

수치적 실험에 의한 위성 내부 유동체의 안정-불안정 영역 판별

강자영
한국항공대학교

DETERMINATION OF GLOBAL STABILITY OF THE SLOSH MOTION IN A SPACECRAFT VIA NUMERICAL EXPERIMENT

Ja Young Kang
Hankuk Aviation University, Goyang, Gyeonggi-do, 412-791, Korea
E-mail: jaykang@hau.ac.kr

(Received October 20, 2003; Accepted October 28, 2003)

요 약

회전안정화 로켓 모터를 이용하는 우주 비행체의 자세 불안정 현상을 수치적 실험을 통하여 연구하였다. 이전 연구에서는 해석적 방법을 통하여 주어진 우주 비행체에 대한 정상해를 구하고 실제 발생했던 공진과 유사한 공진조건을 찾았으나 정상해 근방에서의 안정도 또는 파라미터 공간 전역에서의 안정도가 어떻게 변하는 지를 알 수가 없었다. 따라서, 본 연구에서는 이전 연구결과를 기초로 하여 주어진 파라미터 공간 전역에서 수치적 실험을 통하여 유동체의 파라미터 값에 따라 위성체의 자세 안정도가 어떻게 변화하는지를 관찰하고, 시스템 설계에 필요한 파라미터들의 안정/불안정 영역을 결정하였다.

ABSTRACT

The global stability of the attitude motion of a spin-stabilized space vehicle is investigated by performing numerical experiment. In the previous study, a stationary solution and a particular resonant condition for a given model were found by using analytical method but failed to represent the system stability over parameter values near and off the stationary points. Accordingly, as an extension of the previous work, this study performs numerical experiment to investigate the stability of the system across the parameter space and determines stable and unstable regions of the design parameters of the system.

Keywords: attitude, nutation, resonance, stability

1. 서 론

내부에 유동물질을 탑재한 회전 운동체의 자세 불안정성에 대해 여러 가지 연구가 이루어져 왔지만 시스템의 구조적 복잡성 때문에 해석적인 연구는 별로 이루어지지 않았다. 특히 위성이 내부 유동물질에 의한 섭동과 추력을 동시에 받을 경우 자세공진에 대한 해석적 연구는 소수에 불과하다. 이 중에서도 Or(1992)와 Yam et al.(1997)의 연구가 유동물질을 탑재한 회전체의 운동특성을 기술하는데

표 1. 이 논문에 사용된 기호설명.

a	: 횡방향 각운동량, 즉 $(H_1^2 + H_2^2)^{1/2}$
C_1, C	: 위성체 및 전체시스템의 질량 중심
xyz	: C_1 이 원점인 위성체 고정 좌표계
E	: 3 x 3 단위행렬
F	: 위성체의 대칭축과 C_1 을 지나는 추력벡터, 즉 $(0 \ 0 \ F_3)^T$
I	: 위성체의 질량관성모멘트 행렬
H, h	: 전체시스템 및 구진자의 각운동량
m_1, m_2	: 위성체 및 구진자의 질량
O	: 구진자의 피봇 점
s	: 구진자의 길이
s, r_o, r_p	: O 에서 m_2 , C_1 에서 O , C_1 에서 m_2 까지의 위치 벡터
r_1, r_2	: C 에서 C_1 및 m_2 까지의 위치벡터
u_s, u_r	: s 및 r_p 의 단위벡터
ξ	: 구진자의 일반화 좌표 벡터 $(\theta, \psi)^T$
θ, ψ	: 구진자의 반경방향 및 원주방향 좌표
ω	: xyz 좌표계의 회전속도
μ	: 전체질량($m_1 + m_2$)에 대한 진자의 질량(m_2)비
\sim	: 벡터 크로스적의 성분들을 나타내기 위한 반대칭 행렬

비교적 가장 근접하였으나 모두 선형화된 운동방정식을 이용하였기 때문에 해당 위성의 운동특성을 규명하는데 한계가 있었다. 이러한 문제점을 보완하고 Star48 로켓모터를 사용하는 upper stage에 발생한 장동운동의 원인을 찾기 위해 강자영(2003)은 Newton-Euler방법을 이용하여 비선형의 운동방정식을 유도하고, 이에 점근전개법을 적용하여 시스템에 발생할 수 있는 공진조건들을 구하였다. 그리고 실제 시스템 파라미터들의 값이 주어졌을 때 발생 가능성이 가장 높은 공진조건을 선택하고 수치시뮬레이션을 통하여 유동질량의 운동특성과 위성체의 각운동량 및 섭동모멘트의 관계를 관찰하였다. 처음부터 이 연구는 upper stage 위성체의 자세 불안정 생성 원인과 현상 규명에 초점이 맞추어져 있었기 때문에, 시스템 파라미터의 특정 영역만이 고려의 대상이 되었다. 그러나 동일 계열의 위성을 설계 변경하거나, 또는 시스템 특성이 유사한 위성을 설계하는 경우에 설계자들에게는 시스템의 안정성이 보장되는 파라미터들의 범위를 결정하는 문제가 관심사항이 아닐 수 없다.

본 연구의 목적은 이러한 위성설계자의 관점을 고려하여 위성체 자세에 영향을 주는 유동질량의 안정성이 정상점(stationary point)이 아닌 다른 영역에서는 어떻게 변화하는가를 관찰하는데 있다. 정상점이 아닌 영역에서의 안정성을 검증하는 것이기 때문에 이전 연구에서처럼 해석적 방법을 사용하지 않고 컴퓨터를 이용한 수치적 실험을 통하여 안정-불안정의 영역을 판별하기로 한다. 사용되는 시스템 모델 및 수학적 모델은 이전 연구에서 사용한 모델과 동일하다. 다만 안정성의 기준은 해당 파라미터 영역에서 발생한 최대 횡방향 각운동량(maximum lateral angular momentum)의 값을 기준으로 한다. 표 1에 이 논문에서 많이 사용한 기호들에 대한 설명을 수록하였다. 특별한 설명이

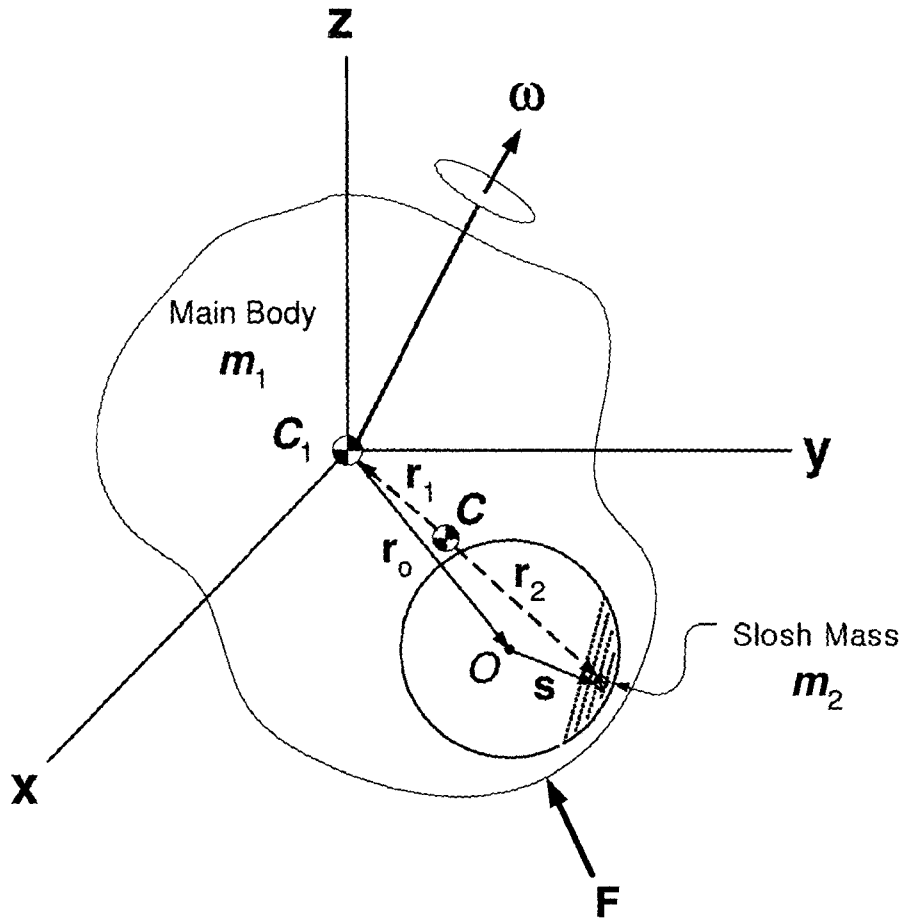


그림 1. 위성시스템 모델.

없는한 표 1의 기호들에 대한 중복 설명을 피하기로 한다.

2. 시스템 및 수학적 모델

그림 1은 이전에 수행된 연구(강자영 2003)에서 사용한 인공위성-유동체 모델을 일반화 해서 나타낸 그림으로서, Euler 방정식은 다음과 같이 표현되었다.

$$\dot{H} = \tilde{H}J^{-1}(H - h) - \mu\tilde{r}_p F. \quad (1)$$

여기에서 $h = \mu m_1 \tilde{r}_p \dot{s}$, $J = I - m_1 \mu \tilde{r}_p \tilde{r}_p$, $s = s\{-\sin\theta \sin\psi \quad \sin\theta \cos\psi \quad -\cos\theta\}^T$, θ 및 ψ 는 구진자의 반경방향 및 원주방향의 각운동을 나타내는 좌표이다.

또한, 위성체 내부에 탑재된 유동체에 대한 운동방정식은 유동체를 구진자로 가정하고, 그 변수를 $\xi = [\theta \quad \psi]^T$ 로 놓았을 때

$$BA_1 A_2 \ddot{\xi} = B(G - A_1 \dot{A}_2 \dot{\xi}). \quad (2)$$

표 2. 수치실험을 위한 기본 자료.

Parameter	t_{start}	$t_{burnout}$	Unit
m_1	4,300	2,700	lb
m_2	10	30	lb
H_1, H_2	14	Varied	Slug-ft ² /sec
I_1, I_2	1,350	700	Slug-ft ²
I_3	460	330	Slug-ft ²
r_o	3.5	3.5	ft
s	2.0	2.0	ft
ω_3	52.4	Varied	rpm
F_3	16,000	16,000	lb _f

으로 유도된다. 여기에서, 행렬 \mathbf{B} , \mathbf{A}_1 , \mathbf{A}_2 , \mathbf{G} , 그리고 \mathbf{E} 는 각각

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} \cos \psi & \sin \psi & 0 \\ -\sin \psi & \cos \psi & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad (3)$$

$$\mathbf{A}_1 = \tilde{\mathbf{u}}_s (\mathbf{E} + \mu m_1 s^2 \tilde{\mathbf{u}}_r \mathbf{J}^{-1} \tilde{\mathbf{u}}_r), \quad (4)$$

$$\mathbf{E} = 3 \times 3 \text{ identity matrix}, \quad (5)$$

$$\mathbf{A}_2 = \begin{bmatrix} -\cos \theta \sin \psi & -\sin \theta \cos \psi \\ \cos \theta \cos \psi & -\sin \theta \sin \psi \\ \sin \theta & 0 \end{bmatrix}, \quad (6)$$

$$\mathbf{G} = \tilde{\mathbf{u}}_s [\tilde{\mathbf{u}}_r \mathbf{J}^{-1} \tilde{\mathbf{H}} + (2\mathbf{E} + \mu m_1 s^2 \tilde{\mathbf{u}}_r \mathbf{J}^{-1} \tilde{\mathbf{u}}_r) \widetilde{\mathbf{A}_2 \dot{\xi}} + \widetilde{\mathbf{J}^{-1}(\mathbf{H} - \mathbf{h})\tilde{\mathbf{u}}_r}] \mathbf{J}^{-1}(\mathbf{H} - \mathbf{h}) - \tilde{\mathbf{u}}_s \left(\mu s \tilde{\mathbf{u}}_r \mathbf{J}^{-1} \tilde{\mathbf{u}}_r + \frac{\mathbf{E}}{m_1 s} \right) \mathbf{F} + \mathbf{T}_o / \mu m_1 s^2 \quad (7)$$

이다.

3. 파라미터 공간에서 안정-불안정 영역 판별을 위한 수치실험

3.1 수치 실험 조건 및 방법

본 시스템 모델에는 파라미터의 종류가 상당히 많기 때문에 모든 파라미터들의 영역에 대해 수치실험을 수행하기가 어렵다. 따라서 본 연구에서는 이전 연구(강자영 2003)에서 해석적으로 구한 정상해 및 공진조건이 충족되지 않는 영역에서는 시스템의 안정도가 과연 어떻게 변화할 것인가라는 관점에서 문제에 접근하기로 한다. 그러므로 이전 연구에서처럼 θ_s 및 $\dot{\psi}$ 를 파라미터의 변수 영역에 두고, 기타 다른 파라미터들은 WESTAR IV 위성모델을 이용하여 값들을 추출해 사용하기로 한다. 이 파라미터들의 값은 표 2에 주어진 바와 같다. 여기에서 로켓 모터는 $t_{start} = 0$ 에서 작동을 시작하여, $t_{burnout} = 30$ 초에서 멈추고, 실제 질량특성들은 시간에 따라 선형적으로 변한다.

수치적 실험을 위해 Visual Fortran 6.0을 사용하였으며, 표 3에 주어진 바와 같이 θ_s 및 $\dot{\psi}$ 의 값을 변화시키면서 시뮬레이션이 수행되었다. 각 파라미터 포인트에 대한 수치 실험의 결과로서 위성체의 횡방향 각운동량의 최대값을 얻었다. 본 시스템의 수학적 모델은 특정 파라미터 구간에서 변화

표 3. 최대 횡방향 각운동량 변화.

ψ/θ_s	30	35	40	45	50	51	52	53	54	55	60	65	70	75	80	85	90
1.0	27	27	27	25	25	25	24	24	24	24	23	23	22	22	21	21	20
2.0	24	24	23	22	21	21	21	21	21	21	20	19	19	18	18	18	17
3.0	24	23	22	20	20	20	20	20	20	20	19	15	17	17	17	16	15
3.5	48	32	24	27	39	45	47	47	45	43	41	38	37	38	37	39	36
4.0	168	94	67	22	65	51	51	49	45	55	107	101	81	165	168	183	179
4.5	349	254	285	258	204	185	161	137	325	325	194	282	333	325	325	312	323
5.0	294	324	300	294	382	377	378	369	375	355	289	339	355	296	390	353	340
5.5	397	317	312	389	374	367	362	348	320	56	31	44	337	367	368	379	378
6.0	403	393	402	395	377	368	339	70	50	48	29	31	45	348	375	378	384
6.5	427	416	416	405	389	339	75	60	62	54	39	27	33	56	365	394	397
7.0	455	429	439	436	393	84	70	69	60	53	28	31	25	43	65	401	433
7.5	481	474	473	475	442	102	85	70	66	63	46	32	26	38	50	77	449
8.0	521	503	520	524	510	211	88	72	74	65	46	37	28	33	46	62	478
8.5	584	465	574	567	522	518	98	77	77	67	49	39	29	28	42	58	90
9.0	531	546	532	645	600	596	95	84	82	71	54	40	33	30	38	48	71
9.5	602	606	584	701	676	678	610	95	89	76	60	46	34	28	38	47	66
10.0	649	529	659	658	790	781	699	97	84	82	60	48	36	27	35	40	55

율이 큰 비선형 특성을 보이기 때문에 일부 파라미터 구간은 좀더 세밀하게 구분해서 수치적 실험을 하였는데 자료가 많아서 표 3에는 시스템의 특성을 나타내는 수준의 범위의 값들만 주어졌고 그래프에는 이 자료들이 모두 이용되었다.

3.2 수치실험 결과 분석

표 3은 주어진 위성모델에서 유동체의 파라미터 값과 위성체의 자세운동이 어떠한 관계를 갖는지를 보여주고 있다. 즉, 유동체가 θ_s 와 $\dot{\psi}$ 의 정상점에서 떨어져 있을 때 시스템의 횡방향 각운동량의 최대값을 측정하는 것이다. 실제로 수행된 수치실험 포인트 수는 이보다 훨씬 많으나, 표 3에는 제한된 측정 포인트에 대한 값들만 요약하였다. 표에 주어진 횡방향 각운동량 값들의 크기를 관찰해 보면 유동체의 파라미터 값에 따른 위성체 자세운동의 안정도를 짐작할 수 있지만, 파라미터 전 영역에 걸친 장동운동의 경향을 예측하기가 어렵다. 따라서, 횡방향 각운동량의 시각적 관찰을 위해 그래프로 옮기고 그들의 특징을 분석해 보기로 한다.

그림 2는 횡방향 각운동량을 3차원 그래프로 나타낸 것이다. 장동운동이 가장 크게 발생하는 부분은 $\dot{\psi}$ 값이 최대이고, θ_s 값이 $45^\circ \sim 55^\circ$ 사이에 있을 때이다. 이를 좀더 상세하게 관찰하기 위해, 그림 2를 그림 3과 같이 2차원의 등고선 그래프로 표시하였다. 이 그래프에서 횡방향 각운동량의 값들은 등고선으로 표시되었고, 숫자는 그 높이를 나타낸다. 전체적 경향은 위성체의 자세 안정/불안정의 영역 분포가 정상해를 나타내는 곡선을 좌우로 해서 어떤 기하학적 대칭성을 갖고 있다는 점이다. 그림에서 안정영역은 정상해의 상부구간과 하부구간에서 좌우 대칭성을 갖고 형성되어 있으며, 불안정영역 역시 정상해에 대해 좌우로 대칭성을 갖고 형성되어 있는데 중간구간을 제외하고 대체로 안정영역의 외곽에 위치하고 있다.

3.3 위성설계 고려사항

동력학계나 제어계를 설계할 때는 대체로 안정성이 확보되는 운전점이나 평형점을 이용한다. 본

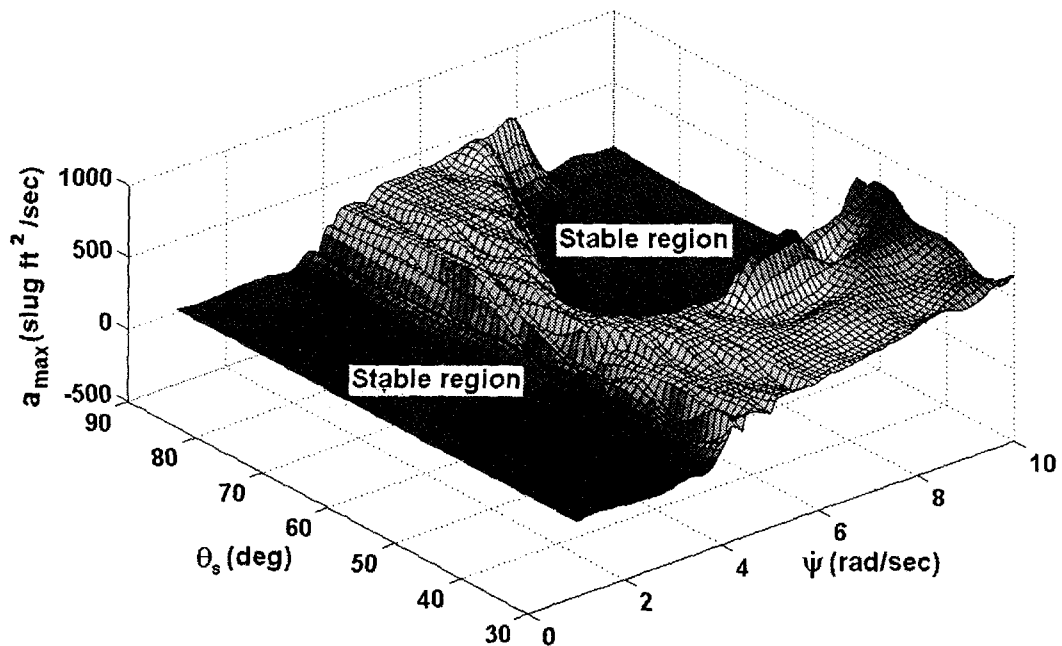


그림 2. 최대 횡방향 각운동량의 입체 곡면.

연구의 모델이 된 WESTAR IV 위성은 유동체 정상해의 일부 구간을 제외하고는 많은 구간에서 안정성이 확보된다. 유동체의 선회속도 $\dot{\psi}$ 가 4 rad/sec보다 작을 때는 대체로 θ_s 의 값에 관계 없이 자세 안정성이 확보됨을 알 수 있다. 또한 $\dot{\psi}$ 가 5.2 rad/sec 이상이 되는 곳에서는 θ_s 의 값이 그림 3의 오른쪽에 형성된 안정영역의 범위에 들도록 위성을 설계하면 될 것이다.

회전안정화 방법은 비행체가 자이로 강성도를 갖게 하여 일정한 자세를 유지하도록 하는 것이 목적이기 때문에 대체로 높은 회전을 주는 것이 유리할 것으로 생각된다. 그러나 내부에 유동물질이 적재된 비행체에서는 유동질량을 중심에서 반경방향 바깥쪽으로 편위시키기 때문에 세심한 주의가 요구된다. 특히 무게중심이 회전축과 일치하지 않은 상태에서 추진을 하게 되면 비행체에는 횡방향 모멘트가 발생하게 되고, 비행체는 장동운동을 하게 된다. 본 연구의 대상 모델인 WESTAR IV 위성은 원래 유동물질이 없는 것으로 설계되었으나, submerged nozzle로 인하여 로켓모터의 연소시 발생하는 액화 연소부산물 발생하여 이것이 위성체의 자세운동에 영향을 주는 것으로 확인되었다(Haloulakas 1991).

4. 결론

이전 연구에서는 해석적 방법을 통하여 주어진 우주 비행체에 대한 정상해를 구하고 실제 발생했던 공진과 유사한 공진조건을 찾았으나 정상해 근방에서의 안정도 또는 파라미터 공간 전역에서의 안정도가 어떻게 변하는지를 알 수가 없었다. 따라서 본 연구에서는 이전 연구를 기초로 하여 파라미터 공간 전역에서의 수치적 실험을 통하여 위성체의 자세안정도가 어떻게 변화하는지를 관찰하

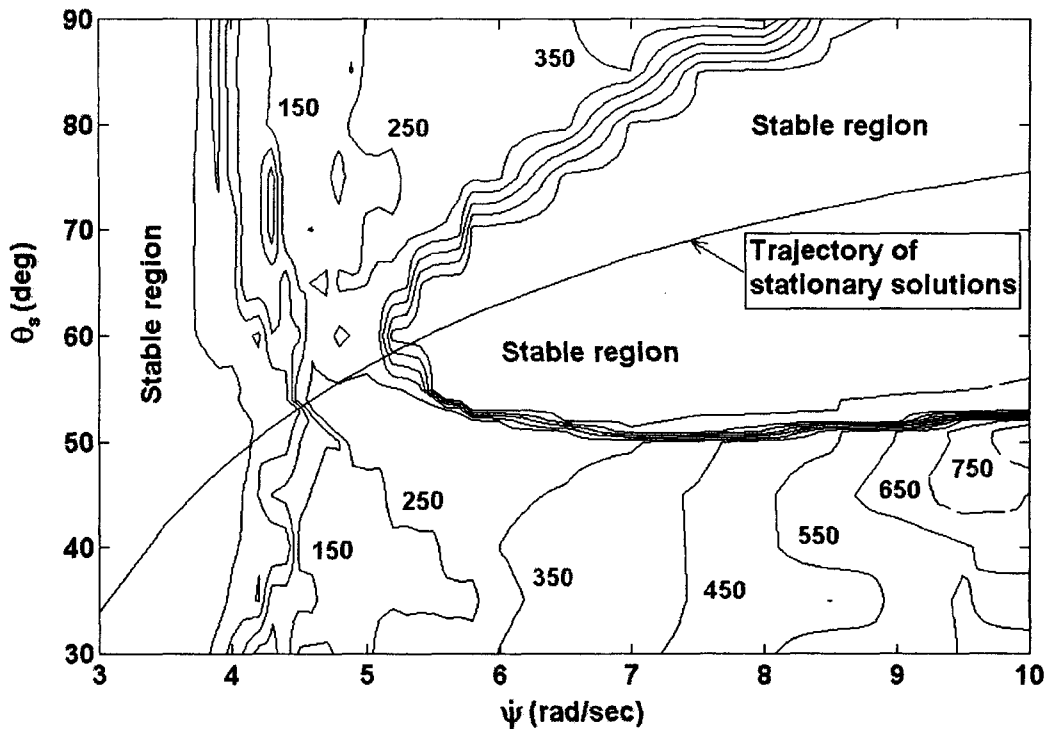


그림 3. 최대 횡방향 각운동량의 등고선 그래프.

였다. 연구결과를 요약하면 다음과 같다.

- 1) 주어진 위성 모델에 있어서 안정/불안정 영역은 유동체의 정상해 곡선을 좌우로 하여 거의 대칭적으로 분포한다.
- 2) 안정 영역은 정상해의 상하부 구간 좌우에 형성되어 있고, 불안정 영역 역시 정상해에 대해 좌우로 대칭성을 갖고 형성되어 있는데, 중간구간을 제외하고는 대체로 안정 영역의 외곽에 위치하고 있다.
- 3) 유동물질을 탑재한 비행체에 회전안정화 방법을 사용하면 유동질량이 회전축 중심으로부터 반경방향 외곽으로 편위되기 때문에 무게중심점이 이동하게 되므로 실제로 이에 대한 고려를 해주어야 한다. 특히 이 경우에 로켓모터를 추진할 경우 추력선이 무게 중심점을 벗어나기 때문에 비행체에 요 모멘트 및 롤 모멘트가 발생되어 횡방향의 각운동량이 증가되어 장동운동이 발생한다.
- 4) 따라서 본 연구의 대상인 시스템 모델을 계속하여 이용하고자 할 경우 재설계를 통하여 위성의 안정성이 확보되도록 해야 한다. 즉, 유동체의 선회속도가 4 rad/sec 이하가 되게 하면 유동질량에는 비교적 작은 원심력이 발생하여 위성체의 자세안정도는 유지될 것으로 판단된다. 또한, 유동질량의 선회속도가 5.2 rad/sec 이상이 되게 할 때에는 본 논문의 등고선 그래프에 주어진 안정영역 범위에서 유동체가 운동하도록 파라미터를 선택하는 것이 중요하다.

참고문헌

강자영 2003, 한국우주과학회지, 20, 205

Haloulakas, V. E. 1991, Journal of Propulsion, 7-1, 14

Or, A. C. 1992, Journal of Guidance, Control and Dynamics, 15, 297

Yam, Y., Mingori, D. L., & Halsmer, D. M. 1997, Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 20,
306