

유체 슬로싱모드가 탱크의 진동에 미치는 영향에 대한 연구

배성용^{†*}

부경대학교 조선해양시스템공학과^{*}

A Study on Vibration Characteristics with Sloshing Mode Effect in Water Tank Structure

Sung-Yong Bae^{*}

Dept. of Naval Architecture & Marine Engineering System, Pukyong National University^{*}

Abstract

Liquid storage rectangular tank structures are used in many fields of airplane and marine engineering. Fatigue damages are sometimes observed in these tanks which seem to be caused by resonance. Therefore it is essentially important to estimate vibration characteristics of tank structures. Many investigators studied the vibration of cylindrical and rectangular tank structures containing still fluid. In general, the eigenbehavior of interior liquid is characterized by the sloshing mode while that of the structure by the bulging mode. However, the structure deformation to the sloshing mode and the liquid free-surface fluctuation to the bulging mode have been neglected in the classical added-mass computation. In the present paper, we study the vibration characteristics with sloshing mode effect.

※Keywords: Water tank structure (접수탱크구조물), Vibration characteristics(진동특성), Sloshing mode effect(슬로싱 모드 효과), Added-mass(부가질량), Free-surface(자유표면), Fatigue damage(피로손상)

1. 서론

선박에 존재하는 각종 탱크나 항공기의 연료탱

크 등 우리 주위에는 유체에 접하고 있는 구조물이 많이 존재하고 있다. 특히, 선체 구조물에 존재하는 선미탱크나 밸러스트탱크 등과 같이 자유표면을 가지고 내부에 유체로 채워진 탱크 구조물이 많이 있다.

접수일: 2003년 10월 9일, 승인일: 2003년 11월 21일

† 주저자, E-mail: sybae@mail1.pknu.ac.kr

Tel: 051-620-6480

이러한 접수 탱크 구조물들에는 작은 균열로부터 파괴에 이를 정도의 큰 손상까지 발생하고 있는 것으로 보고되고 있는데 그 원인 중의 하나가 진동으로 인한 피로손상으로 간주되고 있다. 따라서 접수 탱크 구조물의 정확한 진동특성 파악이 필요하며, 선박의 설계에 있어서 이러한 진동특성을 고려한 방진설계가 요구되고 있다.

선체내부 탱크의 접수진동은 부가질량효과, 자유표면의 영향, 연접판들간의 구조간섭에 의한 영향, 보강부재의 영향 등으로 인하여 진동특성을 파악하는 것은 쉬운 일이 아니다.

접수 탱크 구조물의 진동특성에 관하여 연구한 문헌은 많이 있지만, 그 대부분이 원통형 탱크를 해석대상으로 하고 있다. 그러나 선체 구조물로서의 각종 탱크는 엄밀하게 보면 임의의 형상을 가진다고 할 수 있지만 대부분은 사각형 탱크 구조물로서 간주할 수 있다. 이러한 사각형 접수 탱크 구조물의 진동특성에 관한 연구는 부가질량의 효과를 고려한 1960년대의 Kito(1960)로부터 시작하여, 김극천 등(1978)의 직사각형 평판의 접수진동의 연구 등을 거쳐 유한요소법, 경계요소법(Yasuzawa 등,1998; Yukitaka 등,1998), 급수전개법 등을 이용한 연구가 최근까지 행해지고 있다. 그러나, 대부분의 연구에서 탱크벽 진동의 진

동수가 높으면 자유표면조건 $\frac{\partial \phi}{\partial n} - \frac{\omega^2}{g} \phi = 0$ 에 있어서, 제 1항을 무시하여 $\phi = 0$, 즉 탱크 속의 유체를 정수중이라고 가정하였다. 하지만 탱크 벽의 진동에 있어서는 부가질량의 영향이 크고 진동수가 낮기 때문에 제 1항의 영향을 고려할 필요가 있다고 생각되어 진다. 한편, 접수탱크 구조물에는 두 가지 경우의 유체운동이 일어 날 것이라고 생각된다. 즉 구조변형으로 인한 슬로싱모드에 의한 것과 선박의 운동 등 외부 기진력에 의한 유체내부의 파동에 의해 발생하는 빌징모드에 의한 것으로 생각할 수 있다. 본 연구에서는 자유표면에 발생하는 슬로싱모드가 접수 탱크 구조물의 진동에 어떠한 영향을 미치는가를 파악하여 선박의 방진설계에 있어서 기초 자료를 제공할 수 있도록 그에 대한 기초적 연구를 수행한다.

2. 기초이론

본 연구에서는 배성용(2003)의 접수탱크 구조물의 진동특성에 자유표면 상의 슬로싱모드의 영향을 부가하였다. 따라서 배성용(2003)의 정식화를 그대로 이용하고, 슬로싱이 발생할 때의 자유표면 조건을 만족하도록 지배방정식을 도출한다.

2.1 슬로싱모드를 고려한 탱크벽 진동의 역학모델

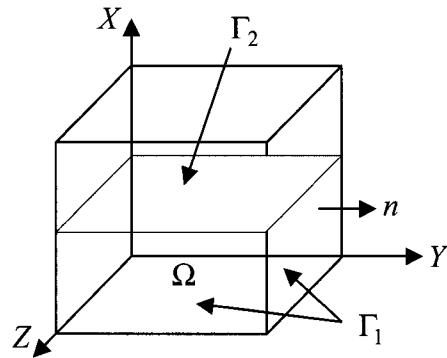


Fig.1 Elastic tank structure containing fluid and coordinates

Fig.1에서 보이는 바와 같이 탱크 벽면의 경계를 Γ_1 , 자유표면상을 Γ_2 , 유체내부를 Ω 라하고, 그 유체는 완전유체라고 가정하면 속도포텐셜 ϕ 를 이용하여 다음과 같은 경계조건방정식으로 나타낼 수 있다.

$$\nabla^2 \phi = 0 \quad \text{in } \Omega \quad (1)$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial n} = \frac{\partial W}{\partial t} \quad \text{on } \Gamma_1 \quad (2)$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial n} = \left(\frac{\omega^2}{g} \right) \phi \quad \text{on } \Gamma_2 \quad (3)$$

속도포텐셜 ϕ 를 다음과 같이 두 가지 성분으로 분해하여 정식화를 행한다(Amabili,2000).

$$\phi = \phi^0 + \phi^F \quad (4)$$

여기서, ϕ^0 는 자유표면 조건을 $\phi = 0$ 로 근사한

것을 나타내고, 자유표면에서의 파의 발생을 고려한 것에 의한 영향을 ϕ^F 로 표시하는 것으로 한다.

단, 강벽에서의 경계조건식은 $\frac{\partial \phi^F}{\partial n} = 0$ 이다.

한편, 이산화한 경계적분방정식을 유체부에 탄성판과 접하는 부분과 자유표면으로 분리하여 나타내면 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{bmatrix} H_{11} & H_{12} \\ H_{21} & H_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G_{11} & G_{12} \\ G_{21} & G_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\partial \phi_1}{\partial n} \\ \frac{\partial \phi_2}{\partial n} \end{bmatrix} \quad (5)$$

여기서, $\phi_1, \frac{\partial \phi_1}{\partial n}$: 탄성판에서의 속도포텐셜과 법선방향속도 벡터

$\phi_2, \frac{\partial \phi_2}{\partial n}$: 자유표면에서의 속도포텐셜과 법선방향속도 벡터

(4)식을 이용하면 (5)식은 다음과 같이 기본점수모드 ϕ^0 에 대한 (6)식과 슬로싱모드 ϕ^F 에 대한 (7)식으로 나타낼 수 있다.

$$\begin{bmatrix} H_{11} & H_{12} \\ H_{21} & H_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \phi_1^0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G_{11} & G_{12} \\ G_{21} & G_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\partial \phi_1^0}{\partial n} \\ \frac{\partial \phi_2^0}{\partial n} \end{bmatrix} \quad (6)$$

$$\begin{bmatrix} H_{11} & H_{12} \\ H_{21} & H_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \phi_1^F \\ \phi_2^F \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G_{11} & G_{12} \\ G_{21} & G_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{\partial \phi_2^F}{\partial n} \end{bmatrix} \quad (7)$$

또한 (4)식을 이용하면 슬로싱모드에 있어서 자유표면조건 (3)식은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\frac{\partial \phi^F}{\partial n} + \frac{\partial \phi^0}{\partial n} = \left(\frac{\omega^2}{g} \right) \phi^F \quad \text{on } \Gamma_2 \quad (8)$$

2.2. 연성조건에 의한 부가 질량행렬의 도출
외력에 의한 가상일 W_p 는 면외방향 변위 w 와 압력 P 로부터 다음과 같다.

$$W_p = \int_S \delta w P ds \quad (9)$$

여기서, P 는 기본점수모드 포텐셜에 의한 성분과 슬로싱모드 포텐셜에 의한 성분으로 분류하면 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$P = P^0 + P^F \quad (10)$$

형상함수를 고려하면 유한요소에 의한 (9)식은 다음 식과 같이 구해진다.

$$\begin{aligned} W_p^e &= \delta w_e^T \left\{ \left(\int_{A_e} [N^w]^T N^P dA \right) P_e^0 \right. \\ &\quad \left. + \left(\int_{A_e} [N^w]^T N^P dA \right) P_e^F \right\} \\ &= \delta w_e^T (S^e P_e^0 + S^e P_e^F) \end{aligned} \quad (11)$$

(11)식을 전체요소로 확대하고 압력과 속도포텐셜의 관계를 이용하면 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$W_p = \delta w^T (-\rho_f \omega^2 S \phi_1^0 - \rho_f \omega^2 S \phi_1^F) \quad (12)$$

또한, (6)식의 행렬을 분리하여, $\frac{\partial \phi_2^0}{\partial n}$ 를 소거하고, ϕ_1^0 와 $\frac{\partial \phi_1^0}{\partial n}$ 의 관계식을 (12)식에 대입하면 다음 (13)식이 구해진다.

$$W_p = \delta w^T \left(-\rho_f \omega^2 S A \frac{\partial \phi_1^0}{\partial n} - \rho_f \omega^2 S \phi_1^F \right) \quad (13)$$

여기서, A 는 계수행렬이고, $\frac{\partial \phi_1^0}{\partial n}$ 를 운동학적 조건에 적용시키면, 결국 (13)식은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$W_p = \delta W^T (-\omega^2 M_\omega^* w - \omega^2 S_0^* \phi_1^F) \quad (14)$$

여기서, $M_\omega^* = \rho_f S A$, $S_0^* = \rho_f S$ (15)

2.3. 비연성 슬로싱모드의 지배방정식

Fig.2와 같은 유체영역에서 구조부와 연성하지

은 슬로싱 포텐셜의 진동방정식을 도출할 수 있

(7)식에 대하여 자유표면조건, $\frac{\partial \phi^F}{\partial n} = \left(\frac{\omega^2}{g}\right) \phi^F$

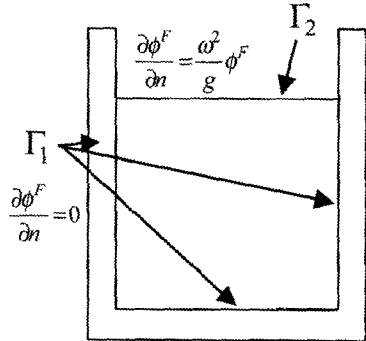


Fig. 2 Boundary Condition for uncoupled Sloshing modes

를 대입하여 정리하면 다음과 같은 (16)식을 얻을 수 있다.

$$\begin{bmatrix} H_{11} & -G_{12} \\ H_{21} & -G_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \phi_1^F \\ \frac{\partial \phi_2^F}{\partial n} \end{bmatrix} = \frac{-g}{\omega^2} \begin{bmatrix} 0 & -H_{12} \\ 0 & -H_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \phi_1^F \\ \frac{\partial \phi_2^F}{\partial n} \end{bmatrix} \quad (16)$$

2.4. 슬로싱모드를 고려한 유체부의 지배방정식

(6)식에서 ϕ_1^0 을 소거하고, (8)식을 이용하여 (6)식과 (7)식을 연성시키면 유체부의 지배방정식은 다음과 같이 얻어진다.

$$\begin{bmatrix} \frac{g}{\omega^2} H_{12} X & H_{11} & \left\{ \left(\frac{-g}{\omega^2} \right) H_{12} - G_{12} \right\} \\ \frac{g}{\omega^2} H_{22} X & H_{21} & \left\{ \left(\frac{-g}{\omega^2} \right) H_{22} - G_{22} \right\} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\partial \phi_1^0}{\partial n} \\ \phi_1^F \\ \frac{\partial \phi_2^F}{\partial n} \end{bmatrix} = 0 \quad (17)$$

여기서, X 는 G 와 H 의 요소로 이루어지는 계수행렬이다.

2.5 슬로싱모드에 의한 연성지배 방정식

(15)식과 (17)식을 이용하고, 유체력만을 고려

한 자유진동방정식을 이용하면, 슬로싱모드를 고려한 다음과 같은 연성고유진동방정식을 도출할 수 있다.

$$\begin{bmatrix} K & 0 & 0 \\ A & 0 & gH_{12} \\ B & 0 & gH_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ \phi_1^F \\ \frac{\partial \phi_2^F}{\partial n} \end{bmatrix} = \omega^2 \begin{bmatrix} [M+M'] & S^* & 0 \\ 0 & -H_{11} & G_{12} \\ 0 & -H_{21} & G_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ \phi_1^F \\ \frac{\partial \phi_2^F}{\partial n} \end{bmatrix} \quad (18)$$

여기서, $A = gH_{12}XT_w$, $B = gH_{22}XT_w$ 로 표시되는 계수행렬이고, T_w 는 좌표변환행렬이다.

3. 계산결과 및 고찰

Fig.3은 본 연구의 계산에 사용된 모델을 나타낸 것이고, 제원이나 재료의 특성은 Table 1에 표시하고 있다.

Fig.3에 보이는 것과 같이 윗면, 즉 자유표면 (Γ_2)을 제외한 모든 면을 탄성판(Γ_1)으로 취급하였고, 탄성판과 탄성판 사이의 경계조건은 단 순지지되어 있는 것으로 간주하였다.

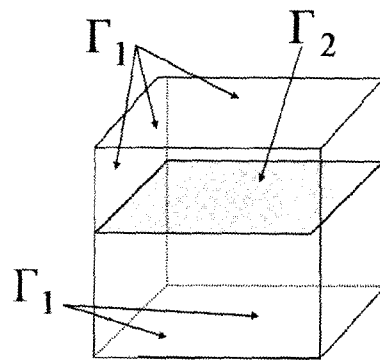


Fig. 3 Model of a water tank with sloshing

Table 1 Principal dimensions and material properties of the model

Length	L=10.0(m)
Breadth	B=10.0(m)
Height	H=10.0(m)
Thickness	t=0.015(m)
Young's Modulus	E=2.06E+11(Pa)
Poisson's Ratio	$\nu=0.3$
Density of elastic panel	$\rho_s=7.85E+03(kg/m^3)$
Density of Fluid	$\rho_w=1.00E+03(kg/m^3)$

3.1 비연성 슬로싱모드의 진동특성

Fig.3에서 탄성체로 취급한 면을 전부 강체로 취급하여 슬로싱모드만 작용하는 유체의 자유표면의 진동해석을 행하였다.

경계요소의 요소분할은 연직방향으로 10분할, 수평방향으로 10분할하였다. Fig.4는 수심이 3, 5, 7, 10m의 4가지 경우의 고유진동수를 나타내고, Fig.5는 수심이 10m인 경우의 슬로싱모드를 나타낸다.

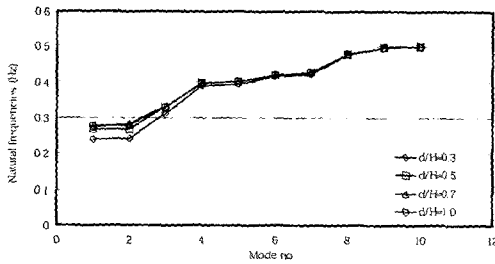


Fig.4 Natural frequencies of the uncoupled sloshing modes for the various water depth

Fig.4에서 알 수 있는 바와 같이 수심이 깊어질수록 고유진동수는 높게 나타나며 저차 모드에 있어서 수심의 깊이에 따라 고유진동수의 차는 현저하지만 고차로 가면 갈수록 고유진동수의 차가 없어지는 경향을 보이고 있다. 이것은 탱크의 벽면들을 강체로 취급하였기 때문에 일정모드차수 이상에서는 유체의 양에 상관없이 같은 거동을 하고 있는 것으로 사료된다.

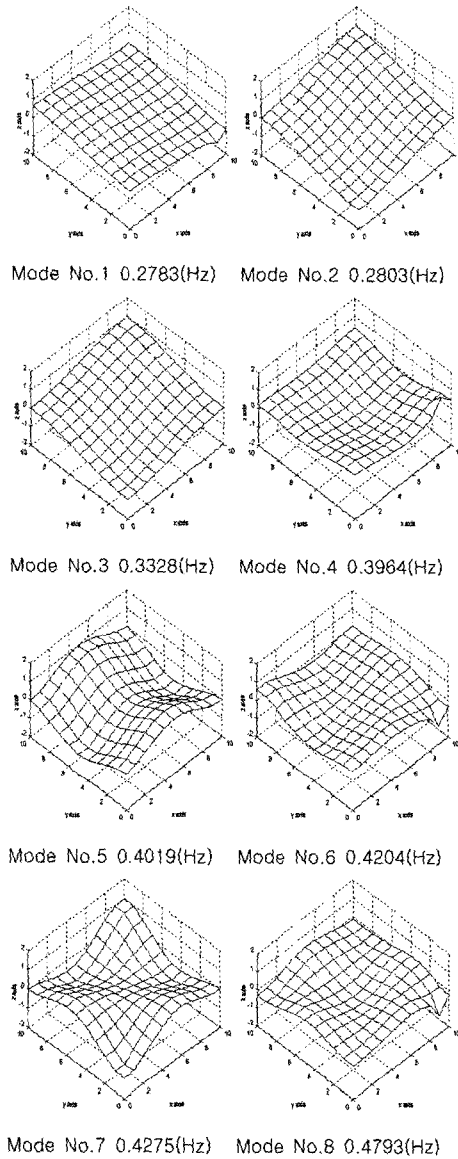


Fig. 5 Uncoupled sloshing modes (water depth: 10 m)

3.2 슬로싱을 고려한 탱크벽의 연성진동특성

탱크의 윗면을 유력탄성문제에 있어서 자유표면에 일어날 수 있는 슬로싱 진동을 고려한 연성 진동해석을 수행하였다. 판 유한요소의 분할은 유체 경계요소의 분할과 마찬가지로 연직방향과 수평방향으로 각각 10분할씩 하여 총 100요소로 분

할 하였다. Fig.6은 수심을 d로 하였을 때 $d/H = 0.3, 0.5, 0.7, 1.0$ 의 4경우와 측면판 4면이 탄성판이고 밀면이 강체, 윗면이 슬로싱이 없는 자유 표면인 경우의 각 고유진동수와의 비교를 나타내고 있다.

Table 2 Numerical results of natural frequencies with or without sloshing(water depth=3m)
(Unit : Hz)

Mode	With Sloshing	Without Sloshing	Sloshing only
1	0.2468	0.2468	
2	0.3178		
3	0.3741		0.3328
4	0.3744		0.3328
5	0.4366		0.3328
6	0.4512		0.4276
7	0.4586		0.4019
8	0.4968	0.4968	0.4275
9	0.4970		0.4275
10	0.5011		0.4793

Table 3 Numerical results of natural frequencies with or without sloshing(water depth=7m)
(Unit : Hz)

Mode	With Sloshing	Without Sloshing	Sloshing only
1	0.1676	0.1676	
2	0.1978	0.1978	
3	0.219	0.219	
4	0.2569	0.2569	0.2783
5	0.2994	0.2994	
6	0.3268		
7	0.3661		0.2839
8	0.3665		0.2839
9	0.4302		0.3328
10	0.4508		0.3964

Table2 - Table3은 $d/H = 0.3, 0.7$ 인 경우에 있어서 슬로싱을 고려하였을 때와 고려하지 않았을 때의 고유진동수를 나타낸 것이고, Fig.7과 Fig.8은 $d/H = 0.7$ 인 경우에 있어서 슬로싱모드와 슬로싱이 연성 되었을 때의 탱크의 고유모드, 고

려되지 않았을 때의 고유모드를 각각 나타낸 것이다.

Fig.6에서 알 수 있는 바와 같이 슬로싱을 고려한 경우에 있어서 수심이 깊어질수록 고유진동수는 낮아지는 경향을 보이고 있다. 이것은 접수 탱크 구조물은 크게 두 가지 요인에 의해 고유진동수가 결정되는데 그중 하나는 유체의 간섭으로 인한 부가질량의 효과로 인하여 고유진동수를 낮게 하는 것이고, 다른 하나는 판과 판사이의 경계조건에 의한 영향으로서 판과 판이 같은 방향으로 모드변형을 하면, 고유진동수에 영향을 미치지 않지만 서로 반대 방향으로 모드변형을 하면 경계부분의 회전을 구속하기 때문에 고유진동수를 높이는 경향이 있다.

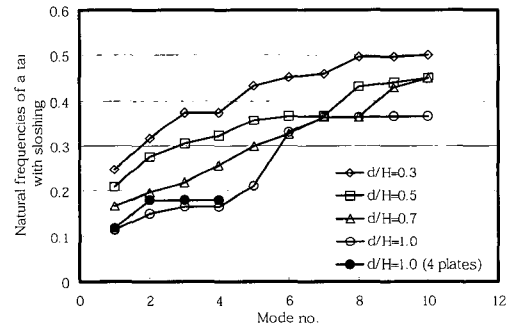


Fig. 6 Natural frequencies of a tank with sloshing in each cases

이들 두 영향인자에 의해 고유진동수가 결정되지만 수심이 깊어질수록 구조적 간섭의 영향보다 유체적 간섭의 영향이 훨씬 크기 때문에 고유진동수는 낮아진다고 생각할 수 있다. 또한 5면이 탄성판인 경우와 4면이 탄성판이고 밀면이 강체인 경우와를 비교하면 4면이 탄성판인 경우보다는 5면이 탄성판인 경우의 고유진동수가 더 낮게 나오고 있는 것을 알 수 있다. 이것은 압력으로 인하여 수평방향으로의 유체적 간섭보다 수직방향, 특히 밀면에서의 유체의 운동구속이 크기 때문에 부가질량 효과가 커지고, 따라서 고유진동수는 내려간 것이라고 사료된다.

Table2 - Table3, Fig.7, Fig.8 등에서 알 수 있듯이 슬로싱을 고려한 경우는 슬로싱을 고려하

지 않은 경우에 나타나지 않는 모드형상도 존재하지만, 슬로싱의 고려유무에 관계없이 동일한 모드형상과 고유진동수가 존재한다.

이것으로부터 슬로싱 진동에 의한 영향은 탱크 벽의 고유진동수 및 모드형상에 거의 영향을 미치지 않음을 알 수 있다.

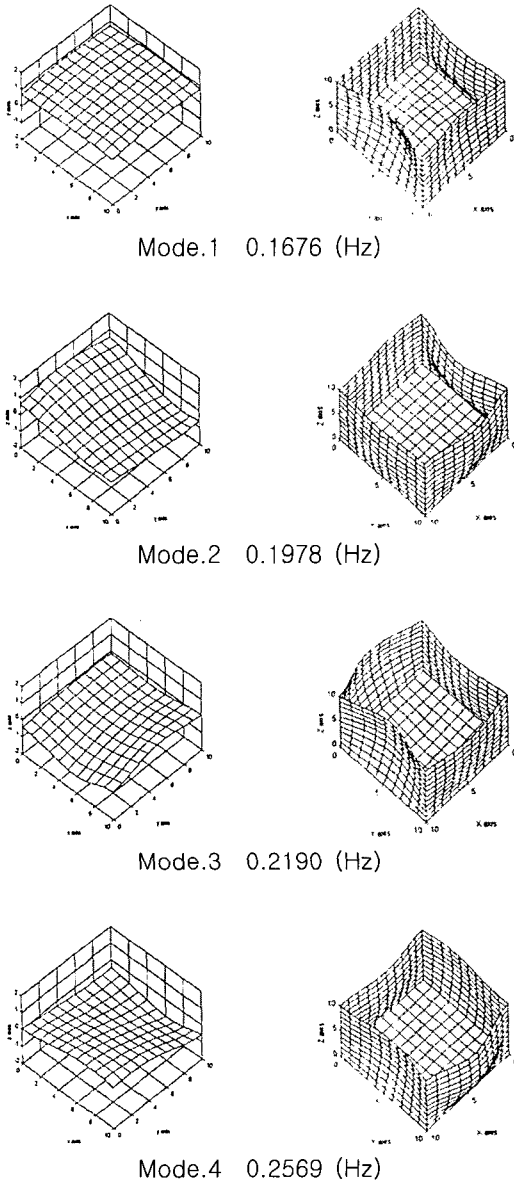


Fig. 7 Natural modes of the model with sloshing($d/H=0.7$)

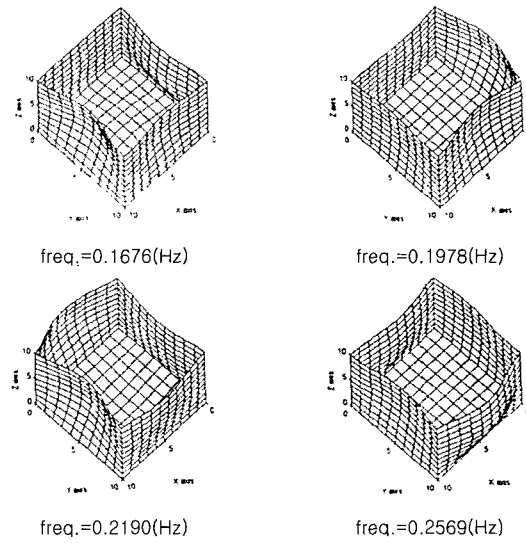


Fig. 8 Natural modes of the model without sloshing($d/H=0.7$)

한편, Fig.9에 나타낸 것 같이 비연성시의 슬로싱 모드 고유진동수와 유체와의 연성을 고려하여 얻어진 탱크의 고유진동수를 비교하면 수심에 따라 약간의 차이는 있지만 전체적으로 연성일 때의 진동수가 약간 높게 나타나는 것을 알 수 있다.

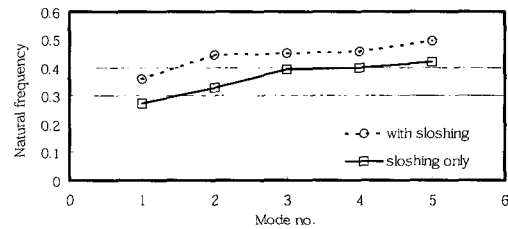


Fig. 9 Comparison of natural frequencies between the model with sloshing and sloshing only($d/H=1.0$)

4. 결론

접수 탱크 구조물의 자유표면에 발생하는 슬로싱 모드가 그 구조물의 진동특성에 어떠한 영향을 미치는가를 파악하기 위하여 수치계산을 이용한 결과를 다음과 같이 정리 할 수 있다.

슬로싱 단독모드의 경우, 저차모드에서는 고유진동수가 수심에 의해 변화가 있지만 고차모드에서는 거의 일정한 값으로 수렴하고 있는 것이 확인되었고, 슬로싱 진동에 의한 영향은 탱크벽의 고유진동수 및 모드형상에 거의 영향을 주지 못한다는 것이 확인되었다. 그러나 탱크벽의 고유진동수가 유체만의 슬로싱 고유진동수와 가까이 있을 때는 약간의 영향도 무시할 수 없기 때문에 슬로싱모드에 대해서는 두께의 변화라든가 영계수를 변화시켜 가면서 좀더 고찰할 필요가 있을 것이라고 사료된다. 또한 비연성일 때 슬로싱모드의 고유진동수와 연성일 때의 그것과 비교하면 연성일 때가 비연성일 때보다 고유진동수가 약간 상승한다는 것을 알 수 있다.

한편, 선체구조물에서의 각종 탱크에는 구조변형뿐 아니라 선박의 운동에 따라 탱크내부의 유체의 파동이 일어나기 때문에 이러한 발진모드에 의한 진동수 특성 파악도 중요한 연구과제가 될 것으로 사료된다.

참 고 문 헌

- 김극천, 김재승, 1978, “직사각형판의 탄성접수 진동에서 주연지지조건의 영향,” 대한조선학회지, 제15권, 제 2호 pp.1-11.
- 김극천, 이기표, 이현엽, 1980, “보강판의 접수 진동,” 대한조선학회지, 제 17 권, 제2호, pp.11-16.

- 배성용, 2003, “접수탱크구조의 진동특성에 관한 연구”, 대한조선학회논문집, 제40권, 제4호, pp.46-52.
- Kito,F.,1960, “On Vibration of a Rectangular Tank Filled with Water,” J.Soc.Naval Arch.of Japan, Vol.106, pp.75-82.
- Yasuzawa,Y., Kagawa,K., Bae,S.Y. and Zaitso,K., 1998, “Vibration Analysis of a Water Tank Structures,” Trans. of The West-Japan Soc.of Naval Arch.,Vol.96, pp.181-192.
- Yukitaka,Y. and Bae,S.Y., 1998, “Fluid - Structure Coupled Vibration of Thin Walled Structures,” Proceedings of the Twelfth Asian Technical Exchange and Advisory Meeting on Marine Structures, Kanazawa, Japan, pp. 315-324.
- Amabili,M., 2000, “Eigenvalue Problems For Vibrating Structures Coupled with Quiescent Fluid with Free Surface,” Journal of Sound and Vibration, Vol. 231, No. 1, pp.79-97.



< 배성용 >