

## 저 누드센 영역에서 다중 유체구 주위의 유동장 해석

### Analysis of Flow Field around Multiple Fluid Spheres in the Low Knudsen Number Region

정 창 훈\* · 이 규 원<sup>1)</sup>

경인여자대학 산업·환경공학부, <sup>1)</sup>광주과학기술원 환경공학과  
(2003년 5월 27일 접수, 2003년 8월 8일 채택)

C.H. Jung\* and K.W. Lee<sup>1)</sup>

*School of Industrial and Environmental Engineering, Kyungin Women's College,  
101 Gyesan-gil, Kyesan-dong, Gyeyang-gu, Incheon 407-740, Korea,*

*<sup>1)</sup>Department of Environmental Science and Engineering, Kwangju Institute of Science and  
Technology, 1 Oryong-dong, Puk-gu, Kwangju, 500-712, Korea*

(Received 27 May 2003, accepted 8 August 2003)

#### Abstract

The flow field in multiple fluid sphere systems was studied analytically. The expanded zero vorticity cell model based on Kuwabara's theory (1959) was applied and the effects of gas slippage at the collecting surface were considered. Also, the solid sphere system was extended to fluid sphere including the effects of the induced internal circulation inside the liquid droplet spheres or gas bubble systems. As a result, the obtained analytic solution was converged to the existing solutions for flow field around solid and bubble sphere systems with proper boundary conditions. Based on the resolved flow field, the terminal velocity around the collecting fluid spheres was obtained. Subsequently, this study evaluated the most general solution for flow field around the multiple fluid sphere systems. The obtained flow field in multiple fluid sphere could be used as a fundamental consideration of wet scrubber design and devices for removing particles by fluid-fluid interactions.

**Key words** : Multiple fluid spheres, Low Knudsen number regime, Gas slippage, Analytic solution, Wet scrubber

#### 1. 서 론

대기 중 분진을 제거하는 방식으로 여과 이론을 적용할 수 있는 경우에는 섬유 여과기, 입자상 여과기, 습식 세정기 그리고 기포를 이용한 분진 제거 방

법 등을 들 수 있다. 이 중 입자상 여과기는 1 mm 정도의 구형 충전물을 채워 오염된 공기 혹은 가스를 통과시킴으로써 분진 입자를 제거하는 방식으로, 섬유 여과기가 고온에서 잘 견디지 못하는 것에 비하여 입자상 여과기는 세라믹, 모래, 금속 등을 사용하므로, 정확하려는 가스가 고온일 경우에 많이 사용된다. 이에 비해 세정 집진 장치는 액적, 액막, 기포 등을 이용하여 합진 가스를 세정시킴으로써 입자의 부

\* Corresponding author

Tel : +82-(0)32-540-0166, E-mail: jch@kic.ac.kr

착 또는 응집을 유발시켜 먼지를 분리하는 장치이다. 합진 가스에 물을 분사시켜 분진을 제거하는 벤츨리 스크러버, 세정탑 등의 습식 세정기나 물 증액체에 공기를 주입하여 기포를 발생시켜 분진을 제거하는 방법 등이 모두 입자와 가스의 세정원리를 이용하여 분진을 제어하는 방법이다. 이러한 여과 원리를 이용한 집진 설비를 설계하는데 있어, 액적 또는 기포 주위의 유동장 및 이들의 압력 손실을 정확히 파악하는 것은 매우 중요하다.

초기에는 여과 원리를 규명할 때 Stokes 흐름이라 하여 한 개의 단일구를 모델로 하여 유동장 및 물질 전달을 규명하였다. 그러나 최근에는 셀(cell) 모델이라 하여 주위의 섬유 혹은 포집구가 유동장에 미치는 상호간섭 효과를 고려하여 유동장 및 압력 손실을 구하고 있다. 이러한 다중 고체구에 관한 연구는 Lee (1981), Lee and Gieseke (1979) 등에 의하여 유동장과 입자의 물질 전달 및 집진 원리, 집진 효율에 대하여 진행된 바 있다. 유체 내에서 기포에 의한 입자의 물질 전달 및 집진 원리, 포집효율에 관한 연구, 즉, 포집체가 유체이고 단일 유체구가 아닌 다중 유체구인 경우 혹은 가스 기포를 액체상에 투입하였을 때 입자의 포집에 관한 연구는 Lee *et al.* (1978) 과 Jung and Lee (1998) 등에 의하여 구하여진 바 있다. 이들의 연구에서 유체구는 고체 포집구와는 달리 포집구 외부 유체의 흐름에 따라 유체 포집구 내에 2차 유동장이 형성되어 경계조건이 고체 포집구인 경우와 상이하게 되고, 포집구의 밀도가 높은 경우 주위 포집구들이 유동장에 미치는 영향을 고려하여야 됨을 보였다. 이들 연구는 모두 포집구의 크기가 연속영역(continuum region)에 해당하는 경우에 적용되는 이론이다. 그러나 포집구의 크기가 작아지고 화학적으로 반응성을 갖는 고온의 합진가스가 유입되는 경우, 특히, 충전제가 저압에서 운영되는 경우에 누드센수(Knudsen number)의 영향을 무시할 수 없다. 일반적으로 누드센 수가 0.2 이하인 영역을 저 누드센 영역(low Knudsen number regime)이라고 한다(Lee *et al.*, 1978).

Lee *et al.* (1978)은 저누드센 영역에서 다중 고체 포집구 주위의 유동장을 계산하고, 압력손실을 해석적으로 구하였다. Keh and Shiau (2000)은 저 레이놀즈 영역에서 입자의 미끄러짐을 고려하였을 경우 단일 고체 포집구 주위의 유동장에서 관성의 영향을

연구하였다. 그러나, 아직까지 유체 포집구에 대한 저 누드센 영역에서 유동장과 압력 손실에 관한 연구는 진행된 바가 없다.

본 연구에서는 Jung and Lee (1998)의 유체 포집구 주위의 유동장 해석을 저 누드센 영역으로 확대하여, 포집구 표면에서 입자 미끄러짐이 고려된 영역에서의 유동장을 해석적으로 구하였고 이 유동장을 이용하여 압력 손실을 해석적으로 구하였다. 구하여진 결과는 고체 포집구인 경우의 포집효율 및 압력 손실과 비교하였다.

## 2. 유동장 해석

입자들의 여과 기작을 정량적인 방법으로 규명하기 위해서는 입자들이 포집되는 구 주위의 유동장을 해석하여야 한다. 현존하는 유동장 모형 중 대표적인 것으로는 Stokes (1851)의 단일구 모형과 Happel (1958)과 Kuwabara (1959) 등의 다중 고체구 모형 등이 있다. Stokes의 해는 고립된 단일구 주위의 유동을 표현하는 해로써, 충전집진기와 같이 구 모양의 포집체가 밀집되어 있는 경우 적절치 못하다. 이러한 문제를 해결하기 위하여 다중구 모형이 사용되어 왔다(Lee *et al.*, 1980; Happel, 1959; Kuwabara, 1959). Happel (1959)과 Kuwabara (1959)는 구와 구 사이를 구분 짓는 외부 경계를 셀(cell)이라는 가상의 원으로 설정하고 이 셀에서 적절한 경계조건을 취하여 이웃하는 구들의 존재효과를 고려하여 유동장을 해석적으로 구하였다. 이후 Lee (1978)는 Kuwabara의 셀 경계조건에서 입자표면에서 가스의 미끌어짐(slip)의 효과를 고려할 때, 즉, 저 누드센 영역에서 입자주위의 유동장을 구하였다. Kuwabara의 셀 모델은 크기가 같은 구형의 고체 혹은 유체 포집구가 분포되어 있는 비압축성 유체가 정상상태에서 축 대칭으로 흐를 때, 각각의 구가 반경  $b(=a\alpha^{-1/3})$ 를 가지는 가상구로 둘러싸여 있으며, 와도(vorticity)를 0이라고 가정한다.  $\alpha$ 는 충전율,  $a$ 는 유체 포집구의 반경이다.

축대칭이며 점성이 있는 유체 운동의 지배방정식은 유체구의 내부와 외부에 따라 각각 다음과 같다.

$$\nabla^4 \Psi^i = 0 \quad (1a)$$

$$\nabla^4 \Psi^o = 0 \quad (1b)$$

$\nabla^4$ 는 biharmonic 연산자,  $\Psi$ 는 유선함수(stream function),  $i$ 와  $o$ 는 각각 포집구의 외부와 내부를 나타낸다. 위 방정식의 해는 다음과 같다.

$$\Psi = \left( \frac{A}{r} + Br + Cr^2 + Dr^4 \right) \sin^2 \theta \quad (2)$$

이 유선함수는 구면좌표계의 유체속도 ( $V_r, V_\theta$ )와 다음과 같은 관계를 가진다.

$$V_r = \frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial \Psi}{\partial \theta} \quad (3a)$$

$$V_\theta = -\frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial \Psi}{\partial r} \quad (3b)$$

여기서,  $r$ 은 반경방향(radial),  $\theta$ 는 원주방향의 좌표,  $V_r$ 과  $V_\theta$ 는 각각 반경방향과 원주방향의 속도성분이다.

Kuwabara가 제시한 경계조건, 즉 외부경계  $b$ 에서 와도(vorticity)가 0이라는 조건을 쓰면, 다중 고체구에서 저 누드센 영역의 입자의 미끄러짐 효과를 고려한 경계조건은 다음과 같다(Lee *et al.*, 1978).

$$V_r = 0 \quad (4a)$$

$$V_\theta = C_m \frac{\lambda}{\mu} \sigma_{r\theta} \quad (4b)$$

$$V_r = V \cos \theta \quad \text{at } r = a \quad (4c)$$

$$\omega = \frac{\partial V_\theta}{\partial r} + \frac{V_\theta}{r} - \frac{\partial V_r}{r \partial \theta} = 0 \quad \text{at } r = b \quad (4d)$$

여기서  $V$ 는 유동의 평균 속도,  $a$ 는 포집구의 반경,  $b$ 는 주변 포집구의 영향을 고려한 가상의 반경,  $C_m$ 은 가스의 운동이론에 의해 제안된 미끄러짐 계수,  $\mu$ 는 가스의 점성도,  $\lambda$ 는 가스의 평균 자유행정(mean free path)이다. 일반적으로  $C_m$ 은 1로 가정하므로(Eckert and Drake, 1959), 본 연구에서도 미끄러짐 계수를 1로 가정하였다. 경계조건을 나타내는 식(4a)-(4d)를 유동장을 나타내는 식(2)에 대입하면, 계수  $A, B, C, D$ 를 다음과 같이 구할 수 있다(Lee *et al.*, 1978).

$$A = \frac{-Va^3 \left[ 1 - \frac{2}{5} \alpha \left( 1 - 3C_m \frac{\lambda}{a} \right) \right]}{4 \left( K + 3C_m \frac{\lambda}{a} R \right)} \quad (5a)$$

$$B = \frac{3Va \left[ 1 + 2C_m \frac{\lambda}{a} \right]}{4 \left( K + 3C_m \frac{\lambda}{a} R \right)} \quad (5b)$$

$$C = \frac{-V \left[ 1 + \frac{\alpha}{2} + 3C_m \frac{\lambda}{a} \right]}{2 \left( K + 3C_m \frac{\lambda}{a} R \right)} \quad (5c)$$

$$D = \frac{-3V\alpha \left[ 1 + 2C_m \frac{\lambda}{a} \right]}{20a^2 \left( K + 3C_m \frac{\lambda}{a} R \right)} \quad (5d)$$

여기서,

$$K = 1 - \frac{9}{5} \alpha^{1/3} + \alpha - \frac{1}{5} \alpha^2, \quad R = 1 - \frac{6}{5} \alpha^{1/3} + \frac{1}{5} \alpha^2,$$

$\alpha$ 는 외부 경계조건을 나타내는 가상의 구와 기포의 구의 부피의 비( $=a^3/b^3$ )이다.

그러나 식(5)는 물방울이나 기포와 같이 포집구가 유체인 경우 유동장을 모사 할 수 없다. 포집구가 기포와 같은 유체구인 경우 유동장은 더욱 복잡해진다. 즉, 포집구가 유체구인 경우 유체구 내외부의 점성도의 차이에 의하여 유체구의 내부에 2차 유동이 생성된다. 따라서, 유체구 표면에서 원주 방향의 속도가 존재하게 된다. 또한 입자의 크기가 작은 경우, 미끄러짐의 영향은 유체구의 외부와 내부에 동시에 작용하게 된다. 본 연구에서는 이러한 유체구의 내외부 경계조건과 가스의 미끄러짐을 고려한 경계조건을 다음과 같이 가정하였다.

$$V_r^i = V_r^o = 0 \quad (6a)$$

$$V_\theta^o + C_m \frac{\lambda}{\mu^i} \sigma_{r\theta}^i = V_\theta^i + C_m \frac{\lambda}{\mu^o} \sigma_{r\theta}^o \quad (6b)$$

$$\sigma_{r\theta}^i = \sigma_{r\theta}^o \quad \text{at } r = a \quad (6c)$$

$$V_r = V \cos \theta \quad (7a)$$

$$\omega = \frac{\partial V_\theta}{\partial r} + \frac{V_\theta}{r} - \frac{\partial V_r}{r \partial \theta} = 0 \quad \text{at } r = b \quad (7b)$$

여기서 첨자  $i$ 와  $o$ 는 각각 기포의 내부와 외부를,  $\sigma_{r\theta}$ 는 유체구 표면에서의 전단응력(shear stress)을 의미한다. 만일 입자의 미끄러짐을 고려하지 않는다면, 누드센 수가 0이 될 것이므로, 원주방향의 경계

조건은 내 외부의 속도가 같게 된다( $V^o_\theta = V^i_\theta$ ). 이는 유체구의 유동장을 나타낸 이전의 연구결과와 동일하다(Jung and Lee, 1998).

경계조건인 식(6)-(7)을 유동장의 식(2)에 기포의 내 외부에 대하여 각각 적용하면, 기포의 내 외부를 흐르는 유동장은 가스의 미끄러짐 효과를 고려하였을 경우, 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\Psi^o = \left( \frac{A}{r} + Br + Cr^2 + Dr^4 \right) \sin^2 \theta \quad (8a)$$

$$\Psi^i = (Yr^2 + Zr^4) \sin^2 \theta \quad (8b)$$

$$A = \frac{Va^3 \left[ 2\alpha \left( 1 - 3C_m \frac{\lambda}{a} \right) + \sigma \left( 5 - 2\alpha + 6\alpha C_m \frac{\lambda}{a} \right) \right]}{20 \left[ R \left( 1 - 3C_m \frac{\lambda}{a} \right) + \sigma \left( K + 3C_m \frac{\lambda}{a} R \right) \right]} \quad (9a)$$

$$B = \frac{-Va \left[ 2 \left( 1 - 3C_m \frac{\lambda}{a} \right) + 3\sigma \left( 1 + 2C_m \frac{\lambda}{a} \right) \right]}{4 \left[ R \left( 1 - 3C_m \frac{\lambda}{a} \right) + \sigma \left( K + 3C_m \frac{\lambda}{a} R \right) \right]} \quad (9b)$$

$$C = \frac{V \left[ 2 \left( 1 - 3C_m \frac{\lambda}{a} \right) + \sigma \left( 2 + \alpha + 6C_m \frac{\lambda}{a} \right) \right]}{4 \left[ R \left( 1 - 3C_m \frac{\lambda}{a} \right) + \sigma \left( K + 3C_m \frac{\lambda}{a} R \right) \right]} \quad (9c)$$

$$D = \frac{-V\alpha \left[ 2 \left( 1 - 3C_m \frac{\lambda}{a} \right) + 3\sigma \left( 1 + 2C_m \frac{\lambda}{a} \right) \right]}{20a^2 \left[ R \left( 1 - 3C_m \frac{\lambda}{a} \right) + \sigma \left( K + 3C_m \frac{\lambda}{a} R \right) \right]} \quad (9d)$$

$$Y = \frac{-V(1-\alpha)}{4 \left[ R \left( 1 - 3C_m \frac{\lambda}{a} \right) + \sigma \left( K + 3C_m \frac{\lambda}{a} R \right) \right]} \quad (9e)$$

$$Z = \frac{V(1-\alpha)}{4a^2 \left[ R \left( 1 - 3C_m \frac{\lambda}{a} \right) + \sigma \left( K + 3C_m \frac{\lambda}{a} R \right) \right]} \quad (9f)$$

여기서  $\sigma$ 는 기포 내부와 외부의 점성도의 비( $= \frac{\mu^i}{\mu^o}$ )로 정의한다. 고체 포집구의 경우, 포집구 내부의 점성도는 무한대에 수렴하므로, 포집구 내부와 외부의 점성도 비( $\sigma$ )는 무한대( $\infty$ )가 된다. 이 경우, 식(8)과(9)는 Lee et al. (1979)이 제시한 고체구 주위의 유동장의 해에 수렴됨을 알 수 있다. 입자의 미끄러짐이

고려되지 않는 연속 영역의 경우,  $C_m \frac{\lambda}{a}$ 의 값은 0이 된다. 식(8)과(9)의 누드센수( $= \frac{\lambda}{a}$ )에 0을 대입하게 되면, 연속영역에서 다중 유체구 주위의 유동장의 해가 된다. 물 속에 분사되는 기포의 경우 포집구 외부의 점성도가 내부의 점성도보다 매우 크므로, 점성도의 비는 일반적으로 0으로 간주한다(Jung and Lee, 1998). 따라서, 기포 내 외부의 유동장은 다음과 같이 간략화 될 수 있다.

$$A = \frac{V\alpha a^3}{10R} \quad (10a)$$

$$B = \frac{-Va}{2R} \quad (10b)$$

$$C = \frac{V}{2R} \quad (10c)$$

$$D = \frac{-V\alpha}{10a^2 R} \quad (10d)$$

$$Y = \frac{-V(1-\alpha)}{4 \left[ R \left( 1 - 3C_m \frac{\lambda}{a} \right) \right]} \quad (10e)$$

$$Z = \frac{V(1-\alpha)}{4a^2 \left[ R \left( 1 - 3C_m \frac{\lambda}{a} \right) \right]} \quad (10f)$$

식(10)에서  $C_m \frac{\lambda}{a}$ 이 0이 되는 경우, 연속영역(continuum regime)에서 기포의 유동장을 표현하게 되며 이는 기존의 연구결과와 일치한다. 또한 물 속에 분사되는 기포의 경우, 기포 외부의 유동장은 저 누드센 입자 영역에서도 기포 입자의 미끄러짐의 영향을 받지 않는 것을 알 수 있다. 이는 기포 주위의 유동장 자체가 입자 표면에서의 완전 미끄러짐을 표현하고 있기 때문이다. 즉, 식(9)에서 입자의 미끄러짐을 무한대로 취했을 경우( $C_m \frac{\lambda}{a} \rightarrow \infty$ ), 포집구 외부의 유동장이 가스 기포의 유동장 식과 동일해지는 것에서 알 수 있다. Happel and Brenner (1965), Keh and Shiao (2000)는 셀 모델을 사용하지 않은 단일 포집구에서 입자표면의 완전한 미끄러짐을 고려할 경우, 포집구 외부의 유동장이 기포내부의 유동장과 동일해 짐을 보인 바 있다. 즉, 입자 표면에서 완전 미끄

러짐 (perfect slip)이 일어나는 경우, 항력과 유동장은 기포의 항력과 유동장과 동일하다.

반면, 기포 내부에서의 유동장 식(10e)와 (10f)을 살펴보면, 내부의 유동장은 누드센 수에 영향을 받는 것을 알 수 있다. 즉 기포의 경우, 입자의 미끄러짐은 포집구 외부에는 영향을 미치지 않는 대신 내부 유동장을 더욱 약화시키는 것을 볼 수 있다. 이는 외부의 유동장이 포집구 표면에서의 미끄러짐에 의하여 포집구 내부로 전달되지 않아 결국 포집구 내부의 2차 유동을 약화시키는 것으로 해석할 수 있다. 결국 포집구 내부의 유동장은 미끄러짐의 효과를 무한대로 취하게 되면 0으로 수렴하는데, 이는 포집구 표면에서 완전 미끄러짐에 의하여 외부 유동과 내부 유동이 단절되어 내부 유동이 발생하지 않는 것으로 해석할 수 있다. 즉, 포집구 외부와 내부의 점성도 비가 작아질수록 포집구 내부의 2차 유동은 강화되고, 포집구 외부의 미끄러짐이 강화될수록, 포집구의 크기가 작아질수록 포집구 내부의 2차 유동은 약화된다고 볼 수 있다.

그림 1은 고체 포집구인 경우, 누드센 수가 다를 때 속도분포의 변화를 나타낸 것이다. 구의 크기는 무차원화된 계수로 정의된다. 즉, 단위반경의 포집구에 대하여 상대적인 외부 경계조건의 크기를 정의하고 유동장을 나타내었다. 그림 1에서 볼 수 있듯이, 누드센 값이 증가하면, 포집구 표면에서 미끄러짐이 발생하여 속도가 증가되는 것을 볼 수 있다.

이는 포집구가 유체구일 때 유체구 표면에서의 유

동장의 경향과 비슷하다. 결론적으로 본 연구에서는 저 누드센 영역과 연속 영역에서 기포와 고체 포집구를 포함하는 외부 유체구의 영향을 고려한 다중 유체 포집구 주위의 유동장을 해석적으로 구할 수 있었다. 구하여진 해석적인 유동장의 식은 주어진 경계조건에서 고체구와 유체구의 유동장의 식에 수렴하는 것을 확인할 수 있었다.

### 3. 항력 (Drag force)과 낙하속도 (Terminal Velocity)

물체에 작용하는 항력은 다음과 같이 표현된다 (Batchelor, 1967).

$$F_D = \mu\pi \int \bar{\omega}^3 \frac{\partial}{\partial n} \left( \frac{\nabla^2 \Psi}{\bar{\omega}^2} \right) ds \quad (11)$$

여기서  $F_D$ 는 항력,  $\bar{\omega}$ 는 접선방향좌표,  $ds$ 는 표면을 따라 측정된 거리이다.  $\partial n = \partial r$ ,  $\delta s = r\delta\theta$ 라 두고 하한, 상한 적분한계를  $\theta=0, \pi$ 라 각각 두면 구면 유체에 작용하는 힘을 다음과 같이 얻을 수 있다.

$$F_D = \mu\pi \int_0^\pi r^3 \sin^3 \theta \frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{2B \sin^3 \theta / r}{r^2 \sin^2 \theta} \right) r d\theta = -6B\mu\pi \int_0^\pi \sin^3 \theta d\theta \quad (12)$$

식(12)를 구간에 대해 적분하면 항력은 다음과 같

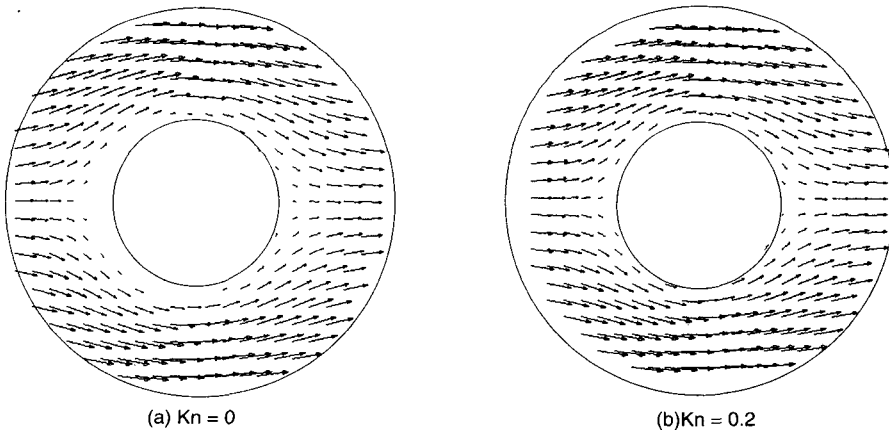


Fig. 1. Comparison of the velocity distribution around a solid sphere at different Knudsen numbers ( $\alpha=0.1$ ).

이 표현할 수 있다.

$$F_D = -8\pi\mu B \tag{13}$$

여기서  $\mu$ 는 외부유체의 점성(= $\mu^o$ )이다. 식(13)에 본 연구에서 구한 해석적인 유동장을 이용하면 다음과 같은 항력식을 구할 수 있다.

$$F_D = -8\pi\mu^o B = \frac{2\pi Va\mu^o \left[ 2 \left( 1 - 3C_m \frac{\lambda}{a} \right) + 3\sigma \left( 1 + 2C_m \frac{\lambda}{a} \right) \right]}{\left[ R \left( 1 - 3C_m \frac{\lambda}{a} \right) + \sigma \left( K + 3C_m \frac{\lambda}{a} R \right) \right]} \tag{14}$$

포집구 표면에서 입자의 미끄러짐 효과를 고려하지 않은 경우, 식(14)는 다음과 같이 간단히 표기할 수 있다.

$$F_D = 6\pi\mu^o a u \left( \frac{2/3 + \sigma}{R + \sigma K} \right) \tag{15}$$

식(15)에서 입자의 충전율( $\alpha$ )를 0으로 취하게 되면 단일 유체구의 항력을 얻을 수 있다. 포집구 내 외부의 점성도비( $\sigma$ )가 무한대로 가는 경우 포집구는 고체구가 되고 항력은 본래 Kuwabara의 유동장을 사용하였을 경우의 항력과 동일하다.  $\alpha$ 가 0에 접근하고 동시에  $\sigma$ 가 무한대로 가는 경우, 식(14)는 Stokes 유동장에서의 항력과 같아진다. 입자의 미끄러짐을 고려하고  $\sigma$ 가 무한대로 가는 경우, 식(15)는 Lee *et al.* (1978)에 의한 저 누드센 영역의 고체구의 항력식의 결과와 동일하게 된다. 반면,  $\sigma$ 가 0으로 가는 경우 포집구는 액체내에 분사된 기포의 항력이 된다. 기포의 항력은 다음과 같다.

$$F_D = \frac{4\pi\mu^o a u}{R} \tag{16}$$

식(14)를 누드센 수에 대하여 정리하면 다음과 같다.

$$F_D = \frac{2\pi Va\mu^o \left[ 6C_m \frac{\lambda}{a} (\sigma - 1) + (3\sigma + 2) \right]}{\left[ 3C_m \frac{\lambda}{a} R (\sigma - 1) + (\sigma K + R) \right]} \tag{17}$$

여기서 완전 미끄러짐 조건을 적용하려면, 누드센 수를 무한대로 취하면 된다. 이때 구해진 식은 점성

도 비를 0으로 취했을 때의 값과 동일하게 된다. 즉, 기포에서의 항력(식(16))과 동일한 결과를 나타내게 된다.

포집구의 종말속도(terminal velocity)는 외력으로 작용하는 중력과 항력이 평형을 이룰 때의 속도로 정의한다. 중력장에서 외력은 다음과 같이 주어진다.

$$F_G = \frac{4}{3} \pi a^3 (\rho^i - \rho^o) g \tag{18}$$

여기서  $g$ 는 중력가속도,  $\rho$ 는 밀도이다. 정상상태라 가정할 때, 외력과 구에 작용하는 항력은 같으므로 종말속도를 구할 수 있다. 포집구가 기포인 경우에는 부상속도(rising velocity)가 된다. 중력장에서 포집구의 낙하(부상)속도( $U$ )를 나타내면 다음과 같다.

$$U = \frac{2a^2(\rho^i - \rho^o)g \left[ R \left( 1 - 3C_m \frac{\lambda}{a} \right) + \sigma \left( K + 3C_m \frac{\lambda}{a} R \right) \right]}{3\mu^o \left[ 2 \left( 1 - 3C_m \frac{\lambda}{a} \right) + 3\sigma \left( 1 + 2C_m \frac{\lambda}{a} \right) \right]} \tag{19}$$

입자의 미끄러짐을 고려하지 않은 단일 고체 포집구의 낙하속도를  $U_o$ 라 하면, 무차원화된 유체구의 낙하속도( $U'$ )는 다음과 같이 정의될 수 있다.

$$U' = \frac{U}{U_o} = \frac{\left[ R \left( 1 - 3C_m \frac{\lambda}{a} \right) + \sigma \left( K + 3C_m \frac{\lambda}{a} R \right) \right]}{\left[ \frac{2}{3} \left( 1 - 3C_m \frac{\lambda}{a} \right) + \sigma \left( 1 + 2C_m \frac{\lambda}{a} \right) \right]} \tag{20}$$

여기서,  $U_o = \frac{2a^2(\rho^i - \rho^o)g}{9\mu^o}$ 이다.

식(20)은 다중 유체 포집구에서 입자의 미끄러짐을 고려한 낙하(부상)속도이다. 앞서의 경우와 같이, 식(19)의  $\alpha$ 와  $\sigma$ , 누드센 값을 변화시키며, 기포와 고체구는 물론 모든 경우의 유체구의 낙하(부상)속도를 구할 수 있다. 다만, 포집구의 크기가 수 mm 이상으로 커지는 경우, 항력계수가 다르게 정의되므로, 본 연구의 식을 사용할 수 없다(Seinfeld and Pandis, 1998).

#### 4. 결과 및 토론

그림 2은 고체 포집구인 경우, 누드센 수의 변화

에 따른 유선의 변화를 나타낸 것이다. 외부 유동장을 살펴보면 누드센 수가 증가할수록 포집구 표면의 미끄러짐 효과에 의해 유동장이 고체 포집구에 더 가까이 접근하는 것을 볼 수 있다. 이는 미끄러짐이 입자의 집진효율을 더 증가시킬 수 있음을 보여준다. 그림 3은 누드센 수가 내부 유동장에 어떠한 영향을 미치는 지를 알아보기 위하여 포집구가 물방울인 경우에 대하여 포집구 내 외부의 유동장을 비교해 보았다. 물방울의 경우, 공기와 물의 점성도 비를 계산하면 그 비를 약 55로 가정할 수 있다. 그림 2와

3에서 알 수 있듯이 입자의 표면에서 미끄러짐을 고려한 저 누드센 영역의 경우 누드센 수가 클수록 외부의 유선은 포집구에 더욱 가까이 접근하는 것을 알 수 있다. 따라서 포집구 표면의 미끄러짐을 고려했을 때, 오염입자의 포집효율은 더욱 높아질 것이라는 것을 알 수 있다. 유체 포집구 내부의 유동장을 보면, 내부 유선은 누드센 수가 증가할수록 약화되는 것을 볼 수 있다. 이는 누드센 수가 증가할수록 포집구 외부에서 미끄러짐이 강화되어, 외부 유동장이 내부 유동장에 전달되지 못하는 것으로 해석할 수 있

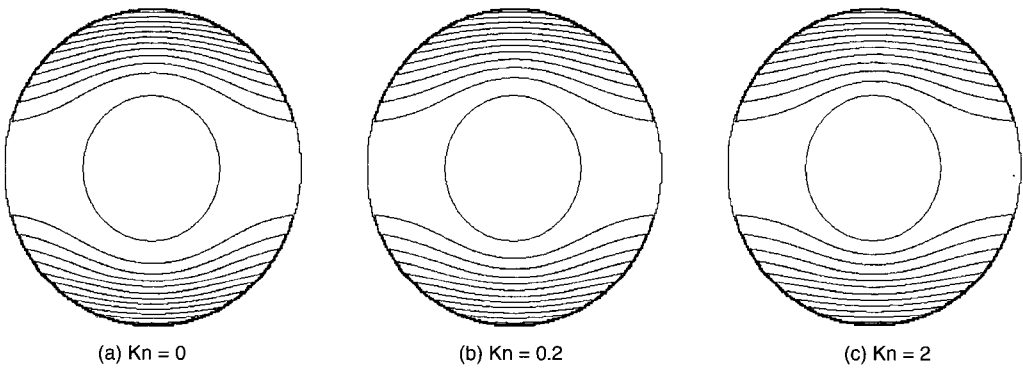


Fig. 2. Comparison of the streamline in different Knudsen numbers for a solid sphere ( $\alpha=0.1$ ).

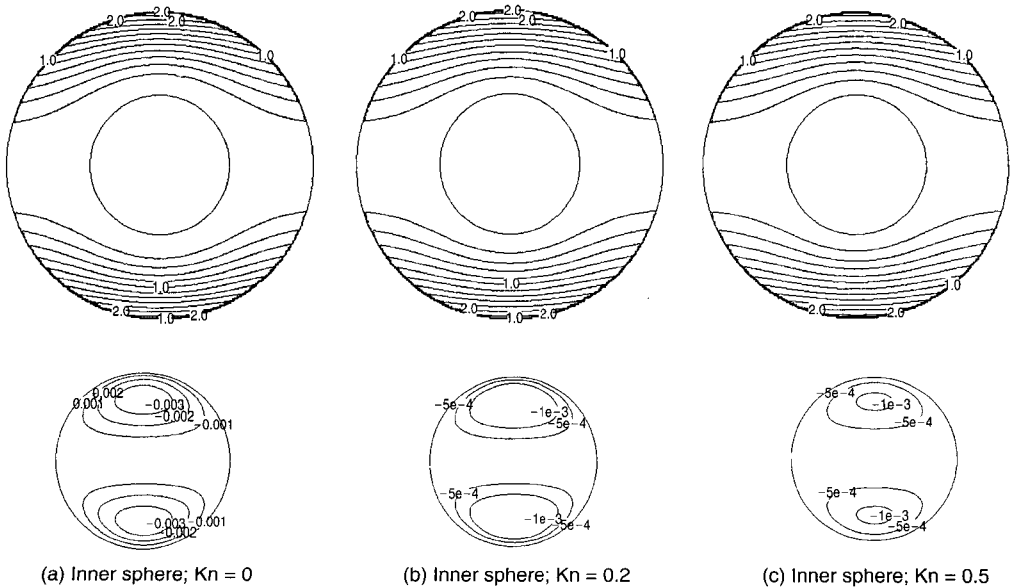


Fig. 3. Comparison of the streamline for a water droplet in different Knudsen numbers ( $\alpha=0.1$ ).

다. 즉, 외부 포집구 주위의 유동이 미끄러짐에 의해 내부로 전달되지 않으므로 유도 흐름(induced flow)의 영향이 적어지는 것이다. 식(9)에서 볼 수 있듯이, 완전 미끄러짐이 일어나게 되면, 내부 유동장은 0이 되는 것을 볼 수 있다. 그림 3에서 입자의 누드센수는 0, 0.2 그리고 0.5를 고려하였다.

그림 4는 고체구( $\sigma \rightarrow \infty$ )와 물방울( $\sigma \rightarrow 55$ ), 그리

고 대기중의 공기 방울( $\sigma \rightarrow 1$ )의 경우에 대하여 유동장을 비교한 것이다. 그림 4에서 볼 수 있듯이, 포집구 내 외부의 점성도 비가 낮아질수록 유선(streamline)은 포집구에 더욱 가까이 가는 것을 알 수 있다. 유체 포집구인 경우 내부 유동이 생성되므로 내부 유동장을 비교해 보면, 물방울인 경우보다 공기 방울인 경우, 유동은 더욱 강화되는 것을 볼 수 있

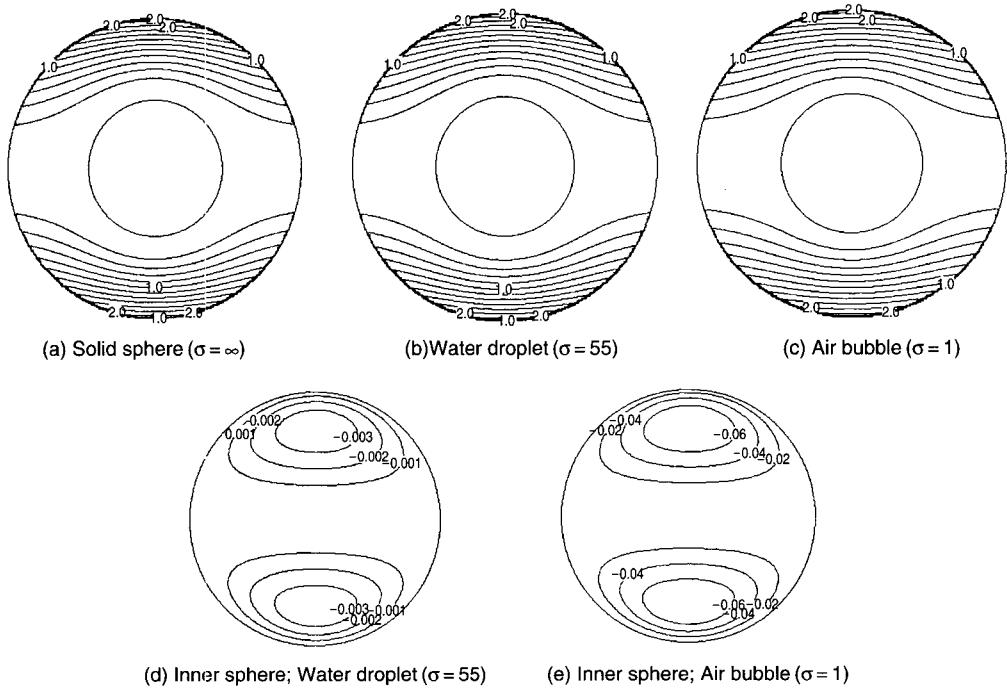


Fig. 4. Comparison of the streamline in different viscosity ratios for solid and liquid spheres ( $\alpha = 0.1, Kn = 0$ ).

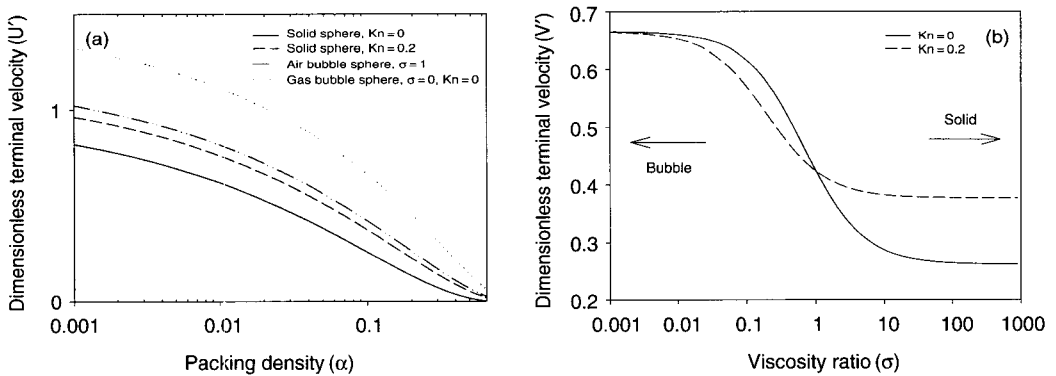


Fig. 5. Comparison of the dimensionless terminal velocity as a function of packing density and viscosity ratio.



다. 이는 유체구 내부의 점성도가 작아질수록 유체구의 유도된 유동(induced flow)이 강화되는 것을 보여 주고 있다.

그림 5는 입자의 무차원화된 침강 혹은 상승 속도를

를 충전률( $\alpha$ )과 포집구 내 외부의 점성도 비에 따라 모사한 것이다. 그림 5을 보면 충전률과 포집구 외부와 내부의 점성도 비( $\sigma$ )가 증가함에 따라 포집구의 무차원화된 침강 혹은 상승 속도가 감소한다는 것을

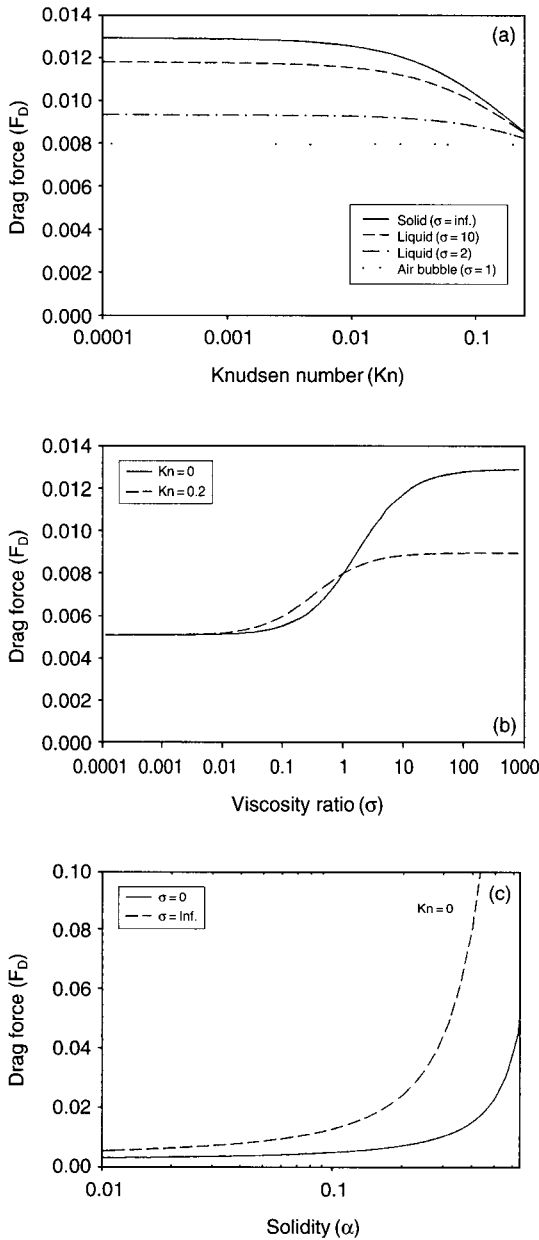


Fig. 6. Comparison of the drag force as a function of Knudsen number, packing density and viscosity ratio.

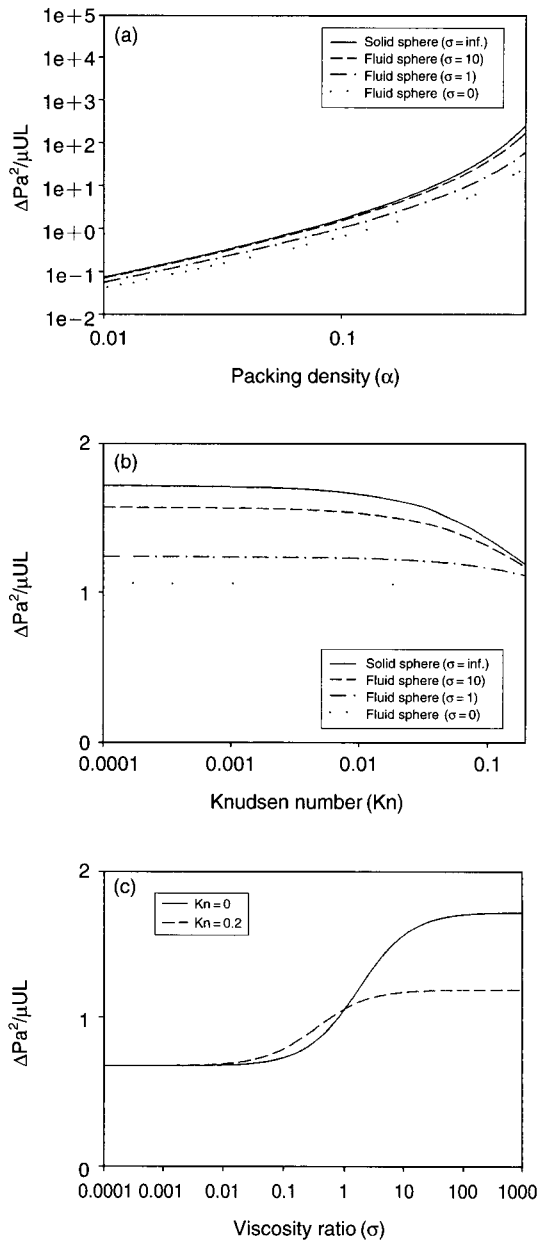


Fig. 7. Comparison of the dimensionless pressure drop as a function of Knudsen number, packing density and viscosity ratio.

알 수 있다. 그림 6은 식(14)에 의해 계산된 항력을 각 변수에 따라 계산한 것이다. 그림 6에서 볼 수 있듯이, 고체구에서 유체구로 갈수록 항력은 감소하는 것을 볼 수 있다. 또, 대기 중에 존재하는 유체 포집구인 경우( $\sigma > 1$ ), 누드센 수가 증가할수록, 즉 입자 표면의 미끄러짐이 강화될수록 항력은 감소하는 것을 볼 수 있다. 또 입자의 충전비가 증가할수록 항력은 증가한다.

만일 이러한 다중 유체 포집구 시스템에서 압력 손실이 각 포집구의 단위면적당 항력의 합이라고 가정한다면, 압력 손실은 다음과 같이 정의될 수 있다 (Lee *et al.*, 1978).

$$\Delta P = \frac{3F_D \alpha L}{4\pi a^3} \quad (21)$$

여기서,  $L$ 은 충전층의 길이이다. 식(14)를 식(21)에 대입하면 다중 유체구에서의 저 누드센 영역의 압력 손실은 다음과 같이 정의된다.

$$\Delta P = \frac{3\alpha L V \mu^o \left[ 2 \left( 1 - 3C_m \frac{\lambda}{a} \right) + 3\sigma \left( 1 + 2C_m \frac{\lambda}{a} \right) \right]}{2a^2 \left[ R \left( 1 - 3C_m \frac{\lambda}{a} \right) + \sigma \left( K + 3C_m \frac{\lambda}{a} \right) R \right]} \quad (22)$$

그림 7은 무차원화된 압력 손실을 누드센 수에 대한 함수로 나타낸 것이다. 무차원화된 압력 손실을 계산해 보면, 그림 5와 6의 결과와 마찬가지로 압력 손실은 대기 중에 존재하는 유체 포집구인 경우( $\sigma > 1$ ), 누드센 수가 증가할수록, 즉 입자 표면의 미끄러짐이 강화될수록 항력은 감소하며, 고체구에서 유체구로 갈수록 감소하는 것을 알 수 있다.

## 5. 결 론

본 연구에서는 Jung and Lee (1998)의 다중 유체 포집구에서의 유동장을 확장하여 포집구 표면의 미끄러짐을 고려한 저 누드센 영역의 다중 유체 포집구 시스템에서 유동장, 침강 속도 그리고 압력 손실을 해석적으로 구하였다. 유동은 비압축성 유체가 정상상태에서 축 대칭으로 흐를 때를 가정하였다. 이웃하는 포집구의 영향을 고려하기 위하여 Kuwabara (1959)에 의하여 제안된 외부 경계에서의 와도가 0

이 된다는 경계조건을 적용한 셀 모델 (cell model)이 사용되었고, 포집구 표면에서의 미끄러짐을 고려하기 위해 포집구 표면에서 접선방향의 속도에 관한 경계조건이 추가되었다. 이러한 경계 조건을 적용하여 구하여진 해석적인 식은 고체, 기포, 그리고 유체구에 대하여 포집구 표면의 미끄러짐을 포함한 모든 경우의 유동장을 모사 할 수 있었다. 모사결과 저 누드센 영역의 경우, 고체 포집구는 포집구의 표면에서 미끄러짐이 발생하여 유동장이 포집구에 더욱 가까워지는 것을 알 수 있었다. 포집구 표면에서의 미끄러짐 효과를 무한대로 취하는 완전 미끄러짐 조건에서 포집구의 유동장은 기포의 유동장과 동일한 결과를 보였다. 입자의 미끄러짐을 고려하지 않은 경우 기존의 연구 결과와 동일한 유동장을 얻을 수 있었다. 즉, 유체 포집구의 경우 고체 포집구에 비해 내부 유동의 영향으로 외부 유선이 포집구에 더욱 가까이 접근하고 있었으며, 충전비가 높을수록 이웃하는 포집구의 영향을 더욱 많이 받는 것으로 나타났다.

입자 여과상 (packed bed) 등의 고체 포집구의 경우, 압력손실에 관한 실험적인 결과가 cell 모델을 적용한 해석적인 식과 잘 일치하는 것을 보인바 있다 (Lee *et al.*, 1979). 그러나, 다중 유체 포집구의 경우 유체구 사이의 충돌, 병합 그리고 균일한 유체구의 발생 등 고체구와 동일한 조건에서 운전하기 어려운 점으로 인해 실험적 검증은 아직까지 시도된 바 없다. 따라서 본 연구에서 제시된 이론적인 해는 기포에 의한 입자의 제거 및 세정 집진기 등을 설계하는데 주요한 기초자료로 활용될 수 있을 것으로 사료된다.

## 감사의 글

본 연구는 2003년도 경인여자대학 교내 학술지원 연구비에 의해 수행되었습니다.

## 참 고 문 헌

- Eckert, E.R.G. and R.M. Drake (1959) Heat and Mass Transfer, McGraw-Hill, Inc., New-York, USA.  
 Happel, J. (1958) Viscous flow in multiparticle systems: Slow motion of fluids relative to beds of spherical parti-

- cles, A. I. Ch. E. J., 4, 197-201.
- Jung, C.H. and K.W. Lee (1998) Filtration of fine particles by multiple liquid droplet and gas bubble systems, *Aerosol Sci. and Tech.*, 29, 389-401.
- Keh, H.J. and S.C. Shiau (2000) Effects of inertia on the slow motion of aerosol particles, *Chemical Engineering Sci.*, 55, 4415-4421.
- Kuwabara, S. (1959) The forced experienced by randomly distributed parallel circular cylinders or spheres in a viscous flow at small Reynolds numbers, *J. Phys. Soc. Japan*, 14, 527-532.
- Lee, K.W., L.D. Reed, and J.A. Gieseke (1978) Pressure drop across packed beds in the low Knudsen number regime, *J. Aerosol Sci.*, 9, 557-565.
- Lee, K.W. and J.A. Gieseke (1979) Collection of aerosol particles by packed beds, *Env. Sci. Tech.*, 13, 466-470.
- Lee, K.W. (1981) Maximum penetration of aerosol particles in granular bed filters, *J. Aerosol Sci.*, 12, 79-87.
- Seinfeld, J.H. and S.N. Pandis (1998) *Atmospheric chemistry and physics*, Wiley, New York, USA.