

# 사각덕트 내에서 원형 실린더를 지나는 유체유동의 측정 및 수치해석에 관한 연구

김 경 환<sup>†</sup>, 윤 영 환  
 창원대학교 기계공학과

## Study on Measurement and Numerical Analysis for Fluid Flow past a Circular Cylinder in Rectangular Duct

Kyung Hwan Kim<sup>†</sup>, Young Hwan Yoon

Department of Mechanical Engineering, Changwon National University, Changwon 641-773, Korea

(Received September 24, 2003 revision received October 7, 2003)

**ABSTRACT:** Flow characteristics of turbulent steady fluid flow past a cylinder in rectangular duct are measured by 5 W laser doppler velocity meter. The fluid flow is also computed by commercial software of STAR-CD for comparison between the measurement and computation. The turbulent models applied in the computations are standard K-epsilon model, RNG K-epsilon model and Chen K-epsilon model. Accuracy of standard K-epsilon model is a little bit better than accuracies of other models even though those models have almost the same order of error compared to measured data. The computations predict satisfactorily the measured velocity profiles at middle section of the circular cylinder before the fluid flow diverges. However, there are some disagreements between them at down stream from the circular cylinder.

**Key words:** Rectangular duct(사각덕트), Circular cylinder(원형 실린더), Fluid flow(유체유동), Laser doppler velocity meter(레이저 도플러 유속계), 3-D numerical computation (3차원 수치계산)

기 호 설 명

$k$  : 난류 운동에너지 [ $m^2/s^2$ ]  
 $P$  : 유체압력 [Pa]  
 Re : Reynolds 수,  $UD/\nu$   
 $U_i$  :  $i$ 방향 평균 유속성분 [m/s]  
 $U, V, W$  :  $x, y, z$ 방향 평균 유속 [m/s]  
 $u', v', w'$  :  $x, y, z$ 방향 난류성분 [m/s]

그리스 문자

$\epsilon$  : 난류 소산에너지 [ $m^2/s^3$ ]  
 $\mu_t$  : 난류 점성계수 [ $kg/m \cdot s$ ]

상첨자

- : 평균 성분

하첨자

$D$  : 원형 실린더의 지름

<sup>†</sup> Corresponding author

Tel.: +82-55-279-7116; fax: +82-55-279-7119

E-mail address: c9837@sarim.changwon.ac.kr

## 1. 서 론

원형 실린더(circular cylinder)가 설치된 덕트는 실린더 주위의 강제대류 열전달을 측정하는 전형적인 장치로서 일반적으로 접할수 있는 형상은 폐열회수기, 공기예열기, 보일러 내의 수관 및 연관, 그리고 공기조화기 등에 다양하게 나타난다. 특히 산업용 및 건축설비에 사용되는 열교환기는 정부시책에 의하여 단위부피당 전열면적의 고밀도화, 에너지 비용을 감소하기 위해 크기는 축소되고 효율은 증대하고 있다. 그러므로 열교환기의 Sizing 및 효율증대를 위해서는 원형 배관 주위의 유체유동(fluid flow)에 대한 연구가 선행되어야 한다.

유동장 내에 원형 실린더가 존재하는 유체유동에 관한 연구를 살펴보면, Choi and Lee,<sup>(1)</sup> Moon et al.,<sup>(2)</sup> Lee,<sup>(3)</sup> 그리고 Kang and Hong<sup>(4)</sup>은 2차원 해석을 수행하였으며, 실험방법으로는 Lee<sup>(3)</sup>와 Petrie and Simpson<sup>(5)</sup>은 열선풍속계로 속도와 난류강도를 측정하였고, Moon et al.<sup>(2)</sup>는 부유입자를 이용한 유동가시화 실험을 하였다. 수치해석의 입구경계조건을 비교하면 Choi and Lee<sup>(1)</sup>와 Kang and Hong<sup>(4)</sup>은 가정된 평균 속도를 대입하였고, Moon et al.<sup>(2)</sup>은 가정된 유속분포를 사용하였다. 그리고 Lee<sup>(3)</sup>는 열선풍속계로 구한 평균 속도를 입구경계조건으로 하였다. 수치해석에 적용된 난류 모델들은 Choi and Lee<sup>(1)</sup>은 표준  $K-\epsilon$  모델, Moon et al.<sup>(2)</sup>은 Chen  $K-\epsilon$  모델, 그리고 Lee<sup>(3)</sup>은 RNG  $K-\epsilon$  모델이다. 이상과 같이 수치해석에서 시스템의 입구경계조건을 가정한 균일한 값이나 분포를 주는 경우가 많고, 대부분 2차원 모델에서 한 개의 난류 모델을 사용하여 유동장을 해석하였다.

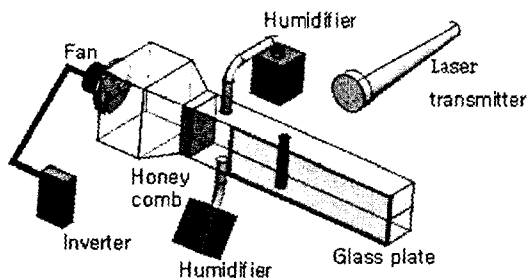


Fig. 1 Schematic diagram of experimental apparatus.

그러나 본 연구는 원형 실린더를 가진 사각덕트 내의 3차원 정상상태 유동에 대해 LDV로 측정된 실험결과와 상용 software인 STAR-CD를 이용한 계산결과를 상호 비교하고자 한다. 수치계산의 입구경계조건은 실험에서 얻은 입구유속분포를 사용하고, 난류 모델은 표준  $K-\epsilon$  모델을 사용하였으며 일부 문헌에 의하면 표준  $K-\epsilon$  모델이 특정 유동장에서 잘 맞지 않으므로  $\epsilon$ -equation을 재모델링한 RNG  $K-\epsilon$  모델<sup>(6)</sup>과 Chen  $K-\epsilon$  모델<sup>(7)</sup>도 동시에 계산하여 비교하였다. 또한 실험과 계산에 사용된 Reynolds 수는 일반 공기조화기의 열교환기에서 주로 사용하는 것으로 평균 유속과 직경을 기준으로  $Re_D=4,457$ 이다.

## 2. 실험장치 및 방법

본 실험장치는 Fig. 1과 같이 축류 송풍기로 공기가 송풍되며 모터는 인버터에 의해 회전수를 제어하여 풍량을 조절할 수 있다. 송풍된 공기는 수축부를 지나서 정류기(Honeycomb)를 통해 균일한 유동이 되고 난 후, 상하 2곳에 가슴기에 의해 수분무 입자가 공급된다. 수분무를 포함한 공기는 Fig. 2의 A, B 및 C단면을 통과하여 배출된다. 이 단면들을 통과하는 유속은 레이저 도플러 유속계(Laser doppler velocity meter)로 측정하며, 덕트의 양쪽 벽면들은 레이저 빔(Beam)이 투과할 수 있도록 3mm 유리판으로 제작되었다.

### 2.1 실험방법

유속은 이미 설명한 바와 같이 Fig. 2의 A, B, 및 C단면(section)에서 측정되었는데 앞으로 편의상 A, B, 및 C단면을 입구단면(Inlet section), 중

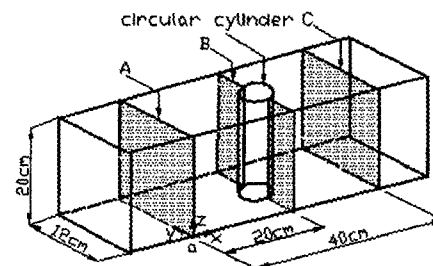


Fig. 2 Location of measurement cross sections in experimental apparatus.

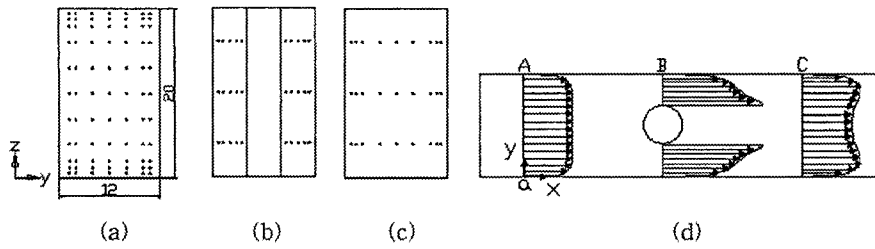


Fig. 3 Velocity distributions and velocity measurement points at inlet, middle and exit cross-sections.

간단면(Middle section) 및 출구단면(Exit section)이라 부르기로 한다. 각 단면의 크기는 (12×20 cm<sup>2</sup>)로서 입구단면에서는 Fig. 3의 (a)와 같이 총 77개 지점에서 레이저 유속계로 측정하였으며, 중간단면과 출구단면에서는 동 그림의 (b)와 (c) 같이 단면의 상부, 중부 및 하부의 y방향 세 선분들에 대해 (b)의 중간단면은 총 30개, (c)의 출구단면은 총 27개 지점에서 각각 측정하였다. 그리고 각 지점들에서 유속을 세 번 측정하여 평균하였다. 동 그림의 (d)는 각 측정단면에서의 유속분포를 나타낸다.

다. 난류에너지의 생성률과 소멸률이 거의 평형을 이룬다고 가정할 경우에  $\mu_t$ 는 다음과 같이 표현된다.

$$\mu_t = f_\mu C_\mu \rho \frac{K^2}{\epsilon} \quad (4)$$

위 식의  $f_\mu$ 는 난류모델에 의해 정해지는 계수이고,  $K$ 와  $\epsilon$ 은 각각 난류운동에너지와 난류소산에너지로서 이들은 표준  $K-\epsilon$  모델, RNG  $K-\epsilon$  모델과 Chen  $K-\epsilon$  모델에 의해 각각 풀이하였다.

### 3. 수치해석

#### 3.1 지배방정식

지배방정식은 식(1)과 식(2)와 같으며, 3차원 정상상태, 비압축성 난류유동이고 모든 물성치는 일정하다.<sup>(8)</sup>

$$\frac{\partial U_i}{\partial x_i} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial U_i}{\partial t} + U_j \frac{\partial U_i}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x_i} + \nu \frac{\partial^2 U_i}{\partial x_i \partial x_j} - \frac{\partial}{\partial x_i} (\overline{u_i' u_j'}) \quad (2)$$

위의 운동방정식 중  $\overline{u_i' u_j'}$  항을 정해 주기 위해 다음과 같이 정의한다.

$$-\overline{u_i' u_j'} = \frac{\mu_t}{\rho} \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \delta_{ij} K \quad (3)$$

식(3)의  $\mu_t$ 는 난류점성계수이고 높은 Reynolds 수 유동에 대한 무차원 해석에 의해 추론될 수 있

#### 3.2 격자

유체는 공기이며 Fig. 4에서 abcd 단면으로 들어가서 efgh 단면으로 나오며 그 이외의 표면들과 내부 원형 실린더 표면은 모두 벽면들이다. 이 모델의 입·출구단면(12×20 cm<sup>2</sup>)은 24×20개의 셀(cell)을 사용하였고 모델의 길이는 60 cm이고 120개의 셀로 나누었다. 모델 내의 원형 실린

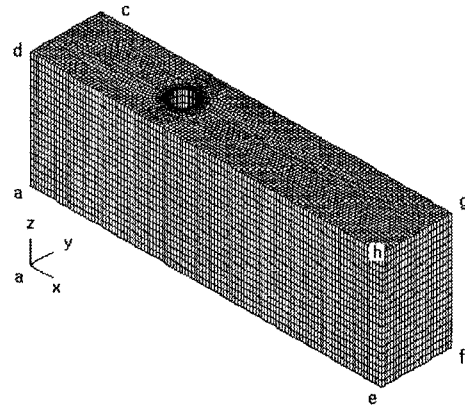


Fig. 4 Representation of cells in three dimensional computation.

더는 좌표계의 기준점 a로부터 20 cm 지점 중앙에 위치하고, 원형 실린더로 인접할수록 격자크기는 조밀해진다. 위의 원형 실린더를 가진 사각덕트 모델에 사용된 총 셀수는 84,000개이며 질점은 321,581개이다.

### 3.3 경계조건

본 논문은 3차원 정상상태, 난류유동 계산이므로 직교좌표  $x$ ,  $y$  및  $z$ 축에 대한 평균 유속성분인  $U$ ,  $V$ ,  $W$ 와  $K$ ,  $\epsilon$ 의 5개 변수에 대한 경계조건이 필요하다. 본 논문의 특징은 입구 경계조건을 레이저 도플러 유속계에 의해 실험에서 구한 값들을 사용한 것이다. Fig. 4에서 보면  $x$ 방향의 유속  $U$ 가 주 흐름방향으로 가장 크고 그 다음이  $z$ 방향의 유속  $W$ 일 것이고,  $y$ 방향의 유속  $V$ 는 가장 적을 것이다. 입구단면에서 2차원 레이저 도플러 유속계로  $U$ 와  $W$ 의 유속분포를 총 77개 지점들을 측정하여 경계조건으로 했다.

$V$  유속성분은 측정치 않았으나  $W$  유속성분이 거의 영에 가까우므로  $V$  유속성분은 영으로 가정했는데, 식으로 표시하면 다음과 같다.

$$U_{in} = U_{exp}, V_{in} = 0, W_{in} = W_{exp} \quad (5)$$

위 식에서 아래첨자  $in$ 은 입구단면이며  $exp$ 는 실험값을 뜻한다.

난류운동에너지  $K$ 는 다음 식으로 표시된다.

$$K = \frac{1}{2}(\overline{u'^2} + \overline{v'^2} + \overline{w'^2}) \quad (6)$$

위 식(6)에서  $\overline{u'^2}$ 와  $\overline{w'^2}$ 은 레이저 도플러 유속계로 측정하였으며,  $\overline{v'^2}$ 성분에 대해서는 측정하지 않았으나  $\overline{v'^2}$ 도  $\overline{w'^2}$ 값과 거의 같다고 가정하여 아래 식과 같이  $K$ 의 입구경계조건을 취하였다.

$$K = \frac{1}{2}(\overline{u'^2} + 2 \cdot \overline{w'^2}) \quad (7)$$

그리고 입구에서 난류소산에너지  $\epsilon$ 은 식(7)의  $K$ 값과 난류혼합길이(mixing length)  $l$ 을 이용하

여 다음 식과 같이 계산하였다.

$$\epsilon = C_\mu^{0.75} \times \frac{K^{1.5}}{l} \quad (8)$$

위 식에서 난류혼합길이  $l$ 은 실험장치의 최소 유동폭의 10%인 0.012 m로 하였고, 난류상수  $C_\mu$ 는 표준  $K-\epsilon$  모델과 Chen  $K-\epsilon$  모델에서 0.09이고 RNG  $K-\epsilon$  모델은 0.085<sup>(8)</sup>이다. 그리고 모든 벽면에서 유속성분은 0인 조건(non-slip condition)으로 하였다.

$$U_{wall} = V_{wall} = W_{wall} = 0 \quad (9)$$

마지막으로 출구경계조건은 Neumann 조건으로 다음과 같다.

$$\frac{\partial U}{\partial x} = \frac{\partial V}{\partial x} = \frac{\partial W}{\partial x} = \frac{\partial K}{\partial x} = \frac{\partial \epsilon}{\partial x} = 0 \quad (10)$$

### 3.4 수치계산

본 계산에 사용된 STAR-CD 상업용 프로그램은 유한체적법(Finite Volume Method)을 사용하고 있으며, 공기의 열역학적 상태량들은 사각덕트 내의 평균 온도 22.37°C에서 구한 밀도  $\rho = 1.1969 \text{ kg/m}^3$  및 점성계수  $\mu = 1.8240 \times 10^{-5} \text{ kg/ms}$ 를 입력하였다. 또한 수치계산에서는 최대오차한계(residual tolerance)를 0.0001로 하였으며, Scarborough 조건<sup>(9)</sup>에 의하면 수치계산 결과값이 소수점 둘째자리까지 신빙성을 가진다.

## 4. 실험결과 및 수치계산결과

실험과 계산에 사용된 Reynolds 수는 원형 실린더 직경과 덕트 단면적의 평균 유속을 기준으로 한 4,457이다. Fig. 5는 덕트 내의 주속도 성분  $U$ 에 대한 실험결과와 수치계산결과들을 나타낸다. 먼저 본 그림의 (a)는 입구단면에 대한 유속 분포로서 총 77개 지점의 유속을 측정하였으나 중간 및 출구단면과 비교를 위해 이들과 같은 위치인  $z=4, 10, 16 \text{ cm}$  지점의 값들만 도시하였다. 또한 입구단면의 유속을 평균한 값이 1.698 m/s

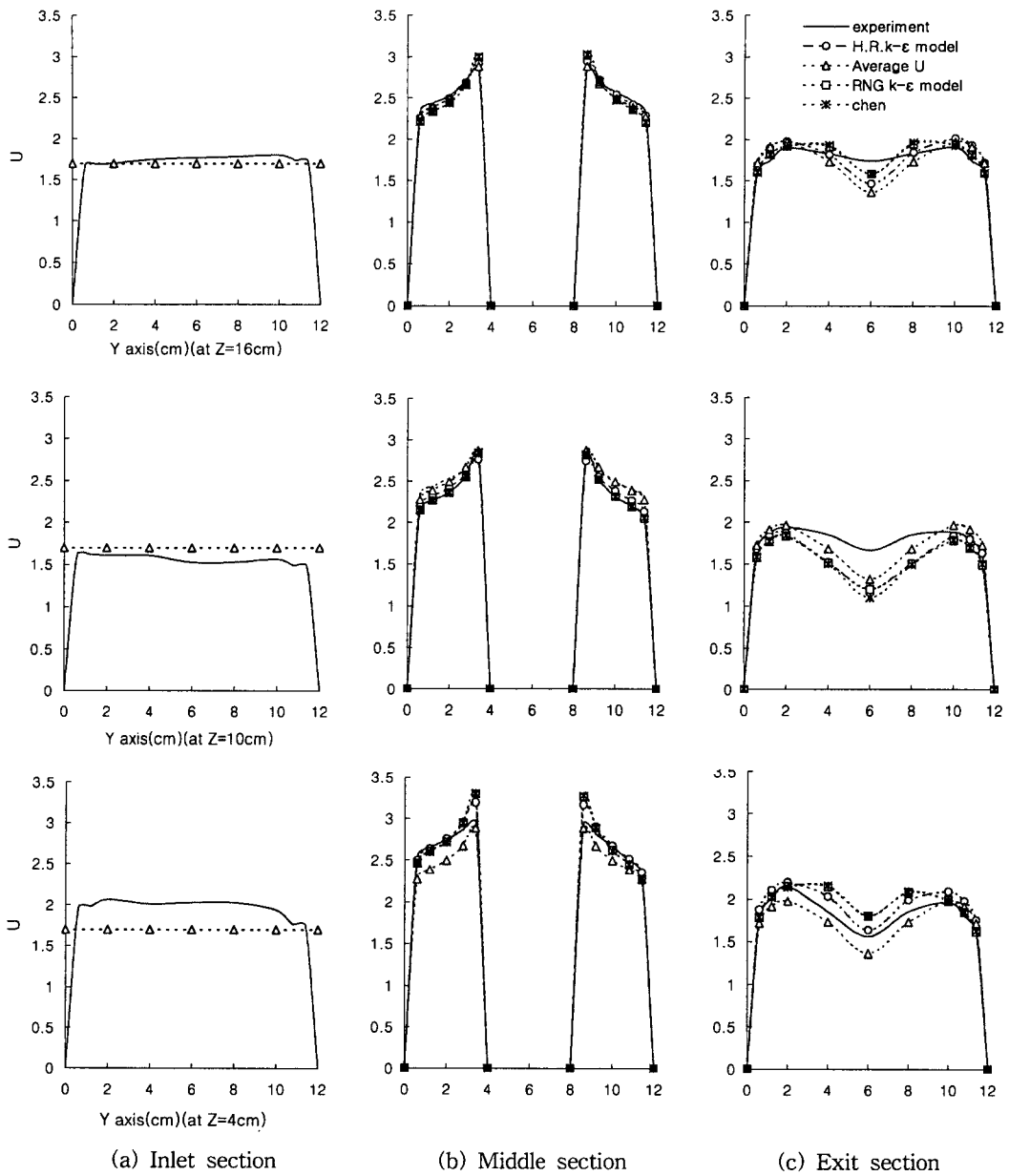


Fig. 5 Comparison of x-direction velocity,  $U$  [m/s] between experimental data and 3-D computation data.

로서 그림에서 ( $\Delta$ ) 및 점선선분을 나타낸다. (b)는 중간단면에서 실험결과와 3차원 수치결과들을 비교한 것으로, 실험결과 표준  $K-\epsilon$  모델, RNG  $K-\epsilon$  모델 및 Chen  $K-\epsilon$  모델 등으로 계산한 값들과 서로 비교하였다. 그림에서 Average U 모델

는 다른 논문에서 입구경계조건으로 대개 균일한 유속분포로 계산하므로 그림 (a)의 균일한 유속을 입구경계조건으로 하고 표준  $K-\epsilon$  모델로 계산한 것이다.

Table 1은 중간단면 B와 출구단면 C에서 실험

Table 1 Comparison of relative error to x-direction velocity, U [m/s] between experimental data and 3-D computation data

	Middle section			Exit section		
	Z=4 cm	Z=10 cm	Z=16 cm	Z=4 cm	Z=10 cm	Z=16 cm
Standard $K-\epsilon$ model (%)	0.41~7.82	0.42~6.98	0.84~3.44	2.22~8.90	0.33~27.31	0.43~15.80
RNG $K-\epsilon$ model (%)	0.88~11.19	1.37~10.60	0.41~5.51	0.19~15.94	5.03~27.85	0.32~9.12
Chen $K-\epsilon$ model (%)	1.10~11.81	1.52~10.4	0.38~5.86	0.43~16.49	5.05~33.83	0.35~9.12

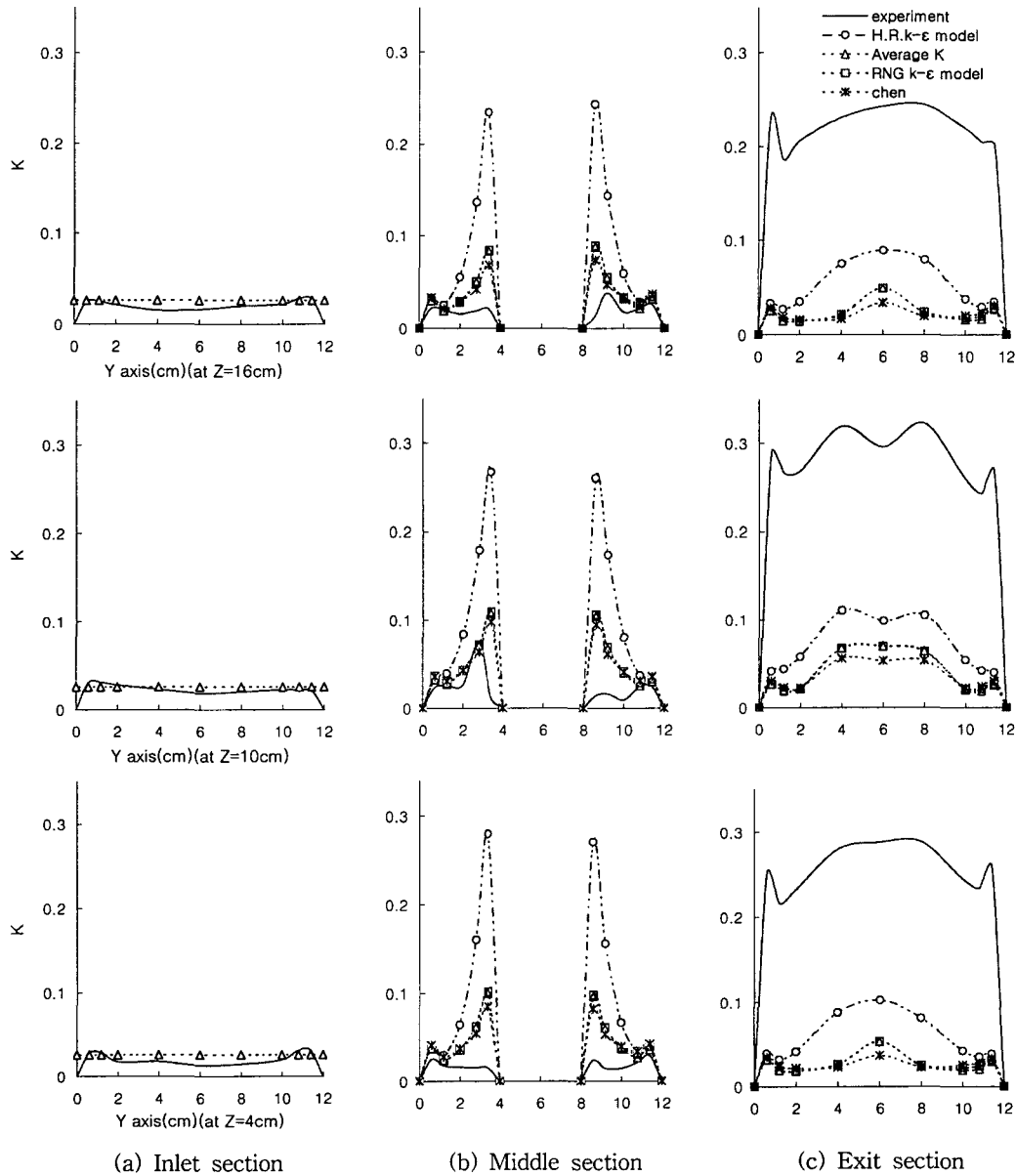


Fig. 6 Distribution of turbulent kinetic energy.

결과와 수치계산의 오차범위를 나타낸다. 중간단면 B에서 실험의 측정점당 수치해석의 평균 오차( $\bar{e}$ )를 식(11)과 같이 계산하면,

$$\bar{e} = \frac{1}{\text{실험측정점수}} \sum \frac{\sqrt{(\text{수치결과} - \text{실험결과})^2}}{\text{실험결과}} \quad (11)$$

표준  $K-\epsilon$  모델은 2.77%, RNG  $K-\epsilon$  모델은 4.58%, Average U 모델은 3.15%, Chen  $K-\epsilon$  모델은 4.67%이다. 이런 결과들을 보면 중간단면 B에서 오차가 작은 모델은 표준  $K-\epsilon$  모델이며 실험결과와 가장 비슷하다. 실험결과와 수치결과들은 원형 실린더에 의하여 입구단면보다 중간단면의 유동면적이 감소하므로 질량유량률이 일정하기 위하여 벽면에서 원형 실린더 쪽으로 갈수록 유속이 급격히 증가하고 있다. 이러한 현상은 Choi and Lee<sup>(1)</sup>의 2차원 평행덕트 난류유동에서 같은 경향을 나타내고 있다.

그리고 (c)는 출구단면에 대한 유속분포로서, 유동단면의 확대에 의하여 중간단면에 비하여 출구단면은 유속이 감소하고 원형 실린더의 저항에 의하여 중심부의 속도가 낮아진다. 본 그림에서 실험결과는  $z$  값이 높아질수록 발달된 유동을 보이는 반면, 수치해석모델들은 세 지점에서 모두 실험결과보다 덜 발달된 유동을 보인다. 중간단면 B에서와 마찬가지로 출구단면 C에서 평균 오차( $\bar{e}$ )를 계산하면 표준  $K-\epsilon$  모델은 7.01%, RNG  $K-\epsilon$  모델은 6.77%, Average U 모델은 7.14%, Chen  $K-\epsilon$  모델은 7.02%이다. 따라서 RNG  $K-\epsilon$  모델은 재순환영역의 유동해석이나 급격한 유동단면적의 변화가 일어나는 난류유동 특성을 표준  $K-\epsilon$  모델보다 상대적으로 정확하다고 알려졌으나, 출구단면에서 실험결과와 비교하면 표준  $K-\epsilon$  모델과 비슷한 오차범위를 가진다. Chen  $K-\epsilon$  모델도 난류유동이 급속하게 변하는 곳에서 표준  $K-\epsilon$  모델보다 정확하다는 특징을 가졌지만, 위의 난류모델들의 수치계산결과와 마찬가지로 오차범위가 크다. 아직 와류가 생성되지 않은 원형 실린더의 중간단면에서는 실험결과와 3차원 수치계산들이 비교적 일치하나, 원형 실린더 하류의 복잡한 난류현상을 정확히 해석하기에는 위의 난류모델들이 부족하다고 생각된다.

Fig. 6은 실험에서 구한  $\sqrt{u'^2}$ 와  $\sqrt{w'^2}$ 로부터

식(7)에서 계산한 난류운동에너지  $K$  값과 수치해석계산에서 구한  $K$  값을 상호 비교한 것이다. 그림에서 입구단면 (a)는 실험값으로부터 수치계산의 입구 경계조건으로 대입한 값들이고 전체적으로 비슷한 유형을 보이고 중앙부분보다 벽면 근처에서  $K$  값이 약간 높아진다. 이러한 현상은 사각덕트 중앙부분보다 벽면 부근에서 점성의 영향이 더 작용한 것으로 보이며 Koh et al.<sup>(10)</sup>의 실험에서도 이러한 결과를 입증했다. 또한 그림에서 ( $\Delta$ )표는 입구에서  $K$ 의 평균값으로 Fig. 5에서 Average U 계산의 입구 경계조건으로 사용한 값이다. 중간단면 (b)에서 보면 대체적으로 수치해석결과들이 실험결과보다 높은 값을 나타낸다. 특히 계산결과에서는 원형 실린더 쪽( $y=4$  및 8 cm)에  $K$  값이 크게 상승하나 실험결과는 그렇지 않다. 그러나 출구단면 (c)에서는 중간단면과는 반대로 실험값이 계산값들보다 높게 나타나며 중앙 쪽에서  $K$ 가 크게 분포하는데, 이는 원형 실린더 후류의 난류발생 때문인 것으로 추정된다.

## 5. 결 론

사각덕트 내에서 원형 실린더를 지나는 정상상태 난류유동에 대해서 레이저 도플러 유속계로 측정된 실험결과와 수치해석결과들을 비교하기 위해 수치해석의 입구 경계조건에 실험결과를 대입하고, 3차원 수치해석을 하여 중간단면, 출구단면에서 유속분포 및 난류운동에너지를 서로 비교하였다.

(1) 원형 실린더의 최대직경이 위치하는 중간단면 B에서는 3차원 수치계산들이 실험결과와 비슷하게 묘사되며, 사각덕트 벽면에서 원형 실린더 쪽으로 갈수록  $x$  방향의 속도분포는 상승하며, 이는 다른 논문<sup>(1)</sup>의 2차원 난류유동에서도 비슷한 유형을 보인다.

(2) 원형 실린더의 후방인 출구단면 C에서는  $x$  방향의 속도분포는 실험결과보다 수치계산결과들이 전체적으로 덜 발달된 유동형태를 나타내고 있으며, 이는 수치해석의 난류모델들이 충분히 유동을 묘사하지 못하는 것으로 생각된다.

(3) 난류모델은 표준  $K-\epsilon$  모델, RNG  $K-\epsilon$  모델 및 Chen  $K-\epsilon$  모델로 세 가지를 계산하였는

데 중간단면 B에서 표준  $K-\epsilon$  모델이 가장 실험 결과와 가깝다고 볼 수 있으며 원형 실린더 뒤에서 와류를 거친 출구단면 C에서는 세 모델의 오차가 거의 비슷하다고 볼 수 있다.

(4) 일반적으로 수치해석에서 입구 경계조건은 실험에 의하지 않으면 잘 모르므로 균일한 유속 분포를 사용하여 계산하는 경우가 많다. 그래서 같은 유량의 균일한 유속과 표준  $K-\epsilon$  모델로 계산한 결과는 특정부위에서 실험결과와 차이가 뚜렷하나, 이는 실험에 의한 입구 유속분포의 불균일로 인한 것으로 생각된다. 그러나 본 계산은 대체적으로 위의 세 계산들과 비슷한 오차를 가지므로 입구 경계조건을 균일한 유속분포로 계산하여도 무방할 것으로 사료된다.

(5) 유동장 내에서 난류운동에너지는 벽면 근처에서 점성의 영향으로 상승하며, 실험결과와 3차원 수치계산들은 비슷한 유형을 보이거나 절대값은 차이를 보인다.

#### 참고문헌

1. Choi, Y. D. and Lee, G. H., 1988, Numerical analysis of flow and heat transfer in duct with repeated cylindrical blockages by non-orthogonal coordinate transformation, Korean Journal of Air-Conditioning and Refrigeration Engineering, Vol. 17, No. 4, pp. 473-488.
2. Moon, C., Park, J. C. and Kim, C., 1994, Flow visualization and numerical calculation in a channel perturbed by curvilinear blockages, Korean Journal of Air-Conditioning and Refrigeration Engineering, Vol. 6, No. 3, pp. 218-226.
3. Lee, E. S., 1999, The single and two phase heat transfer around a horizontal tube in cross flow, Ph.D. Thesis, Pusan National University, Busan, Korea.
4. Kang, S. H. and Hong, K. H., 1996, A numerical study on the laminar convective heat transfer around a circular cylinder in a uniform cross flow of liquid, Proceeding of the Korean Journal of Air-Conditioning and Refrigeration Engineering, Vol. 8, No. 1, pp. 26-36.
5. Petrie, A. M. and Simpson, H. C., 1971, An experimental study of the sensitivity to free-stream turbulence of heat transfer in wakes of cylinders in crossflow, Int. J. Heat Mass Transfer, Vol. 15, pp. 1497-1513.
6. Yakhot, V. and Orszag, S. A., 1992, Development of turbulence models for shear flows by a double expansion technique, Phys. Fluids A, Vol. 4, No. 7, pp. 1510-1520.
7. Chen, Y. S. and Kim, S. W., 1987, Computation of turbulent flows using an extended  $K-\epsilon$  turbulence closure model, NASA CR-179204.
8. Star-CD, 1999, Methodology v3.15A, Computational Dynamic Ltd., p. 2-1,8.
9. Chapra, S. C. and Canale, R. P., 1998, Numerical methods for engineers (third edition), 1998, p. 62.
10. Koh, Y. H., Park, G. M. and Bong, T. G., 1997, A study on the comparison between experimental and numerical analysis for developing turbulent steady flows in the entrance region of a square duct, Proceeding of the KOSME, Vol. 21, No. 3, pp. 236-245.