
웨이브렛 변환쌍과 적응-길이 메디안 필터를 이용한 임펄스 노이즈 제거에 관한 연구

배상범* · 김남호*

A Study on the Removal of Impulse Noise using Wavelet Transform Pair and
Adaptive-Length Median Filter

Sang-Bum Bae* · Nam-Ho Kim*

요약

사회가 고도의 디지털 정보화 시대로 급속히 발전함에 따라 영상 및 음성 데이터의 획득, 전송, 저장을 위한 멀티 미디어 통신 서비스가 상용화 되어가고 있다. 그러나, 여전히 데이터를 디지털화하거나 전송하는 과정에서 여러 가지 원인에 의해 노이즈가 발생하고 있으며, 이러한 노이즈를 제거하기 위한 연구는 지금까지 계속되고 있다. 노이즈를 제거하기 위해 기존에 FFT와 STFT 등이 있었으나, 신호에 대한 시간정보를 알 수 없고 시간-주파수 국부성이 상충관계를 갖는다. 따라서, 이러한 한계를 극복하기 위해 신호처리 분야의 새로운 기법으로 제시된 웨이브렛 변환은 시간-주파수 국부성을 가지므로, 다양한 신호를 해석하는데 용이할 뿐만 아니라, 다중 해상도 해석이 가능하므로 최근 여러 분야에 응용되고 있다. 그리고, 두 개의 웨이브렛 기저가 힐버트 변환쌍을 형성하도록 설계될 때, 웨이브렛 쌍은 데이터 특징 검출에서 기존의 DWT보다 우수한 성능을 갖는다. 따라서, 본 연구에서는 절단된 계수 벡터에 의해 설계된 두 개의 dyadic 웨이브렛 기저와 적응-길이 메디안 필터를 사용하여 임펄스 노이즈를 제거하였다.

ABSTRACT

As a society has progressed rapidly toward a highly advanced digital information age, a multimedia communication service for acquisition, transmission and storage of image data as well as voice has been commercialized externally and internally. However, in the process of digitalization or transmission of data, noise is generated by several causes, and researches for eliminating those noises have been continued until now. There were the existing FFT(fast fourier transform) and STFT(short time fourier transform) for removing noise but it's impossible to know information about time and time-frequency localization capabilities has conflictive relationship. Therefore, for overcoming these limits, wavelet transform which is presented as a new technique of signal processing field is being applied in many fields recently. Because it has time-frequency localization capabilities it's possible for multiresolution analysis as well as easy to analyze various signal. And when two wavelet base were designed to form Hilbert transform pair, wavelet pair provide superior performance than the existing DWT(discrete wavelet transform) in data characteristic detection. Therefore in this paper, we removed impulse noise by using adaptive-length median filter and two dyadic wavelet base which is designed by truncated coefficient vector.

키워드

FFT, STFT, DWT, Hilbert transform pair, adaptive-length median filter

1. 서론

신호처리 분야의 새로운 기법으로 제시된 웨이브렛 변환은 시간 및 주파수 국부성을 가지므로, 통계적 특성을 모르거나 시간적으로 예측하기 힘든 신호를 해석하는데 용이할 뿐만 아니라, 다중 해상도 해석이 가능하므로 최근 여러 분야에 응용되고 있다. 그리고, 두 개의 웨이브렛 기저가 근사 힐버트 변환쌍을 형성하도록 설계될 때, 이러한 웨이브렛 변환쌍은 데이터 특징 검출에서 기존의 DWT(discrete wavelet transform)에 비해 우수한 성능을 갖는다[1],[6].

따라서, 본 논문에서는 두 개의 필터가 근사 힐버트 변환 관계를 형성하도록 절단된 계수 벡터를 갖는 플랫폼 딜레이 필터를 사용한 웨이브렛 기저를 설계하였다. 그리고, 이러한 웨이브렛 변환 쌍을 이용하여 검출된 임펄스 노이즈를 적응-길이 매디안 필터를 사용하여 제거하였으며, 기존의 B-wavelet을 이용한 방법과 비교하였다.

II. B-wavelet에 의한 노이즈 제거

임펄스 노이즈를 제거하기 위한 방법으로 제시된 B-wavelet은 임계치에 의한 방법을 적용하였으며, 복합적으로 검출되는 노이즈와 신호의 edge를 분리하기 위해 새로운 파라메타의 도입이 필요하다. 노이즈가 존재하는 수열 $\{r(n)\}$ 은 spline 공간상에서 처리되기 위해서, 식 (1)의 콘볼루션에 의해 spline 공간상에 mapping되며, 여기서 ($\uparrow 2$)는 2배의 up-sampling이다[2],[7].

$$\{c_n^N\} = \{s(n)\} * \{r(n)\} \quad (\uparrow 2) \quad (1)$$

그리고, spline과 웨이브렛 계수는 식 (2)와 식 (3)의 콘볼루션에 의해 각 scale 레벨에 대해서 계산되며, 식으로부터 ($\downarrow 2$)는 2배의 down-sampling이다. 또한, 각 scale 레벨에서 구해진 spline과 웨이브렛 계수들은 신호에 첨가된 임펄스 노이즈를 제거하기 위해 사용된다.

$$\{c_k^j\} = [\{a_n\} * \{c_k^{j+1}\}] \quad (\downarrow 2) \quad (2)$$

$$\{d_k^j\} = [\{b_n\} * \{c_k^{j+1}\}] \quad (\downarrow 2) \quad (3)$$

식 (2)와 식 (3)의 가중수열 $\{a_n\}$ 과 $\{b_n\}$ 의 길이는 이론적으로 무한대이지만, 이들 수열들은 대칭성을 갖고 지수적으로 감쇠하므로, 실행에서 알맞게 절단하여 사용한다. 그리고, 각 scale 레벨에서 임펄스 노이즈는 원신호에 비해 상대적으로 큰 웨이브렛 계수 값을 갖는다. 그러나, 노이즈에 상응하는 spline 계수 수열은 전체적으로 일정하게 존재하지 않으므로, 노이즈의 임계를 정하기 위해, 더 작은 부분으로 분할된 국부 임계를 적용한다. 그리고, 임계치는 $\sigma, 2\sigma, 3\sigma, \dots$ 가 신호의 68.26%, 95.44%, 99.74%...를 포함하므로 $3\sigma \sim 4\sigma$ 사이의 값을 사용한다. 일반적으로, 임펄스 노이즈와 신호의 edge 성분은 웨이브렛 계수에서 그 특징들이 잘 나타난다. 그리고, 동일한 index k 와 scale 레벨 j 에서 spline과 웨이브렛 계수는 일치하므로, 노이즈와 원신호의 edge 성분은 웨이브렛에 의한 신호의 slope를 이용하여 분리한다. 최종적으로 임펄스 노이즈가 섞인 계수는 노이즈 제거과정을 거친 후, 추정된 계수 $\{\tilde{a}_k^j\}$ 와 $\{\tilde{c}_k^j\}$ 로 교체된다. 그리고, 추정된 새로운 두 계수들은 식 (4)의 관계로부터 fine scale의 spline 계수를 복원한다.

$$\{\tilde{c}_k^j\} = \{p_n\} * \{\tilde{c}_k^{j-1}\} \quad (\uparrow 2) + \{q_n\} * \{\tilde{a}_k^{j-1}\} \quad (\uparrow 2) \quad (4)$$

여기서, 가중 수열 $\{p_n\}$ 과 $\{q_n\}$ 은 식 (5), 식 (6)과 같으며, 결과적으로 얻어진 추정된 \tilde{c}_k^N 은 식 (7)에 의해 신호를 복원한다. 식 (7)에서 수열 $\{v_n\}$ 은 m 차 B-spline이다.

$$p_k = p_{m,k} = \begin{cases} 2^{-m+1} \binom{m}{k}, & \text{for } 0 \leq k \leq m \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases} \quad (5)$$

$$a_k = a_{m,k} = \begin{cases} \frac{(-1)^k}{2^{m-1}} \cdot \sum_{l=0}^m \binom{m}{l} N_{2m}(k+1-l), & \text{for } 0 \leq k \leq 3m-2 \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$\hat{r}(t_k) = \{v_n\} * \{\tilde{c}_k^N\} \quad (7)$$

III. 힐버트 변환쌍

본 논문에서는 QMF(quadrature mirror filter) 보다 우수한 필터 특성을 갖고, 신호를 완전히 복원하는 CQF(conjugate quadrature filter)를 사용하였으며, $h_0(n)$ 과 $h_1(n)$ 이 CQF 쌍이 되도록 다음의 식 (8), 식 (9)와 같이 정의한다[3], [6].

$$\sum_n h_0(n) h_0(n+2k) = \delta(k) = \begin{cases} 1, & k=0 \\ 0, & k \neq 0 \end{cases}$$

$$h_1(n) = (-1)^n h_0(L-n) \quad (9)$$

여기서, L 은 홀수의 정수이며, 자기 상관함수의 형태는 식 (10)과 같다. 그리고, 필터 $g_0(n)$ 과 $g_1(n)$ 은 동일한 방법에 의해 정의되는 또 다른 CQF 쌍이다. 이때, $p_h(n)$ 과 $p_g(n)$ 이 식 (11)과 같은 경우 CQF 조건이 만족된다.

$$p_h(n) = \sum_k h_0(k) h_0(k-n) \quad (10)$$

$$p_h(2n) = p_g(2n) = \delta(n) \quad (11)$$

그리고, dilation과 웨이브렛 방정식은 다음의 식 (12), 식 (13)과 같으며, ϕ_g 와 ϕ_h 는 동일한 방법에 의해 구한다.

$$\phi_h(t) = \sqrt{2} \sum_n h_0(n) \phi_h(2t-n) \quad (12)$$

$$\phi_h(t) = \sqrt{2} \sum_n h_1(n) \phi_h(2t-n) \quad (13)$$

이때, 설계되어진 ϕ_h 와 ϕ_g 가 식 (14)를 만족할 경우, 두 웨이브렛 기저는 힐버트 변환 관계에 있으며, 이러한 관계를 유도하기 위해 다음의 식 (15)를 가정한다. 여기서, $\Psi(\omega)$ 는 $\phi(t)$ 의 푸리에 변환이다.

$$\Psi_g(\omega) = \begin{cases} -j\Psi_h(\omega), & \omega > 0 \\ j\Psi_h(\omega), & \omega < 0 \end{cases} \quad (14)$$

$$G_0(\omega) = H_0(\omega) e^{-j\theta(\omega)} \quad (15)$$

CQF 조건을 만족하는 각각의 필터와 스케일링, 그리고 웨이브렛 함수로부터 식 (16)의 관계가 유도되며, 식 (14)와 식 (16)으로부터 위상의 조건은 식 (17)과 같다.

$$\Psi_g(\omega) = \Psi_h(\omega) e^{j[\theta(\omega/2 - \pi) - \sum_{k=2}^{\infty} \theta(\omega/2^k)]} \quad (16)$$

$$\theta(\omega/2 - \pi) - \sum_{k=2}^{\infty} \theta(\omega/2^k) = \begin{cases} -\pi/2, & \omega > 0 \\ \pi/2, & \omega < 0 \end{cases} \quad (17)$$

식 (17)의 조건은 $\theta(\omega) = \omega/2$ 을 선택하는 것에 의해 만족된다. 따라서, $H_0(\omega)$ 와 $G_0(\omega)$ 가 식 (18)을 만족하는 저역통과 CQF 필터일 경우, 상응하는 웨이브렛은 식 (19)와 같이 힐버트 변환 쌍을 형성한다.

$$G_0(\omega) = H_0(\omega) e^{-j\frac{\omega}{2}} \quad \text{for } |\omega| < \pi \quad (18)$$

$$\phi_g(t) = H\{\phi_h(t)\} \quad (19)$$

그리고, 등가적으로 디지털 필터 $g_0(n)$ 은

$h_0(n)$ 이 half-sample 지연된 것이다.

$$g_0(n) = h_0(n-1/2) \quad (20)$$

본 논문의 접근법은 힐버트 변환 관계를 형성하기 위해 올패스 필터의 설계 과정을 포함하며, 다음의 식 (21)은 τ -sample의 지연을 갖는 올패스 필터이다[4].

$$A(z) = \frac{z^{-N}D(1/z)}{D(z)} \quad (21)$$

$$D(z) = 1 + \sum_{n=1}^N d(n)z^{-n} \quad (22)$$

위의 두 식으로부터 N 은 올패스 필터의 차수이며, 식 (22)의 계수 벡터 $d(n)$ 은 다음의 식 (23)과 같고, $(x)_n$ 은 rising factorial이다.

$$d(n) = (-1)^n \binom{N}{n} \frac{(\tau-N)_n}{(\tau+1)_n} \quad (23)$$

그러나, 일반적으로 올패스 필터의 계수값은 index n 과 함께 급속히 감소하며, zero에 근접한 계수값은 필터의 특성에 큰 영향을 미치지 않으므로, 식 (23)은 다음의 식 (24)와 같이 된다. 여기서, $n = 1, 2, \dots, N$ 이며 $M \geq N$ 이다.

$$d(n) = (-1)^n \binom{M}{n} \frac{(\tau-N)_n}{(\tau+1)_n} \quad (24)$$

IV. 웨이브렛 변환쌍과 적응-길이 메디안 필터에 의한 노이즈 제거

본 논문에서는 힐버트 변환쌍을 형성하는 두 개의 웨이브렛 기저를 생성하기 위해 orthogonal 접근법을 사용하였으며, 두 개의 저역통과 스케일링 필터가 전달함수의 형태에서 다음의 식 (25)와 같이 τ -sample의 지연을 갖는 올패스 필터를 포

함하도록 설계하였다.

$$G_0(z) = H_0(z) \frac{z^{-N}D(1/z)}{D(z)} \quad (25)$$

식 (25)로부터 $G_0(z)$ 는 $H_0(z)$ 와 올패스 필터로 구성되어 있으며, 식 (25)를 얻기 위한 각각의 전달함수는 다음의 두 식과 같다.

$$H_0(z) = F(z)D(z) \quad (26)$$

$$G_0(z) = F(z)z^{-N}D(1/z) \quad (27)$$

따라서, 저역통과 스케일링 필터가 다음의 식 (28), 식 (29)와 같은 orthonormal 웨이브렛 쌍을 구하며, 여기서 $d(n)$ 은 half-sample 지연을 갖도록 선택한다.

$$h_0(n) = f(n) * d(n) \quad (28)$$

$$g_0(n) = f(n) * d(N-n) \quad (29)$$

만약, $A(z)$ 가 근사 half-sample 지연이라면, 그때, 식 (18)은 식 (30)으로 된다.

$$G_0(\omega) \approx H_0(\omega) e^{-j\frac{\omega}{2}} \quad \text{around } \omega = 0 \quad (30)$$

이것은 올패스 필터의 계수 벡터 $d(n)$ 에 $\tau = 1/2$ 을 사용한 결과이며, 식 (26)과 식 (27)이 파라미터 K 를 포함할 때 다음의 식들과 같다.

$$F(z) = Q(z)(1+z^{-1})^K \quad (31)$$

$$H_0(z) = Q(z)(1+z^{-1})^K D(z) \quad (32)$$

$$G_0(z) = Q(z)(1+z^{-1})^K z^{-N}D(1/z) \quad (33)$$

식 (10)의 전달함수 형태는 다음의 식 (34)와 같으며, $P_g(z)$ 는 동일한 방법에 의해 구한다. 따라서, 식 (35)는 $P_h(z)$ 또는 $P_g(z)$ 로부터 동일하게 유도된다.

$$P_h(z) = H_0(z)H_0(1/z) \quad (34)$$

$$P(z) = Q(z)Q(1/z) \cdot (z+2+z^{-1})^K D(z)D(1/z) \quad (35)$$

위의 식 (35)에서 $P(z) = P_h(z) = P_g(z)$ 이며, $(z+2+z^{-1})^K D(z)D(1/z)$ 은 앞의 과정들로부터 파라미터 K , M , N 을 사용하여 구한다. 그리고, $R(z)$ 를 식 (36)와 같이 두었을 때, $r(n) = r(-n)$ 이고, $P(z)$ 가 halfband의 조건을 만족하는 최소 길이의 $r(n)$ 을 구한 뒤, $h_0(n)$ 과 $g_0(n)$ 이 CQF의 조건을 만족하도록 최소차수 $Q(z)$ 를 spectral factorization을 통해 구한다.

$$R(z) = Q(z)Q(1/z) \quad (36)$$

위의 과정으로부터 설계된 웨이브렛 변환쌍에 의해 입력된 데이터는 각기 다른 웨이브렛 계수를 생성한다. 그리고, 두 계수 벡터들은 근사적으로 half-sample 지연 관계를 형성하며, 이러한 지연 관계로부터 입력 데이터의 edge 성분과 임펄스 노이즈에 대한 웨이브렛 계수의 국부 최대값 분포는 상이한 결과를 나타낸다. 따라서, 이러한 웨이브렛 계수를 분석하여 노이즈를 분리한다. 그리고, 임펄스 노이즈로 판단된 웨이브렛 계수의 index는 노이즈를 제거하기 위해 상응하는 원신호의 index로 환원되며, 환원된 index에 의해 국부적인 적응-길이 메디안 필터를 사용하여 임펄스 노이즈를 제거한다.

V. 시뮬레이션 및 결과

본 논문에서는 웨이브렛 변환쌍과 적응-길이 메디안 필터에 의한 임펄스 노이즈 제거 성능을 확인하기 위해, 테스트 신호로서 Blocks와 HeaviSine을 사용하였다. 테스트 신호의 길이는 2048 sample이며, 각기 다른 크기와 부호, 지속시간을 갖는 노이즈를 동일한 시간에 원신호에 중첩하여 시뮬레이션하였다. 그리고, 판단기준으로는 개선된 SNR(노이즈 제거 후의 SNR과 노이즈 제거 전의 SNR 차)을 사용하였다.

그림 1은 원신호에 추가된 임펄스 노이즈이며, 그림 2와 그림 3은 각각의 테스트 신호에 대한 시뮬레이션 결과이다. 각각의 그림에서 그림 (a)는 원신호, 그림 (b)는 원신호에 임펄스 노이즈가 중첩된 noisy 신호이다. 그리고, 그림 (c)의 method 1은 B-wavelet에 의한 임펄스 노이즈 제거 결과이며, 그림 (d)의 method 2는 본 논문에서 제안한 방법에 의한 임펄스 노이즈 제거 결과이다.

시뮬레이션 결과, 각각의 테스트 신호에 대해서 method 1은 두 개의 노이즈를 검출하지 못하였다. 그리고, 노이즈로 검출된 부분은 노이즈 제거 후 원신호에 대해 오차가 존재하였으며, 개선된 SNR은 최저 10.52[dB]였다.

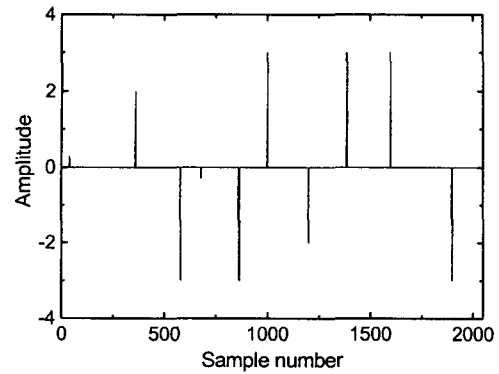


그림 1. 입력 노이즈
Fig. 1. Input noise.

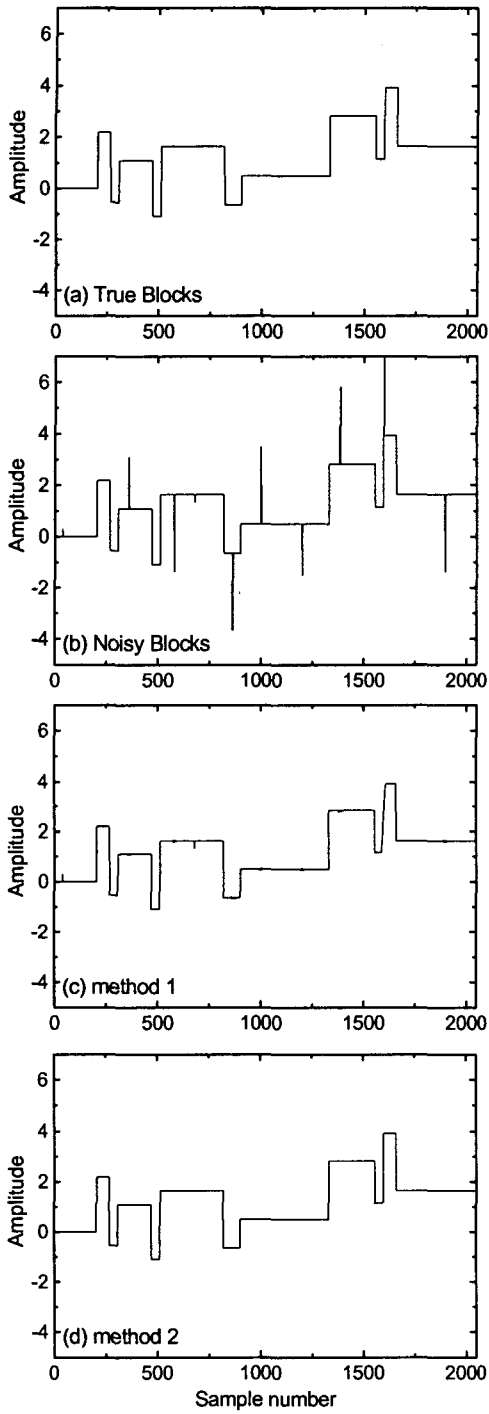


그림 2. Blocks 신호
Fig. 2. Blocks signal.

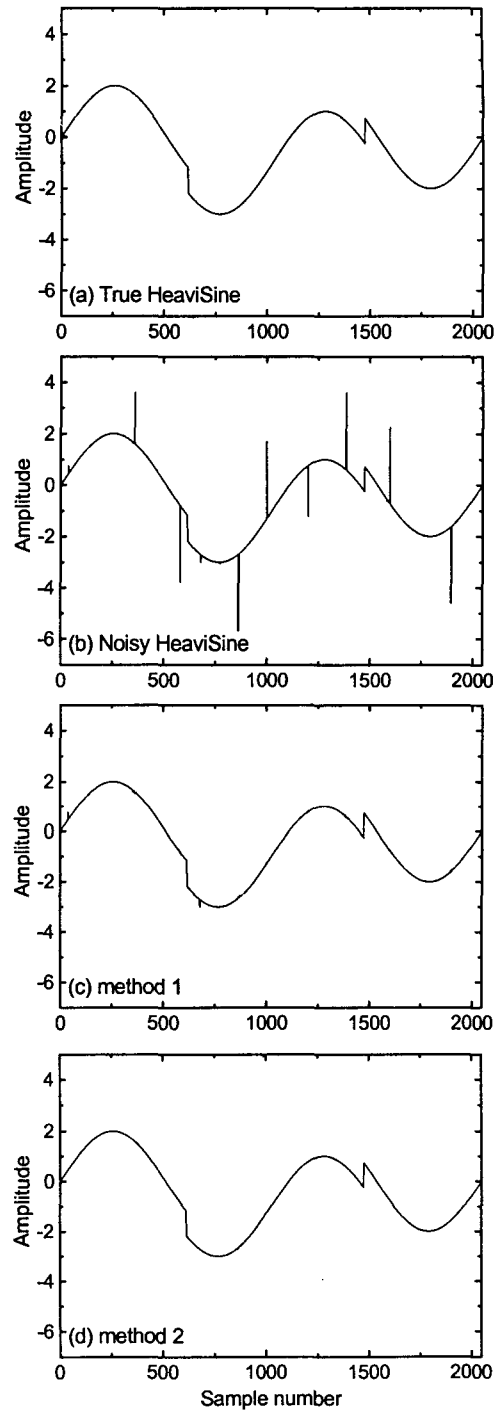


그림 3. HeaviSine 신호
Fig. 3. HeaviSine signal.

그러나, method 2는 랜덤하게 발생하는 모든 임펄스성 노이즈와 신호의 edge 성분을 우수하게 분리·검출하고 제거하였으며, 개선된 SNR은 최저 42.39[dB]였다.

VI. 결 론

본 논문에서는 근사 힐버트 변환쌍을 형성하는 dyadic 웨이브렛 기저와 적응-길이 매디안 필터를 사용하여, 원신호에 중첩되어 있는 임펄스 노이즈를 제거하였다.

임펄스 노이즈 제거 성능을 확인하기 위해, 테스트 신호로서 Blocks 신호와 HeaviSine 신호를 사용하였으며, 서로 다른 크기와 부호, 지속시간을 갖는 임펄스 노이즈를 원신호에 중첩하여 시물레이션하였다. 그 결과, 본 논문에서 제안한 방법은 원신호의 edge 성분과 랜덤하게 발생하는 임펄스 노이즈를 우수하게 분리·검출하여, 노이즈 성분만을 제거하였으며, 개선된 SNR은 최저 42.39[dB]에서 거의 원신호에 가까운 노이즈 제거 특성을 보였다.

본 논문에서 사용된 임펄스 노이즈 제거 방법은 기존의 임계치에 의한 알고리즘과는 전혀 다른 방법이며, 알고리즘이 간단하고 노이즈 제거 특성이 우수하여 신호처리의 여러 분야에 응용되리라 사료된다.

참고 문헌

- [1] P. Abry and P. Flandrin, "Multiresolution transient detection", Proc. IEEE-SP Int. Symp. Time-Freq. Time-Scale Anal., pp. 225-228, Oct. 1994.
- [2] C. K. Chui, An Introduction to Wavelets. Boston, MA: Academic, 1992.
- [3] M. J. T. Smith and T. P. Barnwell, III, "Exact reconstruction for tree-structured subband coders", IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Processing, vol. ASSP-34, pp. 431-441, June 1986.
- [4] J. P. Thiran, "Recursive digital filters with maximally flat group delay", IEEE Trans. Circuit Theory, vol. CT-18, pp. 659-664, Nov. 1971.
- [5] N. G. Kingsbury, "Complex wavelets for shift invariant analysis and filtering of signals", Appl. Comput. Harmon. Anal., vol. 10, no. 3, pp. 234-253, May 2001.
- [6] 배상범, 김남호, "절단된 계수 벡터를 사용한 웨이브렛의 힐버트 변환쌍에 관한 연구", 한국해양정보통신학회논문지, 제7권 제5호, pp. 1096-1100, 2003.
- [7] 배상범, 김남호, "임펄스 노이즈 환경에서 웨이브렛을 이용한 노이즈 제거 방법에 관한 연구", 한국해양정보통신학회논문지, 제6권 제4호, pp. 513-518, 2002.

저자 소개



배상범(Sang-Bum Bae)

1999년 8월 부경대학교 공과대학 제어계측공학과 졸업 (공학사)

2002년 2월 부경대학교 대학원 제어계측공학과 졸업 (공학석사)

2002년 3월~현재 부경대학교 대학원 제어계측공학과 박사과정

※ 관심분야 : 통신 및 신호처리



김남호(Nam-Ho Kim)

제7권 제 5호 참조

1992년 3월~현재 부경대학교 공과대학 전기제어계측공학부 정교수

※ 관심분야 : 신호처리, 회로 및 시스템