

## 열화 자료의 신뢰성 분석과 응용

정 해 성

서원대학교 응용통계학과

## Reliability Analysis of Degradation Data and its Applications

Hai Sung Jeong

Department of Applied Statistics, Seowon University

### Abstract

Life time data analysis requires some time-to-failure data to an extent. Some life tests result in few or no failure. In such cases, it is difficult to access reliability with traditional life tests that record only time to failure. Furthermore, with short product development time, reliability tests must be conducted with severe time constraints. For some devices, it is possible to obtain degradation measurements over time, and these measurements may contain useful information about product reliability. This article describes degradation reliability analysis methods to do inferences and predictions about a failure-time distribution by using software. In addition, the possibility of extension to CBM (Condition Based Maintenance) is suggested as an example of applied degradation data analysis.

## 1. 서 론

수명 자료 분석은 어느 정도의 수명자료가 요구된다. 그러나 수명시험에 따라서는 수명자료를 얻을 수 없는 경우도 있고 있더라도 극소수 일 때가 많다. 이 경우는 신뢰성 자료 분석이 어려워진다. 게다가 현대의 많은 제품들은 높은 신뢰도가 요구되고, 개발기간은 매우 짧은 것이 현실이다. 이 때 열화측정이 가능하다면, 제품의 신뢰성정보를 얻는데 유용한 수단이 제공될 수 있다. 열화(degradation)는 제조공정, 보관, 운반 및 사용 중에 여러 인자로 인하여 서서히 성능이 저하되어 결국에는 고장(failure)에 이르는 현상을 말한다. 열화 자료 분석은 시료가 고장으로 판정되기 이전에 열화의 과정에 있는 열화특성치(performance)로부터 신뢰성 정보를 예측하는 방법이다. 전통적인 수명시험을 통해 얻은 고장 판정 시점인 수명(time to failure) 자료 만에 의한 분석에 비해 열화 자료 분석의 장점은 시료가 고장이 나기 전의 열화 관측치 만으로도 신뢰성 분석이 가능하고, 고장 개수가 적은 경우, 심지어는 고장이 하나도 없는 경우에도 더 정확한 신뢰성 분석이 가능하며, 열화 과정을 이해하고 예측할 수 있을 뿐 만 아니라 이를 통해 성능향상 방법을 제시할 수도 있다는 것이다. 게다가 열화자료를 이용하여 소위 CBM (Condition Based Maintenance)이 가능하다는 것이다. 이 논문에서는 열화자료를 분석하는 절차를 명확히 하고, 실제 예를 가지고 ReliaSoft사의 소프트웨어인 ALTA 6.0 PRO를 이용하여 분석하고자 한다. 끝으로 열화 자료 분석의 응용 예로 CBM에로의 확장 가능성을 제안하고자 한다.

## 2. 열화 모형 설정

전형적인 열화 특성치는 진동의 크기, 샤프트(shaft) 나 베어링 같은 기계부품의 마모량, 저항기의 드리프트(drift), 발광 다이오드(diodes)의 출력 저하량, 피로-파괴량, 부식의 정도 등으로 나타난다. 이와 같은 열화 특성치에 의한 열화자료 분석에 의한 신뢰성 추정 모형은 고장물리에 근거한 모형과 통계에 근거한 모형으로 구분된다 (Eghbali and Elsayed (1997)). 고장물리에 근거한 열화모형은 분석 대상 재료와 이에 영향을 주는 인자사이의 물리적 관계와 실험 결과에 의해 열화현상을 표현하는 것이다. 그러나 모든 물질의 열화 현상을 그려낼 수 있는 물리 법칙은 일반적으로 존재하지 않는다. 그 이유는 열화에 영향을 미치는 모든 인자를 완전히 알지 못한다는 데 있다고 할 수 있다. 열화에 관여되는 모든 인자를 안다고 하더라도 그 수가 너무 많기 때문에 그들 모두를 고려한다는 것 또한 가능치 않다. 따라서 통계적 변동에 근거하여 열화 현상을 모형화 하는 것이 유용한 수단이 될 수 있는 것이다.

전형적인 열화 자료 모델링은 성능 저하를 표현하는 열화 특성치의 시간 경과에 따른 변화를 나타내는 모형을 추정하는 과정으로 나타난다. 이는 가속수준별 분포를 추정하고 수준

별 특성수명을 물리적 모형에 적합시킨 수명-스트레스의 관계를 이용하여 관심있는 스트레스 수준에서의 수명분포를 구하는 가속수명자료 모델링 방법과 유사하게 진행될 수 있다.

가속수준별 분포 추정에는 여러 가지 수명분포들이 사용될 수 있으며, 보편적으로 지수, 와이블, 대수정규 분포가 사용된다. 마찬가지로 열화 자료 분석의 경우도 첫 과정이 경과 시간별 분포 추정이다. 그 다음 과정은 경과 시간별 특성수명을 물리적 모형에 적합시키는 것이다. 가속 수명 자료 분석의 경우 일반적으로 적합되는 물리 모형을 열화 자료 분석에서도 이용할 수 있으며 일반적인 모형들은 <표 1> 과 같다.

<표 1> 가속수명시험에서 자주 사용되는 수명-스트레스 모형

모형 명	모형	스트레스 ( $U, V, X_1, \dots, X_n$ )
Arrhenius 모형	$L(V) = A \cdot \exp\left(\frac{E}{kV}\right)$	온도
Eyring 모형	$L(V) = \frac{1}{V} \cdot \exp\left\{-\left(A - \frac{B}{V}\right)\right\}$	온도 및 습도 등 비열
Inverse Power 모형	$L(V) = \frac{1}{K V^n}$	전압 등
온도-습도 모형	$L(V, U) = A \cdot \exp\left(\frac{B}{V} + \frac{C}{U}\right)$	온도, 습도
온도-비열 모형	$L(V, U) = \frac{A}{U^n} \exp\left(\frac{B}{V}\right)$	온도, 비열
General Log-Linear 모형	$L(X_1, \dots, X_n) = \exp\left(\alpha_0 + \sum_{i=1}^n \alpha_i X_i\right)$	각종 스트레스

참고로 General Log-Linear 모형은 변수변환을 통하여 앞의 다른 모형들로 축소되어 표현될 수 있다. 예를 들면, General Log-Linear 모형을 단일 스트레스 모형으로 축소시켜,  $X = 1/V$  로 하면,  $L(V) = \exp(\alpha_0 + \alpha_1/V)$  로 되어 Arrhenius 모형과 같아지며,  $X = \ln(V)$  로 하면, Inverse Power 모형과 같아진다.

<표 1> 의 수명-스트레스 모형의 스트레스 인자를 경시특성의 인자로 간주하여 열화모형으로 이용할 수 있다.

열화자료를 이용한 신뢰성 분석에 대한 중요한 연구는 Gertsbackh and Kordonskiy (1969), Nelson (1981), Carey and Koenig (1991), Chick and Mendel (1996), Feinberg and Widom (1996), Lu et al. (1997), Meeker et al. (1998) 와 Ettouney and Elsayed (1999). 를 참고할 수 있다.

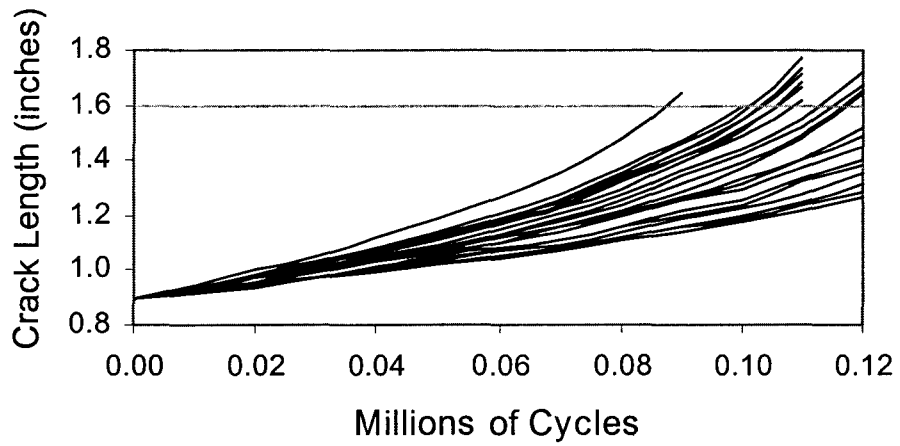
<그림 1>은 Lu and Meeker(1993)의 연구에서 사용된 피로-균열 성장 자료를 그림으로 나타낸 것이다. 이 자료는 21개의 시료로부터 시간 경과에 따른 균열의 길이를 관측하여 얻어졌으며, 고장 판단 기준은 균열의 길이가 1.6 인치가 되는 순간으로 정하였다.

이 자료를 이용하여 열화자료분석을 실시하기 위하여 자료관측시간을 0.00 으로부터 0.12 million cycles 까지 0.01 million cycle 단위로 관측한 21개 시료의 균열 길이를 이용하였다.

관측시간 별 열화 특성치의 분포와 수명-스트레스 모형의 적합도를 평가해본 결과 대수정규분포-Log-Linear 모형이 적절함이 확인되었다. 즉, 관측시간을  $V$  로 놓으면 다음 모형이 가정된다.

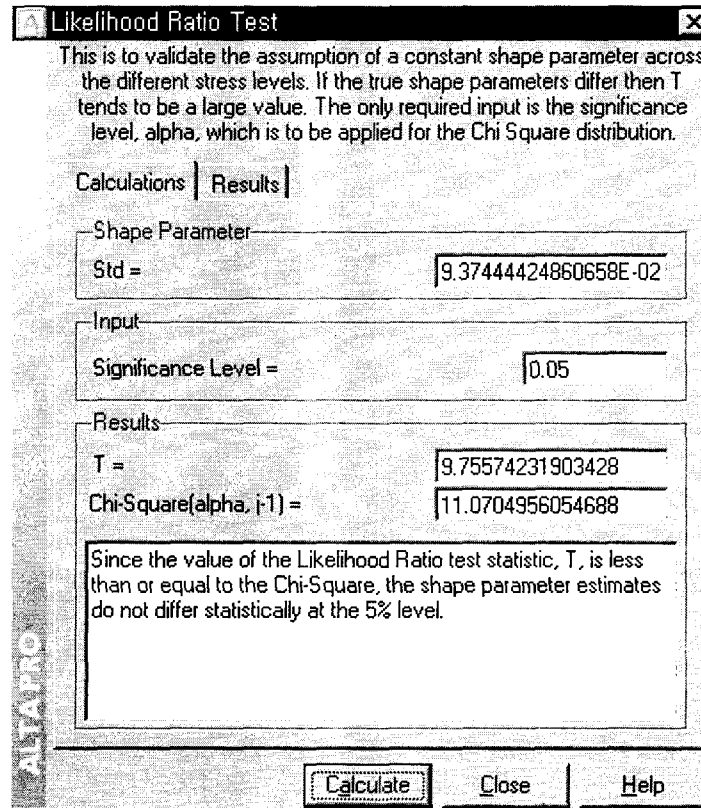
$$F(x; V) = \Phi\left(\frac{\ln x - \ln B_{50}(V)}{\sigma}\right) \text{와 } B_{50}(V) = \exp(\alpha_0 + \alpha_1 V) \quad (1)$$

여기서  $x$  는 열화량이며  $B_{50}(V)$  는 관측시간  $V$  에서의 열화특성치 분포의 메디안을 나타내는 모수이다.



<그림 1> Lu and Meeker(1993)에서 이용된 피로-균열 성장 자료  
(Fatigue-Crack-Growth Data from Lu and Meeker(1993))

식 (1)을 이용하여 관측시간별 분포 적합시킬 때 고려되어야 할 사항은 관측시간별로 적합한 대수정규분포의 형상모수인  $\sigma$  가 같다는 가정이 필요하다는 것이다. 따라서 관측시간별 분포로부터 형상모수  $\sigma$  가 같다는 과정이 유효한지를 유의수준 0.05에서 검정하여 형상모수  $\sigma$  가 같다고 가정 할 수 있는 관측시간 0.07, 0.08, 0.09, 0.10, 0.11, 0.12 million cycles 인 자료만을 이용하여 분석을 하였다 <그림 2>.



<그림 2> 형상모수  $\sigma$  의 동일성 검정 내용

<그림 3>로부터 관측시간(million cycle 단위) 별 열화특성치 분포는 다음과 같이 표현될 수 있다.

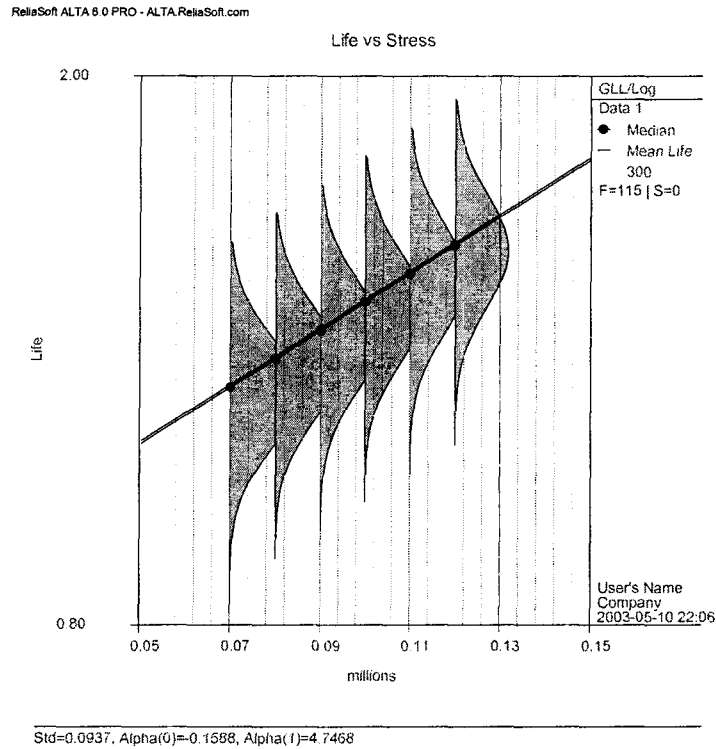
$$F(x; V) = \Phi\left(\frac{\ln x - \ln B_{50}(V)}{\sigma}\right)$$

와

$$B_{50}(V) = \exp(\alpha_0 + \alpha_1 V)$$

로부터

$$F(x; V) = \Phi\left\{\frac{\ln x - (-0.1588 + 4.7468 V)}{0.0937}\right\}$$



<그림 3> 열화자료 분석화면

### 3. 열화 자료 해석

열화특성치  $x$  가 허용한계  $x^*$  에 도달할 때 고장이라고 판단한다면, 고장시간  $T$  의 분포는 다음과 같이 구할 수 있다. 주어진 경과시간  $V$  에서의 열화특성치  $x$  의 분포가 대수정규분포를 따르므로  $\ln x \sim N(\alpha_0 + \alpha_1 V, \sigma^2)$  이고, 따라서 특정 경과시간  $V=t$  에서 고장을 일으킬 확률은

$$\begin{aligned}
 & \Pr[\ln x \geq \ln x^* | V = t] \\
 &= 1 - \Pr[\ln x < \ln x^* | V = t] \\
 &= 1 - \Phi\left[\frac{\ln x^* - (\alpha_0 + \alpha_1 t)}{\sigma}\right] \\
 &= \Phi\left[\frac{t - (\ln x^* - \alpha_0)/\alpha_1}{\sigma/\alpha_1}\right]
 \end{aligned}$$

이다. 이로부터 고장시간  $T$ 의 분포는 평균이  $(\ln x^* - a_0)/a_1$  이고 표준편차가  $\sigma/a_1$  인 정규분포를 따른다는 사실을 알 수 있다. 즉,

$$T \sim N((\ln x^* - a_0)/a_1, (\sigma/a_1)^2).$$

또한 특정 경과시간  $V=t$ 에서의 로그 열화특성치  $y = \ln x$ 의  $100p$  백분위수,  $y_p$ 는 다음과 같다.

$$y_p(t) = a_0 + a_1 t + \sigma z_p$$

단,  $z_p$ 는  $\Phi(z) = p$ 를 만족하는  $z$  값인 표준정규분포에서의  $100p$  백분위수  $z_p = \Phi^{-1}(p)$ 을 말한다. 따라서 열화특성치  $x$ 의  $100p$  백분위수,  $x_p$ 는 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$x_p(t) = \exp(a_0 + a_1 t + \sigma z_p)$$

<그림 1>의 피로-균열-성장 자료를 분석한 결과는 다음과 같다.  
특정 경과시간  $t$ 에서 고장을 일으킬 확률은

$$\begin{aligned} & \Pr[\ln x \geq \ln 1.6 | V = t] \\ &= 1 - \Phi\left[\frac{\ln 1.6 - (-0.1588 + 4.7468 t)}{0.0937}\right] \end{aligned}$$

와 같이 표현될 수 있고, 몇 가지 경과시간에 대하여 고장을 일으킬 확률을 계산한 결과가 다음과 같다.

$t$	0.07	0.08	0.09	0.10	0.11	0.12
고장확률	0.0008	0.0039	0.0157	0.0500	0.1275	0.2638
$t$	0.13	0.14	0.15	0.16	0.17	0.18
고장확률	0.4502	0.6486	0.8128	0.9184	0.9714	0.9920

또한 특정 경과시간  $t$ 에서의 균열 크기  $x$ 의  $100p$  백분위수,  $x_p$ 도 계산 될 수 있다. 예를 들어  $t = 0.08$ 에서의  $x_p$ 는 다음과 같다. 즉,

$$x_p(0.08) = \exp(-0.1588 + 4.7468 \cdot 0.08 + 0.0937 \cdot z_p) \quad (2)$$

로부터

$p$	0.10	0.30	0.50	0.70	0.80	0.90
$x_p(0.08)$	1.1061	1.1874	1.2473	1.3101	1.3496	1.4064

특정 경과시간  $t$ 에서의 열화특성치  $x$ 의  $100p$  백분위수,  $x_p$ 의 추정치는 그 자체로도 의미가 있지만 이를 이용하여 CBM 예로의 확장 가능성은 다음과 같다. 일반적인 보전정책에서는 수명자료로부터 구해진 수명분포로부터 추정된 특정 경과시간에서의 고장률, 신뢰도, 고장확률 등의 신뢰성 척도에 근거하여 보전여부가 결정된다. 그러나 CBM에서는 특정경과 시간에서의 대상품목의 상태에 근거하여 보전여부가 결정된다. 이는 <그림 1>에서 알 수 있듯이 특정경과시간 예를 들어  $t = 0.08$ 에서의  $x$  값은 1.11 ~ 1.48 사이의 값을 취하며, 극단적으로  $x$ 가 1.11 상태와 1.48인 상태의 보전여부가 다르게 결정되어야 한다는 것이다. 따라서 특정 경과시간에서의 열화특성치가 관측되면 이 값이 몇  $100p$  백분위수인가를 추정하여 경과시간에 따른  $100p$  백분위수 경향을 추정하고 이를 바탕으로 고장시간을 예측하고 이를 근거하여 보전여부를 결정할 수 있다. 예를 들면,  $t = 0.08$ 에서 균열의 크기가 1.40 임이 관측되었다면, 식 (2)로부터

$$\begin{aligned} z_p &= (\ln 1.4 + 0.1588 - 4.7468 \cdot 0.08) / 0.0937 \\ &= 1.2330 \end{aligned}$$

이므로 균열의 크기 1.4는  $t = 0.08$ 에서의 균열 분포의 89.12 백분위수이다. 따라서 경과시간에 따른 균열크기 분포의 89.12 백분위수

$$x_p(t) = \exp(-0.1588 + 4.7468t + 0.0937 \cdot 1.2330)$$

이 고장판단기준 1.6이 되는 시간이 기대되는 고장시간임을 알 수 있다.

#### 4. 결 론

Lu and Meeker(1993)의 피로-균열 성장 자료를 이용한 열화자료 분석 과정과 CBM예로의 확장 가능성을 다루었다. 피로-균열 성장 자료가 대수정규분포-Log-Linear 모형이 적절함이 확인되었다. 이를 이용하여 고장시간의 분포가 정규분포를 따른다는 사실을 밝혔다. 또한 특정 경과시간  $t$ 에서의 열화특성치  $x$ 의  $100p$  백분위수를 추정하였다. 향후 연구는



경과시간별 형상모수의 동일성을 가정하지 않은 자료 분석 방법에 관한 내용으로 추진하고자 한다.

## 참고문헌

- [1] Carey, M. B. and Koenig, R. H. (1991) Reliability Assessment Based on Accelerated Degradation: A Case Study. *IEEE Transactions on Reliability* 40, 499-506.
- [2] Chick, S. E. and Mendel, M. B. (1996) An Engineering Basis for Statistical Lifetime Models with an Application to Tribology. *IEEE Transactions on Reliability* 45, 208-214.
- [3] Eghbali, G. and Elsayed, E. A. (1997) Reliability Estimation Based on Degradation Data. *Rutgers University, Department of Industrial Engineering, Working Paper*, 97-117.
- [4] Ettouney, M. and Elsayed, E. A. (1999) Reliability Estimation of Degraded Structural Components Subject to Corrosion. *Rutgers University, Department of Industrial Engineering, Working Paper*, 99-113.
- [5] Feinberg, A. A. and Widom, A. (1996), Connecting Parametric Aging to Catastrophic Failure through Thermodynamics, *IEEE Transaction on Reliability*, Vol. 45, No. 1, 28-33.
- [6] Gertsbackh, I. B. and Kordonskiy, K. B. (1969) *Models of Failure*. (English Translation from the Russian Version) New York, Springer-Verlag.
- [7] Lu, C. J. and Meeker, W. Q. (1993) Using Degradation Measures to Estimate a Time-to-Failure Distribution. *Technometrics* 35(2), 161-173.
- [8] Lu, J., Park, J. and Yang, Q. (1997) Statistical Inference of a Time-to-Failure Distribution Derived from Linear Degradation Data. *Technometrics* 39(4), 391-400.
- [9] Meeker, W. Q., Escobar, L. A. and LU, C. J. (1998) Accelerated Degradation Tests: Modeling and Analysis. *Technometrics* 40(2), 89-99.
- [10] Nelson, W. (1981), Analysis of Performance- Degradation Data from Accelerated Tests, *IEEE Transaction on Reliability*, Vol. 30, No. 2, 149-155.