韓國經營科學會誌
第28卷 第4號
2003年 12月

후판적치문제의 복잡성에 대한 연구*

명 영 수**

On the Computational Complexity of the Plate Stacking Problem*

Young-Soo Myung**

■ Abstract ■

This paper deals with a stowage plan for plates in a warehouse. This plan includes how to place each plate and how to sequence outgoing lots for picking. A group of plates in an outgoing lot should be loaded in the same outgoing pallet and between two plates in the same lot, no plate from other than the lot should be placed. Since the approach to the plates is only from above, when the plates in the different lots are placed mixed in a warehouse, we have to temporarily move many of plates in some other place to let a plate in the lot for which loading is under way go out. Our purpose is to minimize those temporary moves. We analyze the computational complexity of several problems arising in the stowage plan of a plate warehouse.

Keyword : Plate Stacking, Complexity

1. 서 론

본 논문은 제철소에서 생산한 후판을 후판창고에 일단 적치하였다가 후에 출고하는 작업과 관련해서 발생하는 의사결정문제에 대해서 다루고 있다. 후판창고에서의 의사결정환경은 다음과 같다. 창고에서 출고는 여러 장의 후판을 팔레트(pallet)의 일종인 카세트에 실어서 선착장으로 운송하게 된다. 고객사의 요구에 따라 고객에게 인도하는 후판들은 그룹으로 나뉘어져 있고, 서로 다른 그룹에

논문접수일 : 2003년 7월 22일 논문게재확정일 : 2003년 10월 18일
* 이 논문은 2003년도 단국대학교 대학연구비에 의하여 연구되었음.
** 단국대학교 경상학부

속한 후판은 섞여서 출고되어서는 안 된다. 이와 같이 하나의 그룹으로 출고되어야 하는 후판들의 집합을 배달롯트(lot)라고 부르기로 한다. 입고되는 후판들은 입고 순서대로 창고의 베드에 적치되는데 한 베드에는 일정한 개수만큼의 후판만을 쌓을 수 있다. 후판창고의 운영에서 어려운 점은 같은 배달롯트에 속한 후판이 나란히 입고되지는 않는다는 사실에서 발생한다. 베드의 효율적인 활용을 위하여 한 베드에 2개 이상의 배달롯트에 속한 후판들을 적치하여야 하는데 만약에 출고 때에 서로 다른 배달롯트에 속한 후판이 위아래에 쌓여 있는 경우에는 배달롯트의 출고순서에 따라 아래에 있는 후판을 먼저 카세트에 실어야 하는 경우가 발생할 수 있다. 이 경우 위에 있는 후판을 다른 장소에 임시로 이적하여야 되는데 이를 임시적치라고 부른다.

출고는 선박을 이용하므로 동일한 선박으로 출고되는 배달롯트들의 출고순서에는 제약이 없고 출고순서의 결정은 창고에서 하게 된다. 따라서 후판창고에 입고되는 후판을 베드에 적치하는 방법과 베드에 적치되어 있는 후판들을 출고할 때 어떤 배달롯트에 속한 후판들을 먼저 출고할 것인지에 따라서 임시적치가 필요한 후판의 개수는 달라지게 된다. 하나의 배달롯트에 속한 후판의 개수는 고객사의 요구에 의하여 결정되는데 배달롯트에 포함된 후판의 수가 하나의 베드에 적치가능한 후판의 개수보다 상대적으로 작을 때에는 같은 배달롯트에 속한 후판은 같은 베드에 적치하는 정책을 사용하게 된다. 이러한 정책은 같은 배달롯트에 속한 후판들이 여러 베드에 산재하여 위치하는 경우에 출고에 사용되는 크레인의 이동이 많이 필요하기 때문이다. 같은 배달롯트에 속한 후판을 두 개 이상의 서로 다른 베드에 적치하는 것을 분적이라고 부르기로 한다.

본 논문에서 다루는 후판적치문제는 입고되는 후판의 순서에 대한 정보가 주어져 있을 때 임시적치가 필요한 후판의 수를 최소로 하기 위한 후판의 적치방법, 즉 후판에 베드를 할당하는 방법을 결정하는 문제이다. 본 논문에서는 분적을 허용하지 않는 경우와 허용하는 경우 각각에 대해서 후판적치문제의 특성을 분석하여 이 문제의 계산상의 복잡성(computational complexity)을 규명하기로 한다. 후판적치문제가 실행가능문제가 되려면 입고되는 후판을 적치할 수 있는 충분한 베드가 확보되어야 하는데 주어진 후판을 적치하기 위해서는 최소 몇 개의 베드가 필요한가를 결정하는 문제의 복잡성에 대해서도 살펴보기로 한다.

여기서 고려하는 문제는 출고일이 동일한 후판에 대해서만 고려하고 있으나, 이를 응용하면 후판창고의 전체적인 운영방법에 적용할 수 있을 것이다. 또한 입고될 후판의 순서를 사전에 알 수 없는 경우가 더욱 현실적인 가정일 수 있다. 그리고 이러한 가정은 해법을 고려할 때 온라인 형식의 해법을 이용할지 오프라인 형식의 해법을 이용할지를 결정하는데 중요한 요인이 된다. 본 논문의 관심은 후판적치문제의 복잡성에 대한 연구이므로 입고될 후판의 순서는 사전에 알 수 있다고 가정하였다. 그러나 본 논문의 연구결과는 온라인과 오프라인 형식의 해법을 개발하는데 모두 유용하게 쓰일 수 있다. 여기서 고려하는 후판적치문제와 동일한 문제를 다룬 연구는 문헌조사에서 발견되지 않았다. 그러나 본 연구를 통해서 후판적치문제는 기존의 조합최적화문제와 밀접한 관계가 있음이 밝혀질 것이다. 본 논문의 구성은 다음과 같다. 2장에서 후판적치문제의 수리적 모형을 통하여 문제의 구조를 분석하고, 3장에서는 분적이 허용되지 않는 후판적치문제의 계산상의 복잡성을 증명하며, 4장에서는 분적이 허용되는 경우에 3장에서의 결과가 어떻게 달라지는지 설명하고, 5장에서 결론과 향후 연구과제 등에 대해서 언급하기로 한다.

2. 모형의 설정

후판적치문제의 모형화를 위해서 필요한 용어와 기호를 정의하기로 하자. 우선 후판의 집합을 $N=\{1,2,\cdots,n\}$으로 표시하고 원소의 숫자가 입고의

순서를 표시하는 것으로 가정한다. 함께 출고되어야 하는 후판들의 묶음인 배달롯트를 $L_1, L_2, \cdots, L_m$으로 표시하고 $l_i = |L_i|$를 나타내는 것으로 한다. 그러면 서로 다른 i와 j에 대해서 $L_i \cap L_j = \emptyset$이고 $\bigcup_{i=1}^{m} L_i = N$ 이 된다. 베드에 적치할 수 있는 후판의 최대 개수를 b로, 사용이 가능한 총 베드의 수를 t로 표시한다. 같은 배달롯트의 후판을 같은 베드에 적치하는 정책을 가정하는 경우에는 모든 배달롯트에 대해서 $b \geq l_i$를 만족하는 것으로 가정한다.

후판을 베드에 할당하는 것은 후판의 집합 N을 t개의 집단으로 분할(partition)하는 것으로 표현할 수 있다. 예로서, $\{B_1, B_2, \cdots, B_t\}(|B_i| \leq b, i = 1, \cdots, t)$를 후판의 집합 N의 분할이라고 하면, B_1은 첫번째 베드에 적치된 후판의 집합을 의미한다. $B_1 = \{1, 5, 6, 7, 9\}$이면 베드 1에 적치된 후판은 1, 5, 6, 7, 9번 후판이고, 입고 순서대로 쌓게 되므로 베드 1의 바닥에서부터 1, 5, 6, 7, 9번 후판의 순서로 쌓여 있게 된다. 만약에 5개의 후판이 서로 다른 배달롯트 L_1과 L_2에 속한다고 가정해 보자. 예로서 $L_1 = \{1, 6, 7\}$, $L_2 = \{5, 9\}$라 하자. 배달롯트 1, 2의 순서로 출고하기로 하면 5, 9번의 후판은 임시로 적치하였다가 출고하게 되고 만약에 2, 1의 순서로 출고하면 6, 7번의 후판에 대해서 임시적치가 일어나게 될 것이다.

따라서 후판적치문제는 입고의 순서대로 번호가 부여된 후판의 집합 $N = \{1, 2, \cdots, n\}$, 배달롯트 $L_2, L_2, \cdots, L_m$, 베드에 적치할 수 있는 후판의 최대 개수 b, 그리고 사용이 가능한 총 베드의 수 t가 주어졌을 때, 임시적치의 수를 최소화할 수 있도록 하여주는 N의 분할 $\{B_1, B_2, \cdots, B_t\}$를 결정하는 문제이다. 후판적치문제를 명시적인(explicit) 수리적인 모형으로 표시하기 어려운 점은 후판의 집합 N이 t개의 집단 $\{B_1, B_2, \cdots, B_t\}(|B_i| \leq b, i = 1, \cdots, t)$로 분할되었을 때 발생하는 임시적치의 수를 명시적인 함수의 형태로 표현하기가 곤란하기 때문이다. 즉 $F(B_1, B_2, \cdots, B_t)$를 그러한 함수라고 할 때 후판의 특정한 적치방법 $\{B_1, B_2, \cdots, B_t\}$에 대응되는 함수의 값을 구하는 것 자체가 쉽지 않으므로 이를 명시적인 함수의 형태로 표현하기는 불가능한 것으로 판단된다.

3. 후판적치문제들의 복잡성 : 분적을 허용하지 않는 경우

본 장에서는 분적을 허용하지 않는 경우에 후판적치문제와 관련되어 발생하는 문제들을 분석하고, 이러한 분석을 바탕으로 후판적치문제에 대한 계산의 복잡성에 대해서 규명하기로 한다. 후판적치문제가 실행가능문제가 되려면 입고되는 후판을 적치할 수 있는 충분한 베드가 확보되어야 하는데, 주어진 후판을 적치하기 위해서는 최소 몇 개의 베드가 필요한가를 결정하는 문제를 먼저 살펴보기로 한다.

3.1 최소 필요 베드 수의 결정문제

베드에 적치할 수 있는 후판의 개수가 b개 이하이고 같은 배달롯트의 후판을 같은 베드에 적치할 때 필요한 베드의 수를 결정하는 문제는 중량이 $l_1, l_2, \cdots, l_m$인 m개의 물건을 허용중량이 b인 상자에 포장할 때 최소로 필요한 상자의 수를 구하는 문제와 동일하다. 후자의 문제는 조합최적화 분야에서 잘 알려진 상자-포장(bin-packing)문제이며 이 문제의 복잡성은 NP-hard로 알려져 있다[1]. 따라서 최소 필요 베드 수의 결정문제도 NP-hard이며, 다항시간 내에 풀리는 최적해법을 기대하기는 어렵다는 것을 알 수 있다.

정리 1. 최소 필요 베드 수의 결정문제는 NP-hard이다.

비현실적인 가정이지만 베드에 적치할 수 있는

후판의 개수에 제약이 없는 경우를 생각해 보자. 이 경우 당연히 필요한 베드의 수는 하나면 충분할 것이다. 그러나 임시적치하는 후판이 전혀 발생하지 않도록 후판을 적치하기 위해서는 더 많은 베드를 사용하게 될 것이다. 이를 위해서 필요한 베드의 수를 구하는 문제를 생각해 보자. 이 문제를 다루기 위해서 다음과 같은 용어를 추가로 정의한다. 임의의 두 배달롯트, L_i과 L_j가 다음의 조건을 만족하면 독립적이라고 부르기로 한다.

$$\min\{k \mid k \in L_i\} < \max\{k \mid k \in L_i\} < \min\{k \mid k \in L_j\} < \max\{k \mid k \in L_j\}$$

두 배달롯트, L_i과 L_j가 독립적이지 않은 경우는 교차한다고 부른다. 따라서 두 배달롯트가 교차하는 경우는 출고순서를 어떻게 하더라도 나중에 출고하는 배달롯트의 후판 중에서는 임시로 적치하는 후판이 발생하게 된다. 이제 배달롯트에 노드(node)를 대응시키는 보조그래프를 생각해 보자. 고려하는 보조 그래프는 무방향그래프(undirected graph)이고 두 노드사이에 에지(edge)는 두 노드에 대응되는 배달롯트가 교차하는 경우에만 존재한다. 그러면 임시로 적치하는 후판이 전혀 없도록 후판을 적치하기 위해서 최소로 필요한 베드의 수는 보조그래프에서 인접하는 노드끼리는 서로 다른 색을 할당하는 방식으로 전체 노드를 채색하는데 최소로 필요한 서로 다른 색의 수와 동일하게 된다. 후자의 문제는 조합최적화 분야의 잘 알려진 문제인 그래프 채색(Graph coloring)문제이다. 그래프 채색문제는 일반적인 그래프에서는 NP-hard이나 그래프가 특별한 경우는 다항시간 내에 풀 수 있는 해법이 존재한다. 따라서 우리가 고려하는 문제의 복잡성 여부는 대응시킨 보조그래프의 성격에 달려있다.

무방향그래프 중 길이가 3을 초과하는 사이클(cycle)은 항상 코드(chord)를 갖는 그래프를 삼각형화가 가능한 그래프(triangulated graph)라고 부른다. 여기서 길이는 사이클에 포함된 에지의 개수를 의미하고, 코드는 사이클에서 인접되지 않은 두 노드를 연결하는 에지를 의미한다. 평행한 에지(parallel edge : 같은 두 노드를 연결하는 에지)가 존재하지 않는 경우에 삼각형화가 가능한 그래프에서의 사이클의 길이는 항상 3이 되고 그래프의 명칭도 이러한 성질과 연관되어 있음을 알 수 있다. 삼각형화가 가능한 그래프의 노드채색문제는 다항시간 내에 풀 수 있는 해법이 존재한다[2]. 이제 우리가 고려하고 있는 문제 - 베드에 적치할 수 있는 후판의 개수에 제약이 없을 때 임시로 적치하는 후판이 발생하지 않기 위해서 필요한 베드의 최소 개수를 구하는 문제에 대응시킨 그래프가 삼각형화가 가능한 그래프 임을 보임으로써 이 문제도 다항시간 내에 해결할 수 있음을 보이기로 한다.

정리 2. 후판적치문제에 대응시켜 정의한 보조그래프는 삼각형화가 가능한 그래프이다.

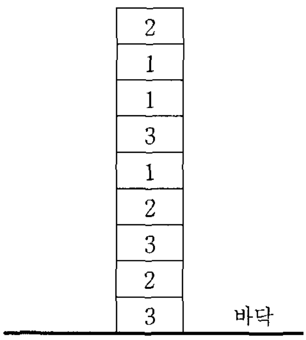
증명. 보조그래프에 길이가 4인 사이클이 존재한다고 가정하자. 사이클에 포함된 노드를 임의의 노드를 기준으로 시계방향으로 각 노드에 대응된 배달롯트를 L_1, L_2, L_3, L_4로 표시하자. 그러면 L_1, L_3와 교차하는 L_4가 역시 L_1, L_3와 교차하는 L_2와 독립적일 수는 없다. 따라서 보조그래프에 길이가 4인 사이클은 존재하지 않는다. □

3.2 후판적치문제의 복잡성

이 절에서는 후판적치문제에 대한 계산의 복잡성을 규명하기로 한다. 앞에서 기술한대로 후판적치문제는 입고의 순서대로 번호가 부여된 후판의 집합 $N=\{1, 2, \cdots, n\}$, 배달롯트 $L_1, L_2, \cdots, L_m$, 베드에 적치할 수 있는 후판의 최대 개수 b, 그리고 사용이 가능한 총 베드의 수 t가 주어졌을 때, 임시적치의 수를 최소화할 수 있도록 하여주는 N의 분할 $\{B_1, B_2, \cdots, B_t\}$를 결정하는 문제이다. 이미 3.1절에서 문제의 실행가능성 여부를 판단하는 문제에 대해서 다루었으므로 여기서는 주어진 베드의 수가 충분한 것으로 전제한다.

2장에서 이미 언급한대로 후판의 집합 N이 t개의 집단 $\{B_1, B_2, \cdots, B_t\}$로 분할되었을 때, 즉 t개의 베드에 임의의 순서로 적치되어 있을 때, 배달롯트별로 출고하기 위해서 발생하는 임시적치의 수를 구하는 것 자체가 용이하지 않다. 출고 때 발생하는 임시적치의 수는 배달롯트의 출고순서에 따라 달라지므로 임시적치를 최소화하는 출고순서를 결정하여야만 적치방법에 따른 임시적치의 수를 계산할 수 있다. 분적을 허용하지 않는 경우에는 같은 배달롯트에 포함된 후판은 같은 베드에 적치되므로 특정 베드에서 발생하는 임시적치의 수는 해당 베드에 위치한 배달롯트의 출고순서에만 영향을 받는다. 따라서 베드별로 분할하여 독립적으로 임시적치의 수를 계산한 뒤에 전체 베드에 대해서 합산하면 특정한 적치방법에 따른 임시적치의 수를 계산할 수 있다.

하나의 베드에 서로 다른 배달롯트에 속한 후판들이 섞여서 적치되어 있는 경우에 배달롯트의 순서와 임시적치가 필요한 후판의 개수는 어떤 관계가 있는지 살펴보기로 하자. 이해를 돕기 위해서 [그림 1]과 같이 베드에 적치되어 있는 후판의 예를 대상으로 설명하기로 한다. 하나의 작은 사각형이 후판을 의미하며 사각형 안의 숫자는 후판이 소속된 배달롯트의 번호를 표현한다.



[그림 1] 베드에 적치된 후판의 예

위의 그림에서 알 수 있듯이 임시적치가 필요한 후판의 수는 각각의 배달롯트에 속한 후판 중에서 가장 먼저 적치된 – 바닥에 가장 가깝게 있는 – 후판의 위치에 좌우된다. 즉 1-2-3의 순서로 출고한다면 1번 배달롯트에 속한 후판들을 모두 실어내기 위해서 위쪽에서 첫째, 넷째에 위치한 후판을 임시로 적치하여야 하고, 그 다음 2번 배달롯트에 속한 후판을 실어내기 위해서 추가로 바닥에서 셋째 순서에 위치한 후판을 임시로 적치하여야 한다. 일단 임시적치된 후판들은 뒤에 출고할 때 추가로 필요한 작업은 없기 때문에 하나의 후판에 대한 임시적치는 두 번 이상 발생하는 경우는 없는 것으로 가정한다. 만약에 3-1-2의 순서로 출고하는 경우는 몇 번의 임시적치가 필요한가? 이 경우는 1, 2번 배달롯트에 속한 모든 후판에 대해서 임시적치가 필요하게 된다. 즉 3번을 먼저 출고하는 경우에는 3번 배달롯트에 속한 후판 중에서 바닥에 가장 가까운 후판이 1, 2번 배달롯트에 속한 모든 후판들보다도 바닥에 가깝게 위치하므로 1, 2번 배달롯트의 출고순서는 임시적치의 횟수에 영향을 미치지 않게 된다.

[그림 1]의 예처럼 배달롯트에 속한 후판 중에서 가장 먼저 적치된 후판을 기준으로 그러한 후판이 먼저 적치된 배달롯트의 번호가 더 크게 부여되었다고 가정하자. 앞에서 관찰한 것처럼 임의의 배달롯트에 대해서 이 배달롯트의 번호보다 큰 번호를 갖고 있으면서 출고순서는 더 빠른 배달롯트가 하나라도 존재하는 경우에는(앞으로는 이러한 경우에 역순의 배달롯트가 존재한다고 표현하기로 한다) 그 배달롯트에 속한 모든 후판은 임시적치가 필요하게 된다. 따라서 배달롯트의 출고순서에 따라 발생하는 임시적치의 수를 결정하기 위해서는 역순의 배달롯트가 존재하지 않는 배달롯트에 대한 정보만 알면 충분하다. 예를 들어서 베드에 6개의 배달롯트에 속한 후판들이 적치되어 있고 배달롯트의 번호는 1에서 6까지 위에서 가정한대로 부여되어 있는 경우를 고려해 보자. 이 때 출고순서가 3-2-5-1-4-6인 경우에 역순의 배달롯트가 존재하지 않는 배달롯트는 3, 5, 6번이고 이 정보만으로 임시적치가 필요한 후판의 개수를 계산할 수 있다. 즉 베드에 적치되어 있는 후판의 위치로부터 3, 5, 6

번의 순서로 출고할 때 배달롯트는 3, 5, 6번에 속한 후판 중에서 임시적치가 필요한 후판의 수를 계산한 뒤에 여기에다 1, 2, 4번에 속한 모든 후판의 수를 더하면 된다. 그러므로 출고순서가 3-2-5-1-4-6과는 다르나 3, 5, 6번만이 역순의 배달롯트가 존재하지 않는 출고순서에 대해서도 필요한 임시적치의 수는 동일하다.

위에서 관찰된 사실을 이용하여 Myung[3]은 위의 문제를 최단경로문제(Shortest Path Problem)의 해법을 이용하여 다항시간 내에 해결할 수 있음을 보였다. 따라서 일단 적치방법 $\{B_1, B_2, \cdots, B_t\}$가 결정되었을 때, 배달롯트별로 출고하기 위해서 발생하는 임시적치의 수를 구하는 문제는 다항시간 내에 해결될 수 있음을 알 수 있다. 이제 최종적으로 임시적치의 수를 최소로 하는 적치방법을 결정하는 후판적치문제의 복잡성을 규명하기로 하자. 결론을 먼저 이야기하면 후판적치문제는 NP-hard이다. 이러한 사실은 분할문제(Partition Problem)를 이용하여 규명할 수 있다. 우선 분할문제를 먼저 소개하기로 한다. 분할문제는 $l_1, l_2, \cdots, l_m$인 m개의 양의 정수가 주어져 있을 때 일부 정수의 합이 전체 정수의 합의 반이 될 수 있는지를 결정하는 문제이며 NP-complete 임이 밝혀져 있다[1]. 전체 정수의 합이 홀수인 경우는 문제가 자명하므로 전체 정수의 합은 짝수라고 가정한다.

정리 3. 베드할당문제는 NP-hard이다.

증명. 분할문제가 결정문제(decision problem) 형태의 베드할당문제로 다항시간 내에 변환될 수 있음을 보임으로써 증명이 가능하다. 베드할당문제의 결정문제는 임시적치에 필요한 후판의 수를 최소화하는 대신에 그러한 후판의 수가 일정한 값 이하가 될 수 있는지를 판정하는 문제이다. $l_1, l_2, \cdots, l_m$의 m개의 정수가 주어진 분할문제를 고려해보자. 모든 정수는 6 이상으로서 가정한다. 주어진 분할문제가 이러한 가정을 만족하지 못하는 경우에 각 정수를 6배 함으로써 가정을 만족시키는 동등한 문제로 쉽게 변환시킬 수 있다. 후판의 개수를 $n = m + \sum_{k=1}^{m} l_k$으로 하고, $m+1$개의 배달롯트 $L_1, \cdots, L_m, L_{m+1}$을 $i = 1, \cdots, m$에 대해서는 $|L_i| = l_i$, $|L_{m+1}| = m$ 되도록 다음과 같이 구성한다. L_1은 1번 후판부터 순서대로 처음 l_1+1개 중에서 중앙에 위치한(실제로 1번 후판이나 l_1+1번째 후판만 아니면 된다) 후판을 제외한 것을 포함시킨다. L_2는 L_1에 포함된 마지막 후판 다음 순서의 후판(l_1+2번째 후판)부터 같은 방법으로 선택한다. 이렇게 선택하면 L_m에 n번째 후판을 마지막 순서로 포함하게 된다. 그리고 선택되지 않은 후판이 m개 남게 되는데 이것을 L_{m+1}에 포함시킨다. 주어진 베드의 수를 3으로 정하고, 베드에 적치할 수 있는 최대 후판의 수를 $\frac{1}{2}\sum_{k=1}^{m} l_k$으로 했을 때, 임시적치가 필요한 후판의 수가 0이 될 수 있는지를 결정하는 문제는 분할문제와 동등한 문제가 됨을 보일 수 있다.

분할문제가 참(true)인 경우에는 두 그룹으로 분할된 정수에 대응된 배달롯트를 두 개의 베드에 나누어 적치하고 L_{m+1}에 포함된 후판을 별도의 베드에 적치하면 임시적치가 필요한 후판은 존재하지 않게 된다. 분할문제가 거짓(false)인 경우는 1에서 m 사이의 배달롯트는 세 개의 베드에 나누어 적치되어야 한다. 따라서 배달롯트 L_{m+1}은 다른 롯트와 함께 적치되어야 하고 L_{m+1}에 속한 후판의 입고순서의 성격 때문에 임시적치가 반드시 필요하다. □

4. 분적이 허용되는 경우

하나의 배달롯트에 포함되는 후판의 개수가 베드에 적치할 수 있는 후판의 수보다 상대적으로 많을 때에는 3장에서 가정한 것과는 달리 같은 배달롯트에 포함된 후판들을 서로 다른 베드에 적치하

는 것도 고려할 수 있다. 4장에서는 분적이 허용되는 경우에 후판적치문제와 관련되어 발생하는 문제들에 대한 계산의 복잡성이 어떻게 달라지는지 살펴보기로 한다.

우선 3.1절에서 고려한 필요한 베드의 수는 전체 후판의 수를 베드의 적치능력인 b로 나눈 값에 의하여 쉽게 구할 수 있다. 반면에 3.2절에서 고려한 후판적치문제의 경우는 사정이 다르다. 우선 후판이 이미 적치되어 있을 때 임시적치를 최소로 하기 위한 출고순서의 결정문제는 분적이 허용되지 않는 경우에는 최단경로문제의 해법을 이용하여 다항시간 내에 풀 수 있었던 것에 반하여 분적이 허용되는 경우에는 다항시간 내에 풀 수 있는 해법을 기대하기는 어렵다. Myung[3]은 NP-hard 문제인 선형순서결정문제(Linear Ordering Problem)가 출고순서결정문제의 특수한 경우임을 증명함으로써 이 문제가 NP-hard임을 규명하였다. 그러나 적치방법까지를 결정하는 후판적치문제는 분적을 허용하는 경우에 문제의 복잡성을 더 어렵게 하는지 아니면 반대의 경우인지에 대해서 아직 규명하지 못하였다. 3.2절에서 후판적치문제가 NP-hard임을 증명할 때에는 분적이 허용 되지 않는 조건을 이용했기 때문에 분적이 허용되는 경우에도 후판적치문제가 여전히 NP-hard라면 이를 증명하기 위해서는 새로운 증명 방법이 필요할 것이다.

5. 결론 및 향후 연구에 대한 논의

본 논문에서는 입고되는 후판의 순서에 대한 정보와 함께 출고되어야 하는 후판의 묶음인 배달롯트에 대한 정보가 주어져 있을 때, 총 임시적치의 수를 최소화할 수 있는 후판의 적치방법과 배달롯트의 출고순서를 동시에 결정하는 후판적치문제에 대해서 다루었다. 본 논문에서는 같은 배달롯트에 포함된 후판들은 같은 베드에 적치한다는 전제에서 관련된 문제들의 복잡성을 규명하였고 아울러 이러한 가정이 완화되는 경우에 고려한 문제들의 복잡성이 어떻게 달라지는지를 살펴보았다. 이러한 분석은 이론적인 관심은 물론 실제로 이 문제를 해결하는 효율적인 해법을 개발하는데 필요한 정보를 제공한다. 실제로 이 연구의 결과를 바탕으로 현실에 적용 가능한 해법이 저자들에 의해서 개발되고 있다. 특히 현실에서는 입고되는 후판에 대한 정보는 있으나 후판의 입고순서는 미리 알기 어려운 경우도 많아서 이러한 경우를 대비한 온라인 형태의 해법이 고려되고 있다.

참 고 문 헌

[1] Garey, M.R. and D.S. Johnson, *Computers and Intractability*, W.H. Freeman and Company, San Francisco, 1976.

[2] Gavril, F., "Algorithms for Minimum Coloring, Maximum Clique, Minimum Covering by Cliques, and Maximum Independent set of a Chordal Graph," *SIAM Jounal on Computing*, Vol.1(1972), pp.180-187.

[3] Myung, Y.-S., "Optimal Sequencing of Outgoing Lots of Steel Plates for Picking in a Plate Warehouse" (in Preparation).