

## 이동경계기법을 이용한 제주항의 유동해석

김 남 형\* · 박 지 훈\*\*

\* 제주대학교 해양과학부 교수, \*\*제주대학교 대학원

### The Flow Analysis of Jeju Harbor using Moving Boundary Technique

Nam-Hyeong Kim\* · Ji-Hun Park\*\*

\* School of Ocean Science, Cheju National University, Jeju 690-756, Korea

\*\* Graduate School of Cheju National University, Jeju 690-756, Korea

**요약** : 유한요소기법을 이용하여 유동해석의 수치모델을 행하였다. 공간을 이산화 할 때에는 Galerkin법을 적용하였으며, 시간의 함수를 이산화 할 때에는 많은 수의 요소와 비정상상태의 문제를 다루는데 있어 장점을 가진 2단계 양해법을 이용하였다. 이동경계조건을 고려한 2차원 유동모델을 개발하였고, 직사각형 수조에서 개발된 유동모델을 적용하여 검증하였고, 유용성을 확인하였다. 제주항에 개발된 이동경계기법을 적용하여 계산한 결과, 본 이동경계기법의 좋은 적용성을 보여주었다. 본 연구로부터 이동경계처리 방법이 실해역에서의 유동해석에 있어 유용하고 효율적인 방법이라고 결론지을 수 있다.

**핵심용어** : 유동해석, 유한요소, 2단계 양해법, 이동경계처리기법

**Abstract** : The numerical model of the flow analysis by finite element technique is described. The Galerkin method is employed for spatial discretization. Two step explicit finite element scheme is used to discretize the time function, which has advantage in problems treating large numbers of elements and unsteady state. Two dimensional hydrodynamic model considering moving boundary condition is developed. Also it applied flow model which develop on flow portion of ideal fluid in the model flume and verified, and the results of this study confirm the efficiency of moving boundary treatment in Jeju harbor. The computed results have shown the good adaptability of moving boundary condition. From these studies, it can be concluded that the present method is a useful and effective tool in tidal flow analysis.

**Key words** : flow analysis, finite element, Two step explicit method, moving boundary

### 1. 서 론

천해역에 있어서 해수의 유동을 파악하는 것은, 공학상 매우 중요한 문제이다. 천해역에서 해수유동의 해석에 폭넓게 이용되어지고 있는 수치해석모델로서는 유한차분법과 유한요소법으로 대별할 수 있다. 각각의 방법은 장단점이 있으나 불규칙한 지형과 수심을 용이하게 표현할 수 있는 유한요소법이 보다 현실적이라고 할 수 있다.

본 연구에서는 김(1995)에 의해 사용된 천해장파방정식에, Kawahara and Umetus(1986, 1988)에 의해 제안된 이동경계수법을 도입하여, 고정경계에 대한 유한요소법에 의한 유동해석 모델을 보완·향상시켰다. 정립된 모형은 조간대를 갖는 1차원의 직사각형수로에 적용하여 해석모델의 타당성의 검토를 하였고, 또 실해역인 제주항에 적용하여 유동해석을 수행하였다.

### 2. 기본방정식

Fig. 1에서와 같이 비압축성 3차원 유체의 천해역에서 천해장파방정식을 유도해보자. X축과 Y축을 정수면 내에서 수평직각방향으로 잡고, Z축을 연직방향으로 잡는다. 이때, 평균수심을 나타내는 것으로써  $h(x, y)$ , 정수면으로부터 측정한 조위를  $\eta(x, y, t)$ 로 나타낸다.

연속의 방정식은 다음과 같이 나타낸다.

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + \frac{\partial(uH)}{\partial x} + \frac{\partial(vH)}{\partial y} = 0$$

여기서  $H = h + \eta$ 이고,  $u, v$ 는 X, Y방향의 유속이다.

수심방향에서의 가속도는 무시할 정도로 작고, 정수압을 가정하면, 운동방정식을 다음과 같이 유도할 수 있다.

\* 대표저자 : 김남형(종신학원), nhkim@cheju.ac.kr, 064)754-3452

\*\* 정회원 hapyline2@hotmail.com, 064)754-3453

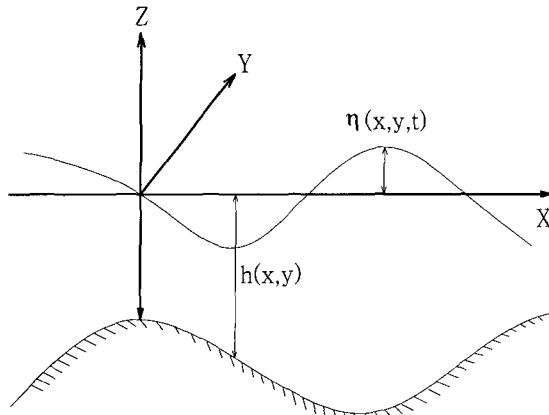


Fig. 1 Vertical cross section of the sea

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + g \frac{\partial \eta}{\partial x} - fv + \frac{gv\sqrt{u^2 + v^2}}{Hc^2} \\ - \frac{KW^2}{H} \cos \phi - v \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) = 0 \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + g \frac{\partial \eta}{\partial y} + fu + \frac{gu\sqrt{u^2 + v^2}}{Hc^2} \\ - \frac{KW^2}{H} \cos \phi - v \left( \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) = 0 \end{aligned} \quad (3)$$

여기서,  $f$ 는 Coriolis parameter(계수)이며,  $f = 2\omega \sin \phi$  ( $\omega = 7.292 * 10^{-5}$  (rad/sec)),  $\phi$ 는 위도 (rad)로 주어진다.  $g$ 는 중력가속도 (= 9.806 m/sec<sup>2</sup>)이며,  $v_t$ 는 와동점성계수,  $c$ 는 해저마찰에 대한 Chezy의 계수 ( $= 1/n h^{1/6}$ ),  $n$ 은 Manning의 조도계수이다.  $W$ 는 해면 10m에서 부는 바람의 풍속 (m/s)이며,  $\phi$ 는 풍향이고,  $K$ 는 풍속에 따라 주어지는 계수이다.

경계조건으로서는, 유속 또는 조위가 주어지는 경계를 생각한다.

$$u = \hat{u}, \quad v = \hat{v}, \quad \eta = \hat{\eta} \quad (4)$$

여기서  $\hat{\cdot}$ 는 주어진 일정한 값을 의미한다. 한편, 연안에 있어서의 지형은 불규칙하고 반드시 X축 혹은 Y축과 일치하지 않는다. 따라서 연안으로 향하는 법선방향의 유속을 0으로 한다. 본 계산에서는 바람의 영향은 고려하지 않으며, 흐름이 없다고 생각되는 지점에서는,  $u, v$  모두 0으로 주어진다.

### 3. 유한요소기법

#### 3.1 공간방향의 이산화

천해장파방정식(1), (2), (3)를 시간에 대하여 이산화하기 전에 공간방향으로 유한 요소기법을 적용하여 이산화 한다. 또, 천해장파방정식(1), (2), (3)은 비선형성이 포함되어져 있기 때문에, 유한요소의 해를 얻기 위하여 Galerkin법을 적용한다. Galerkin법은 가중잔차함수를 미지의 형상함수와 똑같이 취한다. 여기서 가중잔차함수는 경계위에서는 값이 0이지만, 그

밖의 영역에서는 임의의 값을 취한다. 여기서 가중잔차함수  $u^*, v^*, \eta^*$ 을 각각 식(1), (2), (3)에 곱하여 해석영역  $\Omega$ 에 대하여 적분하면, 다음의 방정식이 주어진다.

$$\begin{aligned} \int_{\Omega} \eta^* \frac{\partial u}{\partial t} d\Omega + \int_{\Omega} \eta^* \frac{\partial(uH)}{\partial x} d\Omega \\ + \int_{\Omega} \eta^* v \frac{\partial(vH)}{\partial y} d\Omega = 0 \end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} \int_{\Omega} u^* \frac{\partial u}{\partial t} d\Omega + \int_{\Omega} u^* u \frac{\partial v}{\partial x} d\Omega + \int_{\Omega} u^* v \frac{\partial v}{\partial y} d\Omega \\ + g \int_{\Omega} u^* \frac{\partial \eta}{\partial y} d\Omega - \int_{\Omega} u^* fv d\Omega \\ + \int_{\Omega} u^* \frac{gv\sqrt{u^2 + v^2}}{Hc^2} d\Omega \\ - \int_{\Omega} u^* v \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) d\Omega = 0 \end{aligned} \quad (6)$$

$$\begin{aligned} \int_{\Omega} v^* \frac{\partial u}{\partial t} d\Omega + \int_{\Omega} v^* u \frac{\partial v}{\partial x} d\Omega + \int_{\Omega} v^* v \frac{\partial v}{\partial y} d\Omega \\ + g \int_{\Omega} v^* \frac{\partial \eta}{\partial y} d\Omega + \int_{\Omega} v^* fv d\Omega \\ + \int_{\Omega} v^* \frac{gu\sqrt{u^2 + v^2}}{Hc^2} d\Omega \\ - \int_{\Omega} v^* v \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) d\Omega = 0 \end{aligned} \quad (7)$$

유한요소법으로 식(5), (6), (7)을 이산화 할 때에, 해석영역의 형상으로서 여러 가지 형상이 고려되지만, 일반적으로 잘 이용되고 있는 삼각형 요소를 이용한다. 유한요소내의 임의의 위치에 대한 미지의 유속  $u, v$  와 미지의 조위  $\eta$ 의 값은 삼각형의 절점 값을 이용하여 다음과 같은 식으로 근사된다.

$$\left. \begin{aligned} u &= \sum_{a=1}^3 \phi_a u_a, \quad u^* = \sum_{a=1}^3 \phi_a u_a^* \\ v &= \sum_{a=1}^3 \phi_a v_a, \quad v^* = \sum_{a=1}^3 \phi_a v_a^* \\ \eta &= \sum_{a=1}^3 \phi_a \eta_a, \quad \eta^* = \sum_{a=1}^3 \phi_a \eta_a^* \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

여기서,  $\phi$ 는 유속 및 조위의 분포상황을 각 요소 내에서 근사하는 보간함수이고, 보간함수의 형상은,

$$\phi_a = \frac{1}{2A} (a_a + b_a x + c_a y) \quad (a=1, 2, 3) \quad (9)$$

여기서,  $A$ 는 삼각형의 면적이다. 식(5), (6), (7)에 식(8)을 대입하고,  $u_a^*, v_a^*, \eta_a^* (a=1, 2, 3)$  가 임의의 값인 것을 고려하면, 다음과 같은 요소방정식이 얻어진다.

$$\begin{aligned} \sum_{\beta=1}^3 M_{\alpha\beta} \dot{\eta}_{\beta} + \sum_{\beta, \gamma=1}^3 X_{\alpha\beta\gamma} u_{\beta} H_{\gamma} \\ + \sum_{\beta, \gamma=1}^3 Y_{\alpha\beta\gamma} v_{\beta} H_{\gamma} = 0 \end{aligned} \quad (10)$$

$$\begin{aligned}
& \sum_{\beta=1}^3 M_{\alpha\beta} \dot{u}_\beta + \sum_{\beta,\gamma=1}^3 X_{\alpha\beta\gamma} u_\beta u_\gamma + \sum_{\beta,\gamma=1}^3 Y_{\alpha\beta\gamma} v_\beta u_\gamma \\
& + \sum_{\beta=1}^3 A_{\alpha\beta} \eta_\beta - \sum_{\alpha,\beta=1}^3 L_{\alpha\beta} v_\beta + \sum_{\alpha,\beta=1}^3 I_{\alpha\beta} u_\beta \\
& + \sum_{\alpha,\beta=1}^3 N_{\alpha\beta} u_\beta = 0
\end{aligned} \tag{11}$$

$$\begin{aligned}
& \sum_{\beta=1}^3 M_{\alpha\beta} \dot{v}_\beta + \sum_{\beta,\gamma=1}^3 X_{\alpha\beta\gamma} u_\beta v_\gamma + \sum_{\beta,\gamma=1}^3 Y_{\alpha\beta\gamma} v_\beta v_\gamma \\
& + \sum_{\beta=1}^3 B_{\alpha\beta} \eta_\beta + \sum_{\alpha,\beta=1}^3 L_{\alpha\beta} u_\beta + \sum_{\alpha,\beta=1}^3 I_{\alpha\beta} v_\beta \\
& + \sum_{\alpha,\beta=1}^3 N_{\alpha\beta} v_\beta = 0
\end{aligned} \tag{12}$$

여기서,  $\dot{u}_\beta = \frac{\partial u_\beta}{\partial t}$ ,  $\dot{v}_\beta = \frac{\partial v_\beta}{\partial t}$ ,  $\dot{\eta}_\beta = \frac{\partial \eta_\beta}{\partial t}$  이고, 식(10), (11), (12)에 나타난 계수는 다음과 같다.

$$\left. \begin{aligned}
 M_{\alpha\beta} &= \int_{\Omega} \phi_{\alpha} \phi_{\beta} d\Omega = \frac{A}{12} (1 + \delta_{\alpha\beta}) \\
 A_{\alpha\beta} &= g \int_{\Omega} \phi_{\alpha} \frac{\partial \phi_{\beta}}{\partial x} d\Omega = g \frac{b_{\beta}}{6} \\
 X_{\alpha\beta\gamma} &= \int_{\Omega} \phi_{\alpha} \phi_{\beta} \frac{\partial \phi_{\gamma}}{\partial x} d\Omega = \frac{b_{\gamma}}{24} (1 + \delta_{\alpha\beta}) \\
 B_{\alpha\beta} &= g \int_{\Omega} \phi_{\alpha} \frac{\partial \phi_{\beta}}{\partial y} d\Omega = g \frac{c_{\beta}}{6} \\
 Y_{\alpha\beta\gamma} &= \int_{\Omega} \phi_{\alpha} \phi_{\beta} \frac{\partial \phi_{\gamma}}{\partial y} d\Omega = \frac{c_{\gamma}}{24} (1 + \delta_{\alpha\beta}) \\
 L_{\alpha\beta} &= f \int_{\Omega} \phi_{\alpha} \phi_{\beta} d\Omega = f \frac{A}{12} (1 + \delta_{\alpha\beta}) \\
 I_{\alpha\beta} &= -\frac{g}{Hc^2} \int_{\Omega} \phi_{\alpha} \phi_{\beta} \sqrt{u_{\beta}^2 + v_{\beta}^2} d\Omega \\
 &= \frac{g}{Hc^2} - \frac{A}{12} (1 + \delta_{\alpha\beta}) \sqrt{u_{\beta}^2 + v_{\beta}^2} \\
 N_{\alpha\beta} &= v_i \left( \frac{\partial \phi_{\alpha}}{\partial x} - \frac{\partial \phi_{\beta}}{\partial x} + \frac{\partial \phi_{\alpha}}{\partial y} - \frac{\partial \phi_{\beta}}{\partial y} \right) d\Omega = v_i A \\
 \left\{ \left| \begin{array}{l} (b_1 b_1 + c_1 c_1)(b_1 b_2 + c_1 c_2)(b_1 b_3 + c_1 c_3) \\ (b_2 b_1 + c_2 c_1)(b_2 b_2 + c_2 c_2)(b_2 b_3 + c_2 c_3) \\ (b_3 b_1 + c_3 c_1)(b_3 b_2 + c_3 c_2)(b_3 b_3 + c_3 c_3) \end{array} \right| \right\}
 \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

여기서,  $\delta_{\alpha\beta}$ 는 Kronecker의 Delta이며,  $\alpha = \beta$ 일 때에는 1이고,  $\alpha \neq \beta$ 일 때는 0의 값을 갖는다.

식(10), (11), (12)을 모든 요소에 관하여 더하면, 다음과 같은 전체 방정식이 얻어진다.

$$[M]\{\dot{\eta}\} + [XH]\{u\} + [YH]\{v\} = 0 \quad (14)$$

$$\begin{aligned} & [M]\{ \dot{\boldsymbol{u}} \} + [X\boldsymbol{u}]\{ \boldsymbol{u} \} + [Y\boldsymbol{u}]\{ \boldsymbol{v} \} + [A]\{ \boldsymbol{\eta} \} \\ & - [L]\{ \boldsymbol{v} \} + [I+N]\{ \boldsymbol{u} \} = 0 \end{aligned} \quad (15)$$

$$\begin{aligned} & [M]\{ \dot{x} \} + [Xv]\{ u \} + [Yv]\{ v \} + [B]\{ \eta \} \\ & + [L]\{ u \} + [I+N]\{ v \} = 0 \end{aligned} \quad (16)$$

또, 식(14), (15), (16)을 다음과 같이 나타낼 수 있다

$$[Z]\{\dot{K}\} + [T]\{K\} = 0 \quad (17)$$

여기서,

$$[Z] = \begin{bmatrix} M & 0 & 0 \\ 0 & M & 0 \\ 0 & 0 & M \end{bmatrix}, \quad \{K\} = \left\{ \begin{array}{c} \eta \\ u \\ v \end{array} \right\} \quad (18)$$

$$[T] = \begin{bmatrix} XH & YH & 0 \\ Xu + I + N & Yu - L & A \\ Xv + L & Yv + I + N & B \end{bmatrix}, \quad \{K\} = \left\{ \begin{array}{c} u \\ v \\ \eta \end{array} \right\}$$

이다.  $\{K\}$ 는 전 절점에 대한 유속과 조위를 나타내는 벡터이고,  $[Z], [T]$ 는 각각 유한요소에서 계산된 계수를 조합한 것에 의해 얻어진 행렬이다. 전체방정식(17)은 시간에 관한 미분을 포함하고 있다.

### 3.2 시간방향의 이산화

유한요소법에 의해 공간방향으로 이산화한 식(17)을 시간 방향으로 이산화한다. 식(17)은 시간 미분을 포함하는 항이 있으므로 2단계 양해법을 이용하여 이산화한다. 2단계 양해법은 축차시간 적분법이다. 시간 스텝  $n$ 과  $n+1$ 의 사이에  $n+1/2$ 의 중간단계의 스텝을 설정하는 것에 의해, 다음과 같이 주어진다.

$$K^{n+1/2} = K^n + \frac{\Delta t}{2} \frac{dK^n}{dt} \quad (19)$$

$$K^{n+1} = K^n + \frac{\Delta t}{2} \frac{dK^{n+1/2}}{dt} \quad (20)$$

식(17)에 2단계 양해법의 식(19), (20)을 대입하면, 아래와 같은 관계가 얻어진다.

$$[Z]\{K^{n+1/2}\} = [Z]\{K^n\} - \frac{\Delta t}{2} [T]\{K^n\} \quad (21)$$

$$[Z]\{K^{n+1}\} = [Z]\{K^n\} - \Delta t [T]\{K^{n+1/2}\} \quad (22)$$

위식의 좌변의 행렬  $[Z]$ 의 역행렬을 계산해야 하기 때문에, 식(21), (22)는 완전한 양해법이 아니다. 따라서 좌변의 계수행렬을 집중화하면, 다음의 알고리즘이 얻어진다.

$$[\bar{Z}]\{K^{n+1/2}\} = [\bar{Z}]\{K^n\} - \frac{\Delta t}{2} [T]\{K^n\} \quad (23)$$

$$[\bar{Z}]\{K^{n+1}\} = [\bar{Z}]\{K^n\} - \Delta t [T]\{K^{n+1/2}\} \quad (24)$$

여기서 「기」은 짐중행렬이고 다음과 같다.

$$[\bar{Z}] = \begin{bmatrix} \bar{m} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\bar{m}}{3} & 0 \\ 0 & 0 & -\bar{m} \end{bmatrix}, \quad \bar{m} = \frac{d}{3} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (25)$$

$$[\bar{Z}] = e[\bar{Z}] + (1 - e)[Z]$$

여기서,  $e$ 는 Lumping parameter로 불려지며, 본 계산에서는  $e$ 를 0.90으로 계산하였다. 식(23), (24)를 전체의 영역에서 경계조건을 주어 계산을 하면, 각 절점에서 유속과 조위를 구할 수가 있다.

#### 4. 이동경계처리기법

천해역에서 조간대와 같이 침수와 노출이 반복되는 지역에서의 침수와 노출의 경계와 한계를 명확하게 하는 것은 매우 중요하며, 본 모델에서 사용된 이동경계처리기법은 다음과 같다.

1) 계산영역에서 계산절점이 침수되었는지 노출되었는지를 전체수심 ( $H = h + \eta$ )에 의하여 판단한다. 즉,  $H \leq 0$ 이면 노출로 간주하고,  $H > 0$ 이면 침수된 것으로 간주한다.

2) 계산요소가 침수되었는지 노출되었는지 조사한다. 본 계산에 있어서 사용된 요소는 3각형 요소로서 3개의 절점에 대하여 조사하였다. 각 요소의 절점 중에 3개가 모두 노출된 경우는 완전히 노출된 것으로 간주하여 계산에서 제외하였다.

3) 육지와 해수 사이의 경계에 있는 요소를 결정한다. 계산요소의 절점중에 1절점만이 노출되어 있는 경우는 노출 절점이 경계위에 놓여 있는 것으로 보아 노출된 1절점에서의 총 수심을 0으로 하고, 그 요소의 절점에서의 유속성분을 0으로 하였다. 노출되지 않은 나머지 2개 절점의 수면 변위는 계산에 포함시켰다.

위의 과정을 예를 들어 설명하면 다음과 같다. Fig. 2와 같은 유한요소 격자망을 생각하자.

가. Fig. 2의 어떤 순간적인 해수면을 S.W.L이라 할 때 요소 ①과 ②는 전체수심이 0보다 작기 때문에 계산에서 제외한다.

나. 절점 2, 3, 8로 구성된 요소 ③과 절점 3, 9, 8로 구성된 요소 ④는 계산에 사용된다. 그러나 절점 2, 3, 8, 9에서의 유속 성분을 0, 절점 2, 8에서의 해수면 조위를 0으로 한다.

다. 완전히 침수되어 있는 요소 ⑤~⑩은 완전히 계산에 포함된다.

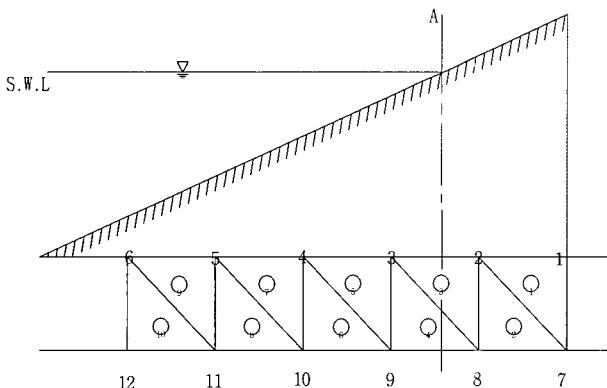


Fig. 2 Schematic illustration of moving boundary condition

#### 5. 이동경계기법의 검증 및 타당성

이동경계조건의 타당성을 검증하기 위하여 Fig. 3과 같은 직사각형의 수로로, 계산해역 우측 일부에 조간대를 가지며 좌측경계가 개방된 크기 1.2km×2.4km인 폐쇄된 만(灣)형 상이다.

대상영역의 요소분할은 격자간격을 120m, 절점수와 요소수를 각각 231개 및 400개로 구성하였다. 아래그림은 평균해면을 기준으로 한 대상해역의 수심 분포를 나타낸다. 이와 같은 수로의 좌측경계에 진폭 2m, 주기 40,000초의 장파를 전파시키는 경우에 대해 수치해석을 행하였다. 수치해석을 행할 때의 계산시간 간격은 10초, Manning의 조도계수는 0.03을 사용하였으며 Lumping parameter  $e$ 는 0.90으로 하였다. 계산시 Coriolis힘은 무시하였다.

조간대를 갖는 직사각형수로의 각 수심별(3m, 1.75m, 0.75m, -0.5m) 수면변위는 Fig. 4에 나타내었었다. Fig. 4에서 보면 점 A는 수면변위보다 수심이 깊은 곳에 위치하고 있으므로 주어진 전주기 동안 정현파 형상을 잘 나타내고 있다. 반면에 점 B, C, D에서는 수면변위가 수심보다 큰 경우로, 각 점에서 수면변위가 수심보다 작은 경우는 직선으로 나타나며 수면변위가 수심보다 큰 경우는 정현파 형상을 나타낸다.

Fig. 5에서는 수면변위를 유속벡터로 나타내었다. Fig. 5(a)의 계산시간 31,500sec에서는 수면이 1m상승함에 따라 수조안쪽으로 유속이 이동하는 것을 나타내었고, Fig. 5(b)의 계산시간 35,000sec에서는 물이 그림의 왼쪽으로 빠지면서 전체면적의 20%정도가 노출된 것을 볼 수 있으며, Fig. 5(c)의 계산시간 37,000sec에서는 수심이 2m까지 하강했을 때로, 전체면적의 60%가 노출된 것을 알 수 있다. Fig. 5(d)의 계산시간 40,000sec에서는 수면이 초기상태로 상승한 경우로, 노출된 부분이 다시 침수되는 것을 알 수 있다.

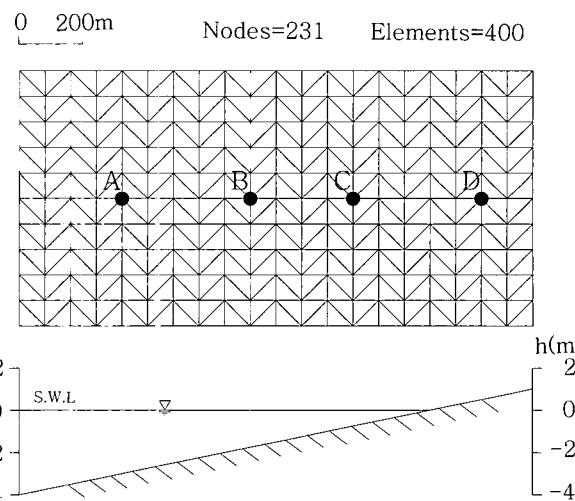


Fig. 3 Finite element idealization of wave channel for model tests

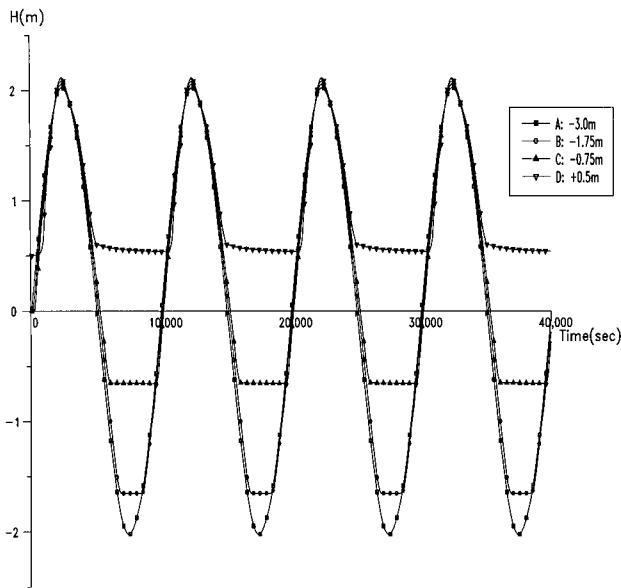


Fig. 4 Water level fluctuations calculated at nodal point A, B, C and D of Fig. 3

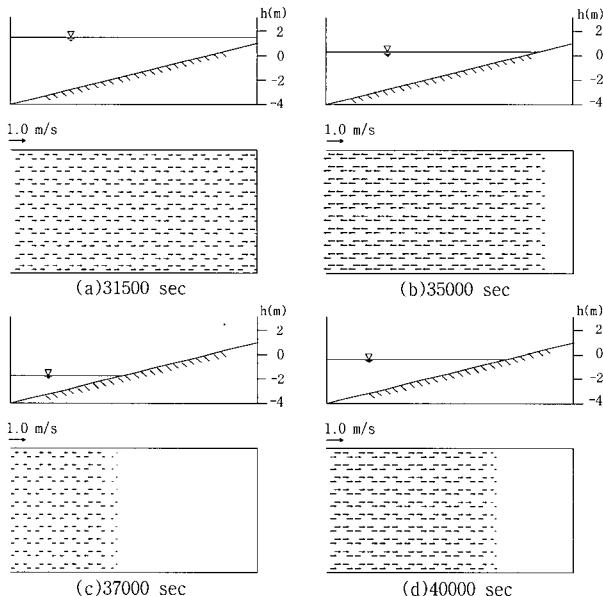


Fig. 5 Water level and velocity vectors

## 6. 제주항의 유동계산 및 고찰

천해장파의 유한요소방정식(23), (24)을 이용하여, 제주항의 유동문제를 수치해석 하였다. Fig. 6은 제주항의 해석영역을 삼각형의 유한요소로 분할한 것을 나타낸 것으로, 절점수 1,437개, 요소수 2,582개로 하였다. Fig. 7은 제주항의 등수심도를 나타내며, Fig. 8는 대상해역의 해저지형을 나타낸 것이다. 수치해석의 초기조건으로서 유속전 절점에 있어서 0으로 가정하며, 해면은 조위의 변동이 전혀 없는 정수면으로 가정하는 cold start의 조건을 주었다. 경계조건으로서는 연안 경계에 대한 법선방향의 유속을 0으로 하고, 해수면은 해

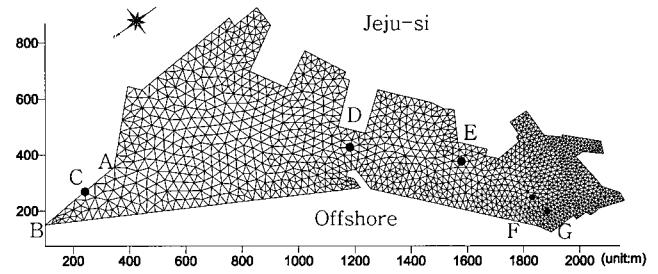


Fig. 6 Finite element idealization of Jeju Harbor

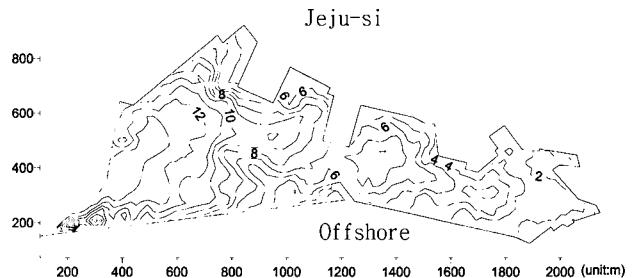


Fig. 7 Water depth of Jeju Harbor

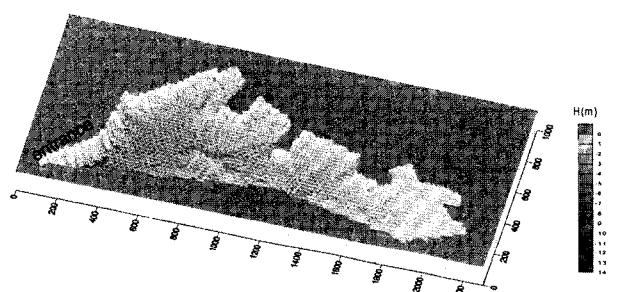


Fig. 8 Topographical map of Jeju Harbor

양수산부 수로국(1993)에서 관측한 결과를 근거로 하여, 제주항 입구(A-B)에서 Table 1같은 조화함수 식(26)을 주었다.

$$\eta = \sum_{m=1}^4 a_m \sin \left( \frac{2\pi}{T_m} \Delta t - k_m \right) \quad (26)$$

여기서,  $a_m$ 은 진폭,  $k_m$ 은 위상,  $T_m$ 은  $M_2, S_2, K_1, O_1$ 분조의 주기,  $\Delta t$ 는 계산시간이다.

Table 1 The results of harmonic analysis for tide in Jeju Harbor(NORI, 1993)

m	Constituent	Amplitude $a_m$ (cm)	Period $T_m$ (hour)	Phase delay $k_m$ (degree)
1	$M_2$	69.7	12.42	303.5
2	$S_2$	29.5	12.00	324.1
3	$K_1$	23	25.82	210.2
4	$O_1$	16.8	23.93	189.2

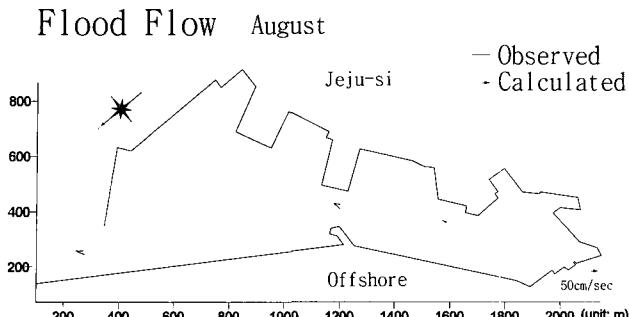


Fig. 9 Comparison of tidal current between calculated and observed results

계산시간  $\Delta t$ 는 계산의 안정을 위하여 다음의 CFL조건을 만족하도록 하였다(Kawahara et al., 1982).

$$\frac{\Delta t}{\Delta x} \leq \frac{\sqrt{2} - \frac{e}{\sqrt{3}}}{3} \cdot \frac{1}{\sqrt{gh}} \quad (27)$$

여기서,  $\Delta x$ 는 유한요소의 최소길이이다. 본 연구에서는 계산시간  $\Delta t$ 는 0.2sec를 주었다.

수치모델의 적용성을 검토하기 위하여 Fig. 9에 관측값과 계산값을 비교하여 나타내었다. 관측값은 1999년 8월 27일에 조사한 창조류의 유속이다(양, 1999). Fig. 9에서 보는 바와 같이 약간의 유향의 차이는 보였으나 유속의 크기는 전반적으로 관측값과 계산값이 잘 일치됨을 알 수 있다. 따라서 본 수치계산에서 제시된 결과는 제주항내의 유속분포를 잘 나타내고 있다고 생각된다.

식(26)에서 주어진 조위로 수치계산 했을 때, Fig. 10은 Fig. 7의 절점 C, D, E에서 계산된 유속과 유향을 나타내고 있다. Fig. 11의 (a), (b), (c)는 조류타원을 도시한 것으로 Fig. 7에 표시된 항 입구 점 C와 중간지점 D에서는 속도가 큰 만큼 물입자의 움직임이 크게 나타나고, 항 안쪽 E에서는 물입자의 움직임이 작게 나타나고 있음을 알 수 있다. 이상의 결과를 보면, 제주항내의 흐름의 상태를 정성적으로 파악 할 수 있겠다.

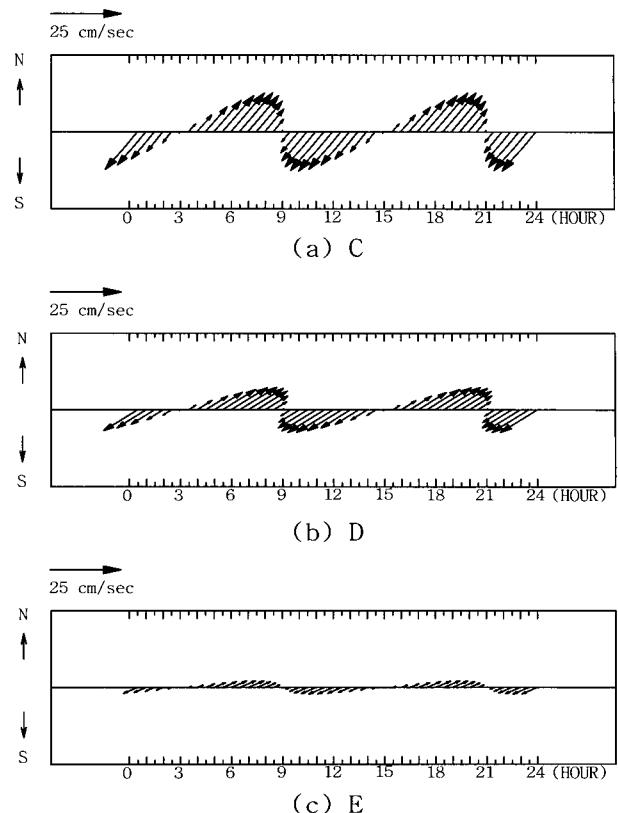


Fig. 10 Calculated current at nodal point C, D, and E in Fig. 7

Fig. 12는 제주항에 대한 수치실험 결과를 특정시간인 저조, 창조, 고조, 낙조 때를 선정하여 도시하였다. 최강창조, 낙조시에는 유속벡터의 크기는 유사하나 방향이 반대로 인 것을 알 수 있다. 이동경계를 고려하지 않은 (김, 1995)의 제주항 연구에서는 저조시 노출되는 조간대의 수치계산이 불가능하였지만, 본 연구에서는 이동경계처리기법을 도입함으로서 제주항 조간대의 유동현상을 잘 나타낼 수 있었다. Fig. 13은 Fig. 7의 이동경계가 적용되지 않는 점 F와 이동경계가 적용되는 점 G에서의 유속을 나타낸 그래프이다. G점과 F점은 유사한 조위곡선을 그리는 것을 알 수 있다. 특히 이동경계가 적용되

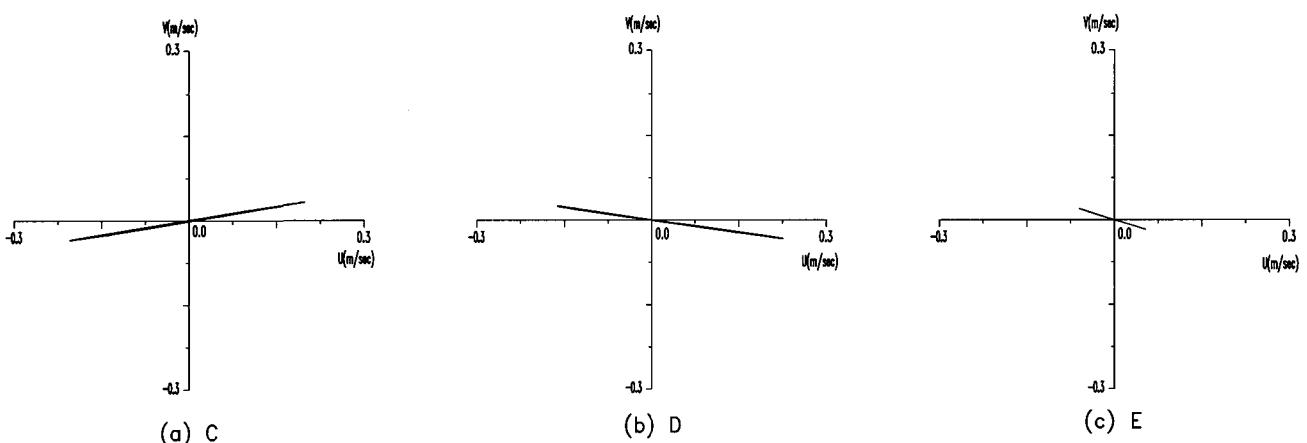


Fig. 11 Calculated current ellipse at nodal point C, D, and E

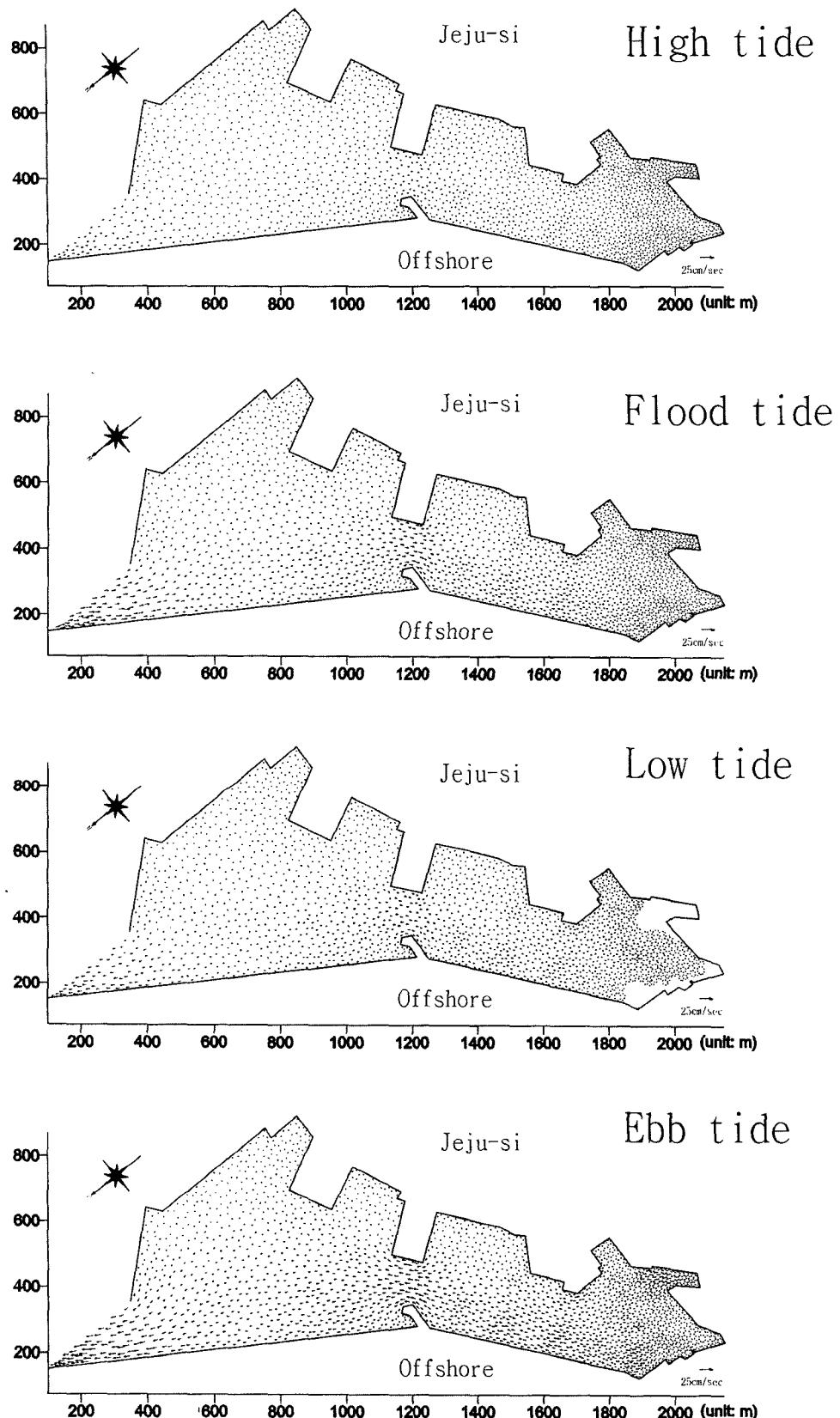


Fig. 12 Computed tidal current of Jeju harbor during spring tide

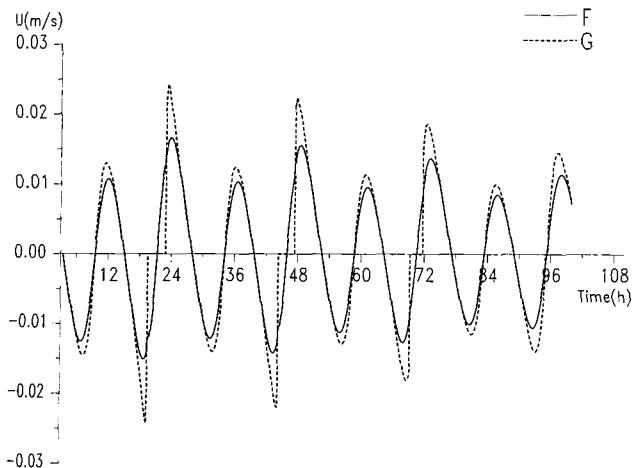


Fig. 13 Calculated velocity at nodal point F and G in Fig. 7

는 G점은 노출되거나 침수될 때에는 유속이 0이 되는 불연속 점이 나타나며, 또 노출되거나 침수될 때에 이동경계가 적용되지 않는 F점과 비교하여 조위곡선이 큰 것을 알 수 있다. 이것은 이동경계가 적용되는 전 영역의 계산조건을  $H > 10\text{cm}$ 로 적용한 것에 기인한다.

## 7. 결 론

이동경계조건의 조간대처리방법으로서, Kawahara and Umetsu(1986, 1988) 방법을 이용하여 천해역에서의 변동수심을 수치시뮬레이션 하였다. 본 수치모델의 타당성을 검토하기 위하여 가상의 직사각형수조에서 이동경계조건을 이용하여 수치시뮬레이션 한 결과를 보면, 이동경계처리기법의 타당성을 검증할 수 있었다.

또 본 수치모델을 제주항에 적용하여 유동현상을 수치계산하였고, 수치계산결과 최강 창·낙조류시의 제주항내의 유속은 대체적으로  $10\text{cm}/\text{s}$ 미만의 분포를 나타나고 있다. 또한 저조시에는 대체적으로 이동경계조건의 처리가 명확하게 나타나고 있는 것도 알 수 있었고, 조간대 노출에 따른 유속의 변화도 확인할 수 있었다. 따라서 유동해석을 하는 경우에 본

연구에서 개발된 이동경계조건을 이용하여 천해역에서 수치시뮬레이션을 행하는 것이 실제의 유동현상을 보다 정확하게 재현할 수 있겠다.

## 후 기

이 논문은 2003년도 두뇌한국21 사업에 의해 지원되었으며, 이에 감사드립니다.

## 참 고 문 헌

- [1] 김남형(1995): 2단계 양해 유한요소 스킵에 의한 천해흐름의 해석, 대한토목학회논문집, 제15권 제6호, pp.1669-1677.
- [2] 서승원, 박원경(1996): 조간대 모의를 위한 2차원 유한요소해석, 한국해안·해양공학회지, 제8권제1호, pp.103-113
- [3] 수로국(1993): 수로기술연보
- [4] 양성기, 최찬문(1999): 제주항의 해양수리학적 특성, 제주대 해양연구논문집, 제23권, pp.9-21.
- [5] 정태성, 김창식(1992): 이동경계를 고려한 유한요소 해수유동모형, 한국해안·해양공학회지, 제4권제3호, pp.146-155.
- [6] Kawahara, M., Hirano, H., Tsubota, K. and Inagaki, K.(1982): Selective lumping finite element method for shallow water flow, Int. for Num. Methods in Fluid, Vol.2, pp.89-112.
- [7] Kawahara M., and Umetsu, T.(1986): Finite Element Method for Moving Boundary Problems in River Flow, Int. J. for Num. Method in Fluids, Vol. 16, pp.365-389.
- [8] Kawahara M., and Umetsu, T.(1988): Two Step Explicit Finite Element Method for the Spill Way Flow using Moving Boundary Technique, Computer Modelling in Ocean Engineering, pp.597-608.

원고접수일 : 2003년 6월 30일

원고제택일 : 2003년 12월 3일