

Zakharov-Shabat 결합모드 방정식을 사용한 불균일 전송선로 필터의 효율적인 합성에 관한 연구

A Study on the Efficient Synthesis of Nonuniform Transmission Line Filters using Zakharov-Shabat Coupled Mode Equation

장 완 규 · 박 의 준

Wan-Gyu Jang · Eui-Joon Park

요 약

원하는 주파수 응답을 갖는 불균일 전송선로(NTL)는 일차원 역산란 문제에서 결합모드 Zakharov-Shabat(ZS) 방정식으로부터 포텐셜을 합성함으로써 구현할 수 있다. 본 연구에서는 ZS 방정식을 사용하여 제한된 포텐셜 범위를 갖도록 하는 임의 반사계수를 갖는 NTL을 효율적으로 합성하는 방법을 제안한다. 이 방법은 특정한 윈도우 함수를 사용한 반사계수를 목표치로 한 경우보다 합성된 선로의 길이가 짧아지는 장점을 가진다. 또한 ZS 역변환시 연쇄법을 사용함으로써 기존의 반복법에 의한 계산과정을 간소화시켰다. 분산특성을 갖는 NTL 필터 설계에 제안한 방법을 적용함으로써 특정한 윈도우를 목표치로 한 기존의 방법과 비교, 분석하였으며, chain 행렬을 사용한 2-포트 해석을 통해 타당성을 검증하였다.

Abstract

Nonuniform transmission lines(NTLs) with the desired frequency response can be realized by synthesizing the potential from the coupled mode Zakharov-Shabat(ZS) equation in the one-dimensional inverse scattering problem. In this study, an efficient synthesis method using the ZS equations is presented for NTLs with arbitrarily specified reflection coefficients which take the restricted potential. This method lessens the line length which plague conventional design schemes using specific windows for reflection coefficients. Furthermore solving the ZS inverse transform problem is simplified by adopting the successive approach instead of the conventional iterative method. The proposed method is compared with the conventional method using specific windows by applying to design of dispersive NTL filters, and verified by two-port analysis through the chain matrix.

Key words : Nonuniform Transmission Lines, Inverse Scattering, Zakharov-Shabat Equation

I. 서 론

일차원 역산란 문제는 주로 적층형 혹은 연속적으로 변화하는 임의 매질이 일차원으로 분포된 경우에 산란패턴을 분석하여 매질의 전자기적 특성을 복구하는 과정이라 볼 수 있다. Rayleigh와 Bohn^[1] 등에

의해 산란체와 산란장과의 선형적 관계가 존재함이 발견된 이래 역산란 이론에 대한 많은 연구가 진행되어 왔다. 특히 일차원 역산란 문제해석은 1950년대 초 Gel'fand, Levitan, Marchenko와 Kay^[2] 등에 의해 시작되었으며, 이들은 연속적으로 분포된 등방성 유전매질의 TE 및 TM 역산란 패턴을 Schrödinger 미

「본 연구는 금오공과대학교 학술연구비에 의하여 연구된 논문임.」

금오공과대학교 전자공학부(School of Electronic Engineering, Kumoh National Institute of Technology)

· 논문 번호 : 20030922-127

· 수정완료일자 : 2003년 11월 3일

분방정식으로 표현하고 그 방정식의 해로부터 매질의 유전을 분포에 해당하는 포텐셜을 복구하는 방법을 제시하였다. 그 후 이 방법을 활용, 개선시켜 전리층에서의 이온화된 개스 프로파일^[3], 유전체 유전을 분포 프로파일^{[4],[5]}, 음파 속도 프로파일^[6], 굴절을 프로파일^[7] 등을 복구하는 연구가 진행되어 왔다. 또한 연속적으로 분포된 등방성 유전 매질 및 적층된 이방성 매질에 대한 역산란 문제에서 산란 패턴을 Riccati형 미분방정식으로 표현하고, 적분형으로 나타나는 그 해로부터 포텐셜을 복구하는 방법도 많이 사용되어 왔다^[8]. 최근 들어 Soliton 이론에 기반한 비선형 광학, 결합된 도체 및 유전체 도파관, 광집적 필터 등에서 이중모드 해석을 위한 ZS 결합모드 방정식을 사용하여 2개의 포텐셜을 갖는 유전체 매질에 대한 역산란 문제도 연구되어 왔다^{[9],[10]}.

한편 일차원적이고 연속적인 포텐셜 분포를 갖는 유전체 매질의 역산란 패턴은 Schrödinger 미분방정식으로 표현될 수 있으며 그 해는 일반적으로 두가지의 적분방정식으로 표현될 수 있다. 즉 Gelfand-Levitan-Marchenko(GLM)형과 Wentzel-Kramers-Brillouin(WKB)형이다^[2]. GLM형 적분방정식의 해는 일반적으로 이중모드 결합방정식인 ZS 미분방정식의 해인 포텐셜과 직접적인 관계를 가진다. 유전체 매질의 일차원적 포텐셜이 완만하게 변화하면 WKB 적분방정식으로부터 직접 포텐셜을 계산할 수 있으나, 급격히 변화하면 Schrödinger 미분방정식의 해는 WKB 적분방정식을 사용한 급수해로 표현되어 복잡한 단점을 가진다. 회로정수가 분포된 전송선로의 전송방정식으로부터 이중모드 ZS 미분방정식이 유도될 수 있으며, 원하는 반사계수를 갖는 전송선로의 특성임피던스 합성을 위해 GLM형 적분방정식의 해로부터 포텐셜을 계산하는 것이 불균일 전송선로 필터설계 과정이라 볼 수 있다. 그러나 임의 통과대역 반사계수를 기존의 특정한 윈도우형으로 설정할 경우 합성된 포텐셜 범위는 매우 커질 수 있으므로 허용 범위를 설정해야 한다. 따라서 목표치에 근접할 수 있는 포텐셜 범위를 인위적으로 설정해야 하는 불편함이 있으며 경우에 따라 truncation 오차가 크게 발생할 수 있다^[11]. 본 연구에서는 ZS 시스템을 만족하는 전송선로가 제한된 범위의 포텐셜을 가질 수 있도록 입력 반사계수 목표치를 최적화 기법을

사용하여 산출한다. 제한된 범위의 포텐셜로부터 합성된 특성임피던스 프로파일의 길이는 상대적으로 짧아지며, 계산 과정에서 truncation 오차를 줄일 수 있다. 또한 포텐셜 계산에 mesh를 사용한 연쇄 근사법(successive approach)을 적용함으로써 계산을 간단히 하였다.

II. 불균일 전송선로 해석

무손실 전송선로가 z방향으로 뻗어 있을 경우 폐이저형 전송방정식은 다음과 같이 표현된다.

$$\frac{dV(z, \omega)}{dz} + j\omega L_0(z, \omega) \cdot I(z, \omega) = 0 \quad (1)$$

$$\frac{dI(z, \omega)}{dz} + j\omega C_0(z, \omega) \cdot V(z, \omega) = 0 \quad (2)$$

여기서 V와 I는 임의 위치에서의 전압과 전류를 나타내며, ω 는 각주파수를 의미한다. L_0 와 C_0 는 설계주파수 f_0 에서의 단위길이당 인덕턴스와 커패시턴스를 의미하며 분산특성을 고려하여 주파수의존성을 갖는다고 가정한다. $\omega_0 dz = v^{-1} dx$ 와 $v = \sqrt{L_0 \cdot C_0}$ 및 $u = \omega/\omega_0$ 로 치환하고 다음과 같이 정의한다.

$$w_1(x, u) = \left(\frac{L_0(x, u)}{C_0(x, u)} \right)^{\frac{1}{4}} I(x, u) \quad (3)$$

$$w_2(x, u) = - \left(\frac{L_0(x, u)}{C_0(x, u)} \right)^{-\frac{1}{4}} V(x, u) \quad (4)$$

식 (3)과 (4)를 사용하면 식 (1)과 식 (2)는 다음과 같이 ZS 결합모드 방정식 형태로 표현될 수 있다.

$$v_1'(x, u) + ju v_1(x, u) = q(x, f_0) v_2(x, u) \quad (5)$$

$$v_2'(x, u) - ju v_2(x, u) = q(x, f_0) v_1(x, u) \quad (6)$$

여기서 v_1 , v_2 및 q 는 다음과 같이 표현된다.

$$v_1(x, u) = -\frac{1}{2}(w_1(x, u) - w_2(x, u)) \quad (7)$$

$$v_2(x, u) = \frac{1}{2}(w_1(x, u) + w_2(x, u)) \quad (8)$$

$$q(x, f_0) = -\frac{1}{2} \frac{d}{dx} \ln(Z(x, f_0)) \quad (9)$$

$$\begin{aligned} Z(x, f_0) &= \sqrt{\frac{L_0(x, f_0)}{C_0(x, f_0)}} \\ &= Z(0) \exp\left(-2 \int_0^x q(x', f_0) dx'\right) \end{aligned} \quad (10)$$

위 식에서 Z 는 특성임피던스를 의미하고 $Z(0)$ 는 입력단에서의 특성임피던스를 의미한다. 위의 과정에서 $\omega_0 dz = v^{-1} dx$ 의 관계로부터 다음과 같이 z 영역은 x 영역으로 치환되었다.

$$x = \omega_0 \int_0^z \sqrt{L_0(z', u) \cdot C_0(z', u)} dz' \quad (11)$$

여기에서 $z \in (0, L)$ 의 범위를 가지며 L 은 합성될 선로의 길이를 의미한다. 그러므로 설계 주파수 f_0 에서 포텐셜 함수 q 가 합성되면 특성임피던스가 식 (10)으로부터 합성되고 이때 x 영역은 식 (11)과 같이 전기적 길이 차원을 가진다. 식 (5)와 (6)의 v_1 과 v_2 는 각각 x 영역에서 반사 및 전송모드를 나타내며 $x < 0$ 에서의 반사계수를 $r(u)$ 로 두면 x 영역과의 푸리에 변환관계는 다음과 같다.

$$R(x) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} r(u) e^{-iux} du \quad (12)$$

식 (5)와 (6)으로 표현된 ZS 시스템에서 포텐셜 함수 q 를 합성하기 위한 방법으로는 잘 알려진 다음의 GLM 적분방정식을 풀므로써 가능하다^[2].

$$A_1(x, y) + \int_{-y}^x dx' A_2(x, x') R(x' + y) = 0 \quad (13)$$

$$-A_2(x, y) + R(x + y) + \int_{-y}^x dx' A_1(x, x') R(x' + y) = 0 \quad (14)$$

이때 $x \geq |y|$ 이며 q 는 다음 식과 같이 둘 수 있다.

$$q(x, f_0) = -2 A_2(x, x) \quad (15)$$

이상을 요약하면 목표로 하는 $r(u)$ 가 설정되면 식 (12)로부터 $R(x)$ 가 계산되고 GLM 적분방정식의 해로부터 q 가 계산된다. 식 (10)으로부터 특성임피던스가 x 영역에서 합성되며, 이때 실제 길이 L 은 합성된 특성임피던스로부터 계산된 입력반사계수의 적절한 주파수 센터링에 의해 계산된다. 식 (12)에서 원하는 입력반사계수 $r(u)$ 의 목표치에 따라 합성된 특성임피던스 프로파일은 x 영역에서 매우 넓은 범위로 분포될 수 있으므로 x 영역에서 식 (12)의 범위를 제한하는 효율적인 방법이 필요하다.

III. 제한된 범위의 포텐셜 합성

식 (12)로부터 $R(x)$ 와 $r(u)$ 는 푸리에 변환쌍의

관계가 있으므로 샘플링법^[12]을 적용할 수 있다. 합성할 특성임피던스 프로파일 실수가 되려면 포텐셜 함수 q 와 $R(x)$ 도 실수가 되어야 한다. 복소계수를 R_n 이라 할 때 $R_n = R_n^*$ 의 관계를 만족하는 푸리에 급수형으로 전개하면 다음과 같다.

$$R(x) = \sum_{n=-N}^N R_n e^{inx} \quad (16)$$

위 식은 FIR(Finite Impulse Response) 근사화법에 기반한 이산적인 푸리에 급수형태를 나타낸다. 식 (16)을 나이퀴스트 간격 $-\pi \leq x \leq \pi$ 에서 식 (12)에 대입하면 $r(u)$ 는 다음과 같이 표현된다.

$$r(u) = \sum_{n=-N}^N r(n) \frac{\sin \pi(u-n)}{\pi(u-n)} \quad (17)$$

여기서 $r(n)$ 은 $u = n$ 일 때 $r(u)$ 의 샘플링 값이며 $r(n) = 2\pi R_n$ 의 관계가 있다. 만약 $r(u)$ 가 우함수이고 R_n 이 실수라면 식 (16)은 다음과 같이 표현된다.

$$R(x) = R_e(x) = 2 \sum_{n=0}^N R_n \cos(nx) \quad (18)$$

여기서 목표로 하는 임의의 우함수 반사계수 패턴 $r(u) = r_e(u)$ 를 합성하기 위해 식 (17)을 변형시킨, 일차원 라인소스 배열안테나 패턴 합성법 중 하나인 Taylor 패턴^[13]을 도입하면 다음과 같다.

$$r(u) = C \frac{\sin \pi u}{\pi u} \prod_{n=1}^N \left(\frac{n^2}{n^2 - u^2} \right) \left(1 - \left(\frac{u}{u_n} \right)^2 \right) \quad (19)$$

위 식에서 계수 C 는 $u \rightarrow 0$ 일 때 $r(u)$ 의 값이다. $(n^2 / (n^2 - u^2))$ 항은 $u = n$ 일 때 $\sin(\pi u) / \pi u$ 의 특이점을 제거하는 역할을 하며 u_n 은 lobe형 $r(u)$ 패턴의 null점을 의미한다. 따라서 N 개의 lobe 높이를 임의로 정하면 그 패턴을 만족시키도록 u_n 의 최적점을 도출함으로써 원하는 $r(u)$ 패턴을 합성할 수 있다. 그러나 $u = 0$ 일 때는 $C = 0$ 가 되어야 하며 이는 전송선로에서 입출력 임피던스가 동일한 경우에 해당한다. 따라서 동일한 입출력 임피던스를 갖는 연속적인 불균일 전송선로가 임의의 반사계수 패턴을 가지기 위해서는 $u = 0$ 일 때 $r(u)$ 가 u 영역에서 0을 통과할 수 있도록 $r(u)$ 는 기함수로 표현되어야 한다. 식 (19)를 기함수로 변형시키면 다음과 같다.

$$r_o(u) = r_e(u) - \sum_{n=0}^N r(n) \frac{\sin(u+n)}{(u+n)} \quad (20)$$

$r(u)$ 가 기함수가 되면 식 (16)에서 R_n 은 순허수 jR_n' 가 되며 $R_n = -R_{-n}$ 의 관계가 성립한다. 따라서 식 (16)은 다음과 같이 표현된다.

$$R(x) = R_o(x) = 2 \sum_{n=1}^N R_n' \sin(nx) \quad (21)$$

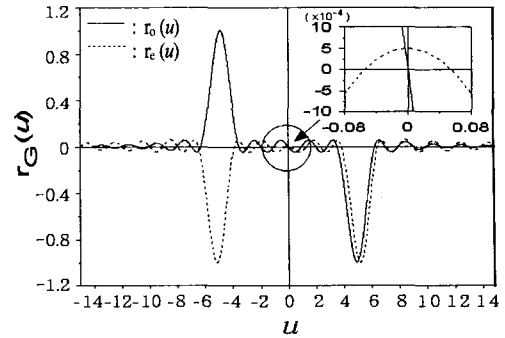
제한된 범위의 포텐셜을 갖는 반사계수 목표치 설정 과정을 요약하면 다음과 같다.

- 1) 제어할 lobe 개수 N 과 각 lobe의 크기를 원하는 목표치로 설정한다.
 - 2) 목표로 하는 lobe형 반사계수를 만족시키도록 식 (19)를 사용하여 u_n 의 최적한 값을 산출한다.
 - 3) 합성된 $r_e(u)$ 로부터 $r(n)$ 을 산출하고 $R_n = r(n) / 2\pi$ 로부터 식 (18)을 사용하여 $R(x)$ 를 계산한다.
 - 4) 입출력 임피던스가 같을 경우, 과정 2)~3)에서 합성한 $r_e(u)$ 를 사용하여 식 (20)으로부터 $r_o(u)$ 를 계산한다.
 - 5) 과정 1)에서 설정한 목표치에 부합되는 $r_o(u)$ 의 크기가 만족될 때까지 과정 2)~4)를 반복한다. 이 과정에서 update된 R_n 은 R_n' 에 해당한다.
- 임의 반사계수 패턴 합성을 위해 $r_e(u)$ 및 $r_o(u)$

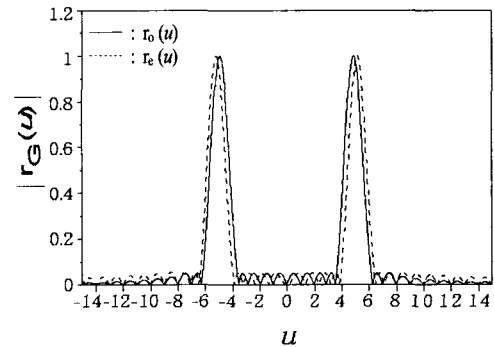
의 크기를 일반화된 기호 $r_c(u)$ 로 두고 $r_c^p(u)$ 를 p 차 lobe 피크치로 정의한다. 그리고 p 차 lobe 목표치를 S^p 로 두고 오차함수를 정의하면 다음과 같다.

$$E(U) = \sum_{p=1}^N (r_c^p(u) - S^p)^2 \quad (22)$$

여기서 $U = (u_1, u_2, \dots, u_N)$ 을 의미하며 이 U 의 값을 초기치로부터 update 시킴으로서 E 를 최소화시킨다. 본 연구에서는 $E < \epsilon = 10^{-6}$ 을 수렴조건으로 두었고, 최소화 과정을 위해 conjugate gradient법을 사용하였다. 예로 제어할 lobe 개수를 $N=7$ 로 하고 $S^p = [0.05, 0.05, 0.05, 0.05, 0.999, 0.05, 0.05]$ 로 두자. 식 (19)에서 $C=0.0005$ 로 두고 식 (22)를 사용하여 U 를 최적화 시킨다. 이 때 초기치는 $U = [1, 2, 3, 4, 5, 6, 7]$ 로 두었다. 최적화된 $r_e(u)$ 를 그림 1(a)에 점선으로 보였다. $u=0$ 일 때 반사계수가 0.0005가 되는 우함수 패턴을 만족시킴을 알 수 있다. 그림 1(b)



(a) 제어된 우함수 및 기함수 패턴
(a) Controlled even- and odd function patterns



(b) 패턴의 크기
(b) Magnitudes of the patterns

그림 1. 제어된 반사계수 패턴
Fig. 1. Controlled reflection coefficient patterns.

로부터 목표로 하는 $|r_e(u)|$ 의 피크치를 만족시키는 null 점 u_n 의 최적점이 $0 \leq n \leq 8$ 범위에서 계산되었음을 알 수 있다. 그리고 식 (20)을 사용하여 계산된 $r_o(u)$ 를 위의 과정 5)를 수행함으로써 목표치에 부합되도록 최적화 할 수 있고 그 결과를 그림 1에 실선으로 보였다. 이 그림으로부터 $u=0$ 일 때 반사계수가 완전히 0의 값을 가지는 기함수 패턴이 됨을 확인할 수 있다. 포텐셜 q 의 계산 결과는 다음 절에서 논의한다.

한편 식 (13)과 (14)의 A_1 과 A_2 를 계산하기 위해 x 및 y 에 대한 2차 편미분방정식을 사용하고, relaxation법을 통해 편미분방정식의 해를 구한 방법^[9] 대신 본 연구에서는 다음과 같은 1차 편미분방정식^[14]을 도입하여 mesh를 사용한 연쇄법을 적용시켰다.

$$\frac{\partial A_1(x, y)}{\partial x} + \frac{\partial A_1(x, y)}{\partial y} = q(x, f_0) A_2(x, y) \quad (23)$$

$$\frac{\partial A_2(x, y)}{\partial x} - \frac{\partial A_2(x, y)}{\partial y} = q(x, f_0) A_1(x, y) \quad (24)$$

식 (13)과 (14)로부터 다음과 같은 경계조건이 만족한다.

$$A_1(x, -x) = 0 \quad (25)$$

$$A_2(x, -x) = R(0) \quad (26)$$

식 (13)과 (14) 및 식 (23)과 (24)로부터 A_1 과 A_2 를 효율적으로 계산하기 위해 $\xi = (x+y)/2$, $\eta = (x-y)/2$ 와 같이 좌표를 변환시키면 $x-y$ 평면에서 $x \geq |y|$ 이므로 $\xi - \eta$ 평면의 1사분면에서 계산될 수 있다. 연쇄법을 적용하기 위해 이산적인 변수로 표현하면 $\xi_i = i(\Delta\xi)$, $\eta_j = j(\Delta\eta)$ 로 둘 수 있고 식 (13)과 (14)는 $\xi_{i+1} = \xi_i + \Delta\xi$, $\eta_{j+1} = \eta_j + \Delta\eta$, $\Delta\xi = \Delta\eta$ 로부터 다음과 같이 표현된다.

$$A_1(\xi_i, \eta_j) = -2\Delta\xi \sum_{k=0}^{j-1} A_2(\xi_k + \eta_j, \xi_i - \eta_k) R(2\xi_k) \quad (27)$$

$$A_2(\xi_i, \eta_j) = R(2\xi_i) + 2\Delta\xi \sum_{k=0}^{i-1} A_1(\xi_k + \eta_j, \xi_i - \eta_k) R(2\xi_k) \quad (28)$$

이때 초기조건은 식 (25)와 (26) 및 식 (15)로부터 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$A_1(0, \eta_j) = 0 \quad (29)$$

$$A_2(0, \eta_j) = -R(0) \quad (30)$$

$$q(\xi_i + \eta_j) = 2 A_2(\xi_i + \eta_j, 0) \quad (31)$$

식 (23)과 (24)는 편도함수에 의해 식 (27)과 (28)으로부터 update될 수 있으며 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$A_1(\xi_{i+1}, \eta_j) = A_1(\xi_i, \eta_j) + \Delta\xi \cdot q(\xi_i + \eta_j - 1) A_2(\xi_i, \eta_j) \quad (32)$$

$$A_2(\xi_i, \eta_{j+1}) = A_2(\xi_i, \eta_j) + \Delta\eta \cdot q(\xi_i + \eta_j - 1) A_1(\xi_i, \eta_j) \quad (33)$$

식 (29)와 (30)으로부터 그림 2의 η 축 상의 grid 점 $(0, \eta_j)$ 의 A_1 과 A_2 가 초기 조건에 의해 결정된다. 그 다음 순서로서는 식 (27)과 (28)로부터 $(\xi_1, 0)$ 점에서의 값을 계산하고, 식 (32)와 (33)으로부터 (ξ_1, η_1) 점에서의 값을 계산한다. 다시 식 (27)과 (28)로부터 $(\xi_2, 0)$ 점의 값들을 계산하고, 식 (32)와 (33)으로부터 (ξ_1, η_2) 와 (ξ_2, η_1) 점의 값들을 계산한다. 이 연쇄

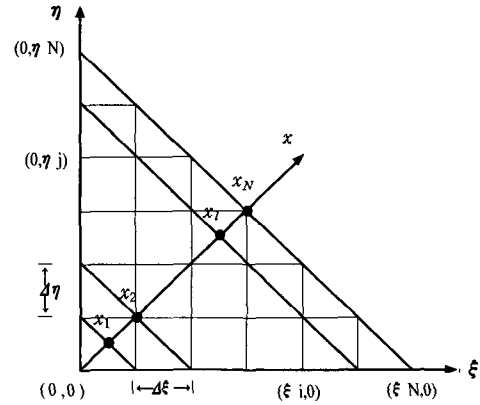


그림 2. $\xi - \eta$ 평면상의 grid

Fig. 2. Grid on $\xi - \eta$ plane.

계산 과정에서 ξ 축 및 η 축상의 grid 점들은 식 (27)과 (28)로부터 결정되고, ξ 축 및 η 축상을 제외한 나머지 grid 점들의 값은 식 (32)와 (33)으로부터 결정된다. 그리고 q 는 $\xi_i + \eta_j$ 의 함수이므로 $\xi_i + \eta_j$ 가 일정한 grid 점들을 연결시킨 대각선상의 grid 점들에서는 q 가 일정한 값으로 나타나며, 식 (31)로부터 ξ 축상의 grid 점들에서 계산된 A_2 를 사용하여 q 의 값을 계산할 수 있다. 따라서 $x_l = \xi_i + \eta_j$ 로 두면 x 영역 각 점 x_l ($l = 1, \dots, N$)에서의 q 가 결정된다.

IV. 불균일 포텐셜 합성 예와 결과 분석

윈도우 기법에 의한 u 영역 크기 응답은 다음과 같이 이산적인 푸리에 변환에 의해 계산될 수 있다^[12].

$$r(u) = \sum_{n=0}^{N-1} h(n) e^{-iun} \quad (34)$$

대역통과 임펄스응답 $h(n)$ 은 $M = (N-1)/2$ 일 때 다음과 같이 표현된다.

$$h(n) = w(n) d(n-M) \quad (35)$$

여기서 $d(n-M)$ 은 다음과 같다.

$$d(n-M) = \frac{\sin(u_b(n-M)) - \sin(u_a(n-M))}{\pi(n-M)} \quad (36)$$

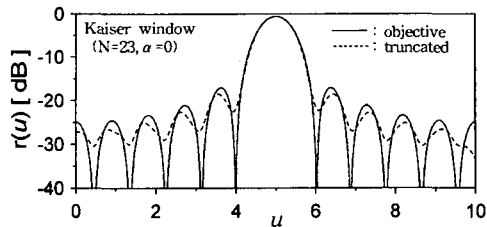
여기서 u_a 와 u_b 는 대역제한 파라미터이며 패턴의 주 빔폭을 결정한다. 윈도우 함수 $w(n)$ 을 위해 리플 및 크기 조절 기능을 갖는 Kaiser 윈도우를 표현하면 다음과 같다.

$$w(n) = \frac{I_0(\alpha\sqrt{1-(n-M)^2/M^2})}{I_0(\alpha)} \quad (37)$$

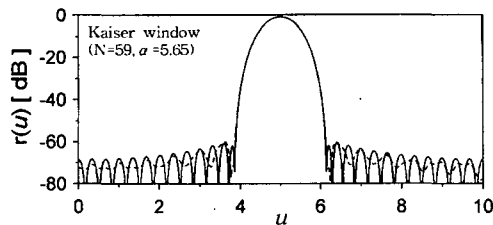
여기서 I_0 는 수정된 0차 제1종 Bessel 함수를 의미하고 $\{N, \alpha\}$ 는 리플 크기와 윈도우 slope를 결정하는 파라미터이다. 예로서 $N=23, \alpha=0$ 및 $N=59, \alpha=5.65$ 인 경우, Kaiser 윈도우에 의한 $r(u)$ 값을 그림 3(a), (b)에 각각 도시하였다. 또 다른 예로서 cosine 윈도우의 $w(n)$ 은 다음과 같이 표현되며 $N=37$ 일 때 $r(u)$ 의 크기는 그림 3(c)와 같다.

$$w(n) = \sin\left(\frac{\pi}{2N}\right)\cos\left(\pi\frac{(n-M)}{N}\right) \quad (38)$$

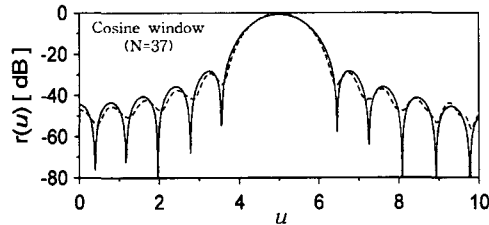
그림 3의 각 반사계수 패턴에 대응하는 $q(x, f_0)$



(a) Kaiser window($N=23, \alpha=0$)의 경우
(a) Case of Kaiser window($n=23, \alpha=0$)



(b) Kaiser window($N=59, \alpha=5.65$)의 경우
(b) Case of Kaiser window($N=59, \alpha=5.65$)

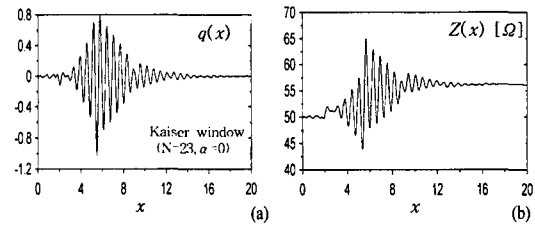


(c) Cosine window($N=37$)의 경우
(c) Case of cosine window($N=37$)

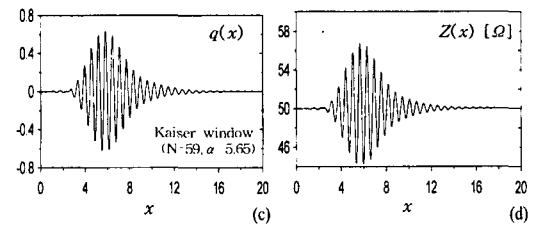
그림 3. 윈도우형 패턴과 제한한 범위의 q 로부터 계산된 패턴

Fig. 3. Windowed patterns and inversely calculated patterns from truncated q .

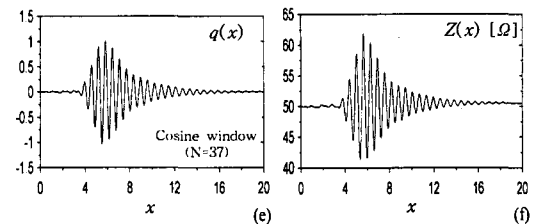
와 해당 특성임피던스를 그림 4에 보였다. 여기서 $Z(0)$ 는 50Ω 으로 두었다. 이 그림들로부터 합성된 비선형 포텐셜 q 의 범위는 x 영역에서 제한되어야 할 필요가 있음을 알 수 있다. 그림 4(a), (c), (e) 각각에 대해 $2 \leq x \leq 16$ 로 제한된 q 를 이용하여 역으로 계산한 $r(u)$ 를 목표치와 비교하여 그림 3(a), (b), (c)에 동시에 보였다. 이 그림으로부터 truncation 오차를 확인할 수 있으며, 제한 범위를 넓힐수록 보다 정확히 합성될 수 있다. 그러나 합성될 전송선로의 길이가 늘어가는 단점을 가지게 된다. 그림 4(b), (d), (f)는 식 (10)을 사용하여 계산된 특성임피던스 프로필드를 각각 보인 그림이다. $Z(0)$ 는 50Ω 으로 두



(a), (b) Kaiser window($N=23, \alpha=0$)의 경우
(a), (b) Case of Kaiser window($n=23, \alpha=0$)



(c), (d) Kaiser window($N=59, \alpha=5.65$)의 경우
(c), (d) Case of Kaiser window($N=59, \alpha=5.65$)



(e), (f) Cosine window($N=37$)의 경우
(e), (f) Case of cosine window($N=37$)

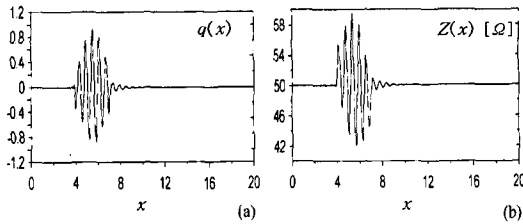
그림 4. 합성된 q 와 해당 임피던스 프로파일

Fig. 4. Synthesized q and corresponding impedance profiles.

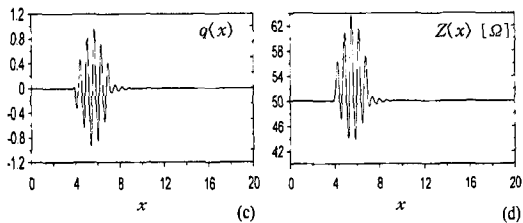
었다. 그림 3(a)의 경우 $u \rightarrow 0$ 일 때 반사계수 크기는 -24.84 dB, 즉 0.057 의 크기를 가지므로 출력임피던스가 $Z(0) \cdot (1 + r(0)) / (1 - r(0))$ 의 관계로부터 56Ω 에 수렴함을 확인할 수 있고 이 결과는 테이퍼선로 프로파일 합성에 적용될 수 있음을 알 수 있다. 만약 입출력 임피던스가 서로 같을 경우의 프로파일 합성을 위해서는 그림 3(b), (c)와 같이 목표로 하는 반사계수 패턴이 $u \rightarrow 0$ 일 때 매우 작은 값이 되도록 설정할 필요가 있다.

그림 5(a), (c)는 그림 1에서의 $r_e(u)$ 및 $r_o(u)$ 를 만족하는 프로파일 $q(x, f_0)$ 를 계산한 결과이며, 그림 5(b), (d)는 각각의 합성된 임피던스 프로필을 나타낸 그림이다. 이 그림들로부터 그림 4에서의 특정 윈도우에 의한 결과와는 달리 x 범위가 거의 π 로 제한됨을 알 수 있다. 그림 6(a), (b)는 그림 1에서의 목표치 $r_o(u)$ 에 해당하는 q 값 계산 과정에서, 그림 2의 grid 점 상의 A_1 과 q 값을 보인 것이며, 대각선상의 q 값은 일정함을 알 수 있다. 여기서 ξ , η 축 각각에 대해 400개의 grid로 계산하였다.

한편 반사계수 목표치를 만족시키는 합성된 임피



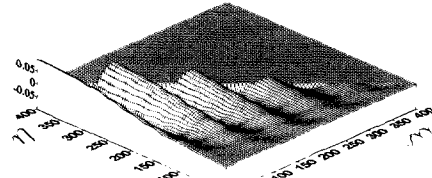
(a), (b) $r_e(u)$ 의 경우
(a), (b) Case of $r_e(u)$



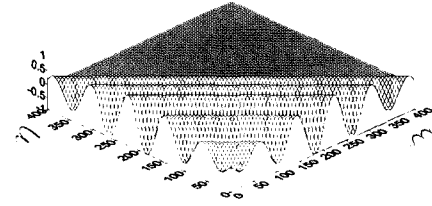
(c), (d) $r_o(u)$ 의 경우
(c), (d) Case of $r_o(u)$

그림 5. 제한된 임펄스응답으로부터 합성된 q 와 해당 임피던스 프로파일

Fig. 5. q and corresponding impedance profiles synthesized from restricted impulse response.



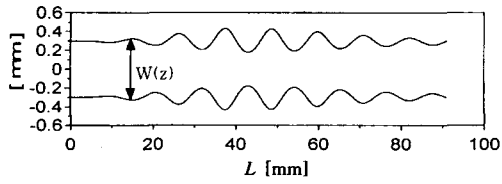
(a) A_1



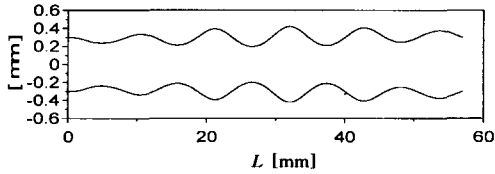
(b) q

그림 6. $r_o(u)$ 를 목표치로 한 경우의 계산된 A_1 과 q
Fig. 6. Calculated A_1 and q in the case of $r_o(u)$.

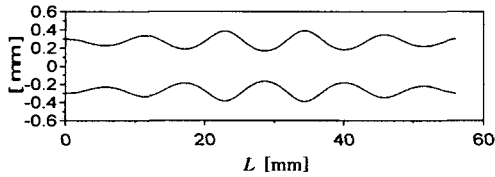
던스 프로파일의 실제 길이 계산을 위해서는 식 (11)을 사용하여 주파수 센터링이 이루어져야 한다. 식 (11)로부터 x 는 전기적 길이 차원을 가지므로 연속적인 위상정수를 갖는 선로의 경우 물리적 길이 L 을 가변시키면 반사계수 패턴은 lobe의 높이는 변화하지 않고 주파수 영역에서 팽창 혹은 수축되므로 적절한 L 을 선정함으로써 주파수 센터링이 가능하다. 예를 위해 비유전율 10.2, 기판 높이 0.635 mm인 마이크로스트립 선로 상에 합성된 임피던스 프로필을 구현하면, 그림 4(f)와 그림 5(b), (d) 각각은 그림 7(a)~(c)에 대응하는 스트립 폭을 갖는다. 이 때 계산된 스트립 폭은 Kirschning과 Jansen의 근사식^[15]을 사용하여 설계주파수 $f_0 = 1$ GHz에서 최적화시킨 결과이다. 여기서 입출력 임피던스는 50Ω 으로 하였다. 계산된 스트립 폭은 400개의 균일 선로로 조각화(segmentation)하고 chain 행렬을 계산한 뒤 반사계수를 계산하였다. 계산 결과를 확인하기 위해 조각화된 선로에 대해 입력임피던스를 연쇄적으로 계산하고 입력단에서의 반사계수를 계산한 결과 거의 같은 결과를 볼 수 있었다. 여기서 길이 L 의 초기값을 선정하여 우선 계산하고 5 GHz에서 주파수 센터링이 이루어질 때까지 약간의 반복을 시행함으로써 계산된 길이들을 그림 7에 보였다. 그림 7(a)의 경우 길이



(a) Cosine 윈도우 패턴의 경우
(a) Case of cosine window pattern



(b) $r_e(u)$ 의 경우
(b) Case of $r_e(u)$



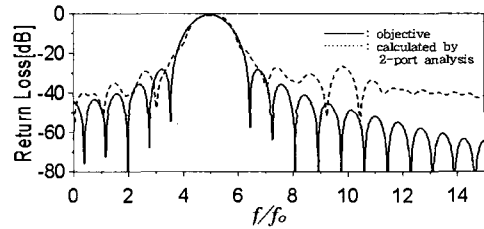
(c) $r_o(u)$ 의 경우
(c) Case of $r_o(u)$

그림 7. 계산된 스트립폭 $W(z)$ 와 선로 길이
Fig. 7. Calculated strip width $W(z)$ and line lengths.

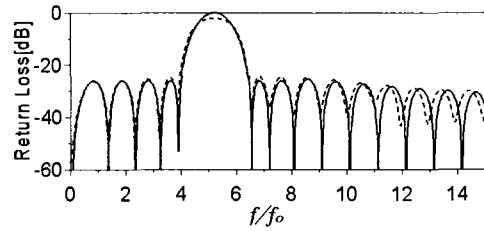
가 매우 길므로 그림 4(f)로부터 $3.5 \leq x \leq 8.625$ 로 제한하여 합성한 스트립폭을 보인 것이다. Cosine 윈도우 반사계수와 $|r_e(u)|$ 및 $|r_o(u)|$ 에 대응하는 그림 7(a), (b), (c)를 사용하여 계산한 입력반사계수 패턴을 그림 8에 보였다. 그림 8(a)로부터 선로의 길이가 91 mm임에도 불구하고 Cosine 윈도우를 사용하여 합성한 선로는 목표치에 비해 매우 큰 오차가 발생함을 알 수 있다. 이는 그림 4(f)로부터 truncation을 크게 한 결과이다. 그러나 $|r_e(u)|$ 및 $|r_o(u)|$ 를 목표치로 사용한 경우 목표치와 거의 일치함을 확인할 수 있다. 이 결과들로부터 제한된 임펄스 응답을 사용한 방법으로부터 합성된 선로의 실제 길이는 매우 짧아짐을 알 수 있다.

V. 결 론

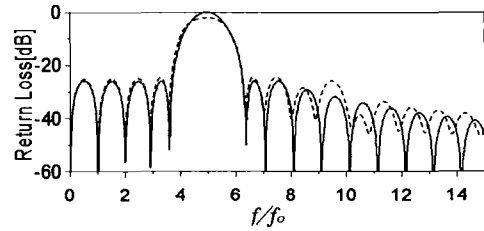
본 연구에서는 임의의 반사계수 패턴을 갖는 불균일 전송선로가 ZS 시스템을 만족함을 보이고, 일



(a) Cosine 윈도우의 경우
(a) Case of Cosine window



(b) $r_e(u)$ 의 경우
(b) Case of $r_e(u)$



(c) $r_o(u)$ 의 경우
(c) Case of $r_o(u)$

그림 8. 반사계수의 목표 패턴과 합성한 불균일선로로부터 2-포트 해석한 결과 패턴 ($f_0 = 1$ GHz)

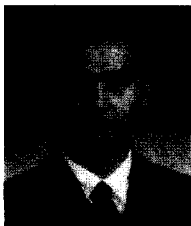
Fig. 8. Objective reflection coefficient patterns and resulting patterns of synthesized nonuniform lines by two-port analysis ($f_0 = 1$ GHz).

차원 역산란 이중모드 ZS 미분방정식의 해를 계산하는 과정에서 제한된 포텐셜 범위를 갖는 반사계수 패턴 목표치 설정 방법을 제안하였다. 그리고 GLM 적분방정식의 해를 계산하기 위해 좌표변환을 통한 연쇄법을 적용함으로써 최적화에 의한 계산 과정을 간소화하였다. 분산 특성을 갖고 분포된 회로정수를 갖는 불균일 전송선로 합성에 적용함으로써 특정한 윈도우를 갖는 반사 패턴 목표치에 의해 합성된 선로길이보다 크게 단축될 수 있음을 보였다. 제안한 방법은 원하는 역산란파를 만족시키는 유전체 합성에도 적용될 수 있으리라 판단된다.

참 고 문 헌

- [1] D. L. Jaggard, Y. Kim, "Accurate onedimensional inverse scattering using a nonlinear renormalization technique", *J. Opt. Soc. Amer.*, vol. A-2, pp. 1922-1930, Nov. 1985.
- [2] W. C. Chew, *Waves and fields in inhomogeneous media*, IEEE Press, 1996.
- [3] M. Reilly, A. K. Jordan, "The applicability of an inverse method for reconstruction of electron density profiles", *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, vol. AP-29, pp. 245-252, Mar. 1981.
- [4] A. K. Jordan, H. D. Ladouceur, "Renormalization of an inverse scattering theory for discontinuous profiles", *Phys. Rev. A*, vol. 36, pp. 4245-4253, Nov. 1987.
- [5] T. J. Cui, C. H. Liang, "Nonlinear differential equation for the reflection coefficients of a lossy-inhomogeneous medium and its inverse scattering solutions", *IEEE Trans. Antennas and Propagat.*, vol. 42, pp. 621-626, May 1994.
- [6] G. N. Balanis, "Inverse scattering: Determination of inhomogeneities in sound speed", *J. Math. Phys.*, vol. 23, pp. 2562-2568, 1982.
- [7] D. L. Jaggard, K. E. Olsen, "Numerical reconstruction for dispersionless refractive profiles", *J. Opt. Soc. Amer. A*, vol. 2, pp. 1931-1936, 1985.
- [8] J. B. Titchener, J. R. Willis, "The reflection of electromagnetic waves from stratified anisotropic media", *IEEE Trans. Antennas and Propagat.*, vol. AP-39, pp. 35-39, Jan. 1991.
- [9] P. V. Frangos, D. L. Jaggard, "A numerical solution to the Zakharov-Shabat inverse scattering problem", *IEEE Trans. Antennas and Propagat.*, vol. 39, pp. 74-79, Jan. 1991.
- [10] P. V. Frangos, D. L. Jaggard, "Analytical and numerical solution to the two-potential Zakharov-Shabat inverse scattering problem", *IEEE Trans. Antennas and Propagat.*, vol. 40, pp. 399-404, Apr. 1992.
- [11] P. P. Roberts, G. E. Town, "Design of microwave filters by inverse scattering", *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. MTT-43, pp. 739-743, Apr. 1995.
- [12] S. J. Orfanidis, *Introduction to signal processing*, Prentice Hall, 1996.
- [13] T. T. Taylor, "Design of line source Antennas for narrow beamwidth and low side lobes," *I. R. E Trans. Antennas and Propagat.*, vol. AP-7, pp. 16-28, Jan. 1956.
- [14] G. H. Song, S. Y. Shin, "Design of corrugated waveguide filters by the Gel'fand-Levitan-Marchenko inverse scattering method", *J. Opt. Soc. Amer. A*, vol. 2, pp. 1905-1915, 1985.
- [15] R. K. Hoffmann, *Handbook of microwave integrated circuits*, Artech House, 1987.

장 완 규



2002년 2월: 금오공과대학교 전자공학과 (공학사)

2002년 3월~현재: 금오공과대학교 대학원 전자공학과 석사과정

[주 관심분야] 역산란, 안테나 등

박 의 준



1983년 2월: 동아대학교 전자공학과 (공학사)

1986년 8월: 고려대학교 대학원 전자공학과 (공학석사)

1990년 2월: 고려대학교 대학원 전자공학과 (공학박사)

1990년 2월~현재: 금오공과대학교

전자공학부 교수

[주 관심분야] 전자장이론 및 안테나, 마이크로파 전송선로 및 회로설계 등