

## 고속 이송계의 통합설계

김민석<sup>†</sup> · 정성종<sup>\*</sup>

(2003년 2월 3일 접수, 2003년 10월 20일 심사완료)

### Integrated Design of High-speed Feed Drive Systems

Min-Soek Kim and Sung-Chong Chung

**Key Words :** Abbe Error(아베오차), High-Speed Feed Drive System(고속이송계), Integrated Design(통합설계), Mechatronic System(메카트로닉시스템), Nonlinear Optimal Design(비선형 최적설계), Radius Error(반경오차), Stability(안정성)

#### Abstract

High-speed feed drive systems have been widely used in the manufacturing and semiconductor industries. Specifications for high-speed systems require more advanced capabilities than conventional feed drive systems. It is necessary to devise special design concepts to achieve the level of performance for high-speed feed drive systems. In this paper, an integrated design method is proposed for high-speed feed drive systems in which the interactions between mechanical and electrical subsystems ought to be considered simultaneously during the design process. Based on the integrated design method, a nonlinear optimal design procedure of mechanical subsystems considering the Abbe and radius errors is accomplished through the design process of electrical subsystems satisfying the control stability and the saturation condition of actuators as well as the relative stability. Both mechanical and electrical parameters are considered as design variables. Simulations and numerical case studies show that the integrated design method of high-speed feed drive systems creates results satisfying the desired performances of mechatronic systems.

#### 기호설명

$\theta_s$  : 볼스크류 회전각도, rad  
 $\theta_m$  : 모터 회전각도, rad  
 $X_s$  : 너트 직선운동거리, m  
 $X_t$  : 테이블 직선운동거리, m  
 $F^x$  : 테이블에 작용하는 힘, N  
 $M_t$  : 테이블 질량, kg  
 $L_{bs}$  : 볼스크류 길이, m  
 $\rho$  : 볼스크류 밀도, kg/m<sup>3</sup>  
 $a_t$  : 테이블 폭, m  
 $b_t$  : 테이블 길이, m

$h$  : 테이블 높이, m  
 $D_{bs}$  : 볼스크류 지름, m  
 $E$  : 볼스크류 탄성계수, Pa  
 $I$  : 볼스크류 관성모멘트, kg·m<sup>2</sup>  
 $G_m(s)$  : 이송계 기계부 전달함수  
 $K_t$  : 모터토크상수, N·m/A<sub>rms</sub>  
 $\tau_D$  : 외란, N  
 $K_p$  : 위치제어기 비례이득, V/V  
 $K_v$  : 속도제어기 비례이득, V/V  
 $K_i$  : 속도제어기 적분이득, V/V  
 $G_o(s)$  : 개루프 전달함수  
 $G_c(s)$  : 폐루프 전달함수  
 $N_C$  : 폐루프 전달함수 분자항  
 $D_C$  : 폐루프 전달함수 분모항  
 $\varepsilon$  : 아베오차(Abbe error), mm  
 $E_R$  : 반경오차, m/m  
 $f_b$  : 이송계 대역폭, Hz

<sup>†</sup> 책임저자, 한양대학교 대학원 기계설계학과

<sup>\*</sup> 회원, 한양대학교 기계공학부  
 E-mail : chung@hanyang.ac.kr  
 TEL : (02) 2290-0444 FAX : (02)2298-4634

$J_{eq}$  : 이송계 등가관성,  $kg \cdot m^2$

1. 서론

산업현장에서 고속 기계가공시스템과 고속 위치결정시스템은 중요한 위치를 차지한다. 반도체 조립장비의 위치결정시스템의 경우 평균가속도 3G, 최대이송속도 120 m/min 의 고속화 특성이 요구되며, 자동차, 금형 및 항공부품 등의 가공을 위한 공작기계의 경우 평균 절삭속도 40 m/min, 평균가속도 2G 정도의 고속 이송계가 요구된다. 이와 같은 고속 이송계는 난삭재 가공, 조립정밀도 및 표면품위의 향상, 그리고 생산성 증대에 필수적인 요소로서 필요성이 급격히 증가하고 있다.<sup>(1-2)</sup>

이송계는 기계요소와 제어요소로 구성된 대표적인 메카트로닉시스템(mechatronic system)이다. 이러한 메카트로닉시스템은 구성요소들이 에너지적으로 밀접한 연관성이 있으며 서로 구속조건을 부과 하기 때문에 시스템의 성능은 각 구성 요소들의 독립적인 성능은 물론 구성 요소들간의 상호관계에 의해 결정된다.<sup>(3-5)</sup> 그러나 이송계 설계에 관한 대부분의 연구는 각 요소들만을 대상으로 하는 요소설계가 주로 이루어져 왔다.<sup>(6-10)</sup>

Koren<sup>(6)</sup>은 이송계의 윤곽오차를 감소시키기 위해서 상호결합제어기(cross-coupled controller)를 제안하였으며, Tomizuka<sup>(7)</sup>는 이송계 추종오차를 향상시키기 위해 영위상오차 추종제어기(zero phase error tracking controller)를 제안하였다. 그러나 이와 같은 제어요소 설계법은 기계요소의 설계정보를 제공할 수 없다. Ebrahimi 등<sup>(8)</sup>은 이송계 기계요소 파라미터 변화에 따른 강성과 비선형성에 대한 연구를 수행하였으며, Wu 등<sup>(9)</sup>은 2 단계의 최적화기법을 사용하여 공작기계 구조부를 설계하는 방법을 제안하였다.

따라서, 고속 이송계와 같은 고성능의 메카트로닉시스템을 설계하기 위해서는 기존의 요소설계를 시스템 설계로 확장시킨 통합설계방법론(integrated design methodology)이 요구된다.<sup>(3,11)</sup> 통합설계란 전체 시스템의 정적 및 동적 응답의 요구되는 특성이 주어지면 시스템의 각 요소(2 개 이상)에 대한 설계필요사항을 구하는 것이다.<sup>(12)</sup>

능동자기베어링(active magnetic bearing)의 설계에서 Park 과 Chung,<sup>(11,13)</sup> 그리고 Chang 과 Chung<sup>(14)</sup> 등은 최적설계법을 이용하여 PID 제어기를 가진 축방향 자기베어링 시스템을 안정성, 강인성 등의 주어진 성능명세를 만족하면서 가장 작은 체적을

갖도록 통합설계를 수행하였다. 이송계의 경우 Dequidt 등<sup>(15)</sup>은 기계요소와 제어요소(비례-미분제어기)의 상호관계를 고려하여 이송계의 대역폭과 최적의 관성비 설계방법을 제안하였지만, 제어기의 설계변경 정보와 기계요소의 치수정보(볼스크류 지름 등)를 제공하지 못하였으며, Kakino 등<sup>(16)</sup>은 JK-map 을 사용하여 기계요소를 설계한 후, 서보강성을 최대화하는 제어요소를 설계하였다. 그러나 이와 같은 방법은 기계요소의 파라미터를 선결한 후 그에 맞는 제어요소를 설계하기 때문에 기계요소 설계시 제어기의 성능을 고려할 수 없다.

본 논문에서는 정밀이송계 설계에서 필수적으로 고려되어야 할 윤곽오차 및 아베오차(Abbe error)를 최소화하면서 안정성, 응답성, 그리고 경제성 등을 고려한 볼스크류 방식의 고속 이송계의 통합설계를 수행하였다. 기계요소 및 제어요소의 모델링과 해석을 통해 각 구성 요소들 간의 상호관계와 이송계 오차를 규명하고, 각 요소의 성능과 상호관계가 전체 이송계 시스템의 성능에 미치는 영향을 해석하였다. 해석된 결과를 바탕으로 통합설계에 필요한 설계변수, 목적함수 그리고 제한조건을 정의하였으며, 비선형 최적설계 기법을 사용하여 고속 이송계의 통합설계를 수행하였다.

2. 고속 이송계의 모델링 및 해석

통합설계에서는 각 구성 요소들의 성능과 상호작용에 대한 정확한 정보가 요구되므로 기계요소 및 제어요소의 엄격한 모델링 및 해석이 필요하다.

2.1 기계요소 모델링

이송계의 기계요소는 동력원인 모터와 모터의 회전운동을 직선운동으로 변환하는 볼스크류와 너트, 지지베어링, 그리고 테이블 등으로 구성되며 Fig. 1 과 같이 나타낼 수 있다. 모터토크  $\tau_m$  는 커플링(coupling) 및 볼스크류의 회전운동으로 변환되며, 모터와 볼스크류 사이에는 커플링과 볼스크류의 비틀림 강성으로 인한 탄성변위량이 존재한다.

$$\tau_m = J_m \frac{d^2}{dt^2} \theta_m \tag{1}$$

$$\theta_s - \theta_m = \delta\theta = \frac{\tau_m}{K_\theta} \tag{2}$$

여기서,  $J_m$  은 등가회전관성으로 모터회전자관성  $J_r$  및 볼스크류 회전관성  $J_{bs}$  의 합이며,  $K_\theta$  는 커

플링 비틀림 강성  $K_\theta^b$  및 볼스크류 비틀림 강성  $K_\theta^{bs}$ 의 합이다. 볼스크류의 회전운동은 너트에 의해 직선운동으로 변환되며 너트와 테이블 사이에는 볼스크류, 지지베어링, 그리고 너트의 축방향 강성으로 인한 탄성변위량이 존재한다.

$$X_s = R\theta_s, \quad R = \frac{l}{2\pi} \quad (3)$$

$$F_t = M_t \frac{d^2}{dt^2} X_t \quad (4)$$

$$X_s - X_t = \delta X = \frac{F_t}{K_{eq}} \quad (5)$$

여기서,  $l$ 은 볼스크류의 피치,  $K_{eq}$ 는 이송계의 축방향 등가강성으로 볼스크류 강성  $K_{bs}$ , 너트강성  $K_N$ , 그리고 지지베어링 강성  $K_B$ 의 합으로 나타낸다. 그러나 너트 및 지지베어링의 강성은 예압하중, 볼의 크기, 직경 및 개수, 볼의 접촉각 등의 함수이며, 이와 같은 요소들을 모두 포함하여 모델링 및 해석을 수행하기에는 여러 문제점이 있다. 따라서 본 논문에서는 너트 및 지지베어링의 강성과 볼스크류 지름 사이의 관계를 식 (6)과 같이 선형으로 가정하였으며, 너트 및 지지베어링 제조업체의 기술자료<sup>(17)</sup>로부터 식 (6)의 계수들을 규명하였다. Fig. 2는 볼스크류 지름변화에 따른 너트강

$$\left. \begin{aligned} K_N &= a_N D_{bs} + b_N \\ K_B &= a_B D_{bs} + b_B \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

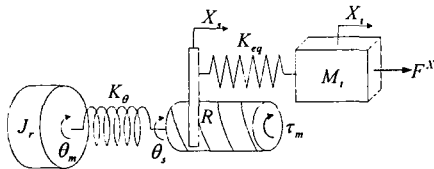


Fig. 1 Schematic diagram of feed drive system

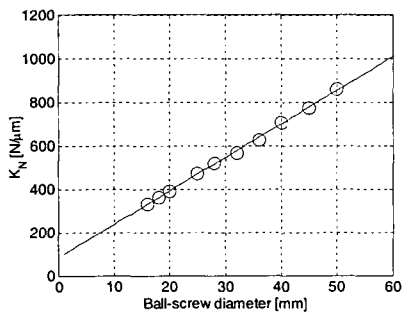


Fig. 2 Nut stiffness according to ballscrew diameter

성의 변화를 나타낸 것이다. 비틀림 강성으로 인한 탄성변위량은 축방향 강성으로 인한 탄성변위량보다 매우 작다고 가정하면 ( $\theta_m \ll \theta_s$ ) 식 (1)-(5)로부터 이송계 기계부의 블록선도와 전달함수(모터토크와 테이블 속도 사이의 전달함수)는 각각 Fig. 3과 식 (7)으로 나타낼 수 있다.

$$G_m(s) = \frac{V_t(s)}{T_m(s)} = \frac{R \cdot K_{eq} s}{J_{eq} s^2 (M_t s^2 + K_{eq})} \quad (7)$$

2.2 제어요소 모델링

이송계에 적용되는 제어구조는 일반적으로 전류제어기, 속도제어기, 위치제어기가 서로 계단식으로 연결된 계단형 제어구조(cascade control structure)를 가진다. 이 중 전류제어기는 수 kHz의 대역폭을 가지며 속도 및 위치 제어기의 시정수에 비해 매우 작은 시정수를 가지기 때문에 이득 1의 시스템으로 가정할 수 있다. 이송계 위치제어 시스템의 구조를 간략화 하여 Fig. 4에 도시하였다. 여기서,  $X_c$ 는 지령위치,  $X_t$ 는 실제위치이며,  $C_1(s)$ 는 위치제어기로서 비례제어기를,  $C_2(s)$ 는 속도제어기로서 비례적분제어기를 채택하였다.

$$C_1(s) = K_p \quad (8)$$

$$C_2(s) = K_i \left( K_v + \frac{K_i}{1 + \tau_i s} \right) \quad (9)$$

속도제어기의 적분항의 경우 이론적인 적분기가 아닌 식 (9)와 같이 낮은 주파수에서 제어입력의 포화로 인해 큰 시정수  $\tau_i$ 를 갖는 1차 시스템으로 현실화 하였다. 또한  $C_{eq}(s)$ 는 등가제어기,  $G_{eq}(s)$ 는 등가제어대상으로 식 (10)과 같이 나타낼 수 있다.

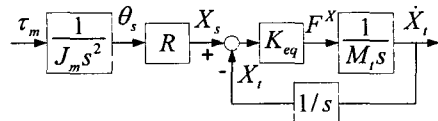


Fig. 3 Mechanical model of feed drive system

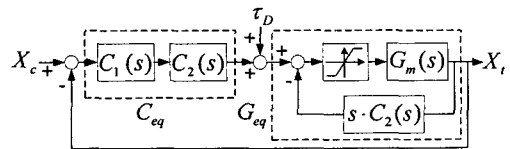


Fig. 4 Equivalent block diagram of feed drive system

$$\left. \begin{aligned} C_{eq}(s) &= C_1(s) \cdot C_2(s) \\ G_{eq}(s) &= \frac{G_m(s)}{1+s \cdot G_m(s)C_2(s)} \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

Fig. 4로부터 이송계 시스템의 개루프 전달함수  $G_o(s)$  및 폐루프 전달함수  $G_c(s)$ 를 구하면 다음과 같다.

$$G_o(s) = C_{eq}(s) \cdot G_{eq}(s) \quad (11)$$

$$G_c(s) = \frac{N_c(s)}{D_c(s)} = \frac{C_{eq}(s) \cdot G_{eq}(s)}{1+C_{eq}(s) \cdot G_{eq}(s)} \quad (12)$$

### 3. 이송계 성능함수

#### 3.1 윤곽오차

이송계의 윤곽오차 중 원호보간 시 발생하는 반경오차는 입력지령의 주파수에 비례하며 전체 시스템의 동적특성에 의해 영향을 받는다. 따라서 고속 이송계의 반경오차를 감소시키기 위해서는 제어요소는 물론 기계요소의 특성을 모두 고려하여 설계해야 한다. 이송계의 반경오차를 유도하기 위해 단일 입출력 시스템을 고려한다. 이송계 입력의 두 축으로 90°의 위상차를 가지는 크기  $R_i$ , 주파수  $\omega_i$ 의 정현파 입력을 가정하면 정상상태(steady-state)에서 지령원(command circle)의 반지름과 실제 이송계가 수행한 원운동의 반지름 사이에 다음과 같은 관계가 성립한다.

$$X_c = R_i \sin(\omega_i t) \quad (13)$$

$$\begin{aligned} X_t &= R_i \cdot |G_c(j\omega_i)| \cdot \sin(\omega_i t + \angle G_c(j\omega_i)) \\ &= R_o \sin(\omega_i t + \phi_G) \end{aligned} \quad (14)$$

여기서,  $R_o$ 는 출력원의 반지름,  $\phi_G$ 는 입력과 출력 사이의 위상차이다. 따라서 식 (13),(14)로부터 이송계의 반경오차는 다음과 같이 된다.

$$\left. \begin{aligned} \Delta R &= \frac{R_i - R_o}{R_i} = 1 - \frac{R_o}{R_i} \\ &= 1 - \sqrt{\text{Re}[G_c(j\omega_i)]^2 + \text{Im}[G_c(j\omega_i)]^2} \\ \phi_G &= \tan^{-1} \frac{\text{Im}[G_c(j\omega_i)]}{\text{Re}[G_c(j\omega_i)]} \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

식 (15)에서  $\Delta R > 0$ 이면 지령보다 반지름이 작은

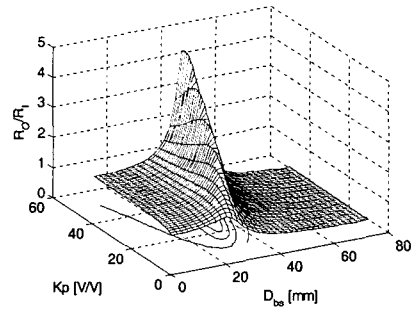


Fig. 5 Effect of mechanical-electrical interaction to radius error

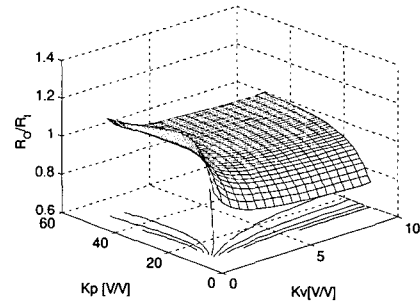


Fig. 6 Effect of electrical parameters to radius error

원운동을 수행하는 경우(반경감소오차) 이고,  $\Delta R < 0$ 이면 지령보다 반지름이 큰 원운동을 수행하는 경우(반경증가오차)이다.

Fig. 5, 6은 이송계의 기계요소와 제어요소 파라미터의 변화에 따른 반경오차( $R_o/R_i$ ) 변화를 보인 것이다. Fig. 5에서 볼스크류 직경과 위치제어기의 이득 사이에 반경증가오차가 급격하게 증가하는 조합이 존재하는 것을 확인할 수 있으며, 단순한 요소설계에 의해서는 Fig. 5와 같이 기계요소와 제어요소 사이의 상호관계를 고려할 수 없다. 또한 Fig. 6에서와 같이 제어기 이득의 크기가 증가할수록 반경오차는 감소하며 위치제어기 이득이 작은 경우는 반경감소오차를, 속도제어기 이득이 작은 경우는 반경증가오차를 유발한다.

#### 3.2 시스템의 안정성 및 응답성

이송계시스템이 안정하기 위해서는 식 (12)의 폐루프 전달함수 극점의 실수부가 모두 음수여야 하며, 이는 시스템의 공칭안정성(nominal stability)을 나타낸다.

$$\left. \begin{aligned} \text{Re}(p_j) &\leq 0 \\ p_j &= \{p : D_c(p_j) = 0\}, j = 1 \sim 7 \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

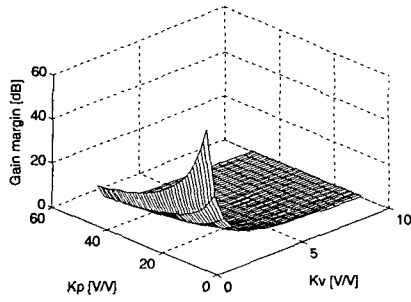


Fig. 7 Effect of electrical parameters to system stability

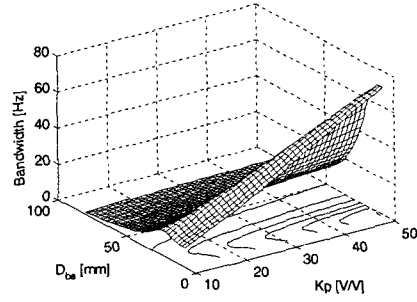


Fig. 9 Effect of mechanical-electrical interaction to response

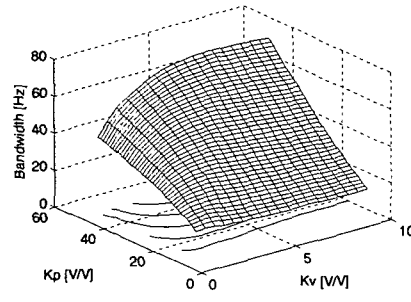


Fig. 8 Effect of electrical parameters to response

또한 시스템의 모델링 오차 및 불확실성 (uncertainty)이 존재하더라도 설계된 시스템이 안정하기 위해서는 단일 입출력 시스템에서 사용되는 이득여유(gain margin)  $A_m$  와 위상여유(phase-margin)  $\phi_m$ 를 고려해야 한다.

$$\left. \begin{aligned} A_m &= \frac{1}{|G_o(j\omega_p)|} \\ \omega_p &= \min\{\omega : \angle G_o(j\omega) = -\pi\} \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

$$\left. \begin{aligned} \phi_m &= [\angle G_o(j\omega_g)] + \pi \\ \omega_g &= \min\{\omega : |G_o(j\omega)| = 1\} \end{aligned} \right\} \quad (18)$$

여기서,  $\omega_p, \omega_g$ 는 각각 위상교차주파수와 이득여유주파수이다. 이득여유와 위상여유는 단독적으로 상대안정성(relative stability)을 고려할 수 없으므로 시스템의 상대안정성을 고려하기 위해서는 두 개의 값을 모두 검토해야 하며 0 보다 큰 값이 요구된다.

$$\left. \begin{aligned} 0 < A_m^* \leq A_m \\ 0 < \phi_m^* \leq \phi_m \end{aligned} \right\} \quad (19)$$

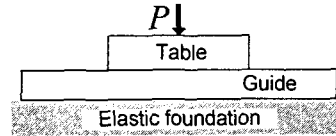


Fig. 10 Feed drive structure model on elastic foundation

Fig. 7 은 이송계 제어요소 이득값의 변화에 따른 시스템의 안정도 변화를 나타낸 것이다. Fig. 6 과 비교하였을 때 제어기의 이득값이 증가할수록 반경오차는 감소하지만 시스템의 안정도는 저하되는 것을 확인 할 수 있다.

시스템의 응답성은 페루프 전달함수의 대역폭 (bandwidth)으로부터 검토할 수 있으며, 시스템의 대역폭  $f_B$ 은 식 (20)과 같이 정의된다.

$$\left. \begin{aligned} f_B &= \frac{\omega_B}{2\pi} \\ \omega_B &= \left\{ \omega : |G_c(j\omega)| = \frac{1}{\sqrt{2}} \right\} \end{aligned} \right\} \quad (20)$$

Fig. 8, 9 는 이송계 기계요소와 제어요소 파라미터의 변화에 따른 시스템 응답성의 변화를 나타낸 것이다. 기계요소의 크기가 감소하고, 제어요소의 제어 이득값이 증가할수록 시스템의 응답성은 향상되는 것을 확인할 수 있다.

### 3.3 외력에 의한 이송계 변형

공작기계 이송계의 경우 가공물의 하중이나 절삭력에 의해 이송계 기계요소의 변형이 발생한다. 이송계 구조계의 변형량을 유도하기 위해 Fig. 10 과 같은 탄성기반(elastic foundation)의 보 (beam)를 고려한다.<sup>(18)</sup>

이송계의 경우 평행한 두 개의 긴 지지보(구름 안내면) 위에 하나의 짧은 보(테이블)가 서로 직교되어 있는 것으로 모델링 할 수 있으며, 이와 같은 경우 탄성기반의 스프링 상수  $k$ 는 식 (21)과

같이 나타낼 수 있다.

$$k = \frac{K_g}{L_s}, K_g = \frac{P}{\delta_c} = \frac{48E_g I_g}{L_g^3} \quad (21)$$

여기서,  $P$  는 보에 작용하는 집중하중,  $K_g$  는 지지보의 강성,  $L_g$  는 지지보의 길이,  $\delta_c$  는 길이가  $L_g$  인 단순지지보 중앙에서의 변형량,  $L_s$  는 지지보 사이의 거리, 그리고  $E_g, I_g$  는 각각 지지보의 탄성계수와 관성모멘트를 나타낸다. 따라서 이송계 구조계의 Z 축 방향 최대 변형량  $\delta_z$  는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\delta_z = \frac{\beta}{2k} \left( \frac{2 + \cos \beta a_1 + \cosh \beta a_1}{\sin \beta a_1 + \sinh \beta a_1} \right) (F_c^z + F_w) \quad (22)$$

여기서,

$$\beta = \left( \frac{k}{4E_s I_s} \right)^{\frac{1}{4}} = \left( \frac{27I_g}{a_i b_i (h L_g)^3} \right)^{\frac{1}{4}} \quad (23)$$

이며,  $F_c^z$  는 Z 축 방향의 절삭력,  $F_w$  는 가공물과 테이블의 질량에 의한 힘이다. 이러한 절삭력 및 하중에 의한 이송계의 변형은 결국 가공정밀도에 영향을 미치게 되므로 이송계의 설계시 이송계 기계요소의 최대변형량을 반드시 고려해야 한다.

$$\delta_z - \delta_{z_{max}}^c < 0 \quad (24)$$

### 3.4 이송계 최대속도 및 최대하중

이송계 기계요소의 설계 시 절삭력 등의 외란으로 인하여 축방향 압축하중이 작용할 때, 볼스크류축에 좌굴이 발생하지 않아야 한다. 또한 볼스크류는 다른 기계 요소와 마찬가지로 회전수가 높아지면 볼스크류축의 고유진동수에 접근하게 되어 공진이 발생할 수 있기 때문에 이송계의 최대 이송속도는 이러한 공진 주파수보다 낮아야 한다.

볼스크류의 좌굴하중 및 한계속도를 결정하기 위해 이송계의 볼스크류를 Fig. 11 과 같이 고속 이송계에서 사용되는 지지형식인 양단이 고정된 보 요소로 모델링 한다. Fig.11에서 좌굴이 발생할 수 있는 최소 축방향하중  $P_{cr}$  은

$$P_{cr} = \frac{4\pi^2 EI}{L_{bs}^2} = \frac{4\pi^2 E}{L_{bs}^2} \left( \frac{\pi D_{bs}^4}{64} \right) = \frac{\pi^3 E D_{bs}^4}{16 L_{bs}^2} \quad (25)$$

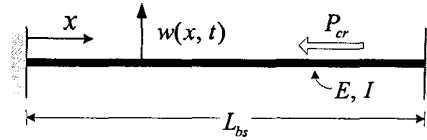


Fig. 11 Ballscrew model with fixed ends

이며, 이송계에 작용하는 최대 축 방향하중  $F_{max}^x$  에서 좌굴이 발생하지 않도록 볼스크류의 반경을 결정해야 한다.

$$F_{max}^x - P_{cr} \leq 0 \quad (26)$$

또한 Fig. 11 과 같은 보의 종방향 진동에 대한 운동방정식으로부터 보의 1 차 고유진동수는 다음과 같이 나타낼 수 있다.<sup>(19)</sup>

$$\omega = \frac{22.4}{L_{bs}^2} \sqrt{\frac{EI}{\rho A}} \quad (27)$$

따라서 이송계의 한계속도  $V_c$  는

$$V_c = \frac{l}{2\pi} \omega = \frac{11.2 D_{bs} l}{\pi L_{bs}^2} \sqrt{\frac{E_{bs}}{\rho_{bs}}} \quad (28)$$

으로 표현할 수 있다. 이와 같은 이송계의 한계속도는 이송계 기계요소에 의해 결정되며 시스템에 치명적인 공진을 유발하므로 원하는 최대이송속도보다 경험상 20~30% 정도 크게 설계되어야 한다.

$$1.2V_{max} - V_c \leq 0 \quad (29)$$

### 3.5 제어기의 포화

모든 제어기는 어느 한계 이상의 제어입력에서 포화되는 특성을 가진다. Fig. 4 와 식 (10)~(12)에서 제어요소로부터 모터에 인가되는 제어신호의 크기는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$S_{IN} = \left| \frac{C_{eq}(j\omega_i) G_{eq}(j\omega_i) R_i \sin(\omega_i t)}{[1 + C_{eq}(j\omega_i) \cdot G_{eq}(j\omega_i)] G_m(j\omega_i)} \right| \quad (30)$$

따라서 제어신호에 의한 최대 토크는 식 (31)과 같다.

$$\tau_{max}^c = \max \{ S_{IN} \} \cdot v \cdot K_t \quad (31)$$

여기서  $v$  는 전압-전류변환상수(A/V) 이다.

또한 이송계 기계요소의 관성에 의해 모터에

인가되는 최대토크는 식 (1)로부터 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\tau_{\max}^m = \max \left\{ J_m \cdot \frac{d^2 \theta_m}{dt^2} \right\} = J_m \frac{a_{\max}}{R} \quad (32)$$

이러한 제어기의 포화는 제어기의 가장 대표적인 비선형 특성으로서 제어요소 및 기계요소의 설계시 이러한 제어기의 포화가 발생하지 않는 범위에서 시스템이 동작할 수 있도록 설계해야 한다. 따라서 제어신호에 의한 최대토크는 식 (32)의 최대토크보다 작아야 하며, 식 (32)의 최대토크는 모터의 최대출력토크  $T_{\max}$  보다 작아야 한다.

$$\tau_{\max}^c - \tau_{\max}^m < 0 \quad (33)$$

$$\tau_{\max}^m - T_{\max} < 0 \quad (34)$$

#### 4. 통합설계 정식화

##### 4.1 통합설계의 목적

본 논문에서는 주어진 여러 제한조건들을 만족하면서 이송계의 반경오차 및 아베오차를 최소화하고 응답성을 최대화하는 다목적함수(multi-object function)의 통합설계를 수행하였다.

아베오차는 측정물과 측정 눈금선 사이의 거리를 뜻하는 아베오프셋(Abbe offset)에 의한 오차로서 고정도 시스템을 설계하는데 있어 반드시 고려해야 한다<sup>(20)</sup>. 이송계의 경우 Fig. 12 와 같이 엔코더(encoder)에 의해 위치검출이 이루어지는 볼스크류의 중심축과 실제 가공물이 놓이는 테이블 상면과의 거리를 아베오프셋  $D_{Abbe}$  으로 정의 할 수 있으며, 아베오프셋이 증가할수록 엔코더로부터 검출된 위치와 실제 가공이 이루어지는 위치 사이의 차  $\epsilon$  는 증가하게 된다. 따라서 고정도의 이송계를 설계하기 위해서는 위치검출기와 가공점 사이의 직각방향거리인  $D_{Abbe}$  를 최소화 해야 한다. 이와 같은 설계 원리는 시스템의 관성을 최소화하는 과정에

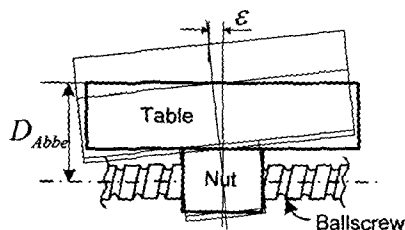


Fig. 12 Abbe error in feed drive system.

서 만족시킬 수 있다. 시스템의 관성이 감소하면 이송계 테이블의 상면의 크기가 설계변수로 주어진 경우 이송계 시스템의 부피가 감소하여 아베오프셋을 줄일 수 있다. 본 논문에서 정의한 다목적함수는 다음과 같다.

$$F(\mathbf{X}) = C_1 |\Delta R(\mathbf{X})| + C_2 \frac{1}{\omega_B(\mathbf{X})} + C_3 J_{eq}(\mathbf{X}) \quad (35)$$

여기서,  $\mathbf{X}$  는 설계변수벡터,  $C_1, C_2, C_3$  는 각 목적함수의 가중치이며,  $J_{eq}$  는 시스템 동가관성으로 다음과 같이 계산된다.

$$J_{eq} = J_m + M_p R^2 \quad (36)$$

이와 같은 다목적함수의 통합설계는 각 목적함수에 부여되는 가중치에 의해 설계자의 의도를 반영할 수 있다. 예를 들어 고속 드릴링 공정을 위한 이송계 설계의 경우 이송계 윤곽오차에 관련된 목적함수보다 시스템 응답성에 관련된 목적함수의 가중치를 높게 설정함으로써 설계자가 원하는 결과를 얻을 수 있다.

##### 4.2 통합설계 고려사항

이송계의 공칭 및 상대 안정성, 가공물 하중 및 절삭력에 의한 최대변형, 이송계 기계요소의 한계 속도, 그리고 제어입력 포화 등은 3 장의 해석결과를 바탕으로 하여 통합설계시 반드시 고려되어야 할 사항이다. 이와 같은 제한조건들을 Table 1 에 정리 하였다. 또한 시스템에 입력되는 지령치등 통합설계 과정에서 설계자에 의해 대입되어야 할 파라미터들은 Table 2 와 같다.

##### 4.3 통합설계 정식화

통합설계를 위한 설계변수는 볼스크류 지름, 볼스크류 피치, 아베오프셋, 그리고 각 제어루프의 제어이득을 선정하였다. 이와 같은 설계변수들은 기계요소와 제어요소의 변수가 모두 포함되어 있으므로 기존의 요소 설계에서 시스템 설계로 확장된 것을 알 수 있다. 따라서 고속 이송계의 통합설계는 식 (37)과 같이 일반화된 비선형 최적화 문제로 정식화 시킬 수 있다.

#### 5. 통합설계 결과

본 논문에서는 MATLAB<sup>(21)</sup>을 사용하여 통합설계 프로그램을 작성하고 식 (37)과 같은 제한조건이 있는 비선형 최적화 문제의 해를 도출 하였다.

**Table 1** Constraints for integrated design

<b>Operating constraints</b>	
- Maximum feedrate	$1.2V_{max} - V_c < 0$
<b>Mechanical constraints</b>	
- Maximum deflection	$\delta_z - \delta_{max}^z < 0$
- Maximum axial deformation	$F_{max}^x = K_{eq} \delta_{max}^x$
	$\delta_x - \delta_{max}^x < 0$
- Minimum ball-screw diameter (Buckling load)	$F_{max}^x - P_b < 0$
<b>Electrical constraints</b>	
- Relative stability	$A_m^* - A_m \leq 0$
	$\phi_m^* - \phi_m \leq 0$
- Motor saturation	$\tau_{max}^c - \tau_{max}^m < 0$
	$\tau_{max}^m - T_{max} < 0$

**Table 2** Parameters specified by a designer

<b>Electrical conditions</b>	
- Torque constant : $K_t$ [ $N \cdot m/A_{rms}$ ]	
- Peak torque : $\tau_{motor}^{max}$ [ $N \cdot m$ ]	
- Maximum current : $I_{motor}^{max}$ [ $A_{rms}$ ]	
- Rotor inertia : $J_{rotor}$ [ $kg \cdot m^2$ ]	
- Controller time constant : $T_i$ [ $sec$ ]	
- Allowable gain margin : $A_m^*$	
- Allowable phase margin : $\phi_m^*$	
<b>Mechanical conditions</b>	
- Table width : $a_i$ [ $m$ ]	
- Table length : $b_i$ [ $m$ ]	
- Allowable deflection : $\delta_{max}^z$	
- Allowable axial deformation : $\delta_{max}^x$	
<b>Operating conditions</b>	
- Maximum acceleration : $a_{max}$ [ $m/sec^2$ ]	
- Maximum cutting force : $F_{max}^x, F_{max}^z$ [ $N$ ]	
- Load capacity: $F_w$ [ $N$ ]	
- Input radius : $R_i$ [ $m$ ]	
- Input velocity : $V_{in}$ [ $m/min$ ]	

Minimize

$$F(\mathbf{X}) = C_1 |\Delta R(\mathbf{X})| + C_2 \frac{1}{f_b(\mathbf{X})} + C_3 J_{eq}(\mathbf{X})$$

subject to

$$g_j(\mathbf{X}) \leq 0, \quad j = 1, \dots, 8 \quad (37)$$

$$X_i^l \leq X_i \leq X_i^u, \quad i = 1, \dots, 6$$

$$\mathbf{X} = \{D_{bs}, D_{Abbe}, l, K_p, K_v, K_i\}^T$$

5.1 통합설계-사례 1

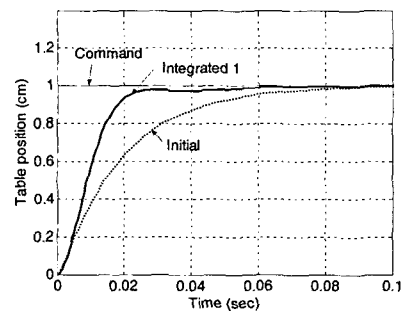
식 (37)의 가중치를 모든 목적함수가 최적화 과정에 동일한 영향을 미치도록 선정된 후 통합설계를 수행한 결과를 Table 3에 나타내었다.

통합설계 후 전체 시스템의 대역폭은 50% 증가하여 Fig. 13과 같이 상승시간이 크게 향상되었으며, 아베옵셋의 경우 약 32% 감소하였다. 또한 Fig. 14와 같이 원운동을 수행한 경우 초기설계에 비해 반경감소 오차량이 약 0.93%에서 약 0.01%로 확연하게 감소한 것을 확인할 수 있다. 통합설계 후 시스템 성능을 Table 4에 정리하였다.

본 논문에서 제시한 통합설계는 엄격한 모델링과 해석을 통해 도출된 제한조건을 위배하지 않고 시스템의 성능을 향상시킨 결과를 보인다. 따라서 통합설계 후 시스템의 상대 안정도가 초기값의 안

**Table 3** Integrated design results - case 1

Design variable	Unit	Initial design	Integrated Design1
$X_1(D_{bs})$	mm	15	12
$X_2(D_{Abbe})$	mm	95	65.8
$X_3(l)$	mm	5	8.1
$X_4(K_p)$	V/V	5	10.52
$X_5(K_v)$	V/V	2.8	2.13
$X_6(K_i)$	V/V	0.98	0.45



**Fig. 13** Step response – case 1



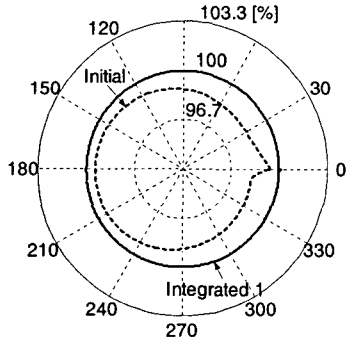


Fig. 14 Circular error profile – case 1

Table 4 Performance results - case 1

Design performance index	Unit	Initial design	Integrated design 1
$\Delta R$	%	0.9347	0.0104
$f_B$	Hz	52	78
$J_{eq}$	$kg \cdot m^2$	0.195	0.098
$A_m$	dB	4	2.6

정도에 비해 감소하지만 이는 초기 시스템의 제어 이득값이 낮게 설정되어 있었고, 기구부의 요소가 크게 설정되어 상대적으로 초기 시스템의 안정도가 높았기 때문이다.

5.2 통합설계-사례 2

드릴링 공정이나 Die Bonder 의 경우 PTP(point-to-point)제어를 사용하므로 이송계의 윤곽성능 및 추종성능보다는 응답성능이 더욱 많이 요구되며, 절삭력에 의한 축방향 외란이 상대적으로 감소한다. 따라서 앞 절에서 유도한 다목적함수에서 시스템의 응답성능에 관련된 목적함수에 가중치를 부과하여 통합설계를 수행한 결과와 통합설계후의 시스템 성능을 각각 Table 5 와 Table 6 에 나타내었다. 통합설계된 시스템에 단위계단입력을 주었을 경우 Fig. 15 와 같이 약 2% 정도의 오버슈트가 발생하지만 다목적함수로 통합설계를 수행한 결과와 비교하여 기준신호에 더 빨리 수렴하고 있다. 시스템의 응답성을 향상시키기 위해 시스템의 전반적인 강성이 고정된 상태로 단순히 제어기의 이득만을 증가시키면 제어요소의 공진주파수(resonance frequency)가 기계요소의 공진주파수에 접근하게 되어 전체 시스템의 안정성을 보장할 수 없다. 그러나 사례 2의 결과에서 알 수 있듯이 통합설계를 이용하여 시스템의 강성을 보강하고 제어기(특히 속도제어기)의 이득을 큰 폭으로 증가시킴으로써 원하는 응답성을 얻을 수 있다. 따라서 시스템의

Table 5 Integrated design results - case 2

Design variable	Unit	Integrated Design1	Integrated Design2
$X_1(D_{st})$	mm	12	14
$X_2(D_{Abbe})$	mm	65.8	68
$X_3(l)$	mm	8.1	11
$X_4(K_p)$	V/V	10.52	12.8
$X_5(K_v)$	V/V	2.13	18.9
$X_6(K_i)$	V/V	0.45	2.8

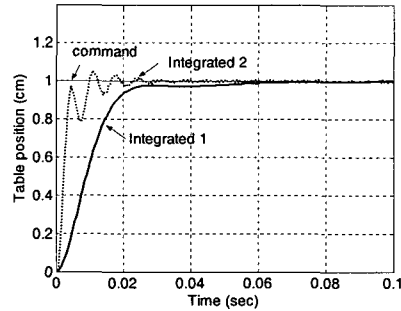


Fig. 15 Step response – case 2

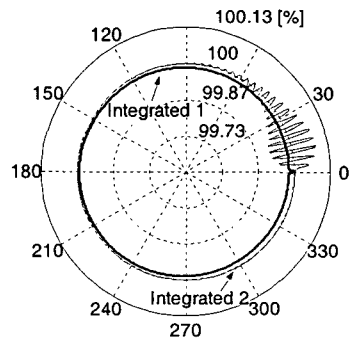


Fig. 16 Circular error profile – case 2

Table 6 Performance results - case 2

Design performance index	Unit	Integrated design 1	Integrated design 2
$\Delta R$	%	0.0104	0.0011
$f_B$	Hz	78	94
$J_{eq}$	$kg \cdot m^2$	0.098	0.102
$A_m$	dB	2.6	0.56

응답성은 증가하지만 기존 설계보다 오히려 시스템 관성이 증가하게 된다.

또한 원운동의 경우 Fig. 16 과 같이 초기과도과정을 제외한 부분에서 거의 완벽하게 기준신호를 추종하여 결과적으로 우수한 반경오차 억제 성능

을 보이지만, 초기 과도상태에서 진동이 발생하므로 사례 2의 이송계는 윤곽제어에 적합하지 않음을 알 수 있다. 또한 전체 시스템의 안정도는 제한조건에 접근하게 되어 해석 시 고려하지 않은 외란이 작용할 경우 시스템이 불안정 영역 경계로 놓일 수 있다.

5.3 최대 이송속도의 영향

식 (37)의 가중치를 모든 목적함수가 최적화 수행 과정에 동일한 영향을 미치도록 선정하고 Table 2의 설계 파라미터 중 입력지령의 속도  $V_m$ 를 변화시키면서 통합설계를 수행하였을 경우 아베오프셋 및 반경오차의 변화를 Fig. 17에 나타내었다. 최대 이송속도가 증가함에 따라 반경오차는 미소한 증가를 보이지만 아베오프셋의 변화에는 큰 영향을 미치지 않는 것을 확인할 수 있다.

5.4 최대 절삭부하의 영향

Table 2의 설계 파라미터 중 Z축 방향 최대 절삭부하  $F_{max}^z$ 를 변화시키면서 통합설계를 수행하였을 경우 아베오프셋 및 반경오차의 변화를 Fig. 18에 나타내었다. 최대 절삭부하가 증가할수록 기계요소의 변형에 관련된 제한조건이 최적화 과정에 주

된 영향을 미치게 되어 시스템의 응답성이 향상되는 방향보다는 강성이 증대되는 방향으로 최적화된다. 따라서 절삭부하가 증가할수록 아베오프셋 및 반경감소량 오차는 비례적으로 증가하고 있다.

6. 결론

본 논문에서는 비선형 최적설계 기법을 이용하여 고속 이송계의 통합설계를 수행 하였다. 기존의 요소설계와는 달리 기계요소 및 제어요소의 변수들을 동시에 고려하여 경제성, 응답성, 안정성을 만족하면서 아베오프셋 및 윤곽오차가 최소가 되는 이송계를 설계하였다. 또한 드릴링 공정에서와 같이 시스템의 성능 중 특정한 성능이 주로 요구되는 설계사양에서도 본 연구의 통합설계 방법은 적절한 해를 도출 할 수 있었다. 본 논문의 주요 연구 내용 및 결과를 요약하면 다음과 같다.

- (1) 고속 이송계 시스템의 통합설계를 위해 이송계의 기계요소 및 제어요소를 모델링 하였으며, 각 요소의 성능과 상호관계를 해석하였다.
- (2) 이송계의 기계요소로부터 성능함수와 제한조건들을 도출하였으며 통합설계에 활용하였다.
- (3) 주어진 성능함수와 제한조건을 만족하는 시스템 설계에 핵심적인 설계변수들을 선정 한 후, 일반화된 비선형 최적화 문제로 정식화 하여 통합설계를 수행하였다.
- (4) 기계요소의 설계변수로서 아베오프셋을 고려하여 고정도 시스템의 설계가 가능하도록 하였다.
- (5) 사례 1의 통합설계된 시스템은 주어진 제한조건 및 성능을 만족시키면서 기존의 시스템에 비해 응답성이 약 50% 향상되고 반경오차 및 아베오프셋이 큰 폭으로 감소하였으므로 제안된 통합설계법이 타당함을 입증하였다.
- (6) 사례 2와 같이 특정한 성능을 대상으로 하는 시스템의 설계에서도 본 논문에서 제안된 통합설계는 적절한 해를 도출하였다.
- (7) 설계조건 중 이송속도의 변화는 아베오프셋 및 반경오차에 비교적 미소한 영향을 미치며, 절삭부하의 증가에 비례하여 통합설계된 이송계의 아베오프셋 및 반경오차는 선형적으로 증가됨을 알 수 있다. 일반적으로 원호보간시의 반경오차는 입력지령의 속도에 비례하여 증가하지만 통합설계 방법론을 사용한 경우 입력지령의 속도가 10~15 m/min의 고속인 경우에도 반경오차가 일정한 수준으로 유지된다.

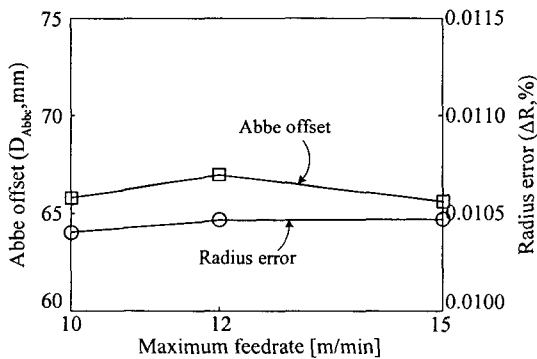


Fig. 17 Effects of maximum feedrate

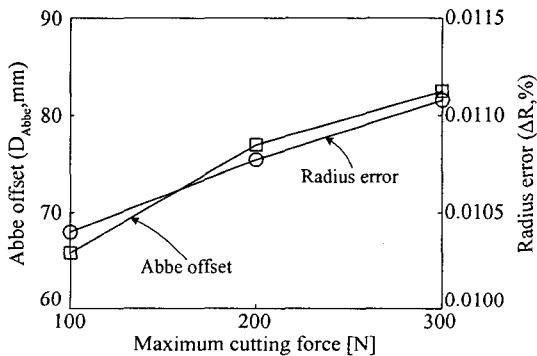


Fig. 18 Effects of maximum cutting force

## 참고문헌

- (1) Schulz, H. and Moriwaki, T., 1992, "High-Speed Machining," *Annals of the CIRP*, Vol. 41, No. 2, pp. 637~643.
- (2) Tlustý, J., 1993, "High-Speed Machining," *Annals of the CIRP*, Vol. 42, No. 2, pp. 733~738.
- (3) Youcef-Toumi, K., 1996, "Modeling, Design and Control Integration: A Necessary Step in Mechatronics," *IEEE/ASME Trans. On Mechatronics*, Vol. 1, No. 1, pp. 29~38.
- (4) Isermann, R., 1996, "On the Design and Control of Mechatronic Systems-A Survey," *IEEE Trans. On Industrial Electronics*, Vol. 43, No. 1, pp. 4~15.
- (5) Reinhart, G. and Weissenberger, M., 1999, "Multibody Simulation of Machine Tools as Mechatronic Systems for Optimization of Motion Dynamics in the Design Process," *Proc. of the 1999 IEEE/ASME*, pp. 605~610.
- (6) Koren, Y., 1980, "Cross-Coupled Biaxial Computer Control for Manufacturing Systems," *ASME Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control*, Vol. 102, No. 4, pp. 265~272.
- (7) Tomizuka, M., 1987, "Zero Phase Error Tracking Algorithm for Digital Control," *ASME Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control*, Vol. 109, No. 3, pp. 65~68.
- (8) Ebrahimi, M. and Whalley, R., 2000, "Analysis, Modeling and Simulation of Stiffness in Machine Tool Drives," *Computers & Industrial Engineering*, Vol. 38, pp. 93~105.
- (9) Wu, B. C., Young, G. S., and Huang, T. Y., 2000, "Application of a Two-level Optimization Process to Conceptual Structural Design of a Machine Tool," *Int. J. of Machine Tools & Manufacture*, Vol. 40, pp. 783~794.
- (10) Koren, Y., 1997, "Control of Machine Tools," *ASME Journal of Manufacturing Science and Engineering*, Vol. 119, pp. 749~755.
- (11) Park, Y., J., and Chung, S., C., 1999, "A Study on the Integrated Design of Axial Magnetic Bearing Systems," *Trans. of KSME(A)*, Vol. 23, No. 5, pp. 730~742(in Korean).
- (12) Skelton, R. E., 1997, "Integrated Design, Modeling and Control of Structure," *Proc. of KACC*, pp. 1~4.
- (13) Park, Y., J., and Chung, S., C., 1999, 1998, "A Study on the Optimal Design of Radial Magnetic Bearing," *Trans. of KSME(A)*, Vol. 22, No. 7, pp. 1166~1176(in Korean).
- (14) Chang, H., D. and Chung, S., C., 2002, "Integrated Design of Radial Active Magnetic Bearing Systems Using Genetic Algorithms," *Mechatronics*, Vol. 12, pp. 19~36.
- (15) Dequidt, A., Castelain, J. M. and Valdés, E., 2000, "Mechanical Pre-Design of High Performance Motion Servomechanisms," *Mechanism and Machine Theory*, Vol. 35, pp. 1047~1063.
- (16) Kakino, Y., Matsubara, A., Li, Z., Ueda, D., Nakagawa, H., Takeshita, T., and Maruyama, H., 1997, "A Study on the Total Tuning of Feed Drive Systems in NC Machine Tools (4th report)," *JSPE*, Vol. 63, No. 3, pp. 368~372.
- (17) *LM System Catalog*, THK Co., Ltd, Technical reports, 1992
- (18) Ugral, A. C. and Fenster, S. K., 1987, *Advanced Strength and Applied Elasticity*, Elsevier, New York, pp. 300~315.
- (19) Inman, D., J., 1994, *Engineering Vibration*, Prentice Hall, New Jersey, pp. 329~340.
- (20) Slocum, A. H., 1992, *Precision Machine Design*, Prentice-Hall International, Inc., New York.
- (21) *MATLAB Optimization User Guide*, Mathworks, Inc., 2000.