

감도해석을 이용한 구조물의 손상위치 및 크기해석

이정윤*

(논문접수일 2003. 3. 24, 심사완료일 2003. 7. 21)

Analysis of a Structural Damage Detection Using Sensitivity Analysis

Jung Youn Lee*

Abstract

This study proposed the analysis of damage detection due to the change of the stiffness of structure by using the original and modified dynamic characteristics. The present approach allows the use of composite data which consist of eigenvalues and eigenvectors. The suggested method is applied to examples of a cantilever and 3 degree of freedom system by modifying the stiffness. The predicted damage detections are in good agreement with these from the structural reanalysis using the modified stiffness.

Key Words : Damage Detection(손상 탐지), Sensitivity Analysis(감도해석), Dynamic Characteristic(동특성), Sensitivity Coefficient Matrix(감도계수행렬), Mass Matrix(질량행렬), Stiffness Matrix(강성행렬)

1. 서론

자동차, 공작기계, 비행기, 발전소, 해양구조물 등은 사용 중에 운전하중이나 충격, 부식, 지진, 바람, 파랑하중에 의해서 구조물에 손상이 발생되며 이로부터 구조물의 손상 위치를 정확하게 찾아내는 일은 구조물의 수명 연장과 안전성에서 매우 중요하게 되었다.

구조물의 손상을 평가하는 방법이 많은 연구자들에 의해 활발히 수행되고 있다. 오병환 등⁽¹⁾은 정적변위 및 동특성 측정자료를 이용하여 구조물의 변형도를 추정하였으며,

김정태 등⁽²⁾은 초기 진동 특성치가 측정되지 않은 구조물에서의 손상발견 알고리즘을 개발하였고 방은영 등⁽³⁾은 신경망을 이용하여 구조물 접합부의 손상도 추정하였다.

국외에서 이에 대한 연구로는 Liu 등⁽⁴⁾이 구조물의 규명을 위해 사용한 이래로 손상 발견과 기존 구조물의 안전진단에 중요한 연구가 되었다. 또한 Shinozuka 등⁽⁵⁾은 선형 동역학계를 규명하기 위해서 최소자승법을 사용하였으며 Baruch 등⁽⁶⁾은 최적화로 시스템 규명의 문제를 공식화하였다. 최근 들어 Stubbs 등⁽⁷⁾은 항공 우주구조물의 손상 발견에 진동 특성치의 변화를 사용할 수 있는지의 적용성을

* 주저자, 경기대학교 기계시스템디자인공학부 (jylee@kyonggi.ac.kr)
주소: 442-760 경기도 수원시 영통구 의의동 산94-6

조사하였고, 특히 Shephens 등⁽⁸⁾은 교량구조물의 진동형상의 변화를 측정하고 이 변화를 유한요소 모델에 적용하여 손상을 발견하려는 연구를 수행하였으며 그동안 다양한 연구노력에도 불구하고 구조물의 손상을 정확히 예측하는데 어려움이 있었다. 왜냐하면 지금까지 대부분의 연구가 구조물이 손상을 받은 후 변경된 강성 행렬을 구할 때 모드의 변화가 없다고 가정하였기 때문에 구조 변경량이 많으면 오차가 증가하기 때문이다.

구조물의 손상을 예측하는 문제는 구조물의 설계파라미터 변경에 의한 동특성 변화의 역처리 문제(inverse problem)이며 저자^(9,10)는 선행 연구로 설계파라미터 변경에 의한 구조물의 동특성 변화를 유한요소법을 사용하여 해석하였다. 본 연구에서는 구조물의 손상 전의 고유진동수, 진동모드, 강성행렬, 질량행렬과 구조 손상 후 고유진동수, 진동모드만을 가지고 감도계수를 해석한 다음에 구조물의 강성 변화량을 구하고 이를 이용하여 구조물의 손상 위치와 크기를 예측하고 외팔보와 3자유도계에 적용하여 유효성을 검증한다.

2. 이론

구조물이 손상을 받으면 동특성이 변화게 된다. 이때 구조물 손상 전 후의 동특성은 다음과 같이 된다.

$$(K_o - \lambda_o M_o) \phi_o = 0 \quad (1)$$

$$(K - \lambda M) \phi = [(K_o + \Delta K) - (\lambda_o + \Delta \lambda) (M_o + \Delta M)] (\phi_o + \Delta \phi) = 0 \quad (2)$$

여기서 K_o , M_o , K , M , ΔK 와 ΔM 은 각각 변경 전 강성 및 질량 행렬, 변경 후 강성 및 질량 행렬, 강성 및 질량 행렬의 변화량이며 λ , ϕ , λ_o , ϕ_o , $\Delta \lambda$ 와 $\Delta \phi$ 는 각각 구조 변경 후 고유치, 고유벡터, 변경 전 고유치, 고유벡터, 고유치 및 고유벡터 변화량이다.

2.1 동특성 변화로부터 감도계수의 해석

Fox⁽¹¹⁾는 고유 벡터의 변화량을 변경 전 고유벡터의 선형 결합으로 표시될 수 있다고 다음과 같이 가정하였다.

$$\{\Delta \phi\}_i^T = \sum_{k=1}^n \alpha_{ki} \phi_{ok} \quad (3)$$

구조물의 동특성 변화로부터 감도계수를 구하는 것은 감도해석의 역변환 문제이므로 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$[\Delta \phi] = [\alpha]^T [\phi_o] \quad (4)$$

$$[\alpha]^T = [\phi_o]^{-1} [\Delta \phi] \quad (5)$$

여기서 $[\Delta \phi]$, $[\alpha]$, 및 $[\phi_o]$ 는 고유벡터 변화량 행렬, 감도계수 행렬 및 변경 전 고유 벡터행렬이다. 즉 감도계수 행렬은 변경 전 고유벡터 행렬과 변경 후의 고유벡터 변화량 행렬로부터 구할 수 있다.

2.2 기존의 감도해석 방법

Fox⁽¹¹⁾는 감도계수를 다음과 같이 구하였다.

$$\alpha_{ii} = - \frac{\Delta M_{ii}}{2} \quad (6)$$

$$\alpha_{ij} = \frac{-\Delta M_{ij} \omega_{oj}^2 + \Delta K_{ij}}{\omega_{oj}^2 - \omega_{oi}^2} \quad (7)$$

여기서 $\Delta M_{ij} = \{ \phi_o \}_i^T [\Delta M] \{ \phi_o \}_j$,

$\Delta K_{ij} = \{ \phi_o \}_i^T [\Delta K] \{ \phi_o \}_j$ 이다.

그러나 위 방법은 구조물에 질량이나 강성 변경 후에도 고유 벡터의 변화가 없다고 가정하였기 때문에 변경량이 많으면 감도 계수의 오차가 증가하여 실제 구조물의 적용에는 한계가 있다. 이런 문제점을 개선하기 위해서 새로운 방법⁽¹⁰⁾이 제안되었다.

$$\alpha_{ii} = - \frac{1}{2} \left\{ \sum_{k=1}^n \alpha_{ki}^2 + \Delta M_{ii} + 2 \sum_{k=1}^n \alpha_{ki} \Delta M_{ik} + \sum_{q=1}^n \alpha_{qi} \sum_{k=1}^n \alpha_{ki} \Delta M_{qk} \right\} \quad (8)$$

$$\alpha_{ij} = \frac{1}{\omega_{oj}^2 - \omega_{oi}^2} \left\{ \Delta K_{ij} + \sum_{k=1}^n \alpha_{ki} \Delta K_{kj} + \sum_{k=1}^n \alpha_{kj} \Delta K_{jk} + \sum_{q=1}^n \alpha_{qi} \sum_{k=1}^n \alpha_{ki} \Delta K_{qk} + \sum_{k=1}^n \omega_{ok}^2 \alpha_{ki} \alpha_{kj} \right\} - \frac{\omega_{oj}^2}{\omega_{oi}^2 - \omega_{oi}^2} \left\{ \sum_{k=1}^n \alpha_{ki} \alpha_{kj} + \Delta M_{ij} + \sum_{k=1}^n \alpha_{ki} \Delta M_{kj} + \sum_{k=1}^n \alpha_{kj} \Delta M_{ik} + \sum_{q=1}^n \alpha_{qi} \sum_{k=1}^n \alpha_{ki} \Delta M_{qk} \right\} \quad (9)$$

이 감도계수는 구조물에 질량과 강성이 변경에 따른 고유 벡터의 변화를 고려하였기 때문에 고유벡터 및 고유진동수 변화량을 잘 예측하였다.

2.3 감도계수로부터 구조물의 손상 해석

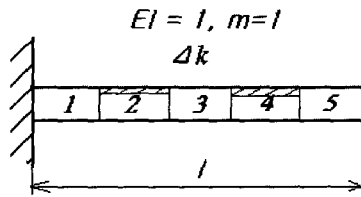
구조물이 손상을 받는 경우 질량은 변화가 없고 강성만

변한다고 할 수 있으므로 $\Delta M_{ij}=0$ 이며 식 (9)는 다음과 같이 된다.

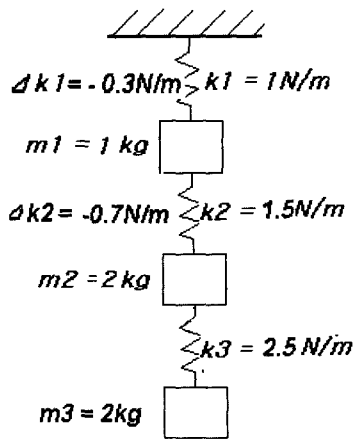
$$\alpha_{ii} = -\frac{1}{2} \sum_{k=1}^n \alpha_{ki}^2 \quad (10)$$

$$\begin{aligned} \alpha_{ij} = & \frac{1}{\omega_{oj}^2 - \omega_{oi}^2} \left\{ \Delta K_{ij} + \sum_{k=1}^n \alpha_{ki} \Delta K_{ki} \right. \\ & + \sum_{k=1}^n \alpha_{kj} \Delta K_{jk} + \sum_{q=1}^n \alpha_{qi} \sum_{k=1}^n \alpha_{ki} \Delta K_{qk} \\ & \left. + \sum_{k=1}^n \omega_{ok}^2 \alpha_{ki} \alpha_{kj} \right\} - \frac{\omega_{oj}^2}{\omega_{oj}^2 - \omega_{oi}^2} \left\{ \sum_{k=1}^n \alpha_{ki} \alpha_{kj} \right\} \end{aligned} \quad (11)$$

여기서 식 (5)에서 구한 감도계수 α_{ki} 를 식 (10), 식 (11)에 대입하여 변경된 ΔK_{ij} 을 구한다. 또한 변경된 ΔK_{ij} 을 $\{\phi_o\}_i^T [\Delta K] \{\phi_o\}_j = \Delta K_{ij}$ 에 대입하여 $[\Delta K]$ 를 구하고 $[\Delta K]$ 을 식 (2)에 대입하여 구조물의 손상위치 및 크기를 해석한다.



(a) cantilever



(b) 3 d.o.f system

Fig. 1 Model of cantilever and 3 d.o.f

3. 적용 예

Fig. 1은 위에서 해석한 이론을 적용하기 위해 사용한 외팔보 및 3자유도계의 모델을 나타낸다. 변경전의 외팔보의 질량, 길이, 탄성계수는 1로 하였으며 구조물의 손상을 주기 위해서 2번, 4번 요소에 각각 강성의 15%, 20%를 감소시켜 동특성을 변화시켰고 이 동특성의 변화로부터 구조물의 손상된 위치와 크기를 예측하였다.

3 자유도계의 변경 전 질량은 각각 1kg, 2kg, 2kg 강성은 1N/m, 1.5N/m, 2.5N/m로 하였으며. 강성은 1번, 2번 요소에 각각 0.3N/m, 0.7N/m을 감소시켜 동특성을 변화시켰고 이 동특성의 변화로부터 손상된 위치와 크기를 예측하였다.

4. 결과 및 고찰

4.1 고유진동수 변화 검토

Table 1은 외팔보의 4차까지 고유진동수 변화를 나타낸 표이다. 고유진동수 변화를 보면 1차는 22.3%, 2차는 3.4%, 3차는 6.4%, 4차는 3.5%가 감소하였으며 이는 강성이 감소하였기 때문이다.

Table 2는 3자유도계의 3차까지 고유진동수 변화를 나타낸 표이다. 고유진동수 변화를 보면 1차는 22.3%, 2차는 14.2% 감소하였으며, 3차는 11.4% 감소하였다. 이는 질량

Table 1 Comparison of natural frequencies by modifying structure in cantilever beam

mode	modification	
	before	after
1	3.516	3.424
2	22.046	21.290
3	61.918	57.952
4	122.319	118.012

Table 2 Comparison of natural frequencies by modifying structure in 3 d.o.f system

mode	modification	
	before (Hz)	after (Hz)
1	0.3730	0.2898
2	1.4070	1.2076
3	1.9080	1.6904

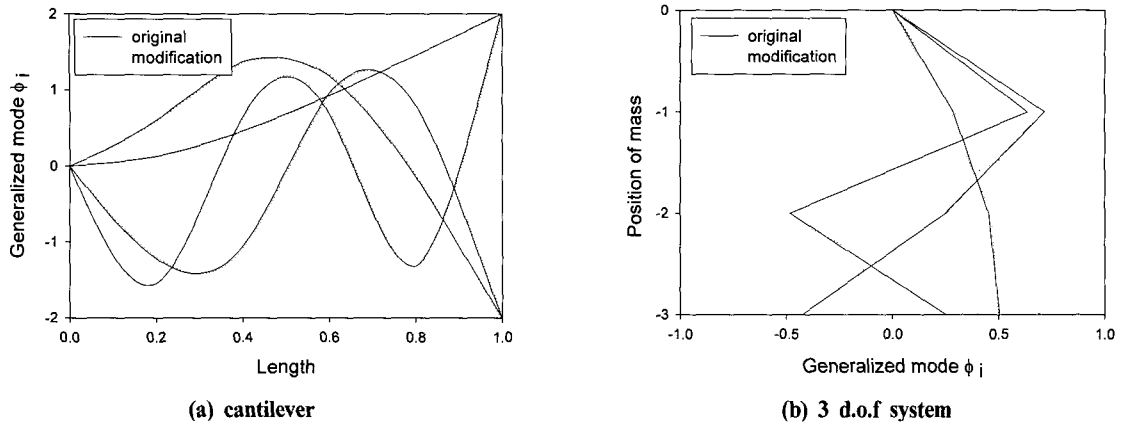


Fig. 2 Comparison of mode shapes in cantilever and 3 d.o.f system

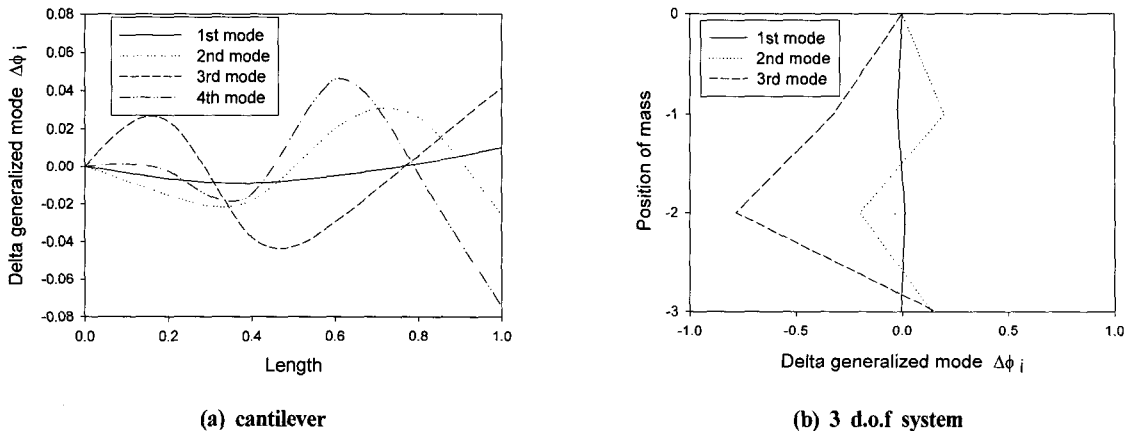


Fig. 3 Comparison of delta mode shapes in cantilever and 3 d.o.f system

은 변동 없고 강성만 감소하였기 때문이다.

4.2 모드변화 검토

Fig. 2는 외팔보 및 3자유도계의 구조물 손상 전후의 진동해석을 하여 구한 고유벡터이다. 외팔보의 경우는 3 자유도계 보다 강성이 조금 변화하였기 때문에 고유벡터의 변화가 적었다. Fig. 3은 고유벡터 변화량을 나타낸 그림으로 Fig. 2에서 변경후 와 변경전 고유 벡터의 차로 구하였다. 특히 외팔보의 고유 벡터 변화량은 변경전 고유벡터 모양과 유사함을 알 수 있다.

4.3 감도계수의 해석

Fig. 4은 외팔보 및 3자유도계의 구조물 손상 후 식 (5)를 이용하여 동특성 변화로부터 감도계수를 해석한 결과이다.

i, j 모드가 가까울수록 감도계수의 크기가 대체적으로 크게 나타났다. 이는 구조 변경시 가까이 있는 모드가 멀리 떨어진 모드보다 고유벡터의 변화에 더 많은 기여를 하기 때문이며 식 (9)에서 두 모드가 가까울수록 분모가 작아지기 때문이다.

4.4 구조물의 변경된 강성 위치 및 크기의 해석

Table 3은 외팔보 및 3자유도계에 구조물을 손상시킨 후 동특성 변화로부터 식 (5)를 이용하여 감도계수를 구하고

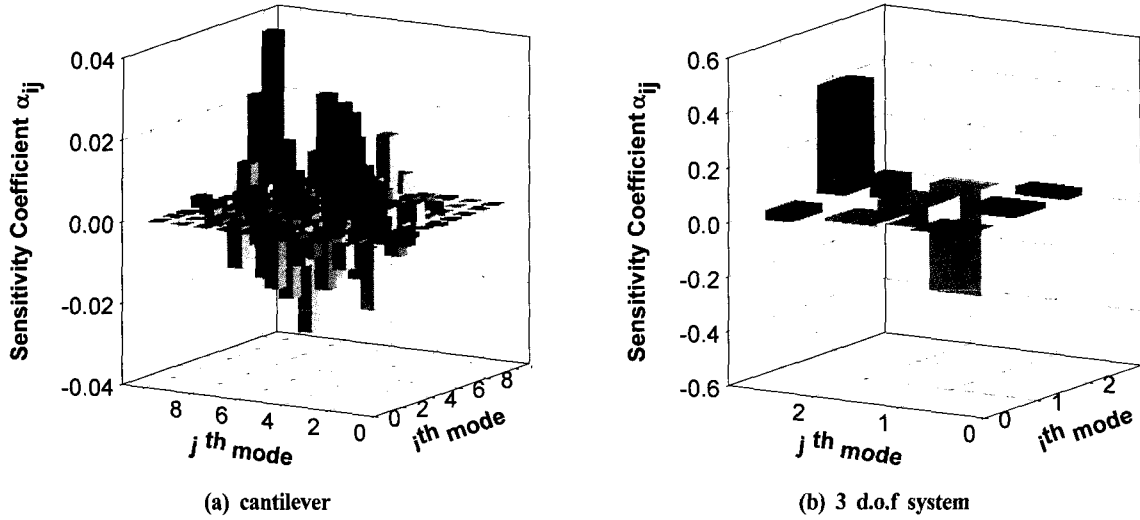


Fig. 4 Model of cantilever and 3 d.o.f system

Table 3 Predicted stiffness in cantilever and 3 d.o.f system

(a) cantilever

Element No.	stiffness			ratio $\Delta k / \Delta k_p$ (%)
	original (k)	changed (Δk)	predicted (Δk_p)	
1	1.0	0	0	100.00
2	1.0	-0.15	-0.1500	100.00
3	1.0	0	0	100.00
4	1.0	-0.20	-0.2001	100.05
5	1.0	0	0	100.00

(b) 3 d.o.f system

Spring No.	stiffness(N/m)			ratio $\Delta k / \Delta k_p$ (%)
	original (k)	changed (Δk)	predicted (Δk_p)	
1	1.0	-0.30	-0.3000	100.00
2	2.0	-0.70	-0.7000	100.00
3	2.5	0	0	100.00

식 (11)에 대입하여 변경된 ΔK_{ij} 을 구한다음 이것을 식 (2)에 대입하여 역으로 구조물의 손상된 위치와 크기를 예측하여 나타낸 표이다. 외팔보의 경우 2, 4번 요소에 감소시킨 강성 15%, 20%를 정확히 예측하였음을 알 수 있다.

또한 3자유도계의 경우도 1, 2번 요소에 감소시킨 강성 0.3N/m, 0.7N/m도 정확히 찾아냈음을 알 수 있다.

5. 결론

구조물의 손상 전, 후의 동특성을 이용하여 구조물의 손상 위치와 크기를 정확히 예측하는 알고리즘을 개발하였으며 다음과 같은 결론을 얻었다.

- (1) 구조물 손상 전후의 진동모드를 가지고 감도 계수를 해석하는 방안을 제안하였다.
- (2) 감도 계수로부터 강성 행렬 변화량을 해석하는 알고리즘을 개발하였다.
- (3) 유한요소법의 강성행렬을 이용하여 강성 행렬 변화량으로부터 구조물의 손상 위치 및 크기를 해석하는 방안을 제안하였다
- (4) 본 방법을 외팔보와 3자유도계에 적용한 결과 구조물 손상 위치 및 크기를 정확히 예측하므로 제안된 방법이 타당함을 알 수 있었다.

후 기

이 논문은 2002학년도 경기대학교 교내학술 연구비 지원에 의해 수행되었습니다.

참고 문헌

- (1) Oh, B. H. and Jung, B. S., 1997, "Damage Assessment of Structures Based of Static and Modal Test Data", *J. of KSCE*, Vol. 17, No.1~3, pp. 383~396.
- (2) Kim, J. T., Ru, Y. S., Cho, H. M. and Na, W. B., 1995, "Damage Detection Algorithm for Structures without Baseline Modal Responses", *Trans. of KSCE*, Vol. 1, pp. 83~96.
- (3) Bahng, E. Y., Yi, J. H. and Yun, C. H., 1998, "Structural Joint Damage Assessment Using Neural Networks", *J. of ESK*, Vol. 2, No. 1, pp. 35~46.
- (4) Liu, S. C. and James, T. P., 1978, "Structural Identification Concept", *J. ASCE of Structure Engineering*, Vol. 104, No. 12, pp. 1845~1858.
- (5) Shinozuka, M., Yun, C. B. and Imai, H., 1982, "Identification of Linear Structural Dynamic Systems", *J. ASCE of Structure Engineering*, Vol. 108, No. 6, pp. 1371~1390.
- (6) Baruch, M. and Bar-Itzhack, I. Y., 1978, "Optimal Weighted Orthogonalization of Measured Modes", *J. of AIAA*, Vol. 16, No. 4, pp. 346~353.
- (7) Stubbs, N., Broome, T. H. and Osegueda, R., 1988, "Nondestructive Construction Error Detection in Large Space Structures", *J. of AIAA*, Vol. 28, No. 1, pp. 146~152.
- (8) Stephens, J. E. and Yao, J. T., 1987, "Damage Assessment Using Response Measurement", *J. of Structural Engineering, ASCE*, Vol. 113, No. 4, pp. 787~801.
- (9) Lee, J. Y., 1997, "Prediction of Dynamic Characteristics of Continuous Structure due to the Modification of Stiffness", *J. of KSMTE*, Vol. 6, No. 3, pp. 82~88.
- (10) Lee, J. Y., 2002, "A Structural Eigen derivative Analysis by Modification of Design Parameter", *J. of KSME, Series A*, Vol. 26, No. 4, pp. 739~744.
- (11) Fox, R. S. and Kapoor, M. P., 1968, "Rates of Change of Eigenvalues and Eigen vectors", *J. of AIAA*, Vol. 6, No. 12, pp. 2426~2429.