

표면 거칠기 효과를 고려한 2-방정식 난류 모델의 성능평가

윤준용[†] · 천정민^{*} · 강승규^{*} · 변성준^{*}
(2003년 4월 7일 접수, 2003년 8월 20일 심사완료)

Evaluation of Two-Equation Turbulence Models with Surface Roughness Effect

Joon-yong Yoon, Jung-min Chun, Seung-kyu Kang and Sung-joon Byun

Key Words: Roughness Effect(거칠기 효과), Wall Function Modified Turbulence Model(벽함수 수정 난류모델), Low Reynolds Number Turbulence Model(저 레이놀즈수 난류모델), k- ω Turbulence Model(k- ω 난류모델)

Abstract

The effect of roughness is a change in the velocity and turbulence distributions near the surface. Turbulence models with surface roughness effect are applied to the fully developed flow in a two-dimensional, rough wall channel. Modified wall function model, low-Reynolds number k- ϵ model, and k- ω model are selected for comparison. In order to make a fair comparison, the calculation results are compared with the experimental data. The modified wall function model and the low-Reynolds number k- ϵ model require further refinement, while the k- ω model of Wilcox performs remarkably well over a wide range of roughness values.

1. 서 론

거친 표면 위를 흐르는 유체 유동은 다양한 거칠기를 가지는 자연환경에서 지표면 위를 흐르는 대기 흐름, 강바닥 위를 흐르는 유동, 그리고 비행기, 배, 터보머신의 날개표면, 열 교환기, 파이프와 같은 인공적으로 만들어진 표면 위를 흐르는 유동까지 매우 다양하다. 표면 거칠기는 대기 중이나 열 교환기 등에서 열이나 물질의 전달 또는 유체 저항, 소음 등에 많은 영향을 주고 있다. 모든 경우에 있어서 표면 거칠기 효과의 주된 역할은 표면 근처의 속도와 난류 분포를 변화시켜

주는 것이다.

이러한 표면 거칠기의 형태나 크기는 매우 다양하기 때문에 다양한 난류 유동장에서 표면 거칠기 효과를 고려하는 문제는 쉬운 일이 아니며, 독특한 방법으로 다루어져야 한다. 실제로 지금까지 난류 유동에 관한 표면 거칠기의 크기와 형태는 파이프와 경계층에서의 전형적인 실험을 통해 잘 성립된 경험적인 평균조도높이(equivalent sandgrain roughness height)와 같은 단일 변수로 효과적으로 기술하는데 충분한 것으로 간주하고 많은 연구가 있어 왔으며, 많은 문헌들은 그들의 실험결과 등을 수록하고 지금까지 널리 이용되고 있다. 그 이후로도 실험은 다른 난류 유동장에서 전형적인 실험들의 결과에 여러 가지 형태의 거칠기를 연관시키려는 연구가 있어 왔다.

컴퓨터의 급속한 발달은 여러 유체공학 문제에 수치해석 기법의 적용을 가능케 하였으며, 최근에는 매우 복잡한 유동장을 해석할 수 있게 되었다. 또한 표면 거칠기 효과를 충분히 고려할

[†] 책임저자, 회원, 한양대학교 기계공학과
E-mail : joyoon@hanyang.ac.kr
TEL : (031)400-5282 FAX : (031)406-5550
^{*} 한양대학교 대학원 기계공학과

수 있는 난류모델을 개발하는 등 수치해석에서 표면 거칠기에 대한 응용이 이루어지고 있지만, 다양한 표면 거칠기 효과를 연구한 자료는 미미하다.

표면 거칠기 효과를 충분히 고려한 난류모델의 대표적인 예로 Krishnappan⁽¹⁾은 $k-\epsilon$ 모델을 기본으로 대수영역의 존재와 난류평형상태의 가정 하에 전통적으로 벽 근방의 점성의 영향이 크게 미치는 영역의 수치적 해석을 피하기 위해 유도되어진 벽함수를 수정하여 폐쇄(closed) 채널과 개방(open) 채널유동에 대해서 표면 거칠기를 적용하고 실험결과와 비교하였다. 그러나 Patel, Chon 그리고 Yoon⁽²⁾의 연구에서 two-layer $k-\epsilon$ 난류모델을 사용하여 강한 역 또는 순 압력 구배와 박리현상이 반복하여 나타나는 복잡한 형태의 유동장 해석결과 매끄러운 표면에서 벽함수 방법은 이러한 강한 압력 구배나 박리현상이 존재하는 유동장에서는 적합하지 않은 것으로 판명되었다.

매끄러운 표면 위를 흐르는 유동장 해석으로 벽함수 방법이 퇴조하면서 난류 모델 상수가 함수형태인 저 레이놀즈수 모델 또는 소산율(dissipation rate) 방정식에 항을 추가한 near-wall 모델이 이용되고 있으며,⁽³⁾ 이후 몇 가지 거칠기 효과를 고려하기 위해 혼합거리(mixing length)와 와점성(eddy viscosity) 모델들을 기존의 난류모델($k-\epsilon$ 난류모델)에 접목시키거나 난류 방정식의 모델 상수나 함수를 수정하는 방법 등으로 표면 거칠기의 효과를 고려하였다. 그 예로 Tarada,⁽⁴⁾ 그리고 Zhang et al.⁽⁵⁾이 제안한 저 레이놀즈수 $k-\epsilon$ 모델이 있다. 하지만 Tarada의 저 레이놀즈수 모델은 공학적으로 결정하기 힘든 거칠기 요소들의 분포와 형상에 대한 자세한 정보가 필요하다는 한계점이 있다. 이에 반해 Zhang et al.의 모델은 모델 함수 안에 평균조도높이를 포함시켜 매끈한 표면과 거친 표면에 모두 사용 가능한 모델을 제시하고, 채널과 파이프 유동에 대해 수치계산을 수행하였다. 그리고 Wilcox⁽⁶⁾는 매끈한 표면과 거친 표면을 단지 경계조건만을 변화시켜 표면 거칠기 효과를 충분히 고려할 수 있는 $k-\omega$ 난류 모델의 적용도 시도하였다.

이에 본 연구에서는 거칠기 효과를 충분히 고려할 수 있는 난류 모델의 객관적인 적용을 통하여 각 모델의 신뢰성을 비교하였다. 해석대상에 적용된 난류 모델들은 Krishnappan⁽¹⁾의 벽함수 수

정 모델, Zhang et al.⁽⁵⁾이 제안한 저 레이놀즈수 $k-\epsilon$ 모델, 그리고 Wilcox⁽⁶⁾의 $k-\omega$ 모델이다. 비교와 검증을 위해서 Cebeci와 Bradshaw,⁽⁷⁾ 그리고 Tani⁽⁸⁾의 실험자료와 잘 알려진 Moody 선도⁽⁹⁾에 수록된 해석적 결과를 이용하였다. 각 모델들의 계산결과와 실험결과와의 비교 분석에 의해서 모델의 한계성과 문제점을 제시하며 올바른 난류 모델 선정의 기초 자료를 제공하고자 한다.

2. 이론

2.1 거칠기 이론

층류 유동의 경우 표면 거칠기의 영향은 무시될 수 있지만 난류의 경우는 많은 영향을 받는다. 이러한 표면 거칠기 효과에 대한 초기 연구는 파이프와 경계층에 대한 실험을 통해 여러 가지 문헌에 잘 나타나 있으며 오늘날에도 널리 사용되고 있다. Nikuradse⁽¹⁰⁾는 거친 표면에서 속도를 측정된 결과, 대수법칙영역에서의 벽 근처 속도분포는 매끄러운 표면의 경우처럼 같은 기울기를 갖지만, Fig. 1처럼 속도분포를 종축으로 이동 시킴을 알았다. 이것은 표면 거칠기 효과에 따라 대수법칙영역의 속도분포 기울기는 변하지 않고, 상수 B만 ΔB 만큼 감소하는 결과가 된다. 따라서 난류 유동의 속도분포는 표면 거칠기에 영향을 받게 된다. 즉, 매끄러운 표면에서의 벽 근처 속도분포는 다음과 같다.

$$u^+ = \frac{1}{x} \ln y^+ + B \quad (1)$$

여기에서, $u^+ = u/u_\tau$, $y^+ = u_\tau y/\nu$ 이며 u_τ 는

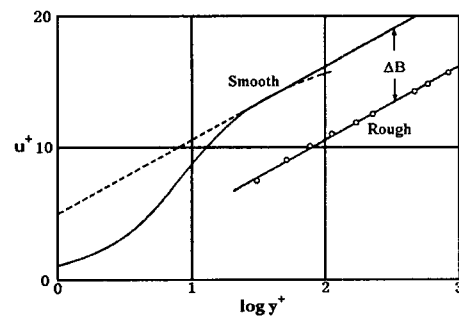


Fig. 1 Velocity profiles near a solid wall for smooth and rough surfaces

바닥 면에서의 거리 y 에서의 속도이고, u_r 는 마찰 속도($=\sqrt{\tau_w/\rho}$), ν 는 유체의 동점성계수, 그리고 von Karman 상수 $\chi=0.418$ 이다. 또한, τ_w 은 벽면 전단응력이고, ρ 는 유체의 밀도이다. 매끄러운 표면에서 $B=5.45$ 이다. 거친 표면에서의 벽 근처 속도분포는 아래와 같이 주어진다.

$$u^+ = \frac{1}{\chi} \ln y^+ + B - \Delta B \quad (2)$$

표면 거칠기 효과를 통해 거칠기 함수(ΔB)만큼 이동시키는 문제가 연구되어질 주제이며, 이것은 거리 y 를 측정할 때 평균 속도가 0인 효과적 인벽의 위치를 정의하는 문제처럼 매우 불확실한 부분이다.

Nikuradse⁽¹⁰⁾와 Schlichting⁽¹¹⁾에 의해 채택된 일정한 형태의 평균조도높이를 통한 ΔB 의 이동은 $k_s^+ (= u_r k_s / \nu)$ 만의 함수임을 발견하였다. 여기서 k_s 는 모래입자 높이이며, 불규칙한 모래입자에 대해서 k_s 는 비록 다소 큰 값이 사용될 수는 있지만 흔히 수력반지름(D_{50})을 사용한다. White⁽⁹⁾가 수정한 데이터에서처럼 대수법칙영역에서 ΔB 의 이동은 표면 거칠기의 형태에 의존한다. $y=0$ 의 위치를 정할 때 입자 지름의 1/2로 하는 것이 가장 적합한 선택인 것으로 간주되어 지금까지 자주 사용되었다.

평균조도높이를 통해서, Schlichting⁽¹¹⁾은 k_s^+ 에 따른 ΔB 의 변화에 따라서 표면 거칠기를 아래와 같이 분류하였다.

- $k_s^+ < 5$: 수력학적으로 매끄러운 표면
- $5 < k_s^+ < 70$: 천이 거칠기 표면
- $k_s^+ > 70$: 완전히 거친 표면

수력학적으로 매끄러운 표면은 표면 거칠기의 영향이 없으며, 천이 거칠기 표면은 레이놀즈 수의 영향이 다소 있다. 반면에 완전히 거친 표면에서는 점성저층이 완전히 파괴되어 레이놀즈 수의 영향이 없다.

Cebeci와 Bradshaw⁽⁷⁾는 거칠기 높이(k_s^+)만의 함수인 거칠기 함수(ΔB)를 아래와 같이 제안하였다.

$$\Delta B = \left[B - 8.5 + \frac{1}{\chi} \ln k_s^+ \right] \times \sin [0.4258 (\ln k_s^+ - 0.811)] \quad (3)$$

여기서, $2.25 \leq k_s^+ \leq 90$ 이며, 상수는 $B=5.2$, $\chi=0.42$ 이며, 완전히 거친 표면에서 Nikuradse의 기본 공식과 연결된다.

$$\Delta B = \left[B - 8.5 + \frac{1}{\chi} \ln k_s^+ \right], \quad k_s^+ > 90 \quad (4)$$

그리고 Tani⁽⁸⁾는 Nikuradse의 자료를 재해석하여 경계층에서의 매우 설득력 있는 완전히 거친 표면에서의 거칠기 함수를 다음과 같이 제시하였다.

$$\Delta B = -3.6 + \frac{1}{\chi} \ln k_s^+, \quad k_s^+ > 70 \quad (5)$$

이며, 여기서 $\chi=0.41$ 이다. 현재 독특한 거칠기 형상에 대한 ΔB 를 예측하기 위한 이론적인 방법은 없다. 다른 형태의 거칠기에 대해서 ΔB 와 평균조도높이를 결정하기 위하여 수많은 실험이 행해지고 있다. 그러나 주어진 거칠기 형태에 대해서 단일 길이차원은 거칠기 효과를 기술하기에는 충분하지 않다.

2.2 거칠기 효과를 고려한 난류 모델

2.2.1 벽함수 수정 모델 (표준 k-ε 모델)⁽¹⁾

벽함수 수정 모델은 벽에서 약간 떨어진 거리에서 유동을 인식하여 간접적으로 설명하는 것으로, 두께가 얇은 점성저층 안의 유동과 완충영역의 유동은 고려하지 않는다. 대신 연속, 운동량 방정식은 난류 모델 방정식에 따라 $y^+ > y_0^+$ 인 지역에서만 해석하고 경계조건은 y_0^+ 에 주어진다. y_0^+ 의 값은 대수법칙영역에서 선택되며 식 (2)를 적용한다. 방정식을 풀기 위하여 사용된 경계조건은 사용된 모델에 따라 다르다. k-ε 난류 모델의 경우 속도 성분 외에 y_0^+ 에서 k 와 ϵ 값이 주어지야 하기 때문에 매끄러운 벽에서는 난류는 생성과 소산이 균형을 이룬다는 국소적 평형상태라는 가정 하에 유도된다. 일반적으로 사용되고 있는 벽함수는 다음과 같다.

$$u^+ = \frac{1}{\chi} \ln(Ey^+); \quad k = \frac{u_r^2}{\sqrt{C_\mu}}; \quad \epsilon = \frac{u_r^3}{xy} \quad (6)$$

여기서 거칠기 변수(roughness parameter, E)는 거칠기 효과를 포함하고 있으며, 식 (2)으로부터

$$E = \exp \{ \chi(B - \Delta B) \} \quad (7)$$

로 나타낼 수 있으며, ΔB 는 k_s^+ 에 의존한다.

Krishnapan⁽¹⁾은 표준 k-ε 모델을 사용하고, 거칠기 효과를 포함하고 있는 거칠기 변수(E)를 다음과 같이

$$E = \exp\left(\frac{\chi B_s}{k_s^+}\right) \quad (8)$$

수정하여 거칠기 효과를 고려한 벽함수 수정 모델을 제안하였다. 여기서 B_s 는 거칠기 높이(k_s^+)만의 함수로 아래와 같다.

$$B_s = (2.5 + 5.5 \ln k_s^+) \exp(-0.217 \ln k_s^{+2}) + 8.5 [1.0 - \exp(-0.217 \ln^2 k_s^+)] \quad (9)$$

2.2.2 저 레이놀즈수 k-ε 모델⁽⁵⁾

저 레이놀즈수 k-ε 난류 모델들은 표준 k-ε 난류 모델에서 벽함수 사용시의 문제점들을 개선하기 위해 제안되었으며, 주로 매끄러운 표면에서만 적용되고 있다. 일반적으로 매끄러운 표면에서 사용되고 있는 저 레이놀즈수 k-ε 난류 모델은

$$\nu_t = f_\mu C_\mu \frac{k^2}{\epsilon} \quad (10)$$

$$\frac{\partial k}{\partial t} + U_j \frac{\partial k}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left\{ \left(\nu + \frac{\nu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right\} + \nu_t \frac{\partial U_i}{\partial x_j} \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) - \epsilon \quad (11)$$

$$\frac{\partial \epsilon}{\partial t} + U_j \frac{\partial \epsilon}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left\{ \left(\nu + \frac{\nu_t}{\sigma_\epsilon} \right) \frac{\partial \epsilon}{\partial x_j} \right\} + C_1 f_1 \nu_t \frac{\epsilon}{k} \frac{\partial U_i}{\partial x_j} \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) - C_2 f_2 \frac{\epsilon^2}{k} \quad (12)$$

이며, 여기서 모델 상수는 $C_\mu=0.09$, $C_1=1.44$, $C_2=1.92$, $\sigma_k=1.0$, $\sigma_\epsilon=1.3$ 이고, f_1 , f_2 , f_μ 는 모델함수이다. Patel, Rodi 그리고 Scheuerer⁽¹²⁾에 의하면 모델 상수와 모델 함수는 제안된 난류모델마다 다르다. 거칠기 효과를 고려한 Zhang et al.⁽⁵⁾이 제안한 난류 모델의 경우 평균조도높이를 모델 함수에 포함시켜 매끄러운 표면과 거친 표면에 모두 사용 가능한 난류 모델이다.

<모델함수 f_μ >

저 레이놀즈수 k-ε 난류 모델에서 모델함수 f_μ 의 역할은 van Driest⁽⁹⁾의 감쇠함수와 매우 유사하다. 매끄러운 표면에서 벽으로 접근할수록 turbulent eddy-viscosity(ν_t)를 소멸시키기 위해, y^+ 가 0으로

접근할수록 f_μ 는 0으로 접근해야 한다. 거친 표면에서 거칠기 효과에 의한 더욱 활발한 혼합 때문에 점성영역은 감소된다. 이것은 매끄러운 표면에서 모델함수 f_μ 에 거칠기항을 추가시켜 거친 표면에서의 모델함수를 아래와 같이 유도할 수 있다.

$$f_\mu = 1 - \exp\left(-\left(\frac{y^+}{A_1}\right)^n\right) + g_1(k_s^+) \exp\left(-A_2 \frac{y^+}{k_s^+}\right) \quad (13)$$

여기서 함수 $g_1(k_s^+)$ 은 k_s^+ 만의 함수로 매끄러운 표면에서는 0값을 가지며, 거친 표면에서 양의 값을 가진다. 함수 $g_1(k_s^+)$ 은

$$g_1(k_s^+) = \sqrt{\frac{k_s^+}{200}} \quad (14)$$

이며, 매끄러운 표면에서 f_μ 에 대한 실험결과에 의해 모델함수의 상수는 $A_1=42$, $A_2=25$, $n=2$ 으로 주어진다.

매끄러운 표면에서의 모델 함수 f_μ 를 Patel의 실험결과와 비교하여 Fig. 2에 나타내었다. 여기서 비교된 모델은 각각 LS(Lauder and Sharma),⁽¹³⁾ HO(Hoffmann),⁽¹⁴⁾ LB(Lam and Bremhorst),⁽¹⁵⁾ RE(Reynolds),⁽¹⁶⁾ DM(Dutoya and Michard),⁽¹⁷⁾ HP(Hassid and Poreh),⁽¹⁸⁾ CH(Chien),⁽¹⁹⁾ NA(Nagano and Hishida)⁽²⁰⁾이다.

<모델함수 f_1 >

매끄러운 표면 근처에서는 ϵ 이 증가하고, k가 감소함에 따라 turbulent eddy-viscosity(ν_t)가 감소한다. 따라서 모델함수 f_1 은 벽 근처로 접근할수록 증가해야 한다. 그러나 모델함수 f_1 에 대한 표면 거칠기의 효과는 반대로 k가 증가하고 ϵ 이 감소된다. 따라서 거친 표면에서 모델함수 f_1 의 증

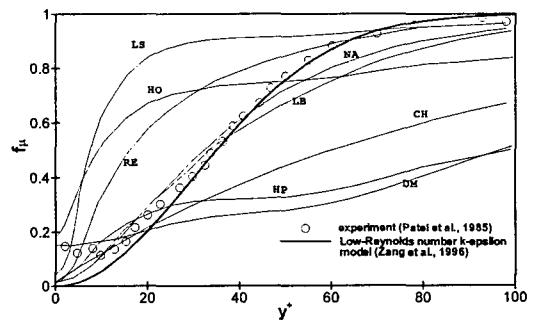


Fig. 2 Variation of function f_μ with wall distance

가는 매끄러운 표면에 비해 적다. 이러한 모델함수 f_1 은

$$f_1 = 1 + g_2(k_s^+) (A_3 / (1 + y^+))^6 \quad (15)$$

이며, 여기서 거칠기 효과를 고려하기 위하여 매끄러운 표면에서는 1값을 가지며, 거칠기 높이가 증가할수록 감소하는 함수 $g_2(k_s^+)$ 를 추가하여 모델함수를 수정하였다. 모델링 상수 $A_3=9.2$ 이고, 함수 $g_2(k_s^+)$ 는 아래와 같다.

$$g_2(k_s^+) = \exp\left(-\frac{1}{0.1 + 1/k_s^+}\right) \quad (16)$$

<모델함수 f_2 >

모델함수 f_2 는 Lam과 Bremhorst⁽²¹⁾가 제안한 모델함수를 수정 없이 사용하였다.

$$f_2 = 1 - \exp(-R_t^2) \quad (17)$$

여기서 $R_t (= k^2 / \nu \epsilon)$ 는 난류 레이놀즈수이다.

2.2.3 k- ω 모델

거칠기를 고려한 k- ω 모델은 벽 경계조건에 거칠기 효과를 고려하여, 매끄러운 표면과 거친 표면에서 같은 난류 모델을 사용한다. Wilcox⁽⁶⁾의 k- ω 모델에서 turbulent eddy-viscosity는 난류 혼합 에너지와 주기 차원을 갖는 단위 시간당 난류 소산율(ω)과 관계되어진다. Wilcox에 의하면 ω 는 난류 소산율과 난류 운동에너지의 비이며, 난류의 특성 시간척도(characteristic time scale)로 간주하였다. ω 는 난류에너지 소산율과 단위 에너지의 비(ϵ/β^*k)이다. k- ω 모델은

$$\mu_t = \gamma^* \frac{\rho k}{\omega} \quad (18)$$

$$\frac{\partial(\rho k)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho U_j k)}{\partial x_j} = \tau_{ij} \frac{\partial U_i}{\partial x_j} - \beta^* \rho \omega k + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[(\mu + \sigma^* \mu_t) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] \quad (19)$$

$$\frac{\partial(\rho \omega)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho U_j \omega)}{\partial x_j} = \frac{\gamma \omega}{k} \tau_{ij} \frac{\partial U_i}{\partial x_j} - \beta \rho \omega^2 + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[(\mu + \sigma \mu_t) \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right] \quad (20)$$

이다. 여기서 t 는 시간이며, τ_{ij} Reynolds stress tensor 이고, Boussinesq의 가정에 따라

$$\tau_{ij} = 2\mu_t \left[S_{ij} - \frac{1}{3} \frac{\partial U_k}{\partial x_k} \delta_{ij} \right] - \frac{2}{3} \rho k \delta_{ij} \quad (21)$$

로 주어진다. 여기서 모델 상수는 $\beta=3/40$, β

$\gamma^*=0.09$, $\gamma=5/9$, $\gamma^*=1$ 그리고 $\sigma=\sigma^*=0.5$ 이다.⁽⁶⁾ 위에서 나타낸 것처럼 거친 면과 매끄러운 면 모두 사용할 수 있다. 벽 근처에서 모델의 점근적 분석을 통해 거친 면에서 ω 의 경계 조건은

$$\omega = \frac{u_\tau^2}{\nu_t} S_R \quad \text{at } y=0 \quad (22)$$

이며, 여기서 S_R 은 모래입자 거칠기로 S_R 이 0으로 접근할 때 B의 변화에 대한 상관관계는⁽⁶⁾

$$B \rightarrow 8.4 + \frac{1}{x} \ln(S_R/100) \quad \text{as } S_R \rightarrow 0 \quad (23)$$

이며, Nikuradse⁽¹⁰⁾는 거친표면에서 실험을 통하여

$$B \rightarrow 8.5 + \frac{1}{x} \ln(1/k_s^+) \quad (24)$$

임을 알았다. 그리고 식 (23)과 식 (24)로부터

$$S_R = 100/k_s^+ ; \quad k_s^+ \gg 1 \quad (25)$$

이다. 벽 법칙에서 식 (23)과 식 (24)를 사용하여 속도분포식을 얻을 수 있다. 즉,

$$U^+ = \frac{1}{x} \ln(y/k_s) + 8.4 \quad (26)$$

이며, 이것은 완전히 거친 표면에 대한 벽 법칙의 형태이다. Wilcox⁽⁶⁾는 wavy wall 유동을 근거로 작은 거칠기 높이에 대해서

$$S_R \sim \left(\frac{1}{k_s^+}\right)^2 \quad \text{as } k_s^+ \rightarrow 0 \quad (27)$$

로 제안하고, 점근적 속도분포를 일치시키기 위해 Nikuradse⁽¹⁰⁾의 실험결과와 비교하여 k_s^+ 항으로

$$S_R = \left(\frac{50}{k_s^+}\right)^2 \quad k_s^+ < 25 \quad (28)$$

$$S_R = \frac{100}{k_s^+} \quad k_s^+ \geq 25$$

S_R 을 유도하였다.

3. 수치계산방법

지배방정식은 유한체적법으로 이산화하고, 이산화된 각각의 선형방정식은 SIP(strongly implicit procedure)방법으로 반복해를 구했다. 속도 및 압력 보정을 위해 Patankar⁽²²⁾에 의해 제안된 SIMPLE 해법을 사용하였다. 경계조건으로 벽함수 수정 모델의 경우는 식 (6)의 벽함수를 사용하였다. 그러나 벽면에서 ϵ 의 명확한 물리적인 경계조건이 존재하지 않는다는 것은 k- ϵ 난류 모델의 약점중의 하나로 지적되고 있다. 따라서

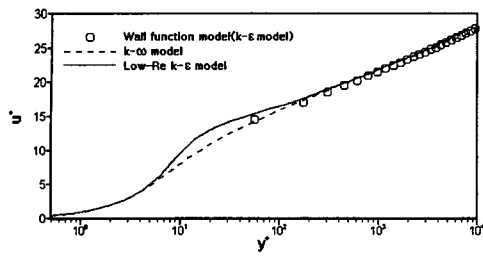


Fig. 3 Comparison of log-law velocity profiles near a solid wall for smooth surfaces

저 레이놀즈수 $k-\epsilon$ 난류 모델의 경우 점근 거동 해석에 따른 벽면에서 점근값은 $\epsilon_w = \nu(\partial^2 k / \partial y^2)$ 이며 ϵ 의 벽면 경계조건으로 사용되어질 수 있다. 따라서 본 연구에서는 수치적 안정성의 문제를 개선하기 위해 제안된 ϵ 의 경계값인 $\epsilon_w = 2\nu k_1 / y_1^2$ 을 경계조건으로 사용하였다. 여기서 k_1 과 y_1 은 첫 번째 격자의 난류 운동에너지와 벽으로부터의 수직 거리이다. 거칠기를 고려하기 위해 벽 경계조건을 수정하는 $k-\omega$ 난류 모델의 경우는 식 (22)를 사용하였다. 각 난류모델에 다양한 거칠기 효과를 고려하기 위해 $5 < k_s^+ < 1000$ 범위의 거칠기 높이를 적용하였고, 레이놀즈수는 1.0×10^6 을 사용하였다.

4. 결과 및 고찰

Fig. 3 ~ Fig. 10에는 거칠기 효과를 고려한 난류 모델들을 평가하기 위해서 2차원의 길고 직관인 채널유동에 대한 수치계산 결과가 나타나 있다. Fig. 3과 Fig. 4는 각 난류 모델들이 예측한 매끄러운 표면에서의 대수속도분포(log-law velocity profile)와 평균속도분포(mean velocity profile)를 비교하였다. 여기에서 u_m 은 채널 내부의 평균유속이다. 매끄러운 표면에서의 난류속도분포는 대수법칙 영역에서 세 가지 모델의 예측 값이 잘 일치하고 있으며, 평균속도분포 역시 각 난류 모델들이 예측한 결과가 서로 잘 일치하였다. Fig. 5에는 각 난류 모델들이 예측한 다양한 거칠기 높이(k_s^+)에 따른 대수속도분포를 나타내었다. 거칠기 이론에 따라서 거칠기 효과가 증가함에 따라 벽법칙의 대수법칙영역에서 기울기는 동일하고, 절편이 다른 거칠기 함수(ΔB)만큼의 이동을 보

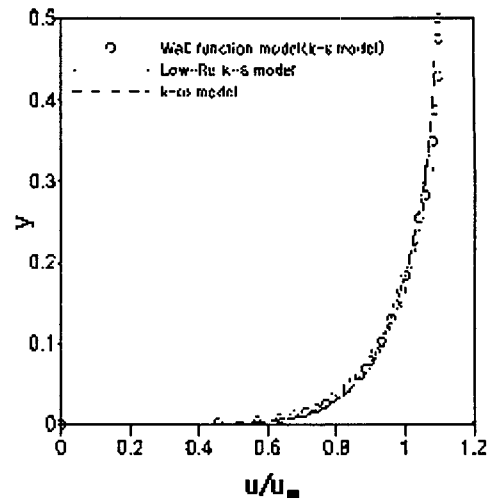
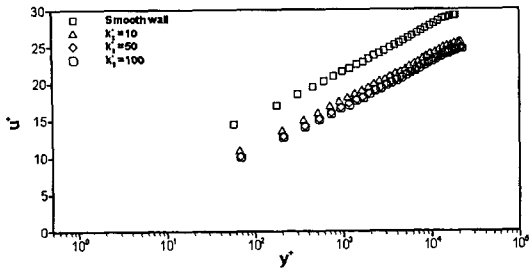
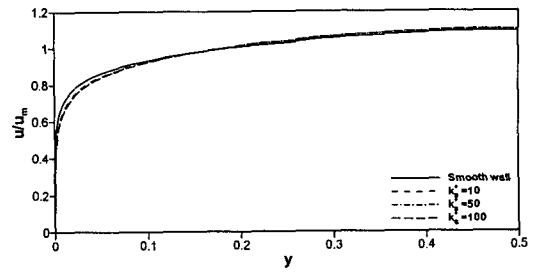


Fig. 4 Comparison of mean velocity profiles for smooth surfaces

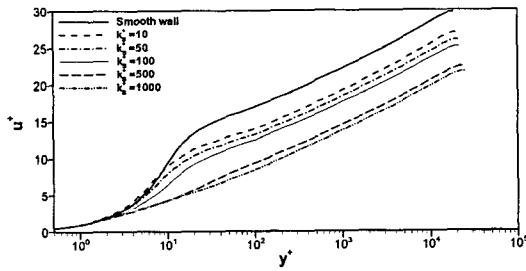
여주고 있다. 각 모델에 적용된 거칠기 높이는 벽함수 수정 모델의 경우 100, 저 레이놀즈수 $k-\epsilon$ 모델과 $k-\omega$ 모델은 1000까지 거칠기 높이를 적용하였다. 벽함수 수정모델의 경우 거칠기 높이가 50 이상이 되면 거칠기 함수의 이동은 거의 변화가 없음을 알 수 있다. Fig. 6은 각 난류 모델이 예측한 평균속도분포를 나타내었다. 거칠기 효과에 의해서 벽 근처에서 속도가 감소하고, 채널의 중심에서 속도가 증가하는 것을 알 수 있다. 그리고 Fig. 7과 Fig. 8에서는 거칠기 높이가 50과 100일 때 대수속도분포와 평균속도분포를 비교하였다. 대수속도분포의 경우 거칠기 높이가 50일 때 저 레이놀즈수 $k-\epsilon$ 모델은 다른 난류모델과 약 10%의 차이를 보이고 있으며, 거칠기 높이가 100일 경우 $k-\omega$ 모델은 다른 난류모델과 10% 이상 차이를 보이고 있다. 하지만 평균속도분포의 경우 각 난류모델이 예측한 결과는 약 0.5%의 차이를 보이고 있다. Fig. 9에서는 거칠기 높이에 따라 예측된 벽근처 난류속도분포로부터 거칠기 함수(ΔB)를 결정하였다. 즉, 완전 난류 지역에서 매끄러운 표면에서 벽근처 대수속도분포로부터 대수법칙의 하향 수정한 결과와 Cebeci와 Bradshaw,⁽⁷⁾ Tani⁽⁸⁾에 의해 제안된 거칠기 함수와 비교하였다. 벽함수 수정모델의 경우 실험결과와 큰 차이를 보이고 있으며, 거칠기 높이가 50 이상이 되면 거칠기 효과에 따른 거칠기 함수(ΔB)



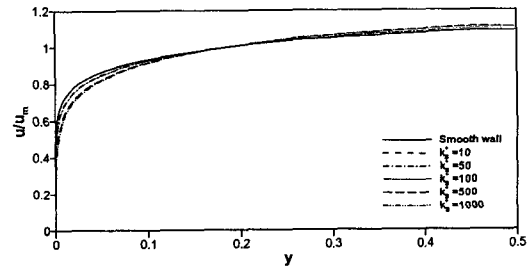
(a) Wall function model (Standard k-ε model)



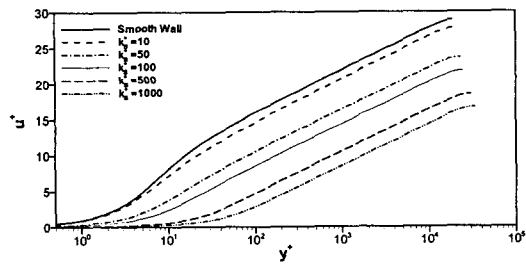
(a) Wall function model (Standard k-ε model)



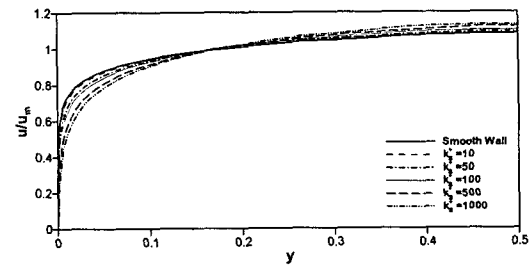
(b) Low-Reynolds number k-ε model



(b) Low-Reynolds number k-ε model



(c) k-ω model



(c) k-ω model

Fig. 5 Log-law velocity profiles near a wall for various sandgrain roughness heights

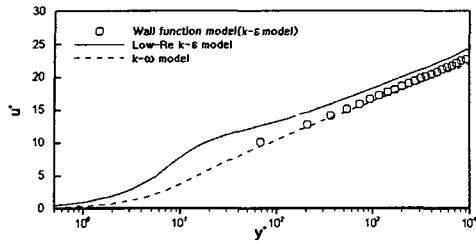
Fig. 6 Mean velocity profiles for various sandgrain roughness heights

의 하향 수정에는 거의 변화가 없음을 알 수 있다. 그리고 저 레이놀즈수 k-ε모델의 경우 거칠기 높이에 따라 거칠기 함수의 변화가 있지만 실험 결과와는 큰 차이를 보이고 있다. k-ω모델의 경우는 전 영역에서 거칠기 높이에 따른 거칠기 함수의 변화가 실험결과와 일치하고 있다. Fig. 10은 Moody diagram의 형식에서 마찰계수를 보여주고 있다. 수치계산 결과를 벽함수 수정 모델의 경우는 매끄러운 표면과 거칠기 높이(k_s^+)가 10, 50, 100인 경우에 대한 마찰 공식 결과와 비교하였

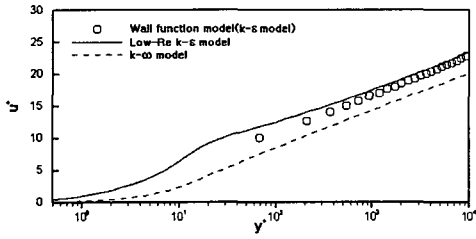
다. 그리고 저레이놀즈 수 k-ε모델과 k-ω모델은 매끄러운 표면과 거칠기 높이(k_s^+)가 10, 50, 100, 500, 1000인 경우에 대하여 각각 마찰공식 결과와 비교하였다. 매끄러운 표면에 대한 마찰공식은 매끄러운 표면의 속도분포를 나타내는 식 (1)으로부터 다음과 같이 나타낼 수 있고,

$$\sqrt{\frac{2}{C_f}} = \frac{1}{\chi} \left\{ \ln \left(\sqrt{\frac{C_f}{8}} Re_H \right) - 1 \right\} + B \quad (29)$$

여기서

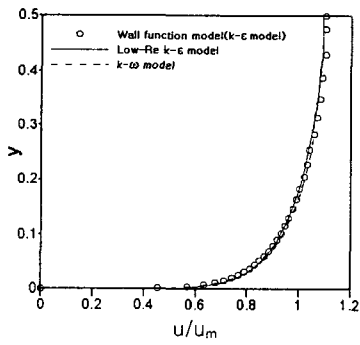


(a) $k_s^+ = 50$

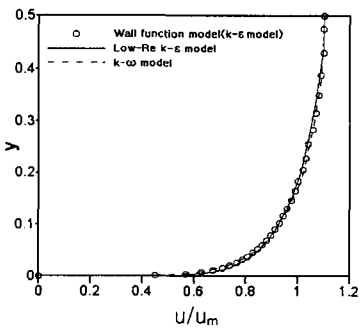


(b) $k_s^+ = 100$

Fig. 7 Comparison of log-law velocity profiles near a wall for rough surfaces



(a) $k_s^+ = 50$



(b) $k_s^+ = 100$

Fig. 8 Comparison of mean velocity profiles for rough surfaces

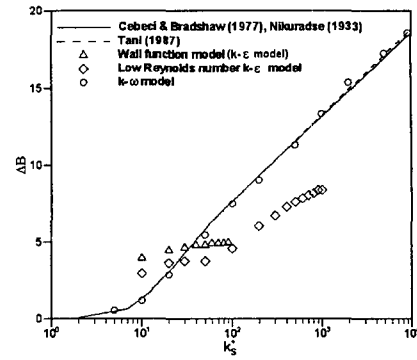
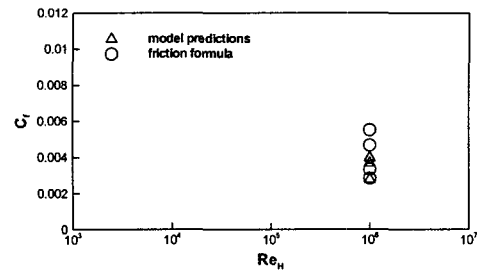
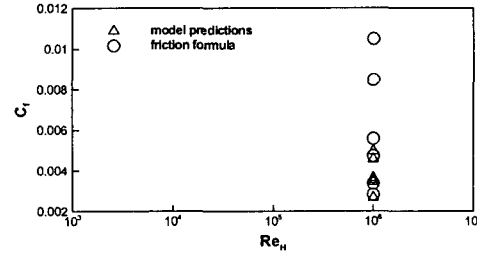


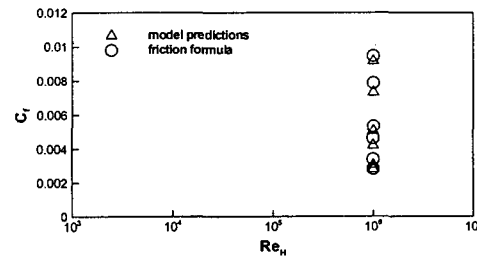
Fig. 9 Plot of the roughness function ΔB for various sandgrain roughness heights



(a) Wall function model (Standard k- ϵ model)



(b) Low-Reynolds number k- ϵ model



(c) k- ω model

Fig. 10 Drag coefficients for smooth and fully rough regimes in channel flow

$$C_f = \frac{\tau_w}{\frac{1}{2} \rho u_m^2}, \quad Re_H = \frac{u_m H}{\nu} \quad (30)$$

이며, H는 채널의 높이이다.

유사하게 완전 거친 표면에서의 속도분포를 나타내는 식 (2)으로부터 다음과 같은

$$\sqrt{\frac{2}{C_f}} = \frac{1}{x} \left[\ln \frac{1}{2 \frac{k_s}{H}} - 1 \right] + B - \Delta B \quad (31)$$

완전히 거친 표면에 대한 마찰공식이 유도된다. 매끄러운 표면에 대해서는 3가지 모델의 마찰계수값이 이론적인 값과 잘 일치한다. 그러나 거칠기가 50이상으로 증가하면서, 벽함수 수정모델과 저 레이놀즈수 k-ε모델의 경우 마찰계수를 이론값보다 적게 예측하고 있다. 이것은 Fig. 9에 나타난 거칠기 함수의 차이가 마찰 계수에서의 차이로 나타나고 있음을 보여준다. 반면 k-ω모델의 경우는 전 거칠기 영역에서 마찰계수를 전반적으로 잘 예측하고 있다.

5. 결론

본 연구는 2차원 채널유동에서 완전히 발달된 난류 유동장을 표면 거칠기 함수를 고려한 벽함수 수정 모델, 저 레이놀즈수 k-ε 모델, 그리고 k-ω 모델을 사용하여 매끄러운 표면과 거친 표면에 대해서 수치계산을 수행하였다. 수치해석 결과는 매끄러운 표면과 거친 표면에서 실험 결과와 주의 깊게 비교하여 계산결과의 신뢰성을 입증하였다. 본 연구에 의한 표면 거칠기 효과를 고려한 난류 모델의 해석결과를 통해 다음과 같은 결론을 얻었다.

(1) 표준 k-ε모델을 사용하여 수정된 벽함수 수정 모델의 경우 표면 거칠기 효과에 따른 결과를 예측하지 못하였다. 그리고 난류모델에 적용할 수 있는 거칠기 높이가 전이 거칠기 표면으로 한계를 보이고 있다.

(2) 저 레이놀즈수 k-ε모델의 경우 모델함수에 포함된 거칠기 항의 물리적인 근거 부족으로 표면 거칠기 효과에 따른 정확한 결과를 예측하지 못하였다.

(3) k-ω모델의 경우 거칠기 효과를 고려하였을 때 난류속도분포 및 마찰계수 등의 계산결과는 실험결과와 비교하여 전반적으로 좋은 결과를 나

타내었으며, 넓은 범위의 표면 거칠기 효과를 고려할 수 있었다.

참고문헌

- (1) Krishnappan, B. G., 1984, "Laboratory Verification of a Turbulent Flow Model," *Journal of Hydraulic Engineering*, ASCE, Vol. 110, No. 4, pp. 500-514.
- (2) Patel, V. C., Chon J. T. and Yoon J. Y., 1991, "Turbulent Flow in a Channel with a Wavy Wall," *Journal of Fluids Engineering*, ASME, Vol. 113, No. 4, pp. 579-586.
- (3) Patel, V. C., Rodi W. and Scheuerer G., 1985, "Turbulent Models for Near-Wall and Low Reynolds Number Flows : A Review," *AIAA J.*, Vol. 23, pp. 1308-1319.
- (4) Tarada, R. P., 1990, "Prediction of Rough-Wall Boundary Layers Using a Low Reynolds Number k-ε Model," *International Journal of Heat and Fluid Flow*, Vol. 11, No. 4, pp. 331-345.
- (5) Zhang, H., Fagfri, M. and White, F. M., 1996, "A New Low-Reynolds Number k-ε Model for Turbulent Flow Over Smooth and Rough Surfaces," *Journal of Fluids Engineering*, Vol. 118, pp. 255-259.
- (6) Wilcox, D. C., 1993, *Turbulent Modeling for CFD*, DCW Inc.
- (7) Cebeci, T., and Bradshaw, P., 1977, *Momentum Transfer in Boundary Layers*, Hemisphere Publishing Corporation.
- (8) Tani, J., 1987, *Turbulent Boundary Layer Development over Rough Surfaces*, Perspectives in Turbulent Studies, Springer.
- (9) White, F. M., 1991, *Viscous Fluid Flow*, McGraw-Hill, Inc., New York.
- (10) Nikuradse, J., 1950, "Law of Flow in Rough Pipes," National Advisory Committee for Aeronautics, NACA TM 1292 (Translation from VDI-Forschungsheft 361, 1933).
- (11) Schlichting, H., 1936, "Experimentelle Untersuchungen zum Rauigkeitsproblem," *Ingenieur-Archiv.*, Vol. 7, pp. 1-34; (Also, "Experimental Investigation of the Problem of

- Surface Roughness," NACA TM 823).
- (12) Patel, V. C., Rodi, W., and Scheuerer, G., 1985, "Turbulence Models for Near-Wall and Low Reynolds Number Flows: A Review," *AIAA Journal*, Vol. 23, pp. 1308~1319.
- (13) Launder, B. E., and Sharma, B. I., 1974, "Application of the Energy-Dissipation Model of Turbulence to the Calculation of Flow Near a Spinning Disc," *Letters in Heat and Mass Transfer*, Vol. 1, pp. 131~138.
- (14) Hoffmann, G. H., 1975, "Improved Form of the Low-Reynolds Number $k-\epsilon$ Turbulence Model," *Physics of Fluids*, Vol. 18, pp. 309~312.
- (15) Lam, C. K. G., and Bremhorst, K., 1981, "A Modified Form of the $k-\epsilon$ Model for Predicting Wall Turbulence," *Journal of Fluid Engineering*, ASME, Vol. 103, pp. 456~460.
- (16) Reynolds, W. C., 1976, "Computation of Turbulent Flows," *Annual Review of Fluid Mechanics*, Vol. 8, pp. 183~208.
- (17) Dutoya, D., and Michard, P., 1981, "A Program for Calculating Boundary Layers along Compressor and Turbine Blades," *Numerical Methods in Heat Transfer*, R. W. Lewis, K. Morgan, and O. C. Zienkiewicz, eds., Wiley, New York.
- (18) Hassid, S., and Poreh, M., 1978, "A Turbulent Energy Dissipation Model for Flows with Drag Reduction," *Journal of Fluid Engineering*, ASME, Vol. 100, pp. 107~112.
- (19) Chien, K. Y., 1982, "Predictions of Channel and Boundary-Layer Flows with a Low-Reynolds Number Turbulence Model," *AIAA Journal*, Vol. 20, pp. 33~38.
- (20) Nagano, Y., and Hishida, M., 1987, "Improved Form of the $k-\epsilon$ Model for Wall Turbulent Shear Flows," *Journal of Fluids Engineering*, ASME, Vol. 109, pp. 156~160.
- (21) Lam, C.K.G., and Bremhorst, K., 1981, "A Modified Form of the $k-\epsilon$ Model for Predicting Wall Turbulence," *Journal of Fluids Engineering*, ASME, Vol. 103, pp. 456~460.
- (22) Patankar, S. V., 1980, *Numerical Heat Transfer and Fluid Flow*, McGraw-Hill.