비퍼지화 출력은 다음과 같다.

$$u_c(t) = -K_c(\mu(z(t)))x_c(t) + E_c(\mu(z(t)))r_c(t) \quad (5)$$

$$\begin{aligned} \text{여기서, } K_c(\mu(z(t))) &= \sum_{i=1}^q \mu_i(z(t))K_c^i \\ E_c(\mu(z(t))) &= \sum_{i=1}^q \mu_i(z(t))E_c^i \end{aligned}$$

$t = KT + T$  ( $T > 0$ )에서 식 (3)의 정확한 해는 다음과 같이 주어진다.

$$\begin{aligned} x_c(KT + T) &= \Phi(\mu(z(KT + T)), \mu(z(KT)))x_c(KT) \\ & \quad + \int_{KT}^{KT+T} \Phi(\mu(z(KT + T)), \mu(z(\tau)))B(\tau)u_c(\tau) d\tau \\ y(KT) &= Cx_c(KT) \end{aligned} \quad (6)$$

입력  $u_c(t)$ 가  $KT \leq t < KT + T$ 에서  $u_c(t) = u_d(KT)$ 라고 가정하면, 식 (6)은 다음과 같이 된다.

$$\begin{aligned} x_c(KT + T) &= \tilde{G}x_c(KT) + \tilde{H}u_d(KT) \\ y(KT) &= Cx_c(KT) \end{aligned} \quad (7)$$

여기서,

$$\begin{aligned} \tilde{G}(KT) &= \exp(A(KT)T) \\ \tilde{H}(KT) &= \int_{KT}^{KT+T} \exp(A(KT)(KT + T - \tau))B(KT) d\tau \\ &= [\tilde{G}(KT) - \Lambda A(KT)^{-1}B(KT)] \end{aligned}$$

충분히 작은 샘플링 주기  $T > 0$ 인 시간  $t = KT$ 에서의 연속시간 불확실 TS 퍼지 모델 (3)은 다음과 같이 이산화될 수 있다.

$$\begin{aligned} x_d(KT + T) &= [G_0(\mu(z(KT))) + \Delta G(\mu(z(KT)))]x_d(KT) \\ & \quad + [H_0(\mu(z(KT))) + \Delta H(\mu(z(KT)))]u_d(KT) \\ y_d(KT) &= Cx_d(KT) \end{aligned} \quad (8)$$

$$\text{여기서, } G_0(\mu(z(KT))) = \sum_{i=1}^q \mu_i(z(KT))G_{0i}$$

$$H_0(\mu(z(KT))) = \sum_{i=1}^q \mu_i(z(KT))H_{0i}$$

$$\Delta G(\mu(z(KT))) = \sum_{i=1}^q \mu_i(z(KT))\Delta G_i$$

$$\Delta H(\mu(z(KT))) = \sum_{i=1}^q \mu_i(z(KT))\Delta H_i$$

### 3. 지능형 디지털 재설계

#### 3.1 TS 퍼지 모델을 이용한 제어기 설계

$i$  번째 부분공간에서 선형 제어 가능한 연속시간 불확실 부분 시스템은 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned} \dot{x}_c(t) &= (A_{0i} + \Delta A_i)x_c(t) + (B_{0i} + \Delta B_i)u_c(t) \\ y &= Cx_c(t) \end{aligned} \quad (9) \quad (i = 1, 2, \dots, q)$$

여기서,  $[\Delta A_i \ \Delta B_i] = D_i F_i(t) [E_{1i} \ E_{2i}]$

$i$  번째 부분공간에서 국부적 상태 궤환 제어기는 다음과 같다.

$$u_c(t) = -K_c^i x_c(t) + E_c^i r_c(t) \quad (10)$$

여기서,  $K_c^i, E_c^i$  는  $i$  번째 부분공간에서의 궤환 이득과 전향 경로 이득이고,  $r_c(t)$  는 기준 입력이다.

시스템 (3)과 관련된 비용 함수는 다음과 같이 선택된다.

$$J = \int_0^{\infty} (x_c^T Q x_c + u_c^T R u_c) dt \quad (11)$$

다음과 같은 전체적인 페루프 퍼지 시스템을 고려해보자.

$$\dot{x}_c(t) = \sum_{i=1}^q \sum_{j=1}^q \mu_i \mu_j [A_{0ij} - B_{0ij} K_c^j + D_i F_i (E_{1i} - E_{2i} K_c^j)] x_c(t) \quad (12)$$

Lyapunov 함수를  $V(x) = x_c^T P x_c$  와 같이 두면 다음과 같은 정리를 얻을 수 있다.

$$x_c^T(T) P x_c(T) - x_c^T(0) < \int_0^T x_c^T (-Q - K_c(\mu)^T R K_c(\mu)) x_c(t) dt$$

페루프 시스템은 점근적으로 안정 ( $x(\infty) = 0$ ) 하므로 다음과 같다.

$$x_c^T(0) P x_c(0) \geq \int_0^{\infty} (x_c^T Q x_c + u_c^T R u_c) dt$$

추론 1 다음의 LMI를 만족시키는 대칭 공통 양한정 행렬  $\Gamma$  와 행렬  $W_i$  가 유일하게 존재한다면, 대칭 공통 양한정 행렬  $P$  와 스칼라  $\epsilon > 0$  가 존재한다.

$$\Gamma > 0$$

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} Y_i & * & * & * \\ E_{1i}\Gamma - E_{2i}W_i & -\epsilon I & * & * \\ \Gamma & 0 & -Q^{-1} & * \\ W_i & 0 & 0 & (-\epsilon R)^{-1} \end{bmatrix} < 0, \quad i = 1, 2, \dots, q \\ \begin{bmatrix} Y_{ij} & * & * & * & * \\ E_{1i}\Gamma - E_{2i}W_j & -\epsilon I & * & * & * \\ E_{1j}\Gamma - E_{2j}W_i & 0 & -\epsilon I & * & * \\ \Gamma & 0 & 0 & -(2Q)^{-1} & * \\ W_i & 0 & 0 & 0 & -(\epsilon R)^{-1} \\ W_j & 0 & 0 & 0 & 0 & -(\epsilon R)^{-1} \end{bmatrix} < 0, \quad i < j \end{cases}$$

여기서, \* 는 대칭적 요소를 말하고,  $Y_i$  와  $Y_{ij}$  는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} Y_i &= (A_{0i}\Gamma - B_{0i}W_i)^T + (A_{0i}\Gamma - B_{0i}W_i) + \epsilon D_i D_i^T \\ Y_{ij} &= (A_{0i}\Gamma + A_{0j}\Gamma - B_{0i}W_i - B_{0j}W_j)^T \\ &\quad + (A_{0i}\Gamma + A_{0j}\Gamma - B_{0i}W_i - B_{0j}W_j) + \epsilon (D_i D_i^T + D_j D_j^T) \end{aligned}$$

만약 추론1의 식들이 가능한 해  $\Gamma > 0$  와  $W_i$  를 가지고, 식

(3)이 퍼지 모델 기반 제어기 (5)에 의하여 안정화될 수 있다면, 그것은 guaranteed-cost 제어기이고, 국부적 궤환 보상기  $K_c^i$  와 국부적 전향경로 이득  $E_c^i$  는 다음과 같이 주어진다.

$$K_c^i = W_i \Gamma^{-1}, \quad E_c^i = (\bar{E}_c^i)^{-1} \quad (13)$$

결론적으로,  $i$  번째 부분공간에서의 명목상의 제어 법칙은 다음과 같이 된다.

$$u_c(t) = -K_c^i x_c(t) + E_c^i r_c(t) \quad (14)$$

국부적 제어 법칙 (14)과 함께 EPDC (5)가 본래의 불확실 비선형 시스템에 적용될 때 전체의 페루프 시스템은 다음과 같이 된다.

$$\begin{aligned} \dot{x}_c &= f_0(x_c) + \Delta f(x_c) \\ &\quad - \{g_0(x_c) + \Delta g(x_c)\} K_c(\mu) x_c(t) \\ &\quad + \{g_0(x_c) + \Delta g(x_c)\} E_c(\mu) r_c(t) \\ y &= Cx_c \end{aligned} \quad (15)$$

#### 3.2 상태 정합에 의한 디지털 재설계

상태 궤환 제어기  $u_c(t)$  가 다음과 같은  $i$  번째 부분공간에서의 상태 방정식 (9)는 다음과 같이 재 표현 된다.

$$\begin{aligned} \dot{x}_c(t) &= (A_{0i} + \Delta A_i)x_c(t) + (B_{0i} + \Delta B_i)u_c(t) \\ u_c(t) &= -K_c^i x_c(t) + E_c^i r_c(t) \end{aligned} \quad (16)$$

여기서, 출력 방정식은 간소화를 위해 생략되며, 식 (16)의 페루프 시스템은 다음과 같다.

$$\dot{x}_c(t) = [(A_{0i} + \Delta A_i) - (B_{0i} + \Delta B_i)K_c^i] x_c(t) + (B_{0i} + \Delta B_i)E_c^i r_c(t) \quad (17)$$

부분적으로 상수 제어 법칙  $u_d(t)$  가 이용될 때 식 (16)에서의 상태 방정식은 다음과 같이 재 표현된다.

$$\begin{aligned} \dot{x}_d(t) &= (A_{0i} + \Delta A_i)x_d(t) + (B_{0i} + \Delta B_i)u_d(t) \\ u_d(t) &= u_d(kT) = -K_d^i x_d(t) + E_d^i r_d(t) \end{aligned} \quad (18)$$

여기서,  $kT \leq t < (k+1)T$  이고,  $kT \leq t < (k+1)T$ ,  $K_d^i \in R^{m \times n}$ ,  $E_d^i \in R^{m \times p}$  는 디지털로 재설계된 이득이고,  $r_d(T) = r_d(kT)$  는 간격  $[kT, (k+1)T)$  에서의 상수이다.

식 (18)에서 이에 상응하는 이산시간 페루프 불확실 시스템은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} x_d(kT+T) &= [(G_{0i} + \Delta G_i) - (H_{0i} + \Delta H_i)K_d^i] x_d(kT) \\ &\quad + (H_{0i} + \Delta H_i)E_d^i r_d(kT) \end{aligned} \quad (19)$$

여기서,

$$\begin{aligned} G_{0i} &= \exp(A_{0i}T) \\ \Delta G_i &= \exp[(A_{0i} + \Delta A_i)T] - \exp(A_{0i}T) \\ H_{0i} &= (G_{0i} - I)A_{0i}^{-1}B_{0i} \\ \Delta H_i &= [\exp((A_{0i} + \Delta A_i)T) - I](A_{0i} + \Delta A_i)^{-1}(B_{0i} + \Delta B_i) - H_{0i} \end{aligned}$$

식 (18)에서의 디지털 이득  $K_d^i$ ,  $E_d^i$  를 찾기 위해서는 식 (16)에서의 페루프 상태  $x_c(t)$  와 식 (18)에서의 페루프 상태  $x_d(t)$  의 정합이 필요한데, 이를 위해 부분적으로 상수 입력  $r_c(t)$  를 가진 식 (17)에서의 이산시간 상태  $x_c(kT+T)$  의 값을 구하면 다음과 같다.

$$x_c(kT+T) = (G_{0i} + \Delta G_i) - \int_{kT}^{kT+T} \exp[(A_{0i} + \Delta A_i)(kT+T-\lambda)](B_{0i} + \Delta B_i)K_c^i x_c(\lambda) d\lambda + (H_{0i} + \Delta H_i)E_c^i r_d(kT) \quad (20)$$

부분적으로 상수 입력  $r_c(t)$ 를 가진 식 (17)에서  $x_c(t)$ 의 적분은 다음과 같이 재 표현될 수 있다.

$$\frac{1}{T} \int_{kT}^{kT+T} x_c(\lambda) d\lambda = (A_{cl}^i T)^{-1} [x_c(kT+T) - x_c(kT)TB_i E_c^i r_d(kT)] \quad (21)$$

여기서,  $A_{cl}^i = (A_{0i} + \Delta A_i) - (B_{0i} + \Delta B_i)K_c^i$  이고, 페루프 시스템 (17)의 이산시간 모델은 다음과 같다.

$$x_c(kT+T) = G_{cl}^i x_c(kT) + H_{cl}^i E_c^i r_d(kT) \quad (22)$$

여기서,  $G_{cl}^i = \exp(A_{cl}^i T)$ ,  $H_{cl}^i = (G_{cl}^i - I)A_{cl}^{-1}(B_{0i} + \Delta B_i)$  이다.

식 (22)을 식 (21)에 대입하고 나서 식 (20)에서의 적분 부분에 결과를 대입하면 다음과 같은 식을 얻는다.

$$\int_{kT}^{kT+T} \exp\{(A_{0i} + \Delta A_i)(kT+T-\lambda)\}(B_{0i} + \Delta B_i)K_c^i x_c(\lambda) d\lambda = (H_{0i} + \Delta H_i)K_c^i (A_{cl}^i T)^{-1} [(G_{cl}^i - I)x_c(kT) + (H_{cl}^i - (B_{0i} + \Delta B_i)T)E_c^i r_d(kT)] \quad (23)$$

$$\begin{aligned} \text{여기서, } A_{cl}^i &= (A_{0i} + \Delta A_i) - (B_{0i} + \Delta B_i)K_c^i \\ G_{cl}^i &= \exp(A_{cl}^i T) \\ H_{cl}^i &= (G_{cl}^i - I)A_{cl}^{-1}(B_{0i} + \Delta B_i) \end{aligned}$$

그리고 나서, 식 (23)와 식 (20)을 조합함으로써 다음과 같은 식을 얻을 수 있다.

$$x_c(kT+T) \cong [(G_{0i} + \Delta G_i) - (H_{0i} + \Delta H_i)K_c^i (A_{cl}^i T)^{-1} (G_{cl}^i - I)]x_c(kT) + (H_{0i} + \Delta H_i)[I - K_c^i (A_{cl}^i T)^{-1} (G_{cl}^i - I)]E_c^i r_d(kT) \quad (24)$$

$$\begin{aligned} \text{여기서, } A_{cl}^i &= (A_{0i} + \Delta A_i) - (B_{0i} + \Delta B_i)K_c^i \\ G_{cl}^i &= \exp(A_{cl}^i T) \\ H_{cl}^i &= (G_{cl}^i - I)A_{cl}^{-1}(B_{0i} + \Delta B_i) \end{aligned}$$

다음으로, 식 (24)에서의  $x_c(kT+T)$ ,  $x_c(kT)$ 를 식 (19)에서의  $x_d(kT+T)$ ,  $x_d(kT)$ 로 놓음으로써 다음과 같은 식을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} (G_{0i} + \Delta G_i) - (H_{0i} + \Delta H_i)K_c^i &\cong (G_{0i} + \Delta G_i) - (H_{0i} + \Delta H_i)[K_c^i (A_{cl}^i T)^{-1} (G_{cl}^i - I)] \\ (H_{0i} + \Delta H_i) &\cong (H_{0i} + \Delta H_i)[I - K_c^i (A_{cl}^i T)^{-1} (G_{cl}^i - I)]E_c^i \end{aligned} \quad (25)$$

바라던 디지털 이득 ( $\tilde{K}_d^i$ ,  $\tilde{E}_d^i$ )는 식 (25)의 두식을 풀이함으로써 구해진다.

$$\begin{aligned} \tilde{K}_d^i &\cong \frac{1}{T} K_c^i (A_{cl}^i)^{-1} (G_{cl}^i - I) \\ &= \frac{1}{T} K_c^i [I + (A_{cl0}^i)^{-1} (I - \frac{1}{T} \omega_{cl0}^i \Delta_i)]^{-1} (A_{cl0}^i)^{-1} (G_{cl0}^i - I) \end{aligned} \quad (26)$$

$$\begin{aligned} \tilde{E}_d^i &\cong [I + K_c^i (A_{cl}^i)^{-1} (B_{0i} + \Delta B_i - \frac{1}{T} H_{cl}^i)]E_c^i \\ &= [I + K_c^i (I + (A_{cl0}^i)^{-1} (I - \frac{1}{T} \omega_{cl0}^i \Delta_i))^{-1} (A_{cl0}^i)^{-1} (I - \frac{1}{T} \omega_{cl0}^i \Delta_i)]E_c^i \end{aligned} \quad (27)$$

여기서,

$$\begin{aligned} G_{cl}^i &= \exp(A_{cl}^i T) \\ A_{cl}^i &= A_{0i} + \Delta A_i - (B_{0i} + \Delta B_i)K_c^i \\ H_{cl}^i &= (G_{cl}^i - I)(A_{cl}^i)^{-1}(B_{0i} + \Delta B_i) \\ G_{cl0}^i &= \exp(A_{cl0}^i T) \\ A_{cl0}^i &= A_{0i} - B_{0i}K_c^i \\ \Delta_i &= \Delta A_i - \Delta B_i K_c^i \\ \omega_{cl0}^i &= (G_{cl0}^i - I)(A_{cl0}^i)^{-1} \end{aligned}$$

그러므로,  $i$  번째 부분공간에서 충족 될 수 있는 디지털 제어기는 다음과 같이 된다.

$$u_d(kT) = -K_d^i x_d(kT) + E_d^i r_d(kT) \quad (28)$$

## 4. 시뮬레이션 및 결과 고찰

### 4.1 단일 링크 유연 로봇 시스템

제안된 지능형 디지털 재설계 기법의 효용성을 입증하기 위해서 단일 링크 유연 로봇 시스템을 이용한다(그림 1).

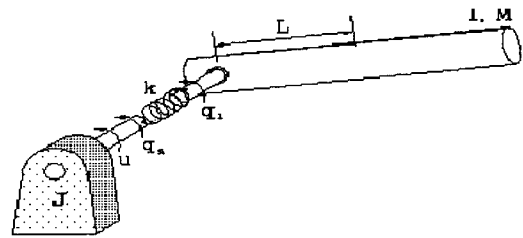


그림 1. 단일 링크 유연 로봇  
Fig. 1. The single link flexible-joint robot arm

시스템의 동력학 방정식은 다음과 같이 표현 된다.

$$\begin{cases} I\ddot{\theta}_1(t) + Mgl \sin(\theta_1(t)) + k(\theta_1(t) - \theta_2(t)) = 0 \\ J\ddot{\theta}_2(t) - k(\theta_1(t) - \theta_2(t)) = u(t) \end{cases} \quad (29)$$

여기서,  $\theta_1(t)$ 는 수직 축에 따른 링크의 각도,  $\theta_2(t)$ 는 장치 손잡이의 각도,  $I$ 는 회전축에 대한 회전 관성,  $J$ 는 구동부 축의 관성,  $M$ 은 링크의 질량,  $l$ 은 회전축의 무게 중심으로부터 관절까지의 거리,  $g$ 는 중력상수이다. 그리고,  $u(t)$ 는 토크로써 시스템에 대한 제어 입력으로 시스템에 의해서 발생된다.

상태 벡터  $x(t)$ 를  $[\theta_1(t) \ \dot{\theta}_1(t) \ \theta_2(t) \ \dot{\theta}_2(t)]^T$ 로 선택하면 다음의 상태 공간 방정식 표현을 얻을 수 있다.

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \\ \dot{x}_3(t) \\ \dot{x}_4(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_2(t) \\ -\frac{Mgl}{I} \sin(x_1(t)) - \frac{k}{I}(x_1(t) - x_3(t)) \\ x_4(t) \\ \frac{k}{J}(x_1(t) - x_3(t)) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{1}{J} \end{bmatrix} u(t) \quad (30)$$

시스템 (30)은 비선형항  $\sin(x_1(t))$  를 가지고 있으며, 만약 이 비선형항이 어떤 선형 함수의 선형 함으로 다시 표현될 수 있다면, 식 (30)의 TS 퍼지 모델은 구성 가능하며, 다음과 같이 표현된다. 그림 2은 소속함수를 나타낸다.

Plant Rules :

Rule 1 : IF  $x(t)$  is about  $M_1$  THEN  $\dot{x}(t) = A_1x(t) + B_1u(t)$

Rule 2 : IF  $x(t)$  is about  $M_2$  THEN  $\dot{x}(t) = A_2x(t) + B_2u(t)$

여기서,

$$A_1 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\frac{Mgl}{I} - \frac{k}{J} & 0 & \frac{k}{I} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ \frac{k}{J} & 0 & -\frac{k}{J} & 0 \end{bmatrix}, A_2 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\frac{\alpha Mgl}{I} - \frac{k}{J} & 0 & \frac{k}{I} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ \frac{k}{J} & 0 & -\frac{k}{J} & 0 \end{bmatrix}$$

$$B_1 = B_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{k}{J} \end{bmatrix}$$

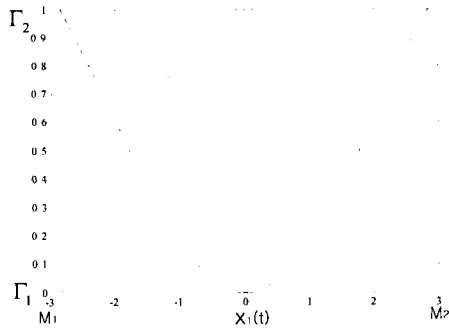


그림 2. 단일 링크 유연 로봇의 TS 퍼지모델에 대한 소속함수

Fig. 2 . The membership functions for the TS fuzzy model of the single link flexible-joint robot arm

정해진 연속시간 TS 퍼지 모델을 가지고, 단일 링크 유연 로봇 시스템의 제어성을 위한 디지털 제어를 설계한다. 실제 시스템의 매개변수는 각각 다음과 같다.

$$M = 0.2678(\text{kg}), k = 31(\text{Nm/rad}), l = 1(\text{m}), \alpha = 0.1 \\ I = 0.03(\text{kgm}^2), J = 0.004(\text{kgm}^2), g = 9.8(\text{m/sec}^2)$$

단일 링크 유연 로봇의 TS 퍼지 모델 기반 제어기 구조는 다음과 같다.

Controller Rules :

Rule 1 : IF  $x(t)$  is about  $M_1$  THEN  $u(t) = K_1x(t)$

Rule 2 : IF  $x(t)$  is about  $M_2$  THEN  $u(t) = K_2x(t)$

모의 실험에서,  $[M_1 \ M_2] = [-2.85 \ 2.85]$ ,  $\alpha = 0.1$ ,  $\Gamma_i$  는 모든  $t$  에 대해서 양의 반환정이며, 시스템 매개변수  $\frac{k}{I}, \frac{k}{J}, \frac{Mgl}{I}$  는 명목상의 값의 30%이내에서 제한된다고 가정한다. 불확실 행렬  $\Delta A_1, \Delta A_2, \Delta B_1, \Delta B_2$  는 다음과 같이 분해된다.

$$D_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 7.2333 \times 10^4 & 6.1237 \times 10^3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.5425 \times 10^6 & 17.5 \times 10^3 \end{bmatrix}$$

$$D_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 7.2333 \times 10^4 & 6.1237 \times 10^3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.5425 \times 10^6 & 17.5 \times 10^3 \end{bmatrix}$$

$$E_{11} = E_{12} = \begin{bmatrix} -0.0143 & 0 & 0.0143 & 0 \\ -0.0143 & 0 & 0 & 0 \\ 0.0143 & 0 & -0.0143 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$E_{21} = E_{22} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0.0143 \end{bmatrix}$$

$$F_1(t) = F_2(t) = \begin{bmatrix} \delta_1(t) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \delta_2(t) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \delta_3(t) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \delta_4(t) \end{bmatrix}$$

LMI의 풀이와 추론 1을 적용함으로써 다음과 같은 제어기 이득 행렬을 얻을 수 있다.

$$K_1 = [10.8002 \quad -2.2728 \quad -45.0629 \quad -0.3729] \\ K_2 = [10.9652 \quad -2.2952 \quad -45.5750 \quad -0.3769]$$

제어된 TS 퍼지 모델의 전체적인 안정성은 다음과 같은 공통 양한정 행렬  $P$  를 구함으로써 보증된다.

$$P = 10^{-3} \times \begin{bmatrix} 0.0343 & -0.0012 & -0.0376 & -0.0003 \\ -0.0012 & 0.0006 & 0.0105 & 0.0001 \\ -0.0376 & 0.0105 & 0.1914 & 0.0013 \\ -0.0003 & 0.0001 & 0.0013 & 0.0000 \end{bmatrix}$$

모의 실험 과정동안, 불확실 시스템 매개 변수는 명목상의 값의 30%이내에서 임의대로 변한다. 시스템 상태의 초기 값은 다음과 같다.

$$x(0) = [\frac{\pi}{2} \quad -\frac{\pi}{6} \quad -\frac{\pi}{2} \quad \frac{\pi}{6}]^T$$

그림 4와 그림 5는 모의 실험 결과이다. 제한된 제어기 설계 방법의 효용성을 좀더 분명하게 보여주기 위해 제어 입력은  $t=1$  에서 활성화된다. 시스템 응답에서 볼 수 있듯이 제어 입력이 활성화 되기전 시스템의 상태 궤도는 0으로 접근하지 않지만, 제어 입력이 활성화되면 급격하게 0으로 수렴된다. 그림 4는 불확실성을 갖지 않은 단일링크 유연 로봇의

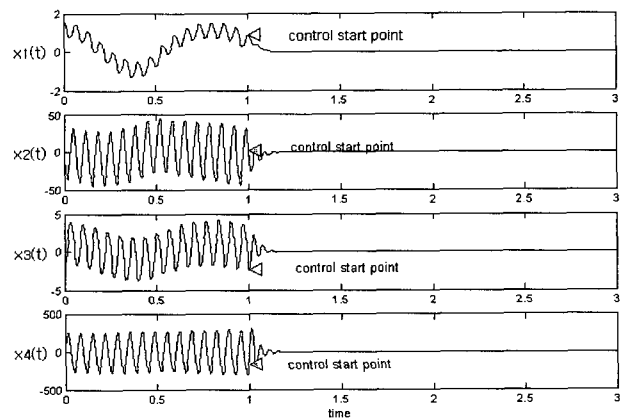


그림 3. 불확실성을 갖지 않은 단일 링크 유연 로봇의 시스템 응답

Fig. 3 . The system response of the single link flexible-joint robot arm without uncertainties

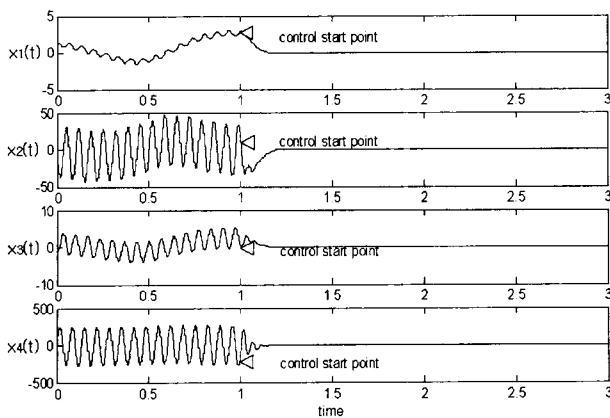


그림 4. 불확실성을 갖는 단일 링크 유연 로봇의 시스템 응답

Fig. 4. The system response of the single link flexible-joint robot arm with uncertainties

모의 실험 결과이고, 그림 5는 불확실성을 갖는 단일 링크 유연 로봇의 모의 실험 결과이다.

모든 모의실험 결과에서 보여주는 것처럼, 제안된 방법은 불확실성을 갖는 단일 링크 유연 로봇 시스템의 제어에 매우 성공적이다. 비록 샘플링 주기  $T=0.02$  sec가 상대적으로 크긴 하지만 페루프 동력학은 아날로그로 제어된 시스템의 동력학과 밀접하게 정합된다.

## 5. 결 론

본 논문에서는 불확실성을 갖는 비선형 동적 시스템의 퍼지 모델 기반 제어기에 대한 새로운 지능형 디지털 재설계 방법을 제안했다. 우선 주어진 비선형 동적 시스템에 대한 연속시간 불확실 TS 퍼지 모델이 구성되었고, 제안된 디지털 재설계 기법에 대한 이론적 기초를 제공하기 위해 연속시간 불확실 TS 퍼지 모델과 이산시간 불확실 TS 퍼지 모델 사이의 관계가 유도되었다. 연속시간 퍼지 모델 기반 제어기 설계를 위해 안정화와 추적 수행이 가능한 EPDC 기법을 이용하였다. 연속시간 제어기 설계에서 국부적 궤환 보상기는 본래의 비선형 시스템에 대해 전체적 페루프 안정성을 갖도록 *guaranteed-cost* 설계 방법을 이용하여 설계되고, 이러한 목적을 위해서 디지털로 제어된 시스템의 상태와 밀접하게 일치할 수 있도록 하기 위해 등가의 디지털 제어기의 설계 방법을 제안하였다.

마지막으로, 모의 실험에서는 단일 링크 유연 로봇 시스템에 대한 정확한 TS 퍼지 모델을 개발했고, 본 논문에서 제안된 설계 방법이 단일 링크 유연 로봇 시스템과 같은 비선형 동적 시스템을 효과적으로 제어할 수 있음을 보여주었다.

## 참 고 문 헌

[1] K. Tanaka, T. Ikeda and H. O. Wang, "Robust stabilization of a class of uncertain nonlinear systems via fuzzy control : quadratic stabilizability,  $H^\infty$  control theory, and linear matrix inequality-

ties", IEEE Trans. on Fuzzy Systems, Vol. 4, No. 1, pp. 1-13, Feb., 1996.

- [2] K. Tanaka, T. Ikeda and H. O. Wang, "Fuzzy regulators and fuzzy observer : relaxed stability conditions and LMI-based designs", IEEE Trans. on Fuzzy Systems, Vol. 6, No. 2, pp. 250-265, 1998.
- [3] T. Takagi and M. Sugeno, "Fuzzy identification of systems and its applications to modeling and control", IEEE Trans. System, Man, and Cyber., Vol. 15, pp. 116-132, 1985.
- [4] J. Li, D. Niemann and H. O. Wang, "Parallel distributed compensation for Takagi-Sugeno fuzzy models : multi-objective controller design", Proc. of ACC, PP. 1832-1836, San Diego, California, June, 1999.
- [5] Y. H. Joo, L. S. Shieh, and G. Chen, "Hybrid state-space fuzzy model-based controller with deal-rate sampling for digital control of chaotic system", IEEE Trans. on Fuzzy Systems, Vol. 7, No. 4, Aug., 1999.
- [6] B. C. Kuo, Digital Control Systems, Holt, Rinehart and Winston, New York, 1980.
- [7] K. Tanaka and M. Sugeno, "Stability analysis and design of fuzzy control systems", Fuzzy Sets and Systems, Vol. 45, No. 2, pp. 134-156, 1992.
- [8] K. Tanaka, T. Ikeda and H. O. Wang, "An LMI approach to fuzzy controller designs based on relaxed stability conditions", Proc. of FUZZ-IEEE, pp. 171-176, 1997.
- [9] M. Sugeno and G. T. Kang, "Structure identification of fuzzy model", Fuzzy Sets and Systems, Vol. 28, pp. 15-33, 1988.

## 저 자 소 개



### 조광래(Kwang Lae Cho)

2002년 : 군산대학교 제어계측공학과 졸업  
2002년~현재 : 동 대학원 전자정보공학부 석사과정

관심분야 : 퍼지제어, 지능제어, 퍼지시스템 모델링, 로봇제어, 유전알고리즘

Phone : +82-63-469-4706  
Fax : +82-63-469-4706  
E-mail : ckl1116@daum.net

### 주영훈(Young Hoon Joo)

제 13권 제 5호(2003년 8월호) 참조

### 박진배(Jin Bae Park)

제 13권 제 5호(2003년 8월호) 참조