

디지털 재설계를 이용한 관측기 기반 디지털 퍼지 제어기 설계

Observer-Based Digital Fuzzy Controller Design Using Digital Redesign

이호재* · 주영훈** · 박진배*

Ho Jae Lee · Young Hoon Joo · Jin Bae Park

* 연세대학교 전기전자공학과

** 군산대학교 전자정보공학부

요 약

본 논문은 지능형 디지털 재설계 기법을 이용한 Takagi-Sugeno (T-S) 퍼지 시스템의 관측기 기반 출력 궤환 디지털 제어기 설계 기법을 제안한다. 지능형 디지털 재설계란 아날로그 퍼지 모델 기반 제어기를 등가의 성능을 발휘하는 퍼지 모델 기반 디지털 제어기로 변환하는 기법을 일컫는다. 여기서 등가의 성능은 상태 정합의 정확도를 의미한다. 본 연구에서 고려된 지능형 디지털 재설계 기법은 정합되어야 할 두개의 선형 작용소의 놈(norm)을 최소화하는 볼록 최적화 문제로 간주한다. 선형 행렬 부등식의 형태로 문제를 구성함으로써 재설계된 디지털 제어기에 의한 시스템의 안정가능성을 증명할 수 있다. 또한 제어기와 관측기의 재설계는 독립적으로 설계될 수 있음을 증명한다.

Abstract

This paper concerns a design methodology of observer-based output-feedback digital controller for Takagi-Sugeno (TS) fuzzy systems using intelligent digital redesign (IDR). The term of IDR involves converting an analog fuzzy-mode-based controller into an equivalent digital one in the sense of state-matching. The considered IDR problem is viewed as convex minimization problems of the norm distances between linear operators to be matched. The stability condition is easily embedded and the separations principle is explicitly shown.

Key Words : 지능형 디지털 재설계, Takagi-Sugeno 퍼지 시스템, 선형 행렬 부등식, 퍼지 모델 기반 관측기

1. 서 론

일반적으로 제어 시스템에서 시스템의 출력은 연속적인 값보다는 샘플된 값으로 측정되는 경우가 많다. 또한 제어 신호는 컴퓨터에 의하여 계산되므로 제어 시스템은 아날로그-디지털 및 디지털-아날로그 변환기를 인터페이스로서 사용한다. 최근에 급속히 발전하는 디지털 마이크로프로세서 설계 기술 및 이를 응용한 제품의 가격 하락은 디지털 제어의 가능성을 더욱 높이고 있다. 디지털 기술의 발전을 보다 효율적으로 응용하기 위하여 지난 수십년간 다양한 디지털 제어기 설계 기법이 개발되었다.

일반적으로 실제 제어 시스템은 연속시간, 즉 아날로그 시스템으로 표현되므로 아날로그 제어기를 설계하는 것이 자연스럽다. 샘플된 측정값을 기반으로 설계된 디지털 제어기는 그 설계방법이 까다로와 실제 산업계에서는 아날로그 제어기를 단순히 이산화하여 사용하는 실정이다. 디지털 재설계라 명명된 기법은 아날로그 시스템에 기반하여 잘 설계된 아날로그 제어기를 제어성능은 유지하도록 등가의 디지털 제어기로 변환하는 기법이다[5,6,8-10]. 여기서 등가의 의미는 아

날로그 제어 시스템과 재설계된 디지털 제어 시스템의 상태 정합으로 평가된다. 즉 디지털 재설계 기법은 아날로그 제어기와 디지털 기술의 이점을 동시에 추구하도록 디지털 제어기를 구성하는 기법이다.

디지털 재설계 기법은 선형 시스템을 기반으로 개발되었다. 이러한 이유로 비선형 시스템의 효율적인 디지털 제어를 위한 지능형 디지털 재설계 기법의 개발을 위한 연구가 매우 시급한 실정이다. 이와 관련한 최초의 연구 결과는 Joo에 의하여 발표되었다[5]. 참고문헌 [5]에서는 비선형 시스템을 제어하기 위하여 퍼지 모델 기반 제어 기법을 사용하였으며 Takagi-Sugeno (T-S) 퍼지 시스템의 후건부가 선형 시스템임을 착안하여 디지털 재설계 기법과 T-S 퍼지 시스템을 결합한 지능형 디지털 재설계 기법을 제안하였다. Chang은 불확실 비선형 시스템에 적용 가능하도록 지능형 강인 디지털 재설계 기법을 연구하였으며 개선시켰다[6,7]. 그러나 기존의 연구결과들은 전상태 궤환 제어기 설계에 국한되었다. 실제로 시스템의 모든 상태 변수를 측정하는 것은 매우 어려운 일이며 경제적이지 않다. 따라서 관측기 기반 출력궤환 지능형 디지털 재설계 기법을 연구하는 것은 매우 중요한 연구과제라 하겠다.

앞에서 언급된 문제를 해결하기 위하여 본 논문은 지능형 디지털 재설계 기법을 활용한 관측기 기반 출력 궤환 디지털 퍼지 제어기의 설계 기법의 개발을 목표로 한다. 최근 수년동안 다양한 제어문제들이 선형 행렬 부등식을 이용하여 해결되었으며 매우 효율적인 수치적 접근법으로 해를 구할 수 있

접수일자 : 2003년 4월 10일

완료일자 : 2003년 6월 10일

감사의 글 : 이 논문은 2003년도 한국학술진흥재단의 지원에 의하여 연구되었음(KRF-2003-041-D00212).

음이 밝혀졌다. 또한 선형 행렬 부등식을 활용함으로써 제어 시스템의 안정성등과 같은 부가적인 조건을 손쉽게 추가할 수 있다. 따라서 지능형 디지털 재설계 문제 또한 선형 행렬 부등식의 형태로 구성하는 것이 매우 바람직하다. 본 연구에서는 아날로그 T-S 퍼지 제어 시스템의 부시스템과 디지털 T-S 퍼지 제어 시스템의 부시스템의 선형 작용소의 norm(范數)을 최소화하도록 볼록 최적화 문제를 구성한다. 또한 상태 정합뿐 아니라 관측기의 추정오차의 정합 조건을 고려한다. 제안된 지능형 디지털 재설계 기법에는 디지털 제어 시스템의 안정성 및 독립 설계 조건이 고려된다.

본 논문의 구성은 다음과 같다. 2절은 T-S 퍼지 시스템을 간단히 소개한다. 3 절에서는 새로운 지능형 디지털 재설계 기법을 제안한다. 4절에서는 수치적 예제를 제시하며 5절에서 결론을 제시한다.

2. T-S 퍼지 시스템

비선형 시스템을 효율적으로 표현할 수 있는 다음과 같은 T-S 퍼지시스템을 고려하자 [4-10].

$$R^i: \text{IF } z_1(t) \text{ is } \Gamma_1^i \text{ and } \dots \text{ and } z_n(t) \text{ is } \Gamma_n^i \\ \text{THEN} \begin{cases} \dot{x}_c(t) = A_i x_c(t) + B_i u_c(t) \\ y_c(t) = C x_c(t) \end{cases} \quad (1)$$

여기서, $x_c(t) \in \mathbb{R}^n$ 는 상태 벡터이며, $u_c(t) \in \mathbb{R}^m$ 는 제어 입력이다. 첨자 'c' 는 아날로그 제어를 의미하며, 첨자 'd' 는 디지털 제어를 의미한다. R^i 는 i 번째 퍼지 규칙, $z_h(t)$ 는 h 번째 전건부 변수를 의미한다.

$\Gamma_h^i, i \in I_Q, h \in I_N$ 는 i 번째 규칙에서 h 번째 전건부 변수의 퍼지 집합이다. 중심값-평균 비퍼지화, 곱셈 추론, 싱글톤 퍼지화를 사용하면 시스템 (1)의 전역 동특성은 다음과 같이 표현된다.

$$\dot{x}_c(t) = \sum_{i=1}^Q \theta_i(z(t))(A_i x_c(t) + B_i u_c(t)) \\ y_c(t) = C x_c(t)$$

여기서,

$$\omega_i(z(t)) = \prod_{h=1}^n \Gamma_h^i(z_h(t)), \quad \theta_i(z(t)) = \frac{\omega_i(z(t))}{\sum_{i=1}^Q \omega_i(z(t))}$$

이며 $\Gamma_h^i(z_h(t))$ 는 h 번째 전건부 변수 $z_h(t)$ 의 퍼지 집합 Γ_h^i 에 대한 소속도를 나타낸다.

본 연구에서는 잘 설계된 아날로그 관측기 기반 퍼지 모델 기반 제어기가 주어진다고 가정한다. 이를 바탕으로 디지털 제어기를 재설계할 것이다. 실제 제어 시스템에서는 모든 상태 변수를 측정할 수 없거나 어려우므로 다음과 같은 퍼지 모델 기반 관측기를 사용한다.

$$R^i: \text{IF } z_1(t) \text{ is about } \Gamma_1^i \text{ and } \dots \text{ and } z_n(t) \text{ is about } \Gamma_n^i, \\ \text{THEN } \dot{\hat{x}}_c(t) = A_i \hat{x}_c(t) + B_i u_c(t) + L_c^i (y_c(t) - \hat{y}_c(t))$$

비퍼지화된 관측기의 동특성은 다음과 같이 표현되며

$$\dot{\hat{x}}_c(t) = \sum_{i=1}^Q \theta_i(z(t))(A_i \hat{x}_c(t) + B_i u_c(t) + L_c^i (y_c(t) - \hat{y}_c(t)))$$

관측된 상태변수를 사용한 제어기의 퍼지 규칙은 다음과 같다.

$$R^i: \text{IF } z_1(t) \text{ is } \Gamma_1^i \text{ and } \dots \text{ and } z_n(t) \text{ is } \Gamma_n^i, \\ \text{THEN } u_c(t) = K_c^i \hat{x}_c(t)$$

비퍼지화된 제어기는 다음과 같이 주어진다.

$$u_c(t) = \sum_{i=1}^Q \theta_i(z(t)) K_c^i \hat{x}_c(t)$$

관측기에 의하여 추정된 상태변수의 오차를

$e_c(t) = x_c(t) - \hat{x}_c(t)$ 라 하면, 다음과 같은 확장된 페루프 시스템을 구성할 수 있다.

$$\dot{\hat{x}}_c(t) = \sum_{i=1}^Q \sum_{j=1}^Q \theta_i(z(t)) \theta_j(z(t)) \Phi_{ij} x_c(t)$$

여기서

$$\Phi_{ij} = \begin{bmatrix} A_i + B_i K_c^j & L_c^j C \\ 0 & A_i - L_c^j C \end{bmatrix} \text{이며}$$

$$(i, j) \in I_Q \times I_Q, \quad x_c(t) = [\hat{x}_c(t)^T, e_c(t)^T]^T \text{이다.}$$

3. 지능형 디지털 재설계

3.1 연속시간 T-S 퍼지 시스템의 이산화

본 절에서는 T-S 퍼지 시스템의 이산화를 논의한다. 다음의 디지털 제어기를 도입한 T-S 퍼지 시스템과 이산 T-S 퍼지 관측기를 고려하자.

$$\dot{x}_d(t) = \sum_{i=1}^Q \theta_i(z(t))(A_i x_d(t) + B_i u_d(t))$$

$$\hat{x}_d(kT + T) = \sum_{i=1}^Q \theta_i(z(kT))(G_i \hat{x}_d(kT) + H_i u_d(t) + L_d^i (y_d(kT) - \hat{y}_d(kT)))$$

여기서, $G_i = \exp(A_i T)$, $H_i = (G_i - I)A_i^{-1}B_i$ 이며, $y_d(t) = y_d(kT)$, $\hat{y}_d(t) = \hat{y}_d(kT)$ 이다. 제어 입력 $u_d(t) = u_d(kT)$ 은 시간구간 $[kT, kT + T)$ 에서 결정되어야 할 상수값이며 $T > 0$ 는 샘플링 주기이다. 퍼지 모델 기반 디지털 제어기의 퍼지 규칙은 다음과 같은 형태를 사용한다.

$$R^i: \text{IF } z_1(kT) \text{ is } \Gamma_1^i \text{ and } \dots \text{ and } z_n(kT) \text{ is } \Gamma_n^i, \\ \text{THEN } u_d(t) = K_d^i \hat{x}_d(kT) + J_d^i y_d(kT)$$

위의 퍼지 규칙은 시간구간 $t \in [kT, kT + T)$ 에서 유효하다. 행렬 K_d^i, J_d^i 는 i 번째 규칙에서 결정되어야 할 디지털 제어 이득 행렬이다. 시간 구간 $t \in [kT, kT + T)$ 에서 전체 비퍼지화된 제어 입력은 다음과 같다.

$$u_d(t) = \sum_{i=1}^Q \theta_i(z(kT))(K_d^i \hat{x}_d(kT) + J_d^i y_d(kT))$$

본 연구에서 해결하여야 할 문제는 디지털 제어기 (12)와 이산시간 관측기 (10)를 구성하기 위하여 매 샘플링 순간

$t=kT, k \in Z^+$ 마다 (9)와 (12)의 페루프 상태변수 $x_d(t)$ 와 아날로그 페루프 시스템 (8)의 상태변수 $x_c(t)$ 를 최대한 근사하게 정합하도록 (7)과 (5)의 아날로그 이득 행렬로부터 디지털 이득 행렬을 구하는 것이다. 이를 위하여 T-S 퍼지 시스템을 이산화하여 다루는 것이 상태 정합 조건을 유도하는데 편리하다. 선형 시불변 연속 시간 시스템의 이산화는 여러 가지 방법이 알려져 있다. 그러나 T-S 퍼지 시스템은 본질적으로 비선형 시스템이므로 기 개발된 기법들은 연속시간 T-S 퍼지 시스템에 적용할 수 없다. 더욱이 디지털 퍼지 제어기를 구성하기 위해서는 이산화 결과 또한 블록 조합의 형태를 가져야 한다. 따라서 연속시간 T-S 퍼지 시스템의 이산화를 보다 심도있게 논의하기 위해서는 다음의 해석기법이 필요하다.

가정 1 : i 번째 발화도 $\theta_i(z(t))$ 는 시간 구간 $[kT, kT+T)$ 동안 시간 $t=kT$ 에서의 값으로 근사화 될 수 있다고 가정하자.

$$\theta_i(z(t)) \approx \theta_i(z(kT))$$

결과적으로 비선형 행렬 $\sum_{i=1}^q \theta_i(z(t))A_i$ 와 $\sum_{i=1}^q \theta_i(z(t))B_i$ 는 시간 구간 $[kT, kT+T)$ 에서 각각 $\sum_{i=1}^q \theta_i(z(kT))A_i$, $\sum_{i=1}^q \theta_i(z(kT))B_i$ 형태의 상수 행렬로 근사화될 수 있다.

참고 1 : 적절히 충분히 작은 샘플링 시간 T 가 선택된다면 가정 1은 충분히 만족될 수 있다.

정리 1 : T-S 퍼지 시스템 (9)의 이산화된 동특성은 다음의 비선형 차분 방정식에 의하여 표현될 수 있다.

$$x_d(kT+T) \approx \sum_{i=1}^q \theta_i(z(kT))(G_i x_d(kT) + H_i u_d(kT))$$

증명 : 참고문헌 [4]를 참조하라.

참고 2 : 이산화된 T-S 퍼지 시스템 (13)은 $O(T^2)$ 정도의 이산화 오차를 포함한다. 이러한 이산화 오차는 샘플링 수를 충분히 작게 설정함으로써 감소시킬 수 있으며 T 를 0으로 접근시킴에 따라 사라지는 섭동이다. 더욱이 이산화 오차는 일차 Taylor 급수를 사용한 이산화에 의한 오차보다 작다.

3.2 상태 정합을 고려한 지능형 디지털 재설계

이산 T-S 퍼지 시스템 관측기의 상태 추정 오차를 $e_d(kT) = x_d(kT) - \hat{x}_d(kT)$ 라 하자. 이산화된 디지털 T-S 퍼지 시스템(13), 이산 T-S 퍼지 시스템 관측기 (10), 디지털 퍼지 모델 기반 제어기 (12)로 구성되는 확장된 페루프 시스템은 다음과 같이 구성된다.

$$x_d(kT+T) \approx \sum_{i=1}^q \sum_{j=1}^q \theta_i(z(kT))\theta_j(z(kT)) \times \begin{bmatrix} G_i + H_i K_d^j + H_i J_j C & L_d^j C \\ 0 & G_i - L_d^j C \end{bmatrix} x_d(kT)$$

여기서, $x_d(kT)^T = [\hat{x}_d(kT)^T, e_d(kT)^T]^T$.

따름정리 1 : 아날로그 페루프 T-S 퍼지 시스템 (8)의 이

산화된 동특성은 다음과 같이 근사화될 수 있다.

$$x_c(kT+T) \approx \sum_{i=1}^q \sum_{j=1}^q \theta_i(z(kT))\theta_j(z(kT)) \Phi_{ij} x_c(kT)$$

$$\Phi_{ij} = \exp \left(\begin{bmatrix} A_i + B_i K_c^j & L_c^j C \\ 0 & A_i - L_c^j C \end{bmatrix} T \right) = \begin{bmatrix} \phi_{ij}^{11} & \phi_{ij}^{12} \\ \phi_{ij}^{21} & \phi_{ij}^{22} \end{bmatrix}$$

$x_c(kT) = [\hat{x}_c(kT)^T, e_c(kT)^T]^T$, $(i, j) \in I_Q \times I_Q$ 이다.

증명 : 정리 1을 적용하면 간단히 성립됨을 보일 수 있다.

참고 3 : 행렬 ϕ_{ij}^{21} 은 모든 $(i, j) \in I_Q \times I_Q$ 에 대하여 영행렬이다.

문제 1 (지능형 디지털 재설계) : 잘 설계된 아날로그 이득 행렬 K_c^i , L_c^i 이 주어졌을 때, 제어 이득 행렬 K_d^i , J_i , 관측 이득 행렬 L_d^i 을 다음의 조건을 만족하도록 구하라.

(i) 매 샘플링 시간 $t=kT, k \in Z^+$ 마다 상태변수 $x_d(kT)$ 와 상태 변수 $x_c(kT)$ 를 가능한 한 근사하게 정합하라.

(ii) 디지털 제어 시스템을 점근적으로 안정화 시켜라.

식 (14)와 (15)를 비교하면, $x_c(kT) = x_d(kT)$ 를 가정하여, $x_c(kT+T) = x_d(kT+T)$ 를 만족시키기 위해서는 다음의 조건을 만족시켜야 한다.

$$\phi_{ij}^{11} = G_i + H_i K_d^j + H_i J_j C \tag{16}$$

$$\phi_{ij}^{12} = -H_i K_d^j \tag{17}$$

$$\phi_{ij}^{22} = G_i - L_d^j C (I + G_i) \tag{18}$$

이제 본 논문의 중심 결과는 다음과 같이 정리될 수 있다. **정리 2 :** 다음의 두개의 일반 고유값 문제를 만족하는 적절한 차원의 양한정 대칭 행렬 Q_1, Q_2 , 행렬 F_i, O_i, N_i, M_i , 상수 γ_1, γ_2 를 찾을 수 있다면

$$\text{GEVP1: } \begin{matrix} \text{minimize} & \gamma_1 & \text{subject to} \\ Q_1, F_i, O_i, M_i & & \\ \begin{bmatrix} -\gamma_1 Q_1 & (\cdot)^T \\ \phi_{ij}^{11} Q_1 - G_i Q_1 - H_i F_j - H_i O_j C & -\gamma_1 I \end{bmatrix} & & < 0 \end{matrix} \tag{19}$$

$$\begin{bmatrix} -\gamma_1 Q_1 & (\cdot)^T \\ \phi_{ij}^{12} Q_1 + H_i F_j - \gamma_1 I \end{bmatrix} < 0 \tag{20}$$

$$\begin{bmatrix} -Q_1 & (\cdot)^T \\ G_i Q_1 + H_i F_j + H_i O_j C & -Q_1 \end{bmatrix} < 0 \tag{21}$$

$$CQ_1 - MC = 0 \tag{22}$$

$$\text{GEVP2: } \begin{matrix} \text{minimize} & \gamma_2 & \text{subject to} \\ Q_2, N_i & & \\ \begin{bmatrix} -\gamma_2 Q_2 & (\cdot)^T \\ (\phi_{ij}^{22})^T Q_2 - G_i^T Q_2 + C^T N_i^T & -\gamma_2 I \end{bmatrix} & & < 0 \end{matrix} \tag{23}$$

$$\begin{bmatrix} -Q_2 & (\cdot)^T \\ G_1^T Q_2 - C^T N^T & -Q_2 \end{bmatrix} < 0 \quad (24)$$

재설계된 제어기 (12)에 의한 이산화된 제어 시스템 (13)의 상태 $x_d(kT)$ 와 이산화된 아날로그 제어 시스템 (15)의 상태 $x_c(kT)$ 를 근사하게 정합할 수 있다. 더욱이 이산화된 시스템 (13)은 리아푸노프 안정이론에 의하여 점근적으로 안정가능하다. 여기서 $(\cdot)^T$ 는 대칭행렬의 전치요소를 나타낸다.

증명: 우선 식 (18)를 고려하자. 자유변수 X_2 를 도입하면 다음을 유도할 수 있다.

$$\begin{aligned} \|\phi_{22} - G + L_d C(I+G)\|_2 &= \|(\phi_{22} - G + L_d C(I+G))^T\|_2 \\ &< \widehat{\gamma}_2 \\ &= \gamma_2 \|X_2\|_2 \end{aligned}$$

여기서 $\gamma_2 = \widehat{\gamma}_2 / \|X_2\|_2$ 는 양의 상수이다. 변수 X_2 를 $P_2 > X_2^T X_2$ 을 만족하도록 정하고, 스펙트럴 놈의 정의에 따라 다음을 유도할 수 있다.

$$(\phi_{22} - G + L_d C(I+G))(\phi_{22} - G + L_d C(I+G))^T < \gamma_2^2 P_2 \quad (26)$$

Schur complement를 사용하면, (26)은 다음과 같이 표현되며

$$\begin{bmatrix} -\gamma_2 P_2 & \star \\ \phi_{22}^T - G^T + (I+G)^T C^T L_d^T & -\gamma_2 I \end{bmatrix} < 0 \quad (27)$$

식 (27)에 $\text{diag}[P_2^{-1} I]$ 를 사용하여 컨그루언스 변환을 수행한 후 변수치환 $Q_2 = P_2^{-1}$, $N = P_2^{-1} L_d$ 을 식 (23)을 유도할 수 있다. 식 (19) 또한 유사하게 다음과 같이 유도가능하다.

$$(\phi_{11} - G - HK_d - HJC)^T (\phi_{11} - G - HK_d - HJC) < \gamma_1^2 P_1 \quad (28)$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} -\gamma_1 P_1^{-1} & \star \\ \phi_{11} P_1^{-1} - G P_1^{-1} - H K_d P_1^{-1} - H J C P_1^{-1} & -\gamma_1 I \end{bmatrix} < 0 \quad (29)$$

식 (29)는 선형 행렬 부등식이 아니다. 이를 선형화하기 위하여 $C P_1^{-1} = M C$ 의 조건을 도입하고, $J = O M^{-1}$, $P_1^{-1} = Q_1$, $K_d P_1^{-1} = F$ 로 변수 치환하면 [11], 식 (19), (22)를 얻을 수 있다. 식 (20)도 유사하게 $P_1 > X_1^T X_1$ 조건을 도입하여 유도된다. 나머지 조건 (23), (24)는 일반적인 리아푸노프 안정도 조건으로부터 유도된다.

참고 4 [관측기의 독립적 지능형 디지털 재설계]: 정리 2에서 보이듯이, GEVP 1의 디지털 제어기의 구성을 위한 변수 Q_1 , F_i , O_i , M_i 와 GEVP 2의 이산 관측기의 구성을 위한 변수 Q_2 , N_i 는 서로 독립적으로 구해진다. 이것은 지능형 디지털 재설계 과정에서 디지털 제어기 (12)와 이산 관측기 (10)이 독립적으로 구성될 수 있음을 나타낸다.

참고 5: 정리 2의 GEVP 1은 제한조건 (22)을 다음과 같이 근사변환하여 LMI Control Toolbox을 사용하여 효과적으로 풀 수 있다.

$$\begin{bmatrix} -\epsilon I & (\cdot)^T \\ C Q_1 - M C & -\epsilon I \end{bmatrix} < 0$$

여기서 ϵ 는 매우 작은 양의 상수이다.

정리 2에서 출력 행렬이 $C=I$ 이고 $x_0 = \widehat{x}_0$ 인 경우, 행렬 J_i 과 L_d^i 는 필요 없으며 따라서 지능형 디지털 재설계 문제는 전상태 레환 시스템의 지능형 디지털 재설계의 문제로 축소된다.

마름정리 2 [상태 레환 제어기의 지능형 디지털 재설계]: 다음의 GEVP를 만족하는 양한정 대칭 행렬 Q_1 , 행렬 F_i , 상수 $\gamma_1 > 0$ 가 존재하면

$$\begin{aligned} &\text{minimize } \gamma_1 \text{ satisfies} \\ &Q_1, F \end{aligned} \begin{bmatrix} -\gamma_1 Q_1 & (\cdot)^T \\ \phi_{11}^T Q_1 - G_1^T F_j + H_1 F_j - \gamma_1 I \end{bmatrix} < 0$$

$$\begin{bmatrix} -Q_1 & (\cdot)^T \\ G_1 Q_1 - H_1 F_j - Q_1 \end{bmatrix} < 0$$

디지털 제어기는 시간 구간 $[kT, kT+T)$ 에서

$$u_d(t) = \sum_{i=1}^q K_d^i x_d(kT)$$

로 구성된다. 여기서 $F_i = K_d^i Q_1$, $(\cdot)^T$ 는 대칭행렬의 전치요소를 나타낸다.

증명: 정리 2로부터 쉽게 증명 가능하다. ■

4. 유사 Duffing 혼돈 시스템의 디지털 제어

다음과 같은 유사 Duffing 혼돈 시스템을 고려하자.

$$\dot{y}(t) - ay(t) + by(t)|y(t)| = \epsilon(-\zeta \dot{y}(t) + \sin(\omega t)) \quad (30)$$

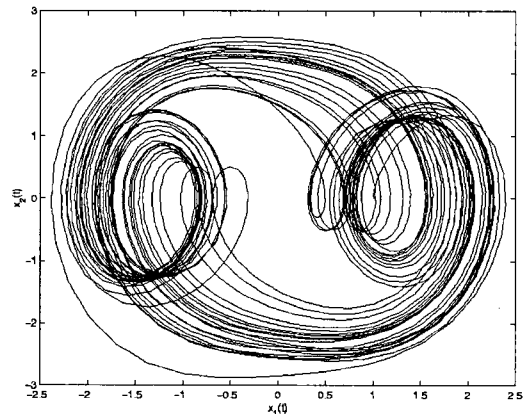


그림 1. 유사 Duffing 혼돈 시스템
Figure 1. Trajectory of uncontrolled Duffing-like chaotic system

여기서, $a=1.1$, $b=1$, $c=21$, $\zeta=3$, $\epsilon=0.1$ 이다. 유사 Duffing 혼돈 시스템의 비강제 궤적은 그림 1과 같다.

시스템의 상태변수를 다음과 같이 설정하면

$$x_c(t) = [y(t) \quad \dot{y}(t) \quad \sin(\omega t) \quad \cos(\omega t)]$$

식 (30)의 T-S 퍼지 시스템은 다음과 같이 구성될 수 있다.

$$R^1: \text{ IF } x_{c1}(t) \text{ is } \Gamma_1^1, \text{ THEN } \dot{x}_c(t) = A_1 x_c(t)$$

$$R^2: \text{ IF } x_{c1}(t) \text{ is } \Gamma_1^2, \text{ THEN } \dot{x}_c(t) = A_2 x_c(t)$$

여기서,

$$A_1 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ a & -\varepsilon\xi & \varepsilon c & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \omega \\ 0 & 0 & -\omega & 0 \end{bmatrix}, \quad A_2 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ a-bM & -\varepsilon\xi & \varepsilon c & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \omega \\ 0 & 0 & -\omega & 0 \end{bmatrix}$$

소속함수는 다음과 같다.

$$\begin{cases} \Gamma_1^1(x_{c1}(t)) = 1 - \frac{|x_{c1}(t)|}{M} \\ \Gamma_1^2(x_{c1}(t)) = \frac{|x_{c1}(t)|}{M} \end{cases}$$

입력 행렬과 출력 행렬은 다음과 같이 정하였다.

$$B_1 = B_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 1 & 0.5 & -0.4 & 0 \\ 0 & 0.1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

재설계될 아날로그 퍼지 모델 기반 제어기 및 퍼지 모델 기반 관측기의 이득 행렬은 다음과 같다.

$$K_c^1 = [-7.3738 \quad -3.0307 \quad -1.0242 \quad -0.1242]$$

$$K_c^2 = [-6.9652 \quad -3.8027 \quad -0.6643 \quad -0.3591]$$

$$L_c^1 = \begin{bmatrix} 1.3033 & 0.4603 \\ 2.4141 & 2.2441 \\ -0.4557 & 1.7725 \\ -0.1851 & 0.7199 \end{bmatrix}, \quad L_c^2 = \begin{bmatrix} 1.3033 & 0.4602 \\ -0.0859 & 2.2441 \\ -0.4556 & 1.7725 \\ -0.1850 & 0.7199 \end{bmatrix}$$

샘플링 시간 $T=0.1$ 초를 선정하고 정리 2를 적용하여 다음의 재설계된 디지털 제어기 이득을 구하였다.

$$K_d^1 = [-5.6809 \quad -2.5349 \quad -0.3738 \quad -0.2526]$$

$$K_d^2 = [-5.1905 \quad -3.0351 \quad -0.0742 \quad -0.4090]$$

$$J_1 = [-0.1498 \quad -0.8106]$$

$$J_2 = [-0.1645 \quad -0.8783]$$

$$L_d^1 = \begin{bmatrix} 0.0613 & 0.1935 \\ 0.1808 & 0.4229 \\ -0.1879 & 0.0219 \\ -0.0118 & 0.0036 \end{bmatrix}, \quad L_d^2 = \begin{bmatrix} 0.0018 & 0.0206 \\ 0.0943 & 0.2482 \\ -0.0161 & 0.0715 \\ 0.0020 & 0.0099 \end{bmatrix}$$

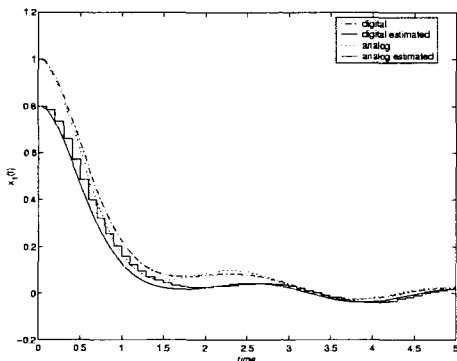


그림 2. $x_1(t)$ 의 시간응답
Figure 2. Time responses of $x_1(t)$

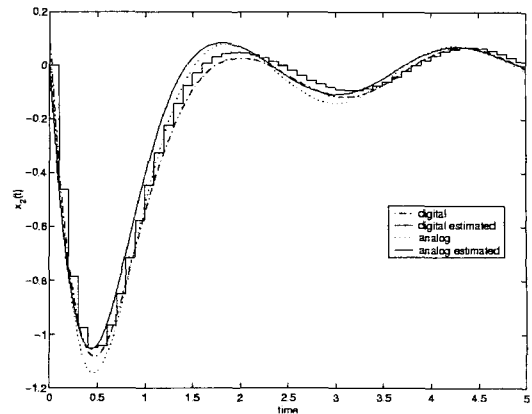


그림 3. $x_2(t)$ 의 시간응답
Figure 3. Time responses of $x_2(t)$

디지털 시뮬레이션 결과는 그림 2과 3에 보인다. 상기 그림에서 볼 수 있듯이 본 논문에서 제안한 재설계된 디지털 제어기에 의하여 제어된 시스템 궤적이 아날로그 제어기에 의하여 제어된 시스템 궤적이 매우 유사함을 알 수 있다. 즉 디지털 제어 시스템과 아날로그 제어 시스템의 상태 정합이 만족스럽게 이루어졌으며 따라서 지능형 디지털 재설계의 목적을 만족하였음을 알 수 있다.

4. 결론

본 논문에서는 관측기 기반 출력제한 퍼지모델 제어기의 설계 기법을 논의하였다. 지능형 디지털 재설계 문제를 제약 조건이 있는 볼록 최적화 문제의 형태로 구성하였다. 선형 행렬 부등식의 장점을 활용하여 디지털 제어 시스템의 안정성을 증명하였으며 분리 설계 조건이 성립함을 보였다. 제안된 설계 기법의 효용성을 수치적 예제를 통하여 증명하였다. 추후 보다 일반적인 T-S 퍼지 시스템의 지능형 디지털 재설계를 연구하는 것이 가치있으리라 판단된다.

참고 문헌

- [1] W. Chang, J. B. Park, H. J. Lee, and Y. H. Joo, "An LMI Approach to Digital Redesign of Linear Time-Invariant System," IEE Proceedings-Control Theory and Applications, Vol. 149, No. 4, pp. 297-302, 2002, 7.
- [2] H. J. Lee, J. B. Park, and Y. H. Joo, "An Efficient Observer-Based Sampled-Data Control: Digital Redesign Approach," IEEE Trans. on Circuits & Systems; Part-I, 2003, (To be published)
- [3] H. J. Lee, H. B. Kim, Y. H. Joo, W. Chang, and J. B. Park, "A New Intelligent Digital Redesign: Global Approach," IEEE Trans. on Fuzzy Systems, 2003, (Accepted)
- [4] Z. Li, J. B. Park, and Y. H. Joo, "Chaotifying Continuous-time T-S Fuzzy Systems via Discretization," IEEE Trans. on Circ. and Syst. I, Vol. 48, No. 10, pp. 1237-1243, 2001.

- [5] Y. H. Joo, G. Chen, and L. S. Shieh, "Hybrid State-Space Fuzzy Model-Based Controller with Dual-Rate Sampling for Digital Control of Chaotic Systems," IEEE Trans. on Fuzzy Systems, Vol. 7, pp. 394-408, Aug., 1999.
- [6] W. Chang, J. B. Park, Y. H. Joo, and G. Chen, "Design of Sampled-Data Fuzzy-Model-Based Control Systems by Using Intelligent Digital Redesign" IEEE Trans. on Circ. and Syst. I, Vol. 49, No. 4, pp. 509-517, April, 2002.
- [7] W. Chang, J. B. Park, and Y. H. Joo, "GA-Based Intelligent Digital Redesign of Fuzzy-Model-Based Controllers," IEEE Trans. on Fuzzy Systems, Vol. 11, No. 1, pp. 35-44, Feb., 2003.
- [8] S. M. Guo, L. S. Shieh, G. Chen, and C. F. Lin, "Effective Chaotic Orbit Tracker : A Prediction-Based Digital Redesign Approach," IEEE Trans. on Circ. and Syst. I, Vol. 47, No. 11, pp. 1557-1570, Nov., 2000.
- [9] S. M. Guo, L. S. Shieh, G. Chen, and C. F. Lin, "State-space Self-Tuning Control for Nonlinear Stochastic and Chaotic Hybrid Systems," Int. Journ. of Bifurcation and Chaos, Vol. 11, No. 4, pp. 1079-1113, 2001.
- [10] L. S. Shieh, W. M. Wang, and J. B. Zheng, "Robust Control of Sampled-Data Uncertain Systems using Digitally Redesigned Observer-Based Controllers," Int. J. Control, Vol. 66, No. 1, pp. 43-64, 1997.
- [11] Cesar A. R. Crusius and Alexandre Trofino "Sufficient LMI Conditions for Output Feedback Control Problems," IEEE Trans. on Automatic Control, Vol. 44, No. 5, pp. 1053-1056, 1999.

저 자 소 개



이호재 (Ho Jae Lee)

1998년 : 연세대학교 전기공학과 졸업.
 2000년 : 연세대학교 대학원 전기공학과 졸업 (석사)
 2000년~현재 : 연세대학교 대학원 전기공학과 박사과정

관심분야 : TS 퍼지 시스템, 퍼지 PID 제어, 지능형 디지털 재설계.

Phone : 02-2123-2773

Fax : 02-362-4539

E-mail : mylchi@control.yonsei.ac.kr

주영훈 (Young Hoon Joo)

제 13권 2호(2003년 4월호) 참조

박진배 (Jin Bae Park)

제 13권 2호(2003년 4월호) 참조